Sveučilište u Zagrebu
Fakultet strojarstva i brodogradnje

Seminarski rad iz kolegija
Mikroprocesorsko upravljanje

Programiranje digitalnog regulatora

Zadatak zadao:	Ocjena:	Student:
Doc. dr. sc. Branimir Škugor		Antonio Ćuk
		0035239603

U Zagrebu, lipanj, 2024.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE
Zavod za robotiku i automatizaciju proizvodnih sustava

SEMINARSKI ZADATAK

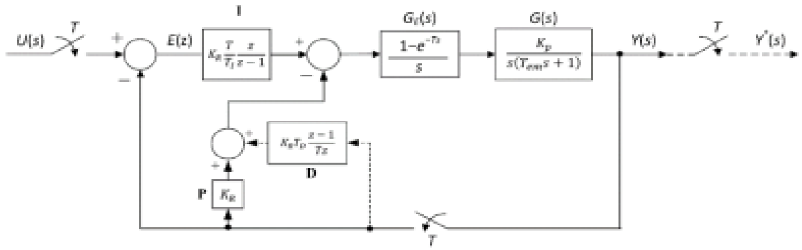
iz kolegija

Mikroprocesorsko upravljanje (MPU)

Student: Antonio Ćuk
Naslov zadatka: Programiranje digitalnog regulatora
Opis zadatka:

U zadatku je potrebno:

1. Implementirati regulacijski krug sa slike u Simulink okruženju, te prikazati njegov odziv na skokovitu promjenu reference dobiven simulacijom.
2. Diskretizirati prijenosnu funkciju IT1 modela elektroničke zaklopke zajedno s ekstrapolatorom nultog reda korištenjem Z-transformacije.
3. Realizirati digitalni PID regulator zajedno s diskretnim modelom procesa u obliku jednadžbi diferencija programiranih u proizvoljno odabranom programskom jeziku (Matlab skripta, Python, C, ili slično). Pritom ograničiti izlaz regulatora na ±5 V, te implementirati zasićenje integratora postupkom resetiranja integratora.
4. Prikazati odziv izlaza *y* zatvorenog regulacijskog kruga s obzirom na skokovitu promjenu reference, dobiven primjenom programa iz t. 3, te ga usporediti sa simulacijskim rezultatima iz t. 1.



Slika 1. Blokovska shema regulacijskog kruga s diskretnim PID regulatorom i pojednostavljenim IT1 modelom elektroničke zaklopke (parametri procesa: $K_P = 6.87$, $T_{em} = 0.0134$ s; parametri regulatora $K_R = 14.88$, $T_I = 0.055$, $T_D = 0.0095$; vrijeme diskretizacije $T = 5$ ms).

Zadatak zadan:

9.1.2024.

Sadržaj

1. Uvod

Digitalna regulacija predstavlja značajan napredak u području automatizacije i kontrole sustava, omogućujući precizniju i fleksibilniju kontrolu u usporedbi s tradicionalnim analognim metodama. Ova tehnika koristi digitalna računala za obradu signala i izvršavanje algoritama regulacije. Kvantizacija signala je proces pretvaranja kontinuiranih analognih signala u diskretne digitalne vrijednosti. To se postiže uzorkovanjem signala u redovitim vremenskim intervalima (diskretizacija) i zatim pretvaranjem tih uzoraka u digitalne brojeve s ograničenom preciznošću (kvantizacija)

PID (proporcionalno-integralno-derivativni) regulatori su široko korišteni u industrijskim sustavima za kontrolu procesa. U digitalnoj regulaciji, kontinuirani PID algoritmi prilagođeni su za rad u diskretnom vremenu.

- **Proporcionalni dio (P):** Reagira na trenutnu pogrešku.
- **Integralni dio (I):** Akumulira pogrešku tijekom vremena.
- **Derivativni dio (D):** Reagira na brzinu promjene pogreške, pružajući predviđanje budućih pogrešaka.

