# CodeM 美团点评编程大赛资格赛题目讲评

quailty

Beijing Normal University

2017年6月14日

■ 给定一个长为 n 的序列  $a_1, a_2, \dots, a_n$  和一个长为 m 的序列  $b_1, b_2, \dots, b_m$ ,你需要找一个整数  $i(0 \le i \le m - n)$  使得  $\sum_{i=1}^n (a_i - b_{i+j})^2$  最小,并求出这个最小值。

- 给定一个长为 n 的序列  $a_1, a_2, \dots, a_n$  和一个长为 m 的序列  $b_1, b_2, \dots, b_m$ ,你需要找一个整数  $i(0 \le i \le m n)$  使得  $\sum_{i=1}^{n} (a_i b_{i+j})^2$  最小,并求出这个最小值。
- $1 \le n \le m \le 1000$ .

■ 对于固定的 i, 计算  $\sum_{j=1}^{n} (a_j - b_{i+j})^2$  是 O(n) 的。

- 对于固定的 i, 计算  $\sum_{j=1}^{n} (a_j b_{i+j})^2$  是 O(n) 的。
- 只需要枚举 i, 求出 m-n+1 个 sum 的最小值即可。

- 对于固定的 i, 计算  $\sum_{j=1}^{n} (a_j b_{i+j})^2$  是 O(n) 的。
- 只需要枚举 *i*,求出 *m* − *n* + 1 个 sum 的最小值即可。
- 复杂度 O(mn)。

■  $1 \le n \le m \le 100000$ ?

- $1 \le n \le m \le 100000$ ?

- $1 \le n \le m \le 100000$ ?
- 前两个求和式是简单的,难点在于第三个求和式。

- $1 \le n \le m \le 100000$ ?
- 前两个求和式是简单的,难点在于第三个求和式。
- 构造多项式  $f = \sum_{j=1}^{n} a_j x^{-j}$ ,  $g = \sum_{j=1}^{m} b_j x^j$ .

- 1 < n < m < 100000 ?
- 前两个求和式是简单的,难点在于第三个求和式。
- 构造多项式  $f = \sum_{j=1}^{n} a_j x^{-j}$ ,  $g = \sum_{j=1}^{m} b_j x^j$ .

- 1 < n < m < 100000 ?
- 前两个求和式是简单的,难点在于第三个求和式。
- 构造多项式  $f = \sum_{j=1}^{n} a_j x^{-j}$ ,  $g = \sum_{j=1}^{m} b_j x^j$ .
- $\sum_{j=1}^n a_j b_{i+j}$  就是  $f \cdot g$  的  $x^j$  项的系数。
- Karatsuba/FFT 优化多项式乘法。

- 1 < n < m < 100000 ?
- 前两个求和式是简单的,难点在于第三个求和式。
- 构造多项式  $f = \sum_{j=1}^{n} a_j x^{-j}$ ,  $g = \sum_{j=1}^{m} b_j x^j$ .
- $\sum_{j=1}^n a_j b_{i+j}$  就是  $f \cdot g$  的  $x^i$  项的系数。
- Karatsuba/FFT 优化多项式乘法。
- 复杂度  $O(m^{\log_2 3}) = O(m^{1.59})$  或者  $O(m \log m)$ 。

#### 锦标赛

■ 给出 n 个选手的积分 a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, ··· , a<sub>n</sub>,每一轮当前未被淘汰的 选手两两捉对厮杀,积分高的一定胜出,积分相同随机胜 负,胜者晋级下一轮,直到最后只剩一个选手,问 1 号选手 最多能获胜多少场。

### 锦标赛

- 给出 *n* 个选手的积分 *a*<sub>1</sub>, *a*<sub>2</sub>, ···, *a*<sub>n</sub>,每一轮当前未被淘汰的 选手两两捉对厮杀,积分高的一定胜出,积分相同随机胜 负,胜者晋级下一轮,直到最后只剩一个选手,问 1 号选手 最多能获胜多少场。
- $n = 2^p, p = 0, 1, 2, \cdots, 20_{\circ}$

Problem 2

# 锦标赛

■ 假设 1 号选手的积分在所有选手中是第 k 小的。

#### 锦标赛

- 假设 1 号选手的积分在所有选手中是第 k 小的。
- $\bullet$  ans =  $\lfloor \log_2 k \rfloor$ .

