

Összefüggő hálózat

Innen: Algowiki

Tartalomjegyzék

- 1 Feladat
 - 1.1 Az eredeti feladat
- 2 Megoldási ötletek
 - 2.1 Helyes, de lassú megoldások
- 3 Segítségek
- 4 Megoldás
 - 4.1 Fontos gondolatok
 - 4.2 Részletes megoldás
 - 4.3 Helyesség indoklása
- 5 Komplexitás
- 6 Implementáció

Feladat

Adott egy gráf (max. 10 000 csúcs, 100 000 él). Legkevesebb hány új él hozzáadásával tehető ez összefüggővé (ezek közül egy megadandó).

Az eredeti feladat

Mester (<https://mester.inf.elte.hu>) / Haladó / Gráfok, szélességi bejárás / 32. Összefüggő hálózat

Megoldási ötletek

Helyes, de lassú megoldások

Egy csúcs kiválasztása, majd minden másik csúcsra megnézni, hogy van-e a kettő között út és ha nincs, összekötni őket. Ez helyes, de a csúcsok számával megegyező számú gráfbejárást kell elvégezni, ami túl lassú.

Segítségek

Érdemes megszámolni, hogy hány komponense van a gráfnak.

Megoldás

Fontos gondolatok

A gráf komponenseit egy-egy éllel összekötve összefüggő gráfot kapunk, k komponens esetén ehhez $k - 1$ él szükséges.

Részletes megoldás

A megoldás lényege a komponensek keresése. Ez történhet úgy, hogy kiválasztunk egy tetszőleges csúcsot és abból elindulva végighaladunk például mélységi bejárással az elérhető csúcsokon, feljegyezve a már bejártakat. Ezután a csúcsok listáján végighaladva megkeresünk egy olyat, ami még nem volt bejárva. Ez a gráf egy másik komponensébe tartozik, amit szintén bejárunk. Például a legelső bejárás és a jelenlegi bejárás kezdőcsúcsai között behúzott él csökkenti a komponensek számát, így ezeket feljegyezzük. Ezt végezzük addig, amíg már minden csúcsot bejártunk. A feljegyzett élek egy minimális példát adnak meg, így a megoldást előállítottuk.

Helyesség indoklása

A második komponenstől komponensenként egy él került feljegyzésre, így k komponens esetén $k - 1$ él. Ezen élek biztosan elegendőek, hiszen mindegyik berajzolása eggyel csökkentené a gráf komponenseinek számát, $k - (k - 1) = 1$ komponensű, tehát összefüggő gráfot eredményezve. Másrészt, ennél kevesebb él nem lehet elegendő, mivel bármely berajzolt él legfeljebb eggyel csökkentheti a komponensek számát, és a megadott példa minden esetben ezt maximálisan teljesíti, így ez valóban minimális.

Komplexitás

A mélységi bejárás műveletigényével egyező, $O(n + m)$, ahol n a csúcsok, m az élek száma.

Implementáció

<https://pastebin.com/cW5D5mGt>

A lap eredeti címe: „https://algowiki.miraheze.org/w/index.php?title=Összefüggő_hálózat&oldid=1170”