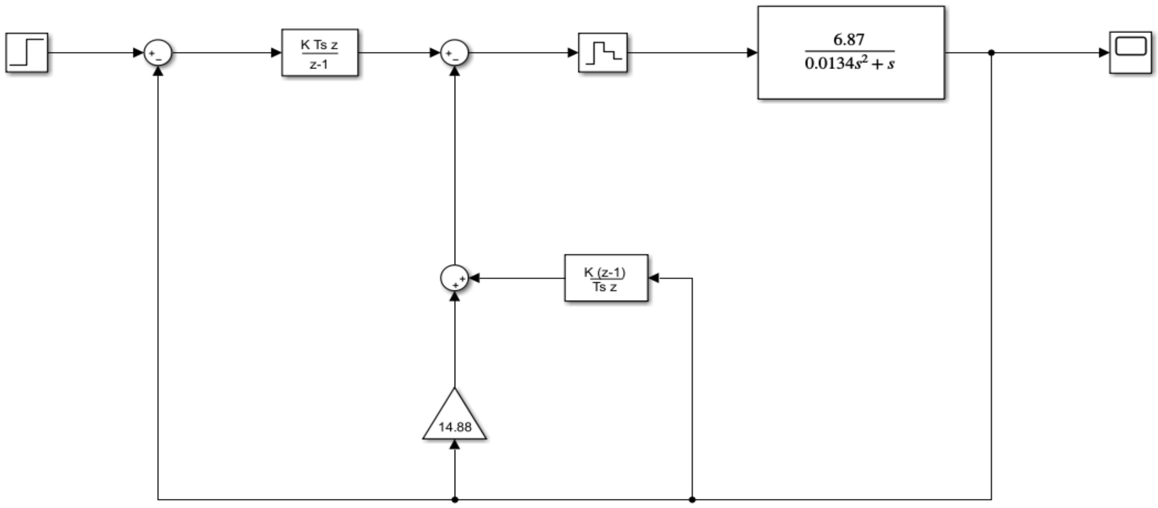
Diskretni PID regulator koristi diskretizirane verzije ovih komponenti. Razlika u vremenu između uzoraka omogućuje izračun proporcionalnih, integralnih i derivativnih djelovanja pomoću razlika između uzastopnih uzoraka pogreške.

2. Zadatak

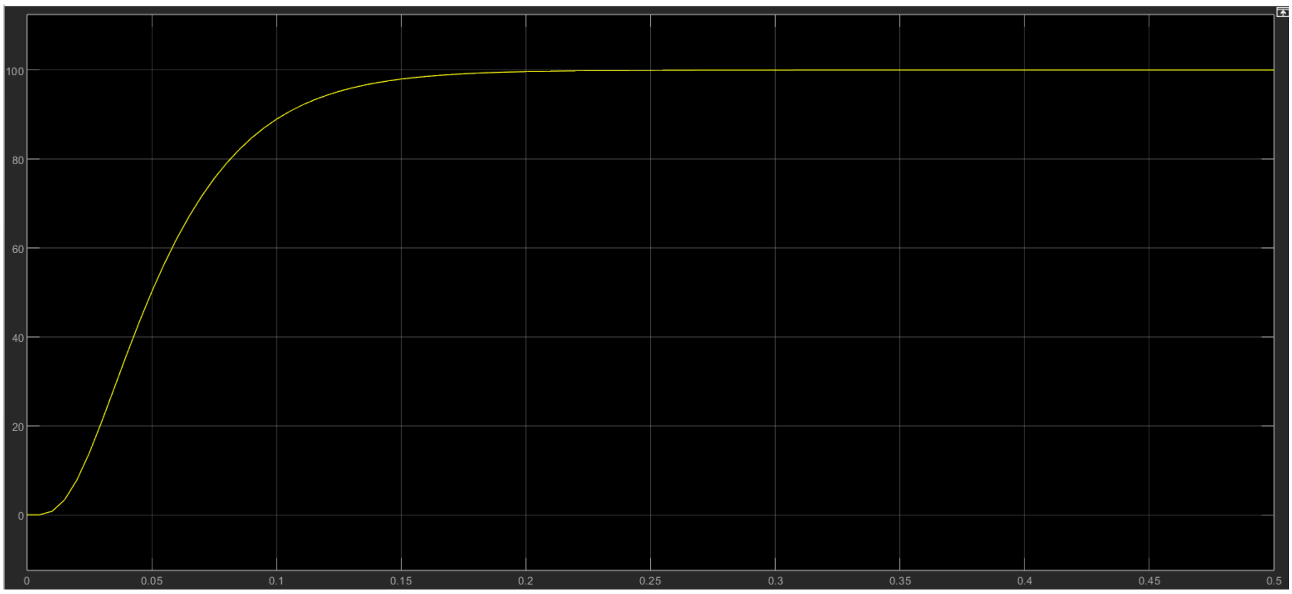
U zadatku je potrebno napravit model zatvorenog regulacijskog kruga u Simulinku te usporediti odziv sustava sa isprogramiranom verzijom istog PID regulatora.

