

Társaság

Innen: Algowiki

Tartalomjegyzék

- 1 Feladat
 - 1.1 Az eredeti feladat
- 2 Megoldási ötletek
 - 2.1 Hibás megoldási ötletek és ellenpéldák
 - 2.2 Helyes, de lassú megoldások
- 3 Segítségek
- 4 Megoldás
 - 4.1 Fontos gondolatok
 - 4.2 Részletes megoldás
- 5 Komplexitás
- 6 Implementáció

Feladat

Van egy N tagú társaság ($1 \leq N \leq 10\,000$). Minden tagnak pontosan 1 közvetlen felettese van (*kivéve a vezetőnek, neki nincs*), továbbá minden tagnak van egy üzenetküldési ideje a felettesük felé ($1 \leq T_i \leq 10^9$). A tagok üzeneteket küldenek a felettesük felé, majd azok továbbítják az ő felettesüknek... egészen addig, míg nem jut el olyan személyhez, aki fel tudja dolgozni. Alapértelmezetten csak a vezető tudja feldolgozni, de ki akar jelölni K darab ($1 \leq K \leq N-1$) alkalmazottat úgy, hogy minden üzenet a lehető leggyorsabban feldolgozásra kerüljön.

Cél.: Megadni a maximális üzenetfeldolgozási időt a K feldolgozó legoptimálisabb kiválasztása esetén.

Az eredeti feladat

Az eredeti feladat elérhető a [Mester -> Haladó -> Rekúrzív adatszerkezetek -> 75. Társaság útvonalon.](#)

Megoldási ötletek

Hibás megoldási ötletek és ellenpéldák

Ötlet: Meghatározhatnánk a leghosszabb üzenetfeldolgozási időt és annak útvonalát, majd egy feldolgozót helyeznénk ki az útvonal közepére, ezzel csökkentve a maximális feldolgozási időt. Majd ezt ismételnénk további $K-1$ szer.

Hiba: Próbáljuk ezt alkalmazni a mellékelt ábrán. Először kijelölnénk az 7-es alkalmazottat, mivel ő van a maximális feldolgozási út közepén. Ekkor két darab 3 hosszúságú feldolgozási idő marad, ezekből nyilván csak egyiket tudjuk már csökkenteni, így a végső maximális feldolgozási idő 3 lesz. Holott a 6-es és 9-es alkalmazottak kiválasztásával a maximális feldolgozási idő csak 2 lenne.

Helyes, de lassú megoldások

Legegyszerűbb megoldás az, ha minden lehetséges K alkalmazott kiválasztását kipróbáljuk. Ez viszont $O(n!)$ műveletigényű, ami bőven lassú nekünk.

Segítségek

1. segítség: Ha megadnának egy K -t és egy maximális üzenetfeldolgozási időt, akkor meg tudnánk mondani viszonylag gyorsan, hogy lehetséges-e?
2. segítség: Meg tudjuk-e mondani adott maximális üzenetfeldolgozási időhöz minimum hány feldolgozót kell kijelölnünk?

Megoldás

Fontos gondolatok

Ábrázoljuk a Társaságot egy gráfként. Készítsünk egy algoritmust, ami adott maximális üzenetfeldolgozási idő esetén megmondja a minimálisan kijelölendő alkalmazottak számát. **Bineáris keresés** segítségével keressük meg mi az a minimális max feldolgozási idő, amihez elég K feldolgozó.

Részletes megoldás

Először is hogyan tudjuk megmondani, hogy adott max feldolgozási idő esetén mennyi kijelölt alkalmazott szükséges legalább? Szélességi bejárás segítségével végighaladunk a gráfon, közben számoljuk, hogy minden egyes csúcsból mennyi a feldolgozási idő. Ha ez valahol a max feldolgozási idő felé megy, akkor azt a csúcsot kijelöljük feldolgozónak, és ott a feldolgozási időt 0-ra állítjuk, továbbá növelünk egy számlálót (amivel a kijelöltek számát tartjuk nyilván). A bejárás végén ebben a számlálóban lesz a szükséges feldolgozók minimális száma.

Ezután bineáris keresést indítunk 0 és a valami felső határ (mondjuk az alap maximális feldolgozási idő) között, és az előző algoritmus segítségével megkeressük milyen legkisebb max feldolgozási időre elég K kijelölt.

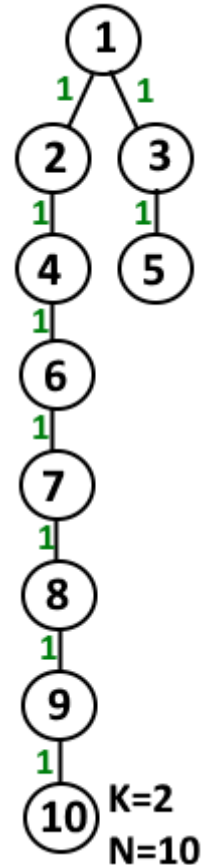
Komplexitás

A szélességi bejárás $O(N+E)$ műveletigényű (E az élek száma). Viszont ez egy fa gráf, ezért $E=N-1$, tehát a szélességi bejárás műveletigénye $O(N)$ esetben. A bineáris keresés műveletigénye ezen felül $O(\log N)$, tehát az összesített műveletigény $O(N \log N)$. A tárhelyigény lineáris ($O(N)$).

Implementáció

Egy C++ implementáció meglekinthető itt (<https://pastebin.com/xhNntr8c>).

A lap eredeti címe: „<https://algowiki.miraheze.org/w/index.php?title=Társaság&oldid=1358>”



Ellenpélda