

# **Mathematik für Informatiker**

## **Kombinatorik, Stochastik und Statistik**

Übungsblatt 3

Tom Paßberg , Iain Dorsch

## Aufgabe 1

a)

**Zu zeigen:** Für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  gilt:

$$\sum_{j=0}^n \binom{n}{j} = 2^n$$

**Beweis:**

- **Induktionsanfang:**  $n = 0$

$$\sum_{j=0}^0 \binom{0}{j} = \binom{0}{0} = 1 = 2^0$$

- **Induktionsvoraussetzung:** Für ein beliebiges, aber festes  $n \in \mathbb{N}_0$  gilt:

$$\sum_{j=0}^n \binom{n}{j} = 2^n$$

- **Induktionsschritt:**  $n \rightarrow n + 1$

$$\sum_{j=0}^{n+1} \binom{n+1}{j} = 2 + \sum_{j=1}^n \binom{n+1}{j} \quad (1)$$

$$= 2 + \sum_{j=1}^n \left( \binom{n}{j-1} + \binom{n}{j} \right) \quad (2)$$

$$= 2 + \sum_{j=1}^n \binom{n}{j-1} + \sum_{j=1}^n \binom{n}{j} \quad (3)$$

$$= 2 + \sum_{j=0}^{n-1} \binom{n}{j} + \sum_{j=1}^n \binom{n}{j} \quad (4)$$

$$= \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} + \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \quad (5)$$

$$= 2 * \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \quad (6)$$

$$= 2 * 2^n \quad (7)$$

$$= 2^{n+1} \quad (8)$$

(1) und (4) folgt aus  $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$ .

(2) folgt aus Skript 1.2.14.

(7) folgt aus der Induktionsvoraussetzung.

b)

**Zu zeigen:** Für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  gilt:

$$\sum_{j=0}^n \binom{n}{j}^2 = \binom{2n}{n}$$

**Beweis:**

$$\sum_{j=0}^n \binom{n}{j}^2 = \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \binom{n}{j} \tag{9}$$

$$= \sum_{j=0}^n \binom{n}{j} \binom{n}{n-j} \tag{10}$$

$$= \binom{n+n}{n} \tag{11}$$

$$= \binom{2n}{n} \tag{12}$$

(10) folgt aus Skript 1.2.5.

(11) folgt aus Skript 1.2.12.

## Aufgabe 5

### Code:

```
fn partition(n: u32, m: u32) -> Vec<Vec<u32>> {
    if m == 1 {
        return vec![vec![n]];
    }
    (1..=n-m+1).flat_map(|i|
        partition(n-i, m-1)
            .into_iter()
            .filter(|p| p[p.len()-1] >= i)
            .map(|mut p| { p.push(i); p })
            .collect::
```

### Funktionsaufruf:

```
fn main() {
    let n = 8;
    let m = 4;
    let result = partition(n, m);
    for p in result {
        println!("{}", p);
    }
}
```

### Ausgabe:

```
[5, 1, 1, 1]
[4, 2, 1, 1]
[3, 3, 1, 1]
[3, 2, 2, 1]
[2, 2, 2, 2]
```