2.1 Implementacija regulacijskog kruga u Simulink okruženju

Prvi dio zadatka je implementirati zadani krug u Simulink okruženje i prikazati odziv sustava u simulaciju. Za ovaj postupak su se u Simulinku koristile razne ugrađene funckije kontinuiranih, diskretiziranih i mjernih blokova. Za izvor u sustav se koristio blok sa funckijom Step pobude, te se izlaz sustava nadgledao Scope blokom.



Slika 1. Prikaz sustava izmodeliran u Simulinku [4]



Slika 2. Odziv sustava na skokovitu pobudu [4]

2.2 Diskretizacija prijenosne funkciju modela korištenjem Z-transformacije

Z-transformacija je i postupak pogodan za rješavanje jednadžbi diferencija. Proces računanja Z-transformacije je dugotrajan i složen stoga se koriste već gotove tablice gdje su dane Z-transformacije tipičnih funkcija.

$f(t)$	L-transformacija	Z-transformacija
$\delta(t - kT_s)$	e^{-skT_s}	z^{-k}
$\delta(t)$	1	1
$S(t)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{T_s z}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{T_s^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT_s}}$
$\frac{t^n}{n!}e^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^{n+1}}$	$\frac{(-1)^n}{n!}\frac{\partial^n}{\partial a^n}\left(\frac{z}{z-e^{-aT_s}}\right)$
$1-e^{-at}$	$\frac{a}{s(s+a)}$	$\frac{(1-e^{-aT_s})z}{(z-1)(z-e^{-aT_s})}$
$t-\frac{1-e^{-at}}{a}$	$\frac{a}{s^2(s+a)}$	$\frac{T_s z}{(z-1)^2}-\frac{(1-e^{-aT_s})z}{a(z-1)(z-e^{-aT_s})}$
$e^{-at}\sin(\omega t)$	$\frac{\alpha}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\frac{e^{-aT_s}\sin(\omega T_s)z}{z^2-2e^{-aT_s}\cos(\omega T_s)z+e^{-2aT_s}}$
$e^{-at}\cos(\omega t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$\frac{z^2-e^{-aT_s}\cos(\omega T_s)z}{z^2-2e^{-aT_s}\cos(\omega T_s)z+e^{-2aT_s}}$

Slika 3. Z Transformacije tipičnih funckija [1]

Nama je cilj diskretizirati prijenosnu funkciju IT1 modela elektroničke zaklopke zajedno s ekstrapolatorom nultog reda.

Prijenosna funkcija sustava glasi: $G_p(s) = \frac{K_p}{s(T_{em}s+1)}$. 2.2.1.

Za korištenje tablice potrebno je prilagoditi izraz u $G_p(s) = Kp\cdot \frac{\frac{1}{Tem}}{s(s+\frac{1}{Tem})}$ 2.2.2.