#### 锦标赛

- 假设 1 号选手的积分在所有选手中是第 k 小的。
- $ans = \lfloor \log_2 k \rfloor$ .
- 证明?

■ 按照时间顺序给出 *m* 条记录,每条记录可能是购买了 × 号优惠券,可能是使用了 × 号优惠券,也可能是未知,你需要求出最大的 *s* 使得第 1 到第 *s* − 1 条记录是正确的,如果所有记录都正确那么输出 −1。

- 按照时间顺序给出 m 条记录,每条记录可能是购买了 x 号优惠券,可能是使用了 x 号优惠券,也可能是未知,你需要求出最大的 s 使得第 1 到第 s-1 条记录是正确的,如果所有记录都正确那么输出 -1。
- $0 \le m \le 500000$ ,  $1 \le x \le 100000$ .

■ 如果已知记录都是正确的,那么加入未知记录不会导致错误。

- 如果已知记录都是正确的,那么加入未知记录不会导致错误。
- 如果已知记录出现错误,可以考虑利用未知记录来修正错误。

- 如果已知记录都是正确的,那么加入未知记录不会导致错误。
- 如果已知记录出现错误,可以考虑利用未知记录来修正错误。
- 如果在使用 × 号优惠券时发生错误,也就是此时没有 × 号 优惠券。

- 如果已知记录都是正确的,那么加入未知记录不会导致错误。
- 如果已知记录出现错误,可以考虑利用未知记录来修正错误。
- 如果在使用 × 号优惠券时发生错误,也就是此时没有 × 号 优惠券。
- 需要在上一次使用 × 号优惠券之后找一条最早的未知记录 将其改为"购买 × 号优惠券"。

- 如果已知记录都是正确的,那么加入未知记录不会导致错误。
- 如果已知记录出现错误,可以考虑利用未知记录来修正错误。
- 如果在使用 × 号优惠券时发生错误,也就是此时没有 × 号 优惠券。
- 需要在上一次使用 × 号优惠券之后找一条最早的未知记录 将其改为"购买 × 号优惠券"。
- 类似处理在购买 x 号优惠券时发生错误的情况。

- 如果已知记录都是正确的,那么加入未知记录不会导致错误。
- 如果已知记录出现错误,可以考虑利用未知记录来修正错误。
- 如果在使用 × 号优惠券时发生错误,也就是此时没有 × 号 优惠券。
- 需要在上一次使用 × 号优惠券之后找一条最早的未知记录 将其改为"购买 × 号优惠券"。
- 类似处理在购买 × 号优惠券时发生错误的情况。
- std::set 维护未知记录的位置。

- 如果已知记录都是正确的,那么加入未知记录不会导致错误。
- 如果已知记录出现错误,可以考虑利用未知记录来修正错误。
- 如果在使用 × 号优惠券时发生错误,也就是此时没有 × 号 优惠券。
- 需要在上一次使用 × 号优惠券之后找一条最早的未知记录 将其改为"购买 × 号优惠券"。
- 类似处理在购买 x 号优惠券时发生错误的情况。
- std::set 维护未知记录的位置。
- 复杂度 O(m log m)。

■ 给出 n 个点,从 0 到 n-1 标号,从 i 号点出发按照方案 a 可以走到  $i+a_i$  号点,按照方案 b 可以走到  $i+b_i$  号点,不允许走出这 n 个点,你需要判断是否存在从 0 号点出发到 n-1 号点的方案,如果不存在输出 "No solution!",否则输出字典序最小的方案,如果字典序最小的方案长度无限输出 "Infinity!"。

- 给出 n 个点,从 0 到 n-1 标号,从 i 号点出发按照方案 a 可以走到  $i+a_i$  号点,按照方案 b 可以走到  $i+b_i$  号点,不允许走出这 n 个点,你需要判断是否存在从 0 号点出发到 n-1 号点的方案,如果不存在输出 "No solution!",否则输出字典序最小的方案,如果字典序最小的方案长度无限输出 "Infinity!"。
- $1 \le n \le 100000$ ,  $-n \le a_i, b_i \le n_o$

■"为什么长度会无限啊?"

- ■"为什么长度会无限啊?"
- 从 n-1 号点出发倒着 DFS 一次,求出所有能到达 n-1 号点的点。

- ■"为什么长度会无限啊?"
- 从 n-1 号点出发倒着 DFS 一次, 求出所有能到达 n-1 号 点的点。
- 如果从 0 号点出发不能到达 n-1 那么 "No solution!"。

- ■"为什么长度会无限啊?"
- 从 n-1 号点出发倒着 DFS 一次,求出所有能到达 n-1 号点的点。
- 如果从 0 号点出发不能到达 n-1 那么 "No solution!"。
- 否则从 0 号点出发 DFS,每次沿着字典序小的能走到能到 达 n-1 号点的点的方案走。

- ■"为什么长度会无限啊?"
- 从 n-1 号点出发倒着 DFS 一次,求出所有能到达 n-1 号点的点。
- 如果从 0 号点出发不能到达 *n* − 1 那么 "No solution!"。
- 否则从 0 号点出发 DFS,每次沿着字典序小的能走到能到 达 n-1 号点的点的方案走。
- 如果在到达 *n* − 1 号点之前走出了一个环,虽然存在到达 *n* − 1 号点的方案,但是沿着这个环一直绕下去才能保持字 典序最小,长度会无限长,此时 "Infinity!"。

- ■"为什么长度会无限啊?"
- 从 n-1 号点出发倒着 DFS 一次,求出所有能到达 n-1 号点的点。
- 如果从 0 号点出发不能到达 n-1 那么 "No solution!"。
- 否则从 0 号点出发 DFS,每次沿着字典序小的能走到能到 达 n-1 号点的点的方案走。
- 如果在到达 *n* − 1 号点之前走出了一个环,虽然存在到达 *n* − 1 号点的方案,但是沿着这个环一直绕下去才能保持字 典序最小,长度会无限长,此时 "Infinity!"。
- 否则输出路径。

- ■"为什么长度会无限啊?"
- 从 n-1 号点出发倒着 DFS 一次,求出所有能到达 n-1 号点的点。
- 如果从 0 号点出发不能到达 *n* − 1 那么 "No solution!"。
- 否则从 0 号点出发 DFS,每次沿着字典序小的能走到能到 达 n-1 号点的点的方案走。
- 如果在到达 n-1 号点之前走出了一个环,虽然存在到达 n-1 号点的方案,但是沿着这个环一直绕下去才能保持字 典序最小,长度会无限长,此时"Infinity!"。
- 否则输出路径。
- 复杂度 O(n)。

■ 给定 / 和 / ,对所有满足 / / / / 的 / ,把 / 的所有约数全部写下来。对于每个写下来的数,只保留最高位的那个数码。求  $1,2,\cdots,9$  每个数码出现的次数。

- 给定 / 和 r, 对所有满足 / ≤ x ≤ r 的 x, 把 x 的所有约数全部写下来。对于每个写下来的数,只保留最高位的那个数码。求 1, 2, ···, 9 每个数码出现的次数。
- $1 \le l \le r \le 10000000000$ .