Funkcija Z Transformacije za ZOH(Zero Order hold) iznosi $\frac{z-1}{z}$. 2.2.3.

Pošto su blokovi prijenosne funckije sustava i ZOH u seriji pišemo: $G_p(z) = \frac{z-1}{z}\boldsymbol{Z}\left\{\frac{G_p(s)}{s}\right\}$ 2.2.4.

Uvrštavanjem $G_p(s)$u dani izraz dobiva se $G_p(z) = \frac{z-1}{z}\boldsymbol{Z}\left\{Kp \cdot \frac{\frac{1}{\mathrm{Tem}}}{\mathrm{s}^2(\mathrm{s}+\frac{1}{\mathrm{Tem}})}\right\}$. 2.2.5.

Koristimo tabličnu transformaciju i sređujemo.

$$G_p(z) = Kp \cdot \frac{z-1}{z} \cdot \left[\frac{\mathrm{Ts}\cdot z}{(z-1)^2} - \frac{\left(1-e^{-\frac{\mathrm{Ts}}{Tem}}\right)\cdot z}{\frac{1}{\mathrm{Tem}}\cdot(z-1)\cdot\left(z-e^{-\frac{\mathrm{Ts}}{Tem}}\right)}\right] \tag{2.2.6.}$$

Neki članovi se pokrate te imamo:

$$G_p(z) = Kp \cdot \left[\frac{\mathrm{Ts}\cdot}{z-1} - \frac{\left(1-e^{-\frac{\mathrm{Ts}}{Tem}}\right)}{\frac{1}{\mathrm{Tem}}\cdot\left(z-e^{-\frac{\mathrm{Ts}}{Tem}}\right)}\right] \tag{2.2.7.}$$

Sa uvrštenim vrijednostima T_S=0.005s, K_p= 6.87, T_{em}= 0.0134s imamo:

$$G_p(z) = 6.87 \cdot \left[\frac{0{,}005}{z-1} - \frac{0.311427\cdot 0.0134}{z-0.6886}\right] \tag{2.2.8.}$$

$$G_p(z) = 6.87 \cdot \left[\frac{0{,}005}{z-1} - \frac{0.00417276}{z-0.6886}\right] \tag{2.2.9.}$$

$$G_p(z) = 6.87 \cdot \frac{0{,}005\mathrm{z}-0.003443-0.00417276\mathrm{z}+0.00417276}{(z-1)(z-0.6886)} \tag{2.2.10.}$$

$$G_p(z) = 6.87 \cdot \frac{0.00082724\mathrm{z}+0.00072976}{\mathrm{z}^2-1.6886z+0.6886} \tag{2.2.11.}$$

Na kraju dobivamo izgled funkcije u Z-domeni: $G_p(z) = \frac{0.0056831388\mathrm{z}+0.0050134512}{\mathrm{z}^2-1.6886z+0.6886}$ 2.2.12.

U jednadžbi 12. brojnik i nazivnik podijelimo sa z^2 te dobijemo sljedeći zapis.

$$G_p(z) = \frac{0.0056831388\mathrm{z}^{-1}+0.0050134512\mathrm{z}^{-2}}{1-1.6886\mathrm{z}^{-z}+0.6886\mathrm{z}^{-2}} \tag{2.2.13.}$$

Jednadžbu 13. sada pomoću sljedeće formule prebacimo u diskretnu domenu pomoću koje ćemo dobiti jednadžbe korištene u Matlab kodu.

$$G_P(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\sum_{i=0}^{m} b_i z^{-i}}{1+\sum_{i=1}^{n} a_i z^{-i}} \tag{2.2.14.}$$

Nakon sređivanja imamo sljedeću jednadžbu na kojoj primijenimo teorem o pomaku u desno [1]:

$$(1 - 1{,}6886z^{-1} + 0{,}6886z^{-2})Y(z) = (0.0056831388\mathrm{z}^{-1} + 0.0050134512\mathrm{z}^{-2})U(z)\ \ |\mathbb{Z}^{-1}| \tag{2.2.15.}$$

Dobijemo jednadžbu koju ćemo implementirati u Matlab kod:

$$y(k) = 0{,}0056831388u(k-1) + 0{,}0050134512u(k-2) + 1{,}6886y(k-1) - 0.6886(k-2) \qquad 2.2.16.$$

2.3 Realizacija digitalnog PID regulatora zajedno s diskretnim modelom procesa u obliku jednadžbi diferencija programiranih u Matlabu.