■ [l,r] = [1,r] - [1,l-1],只需要考虑 [1,n] 内的子问题。

- [l, r] = [1, r] [1, l-1],只需要考虑 [1, n] 内的子问题。
- 对于一个 d, 它是 d, 2d, 3d, ... 的约数, 也就是 [1, n] 内  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor$  个数的约数。

- [l, r] = [1, r] [1, l-1],只需要考虑 [1, n] 内的子问题。
- 对于一个 d, 它是 d, 2d, 3d, ... 的约数, 也就是 [1, n] 内  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor$  个数的约数。
- 考虑枚举 d 的最高位的数码 p 以及长度 q, 那么有  $d \in [p \cdot 10^{q-1}, (p+1) \cdot 10^{q-1})$ , 由于 d 最大是 1000000000, q 枚举到 10 就够了。

- [l, r] = [1, r] [1, l-1],只需要考虑 [1, n] 内的子问题。
- 对于一个 d, 它是 d, 2d, 3d, ... 的约数, 也就是 [1, n] 内  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor$  个数的约数。
- 考虑枚举 d 的最高位的数码 p 以及长度 q,那么有  $d \in [p \cdot 10^{q-1}, (p+1) \cdot 10^{q-1})$ ,由于 d 最大是 1000000000, q 枚举到 10 就够了。
- **那么**  $res_p = \sum_{q=1}^{10} \sum_{d=p\cdot 10^{q-1}}^{(p+1)\cdot 10^{q-1}-1} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor$ 。

- [l, r] = [1, r] [1, l-1],只需要考虑 [1, n] 内的子问题。
- 对于一个 d, 它是 d, 2d, 3d, ... 的约数, 也就是 [1, n] 内  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor$  个数的约数。
- 考虑枚举 d 的最高位的数码 p 以及长度 q, 那么有  $d \in [p \cdot 10^{q-1}, (p+1) \cdot 10^{q-1})$ , 由于 d 最大是 1000000000, q 枚举到 10 就够了。
- **那么**  $res_p = \sum_{q=1}^{10} \sum_{d=p\cdot 10^{q-1}}^{(p+1)\cdot 10^{q-1}-1} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor$ 。
- 记  $S(n,m) = \sum_{d=1}^{m} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor$ .

- [l, r] = [1, r] [1, l-1],只需要考虑 [1, n] 内的子问题。
- 对于一个 d, 它是 d, 2d, 3d, ... 的约数, 也就是 [1, n] 内  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor$  个数的约数。
- 考虑枚举 d 的最高位的数码 p 以及长度 q,那么有  $d \in [p \cdot 10^{q-1}, (p+1) \cdot 10^{q-1})$ ,由于 d 最大是 1000000000, q 枚举到 10 就够了。
- 那么  $\operatorname{res}_{p} = \sum_{q=1}^{10} \sum_{d=p\cdot 10^{q-1}}^{(p+1)\cdot 10^{q-1}-1} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor$ 。
- 记  $S(n,m) = \sum_{d=1}^{m} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor$ .
- $res_p = \sum_{q=1}^{10} (S(n, (p+1) \cdot 10^{q-1} 1) S(n, p \cdot 10^{q-1} 1))_{\circ}$

- [l, r] = [1, r] [1, l-1],只需要考虑 [1, n] 内的子问题。
- 对于一个 d, 它是 d, 2d, 3d, ... 的约数, 也就是 [1, n] 内  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor$  个数的约数。
- 考虑枚举 d 的最高位的数码 p 以及长度 q,那么有  $d \in [p \cdot 10^{q-1}, (p+1) \cdot 10^{q-1})$ ,由于 d 最大是 1000000000, q 枚举到 10 就够了。
- **那么**  $res_p = \sum_{q=1}^{10} \sum_{d=p\cdot 10^{q-1}}^{(p+1)\cdot 10^{q-1}-1} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor_{\circ}$
- **记**  $S(n,m) = \sum_{d=1}^{m} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor$ 。
- $res_p = \sum_{q=1}^{10} (S(n, (p+1) \cdot 10^{q-1} 1) S(n, p \cdot 10^{q-1} 1))$ .
- "为什么 O(n) 也超时了啊?"

Problem 5

# 数码

■ 问题在于如何快速计算 S(n, m)。

- 问题在于如何快速计算 S(n, m)。
- 如果  $m \le \sqrt{n}$ , 直接 O(m) 计算。

- 问题在于如何快速计算 S(n, m)。
- 如果  $m \le \sqrt{n}$ , 直接 O(m) 计算。
- 否则  $S(n,m) = \sum_{d=1}^{\lfloor \sqrt{n} \rfloor} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor + \sum_{d=\lfloor \sqrt{n} \rfloor + 1}^{m} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor$

- 问题在于如何快速计算 S(n, m)。
- 如果  $m \le \sqrt{n}$ , 直接 O(m) 计算。
- 否则  $S(n,m) = \sum_{d=1}^{\lfloor \sqrt{n} \rfloor} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor + \sum_{d=\lfloor \sqrt{n} \rfloor + 1}^{m} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor$
- 前一个求和式直接  $O(\sqrt{n})$  计算。

- 问题在于如何快速计算 S(n, m)。
- 如果  $m \le \sqrt{n}$ , 直接 O(m) 计算。
- 否则  $S(n,m) = \sum_{d=1}^{\lfloor \sqrt{n} \rfloor} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor + \sum_{d=\lfloor \sqrt{n} \rfloor + 1}^{m} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor$
- 前一个求和式直接  $O(\sqrt{n})$  计算。
- 对于后一个求和式,注意到  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor < \lfloor \sqrt{n} \rfloor$ ,考虑枚举  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor$  的值,记为 k(>0)。

- 问题在于如何快速计算 *S*(*n*, *m*)。
- 如果  $m \le \sqrt{n}$ , 直接 O(m) 计算。
- 否则  $S(n,m) = \sum_{d=1}^{\lfloor \sqrt{n} \rfloor} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor + \sum_{d=\lfloor \sqrt{n} \rfloor + 1}^{m} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor$
- 前一个求和式直接  $O(\sqrt{n})$  计算。
- 对于后一个求和式,注意到  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor < \lfloor \sqrt{n} \rfloor$ ,考虑枚举  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor$  的值,记为 k(>0)。
- 可以求出  $d \in (\lfloor \frac{n}{k+1} \rfloor, \lfloor \frac{n}{k} \rfloor]$ ,将这个区间和 [1, m] 求交之后可以知道有多少个  $d \in [1, m]$  满足  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor = k$ ,记为  $cnt_k$ 。

- 问题在于如何快速计算 *S*(*n*, *m*)。
- 如果  $m \le \sqrt{n}$ , 直接 O(m) 计算。
- 否则  $S(n,m) = \sum_{d=1}^{\lfloor \sqrt{n} \rfloor} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor + \sum_{d=\lfloor \sqrt{n} \rfloor + 1}^{m} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor$
- 前一个求和式直接  $O(\sqrt{n})$  计算。
- 对于后一个求和式,注意到  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor < \lfloor \sqrt{n} \rfloor$ ,考虑枚举  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor$  的值,记为 k(>0)。
- 可以求出  $d \in (\lfloor \frac{n}{k+1} \rfloor, \lfloor \frac{n}{k} \rfloor]$ ,将这个区间和 [1, m] 求交之后可以知道有多少个  $d \in [1, m]$  满足  $\lfloor \frac{n}{d} \rfloor = k$ ,记为  $cnt_k$ 。
- 那么  $\sum_{d=\lfloor \sqrt{n}\rfloor+1}^m \lfloor \frac{n}{d}\rfloor = \sum_{k=1}^{\lfloor \sqrt{n}\rfloor-1} k \cdot cnt_k$ ,由于  $cnt_k$  可以 O(1) 计算,这部分复杂度也是  $O(\sqrt{n})$ 。