U Matlabu je napisan kod za realizaciju sustava koji prikazuje graf odziva sustave te graf izlaza regulatora.
U kodu se koristila jednadžba I-PD regulatora [3].

Također se koristilo resetiranje regulatora po principu pseudo koda [1]; postupak resetiranja integratora je egzaktniji jer integrator drži vrijednost upravo na iznosu koji daje zasićeni izlaz regulatora, te regulator pravovremeno izlazi iz zasićenja.

$$y_I = y - y_P - y_D \qquad 2.3.1$$

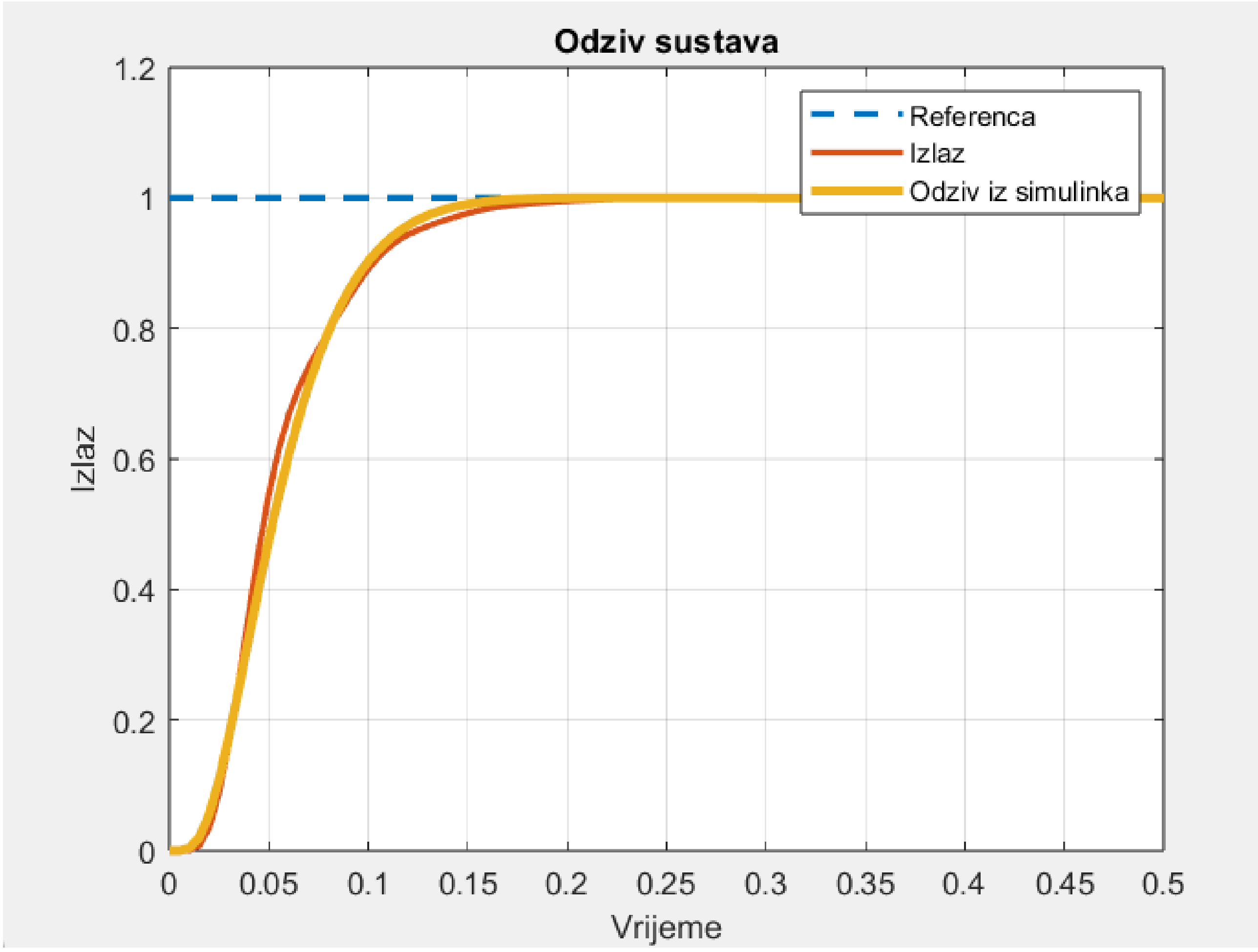
```
% Parametri regulatora
Kp = 14.88;        % Proporcionalni koeficijent
Ki = 270.5454;      % Integralni koeficijent
Kd = 0.14136;     % Diferencijalni koeficijent
Ts = 0.005;
N = 100;
% Parametri sustava
a1 = -1.689;
a2 = 0.6886;
b0 = 0.0056831388;
b1 = 0.0050134512;
% Inicijalizacija varijabli
y = zeros(1, N);
u = zeros(1, N);
e = zeros(1, N);
ref = zeros(1, N); % Referentni signal
step_time = 1;  % Vrijeme kad se dogodi skok
ref(step_time:end) = 1;

integral = 0;
% Simulacija
for k = 3:N
    % Pogreška
    e(k) = ref(k) - y(k-1);
    prop = Kp * y(k-1);
    % Integracija
    integral = integral +  e(k) * Ts;
```

Slika 4. Prvi dio koda [4]

```
    % Derivacija
    derivative = (Kd* (y(k-1)-y(k-2)))/ Ts;
    % Izlaz PID regulatora
    u(k) =   Ki* integral - ( derivative + prop);
    % Zasićenje izlaza regulatora
    if u(k) > 5
        u(k) = 5;
        integral = u(k) - prop - derivative;  % Reset integratora
    elseif u(k) < -5
        u(k) = -5;
        integral = u(k) - prop - derivative;  % Reset integratora
    end
    % Diskretni model procesa
    y(k) = (b0 * u(k-1) + b1 * u(k-2) - a1 * y(k-1) - a2 * y(k-2));
end
time = (0:N-1) * Ts;
% Grafički prikaz rezultata
figure;
subplot(1, 1,1);
plot(time, ref, '--', time, y, 'LineWidth',2);
hold on;
plot(var.Time, var.Data, 'LineWidth',3);
title('Odziv sustava');
xlabel('Vrijeme');
ylabel('Izlaz');
legend('Referenca', 'Izlaz','Odziv iz simulinka');
grid on;
hold off;
```

Slika 5. Drugi dio koda [4]

2.4 Usporedba odziva sustava korištenjem Simulinka i programa u Matlabu



Slika 6. Odziv sustava u Matlab kodu [4]

Vidimo da su odzivi sustava iz Simulink modela i MatLab skripte skoro pa identični, minimalna greška se događa zbog Matlabovog zaokruživanja na manja decimalna mjesta.

Literatura

[1] J. Deur: „Mikroprocesorsko upravljanje“, predavanja, Fakultet strojarstva i brodogradnje Sveučilišta u Zagrebu, 2020.

[2] D. Stipaničev: „Digitalno viđenje“ , http://laris.fesb.hr/digitalno_vodjenje/index.html

[3] https://folk.ntnu.no/skoge/prost/proceedings/PID-2018/0150.PDF

[4] Antonio Ćuk „MPU Seminarski“