■ 给出围棋的规则,输入一些操作,从空棋盘开始模拟这些操作。对于每一步,若结果不正确,则输出对应的 miss 并且 忽略这个操作,并在最后输出棋盘的局面。

- 给出围棋的规则,输入一些操作,从空棋盘开始模拟这些操作。对于每一步,若结果不正确,则输出对应的 miss 并且忽略这个操作,并在最后输出棋盘的局面。
- 测试数据组数 ≤ 100, 每组测试数据操作数 *n* ≤ 2000。

Problem 6

#### 围棋

■"根据题意模拟就好了。"

- ■"根据题意模拟就好了。"
- 如果当前下的位置已经有棋了, 就是 "miss 1"。

- ■"根据题意模拟就好了。"
- 如果当前下的位置已经有棋了, 就是 "miss 1"。
- 否则尝试把这个棋子下下去。

- ■"根据颢意模拟就好了。"
- 如果当前下的位置已经有棋了,就是"miss 1"。
- 否则尝试把这个棋子下下去。
- 不妨设这一步是黑棋下,从这个黑棋出发 DFS 找出所在连 通块并判断是否有气。

- ■"根据颢意模拟就好了。"
- 如果当前下的位置已经有棋了,就是"miss 1"。
- 否则尝试把这个棋子下下去。
- 不妨设这一步是黑棋下,从这个黑棋出发 DFS 找出所在连通块并判断是否有气。
- 然后从与这个黑棋相邻的白棋出发 DFS 找出所在连通块并 判断是否有气,如果没有气那么整个连通块被提掉。

- ■"根据题意模拟就好了。"
- 如果当前下的位置已经有棋了,就是"miss 1"。
- 否则尝试把这个棋子下下去。
- 不妨设这一步是黑棋下,从这个黑棋出发 DFS 找出所在连通块并判断是否有气。
- 然后从与这个黑棋相邻的白棋出发 DFS 找出所在连通块并 判断是否有气,如果没有气那么整个连通块被提掉。
- 如果黑棋下下去之后没有气,又不能提白子,就是"miss 2"。

- ■"根据颢意模拟就好了。"
- 如果当前下的位置已经有棋了,就是"miss 1"。
- 否则尝试把这个棋子下下去。
- 不妨设这一步是黑棋下,从这个黑棋出发 DFS 找出所在连 通块并判断是否有气。
- 然后从与这个黑棋相邻的白棋出发 DFS 找出所在连通块并 判断是否有气,如果没有气那么整个连通块被提掉。
- 如果黑棋下下去之后没有气,又不能提白子,就是 "miss 2"。
- 否则利用 hash 判断当前局面是否出现过,如果出现过就是 "miss 3"。

- ■"根据题意模拟就好了。"
- 如果当前下的位置已经有棋了,就是"miss 1"。
- 否则尝试把这个棋子下下去。
- 不妨设这一步是黑棋下,从这个黑棋出发 DFS 找出所在连通块并判断是否有气。
- 然后从与这个黑棋相邻的白棋出发 DFS 找出所在连通块并 判断是否有气,如果没有气那么整个连通块被提掉。
- 如果黑棋下下去之后没有气,又不能提白子,就是 "miss 2"。
- 否则利用 hash 判断当前局面是否出现过,如果出现过就是 "miss 3"。
- 如果出错,把棋盘还原到黑棋下下去之前的状态。

- ■"根据题意模拟就好了。"
- 如果当前下的位置已经有棋了,就是"miss 1"。
- 否则尝试把这个棋子下下去。
- 不妨设这一步是黑棋下,从这个黑棋出发 DFS 找出所在连通块并判断是否有气。
- 然后从与这个黑棋相邻的白棋出发 DFS 找出所在连通块并 判断是否有气,如果没有气那么整个连通块被提掉。
- 如果黑棋下下去之后没有气,又不能提白子,就是 "miss 2"。
- 否则利用 hash 判断当前局面是否出现过,如果出现过就是 "miss 3"。
- 如果出错,把棋盘还原到黑棋下下去之前的状态。
- 复杂度 O(tns), t 表示测试数据的组数, s 表示棋盘大小。

L Thank you

# Thank you!