

NT1 Parti

Innen: Algowiki

Tartalomjegyzék

- 1 Feladat
 - 1.1 Az eredeti feladat
- 2 Megoldási ötletek
 - 2.1 Helyes, de lassú megoldás
- 3 Megoldás
 - 3.1 Fontos gondolatok
 - 3.2 Részletes megoldás
- 4 Komplexitás
- 5 Implementáció

Feladat

Egy N -tagú ($1 \leq N \leq 100\,000$) társaság partit szervez. Mindegyik tagnak meg kell hívnia 2 db magától különböző tagot. Továbbá ki van kötve, hogy olyan tagok vehetnek részt a partin, akiket legalább 2-en meghívtak. Aki nem vehet részt a partin, annak egyik meghívása sem érvényes.

Az eredeti feladat

Nemes Tihamér 2019/20 döntőjén ez volt az egyik feladat.

Megoldási ötletek

Helyes, de lassú megoldás

Tartsuk számon a társaság minden tagjáról, hogy kiket hívott meg (2 személy), és hogy hányan hívták őt meg.

A társaság tagjain való végiggörgetés során kivesszük azokat a tagokat, akiket kevesebb, mint 2-szer hívtak meg, és az általuk meghívott tagok meghívásszámait csökkentjük eggyel. Ezt addig csináljuk, ameddig nem marad olyan tag, akit 2-nél kevesebben hívtak meg.

Mivel 2 ciklus van a megoldásban és mindkettő N -től függ, ezért $O(N^2)$ a költség. Legjobb esetben egyszer szükséges végigmenni a tagokon, legrosszabb esetben pedig N -szer (ez esetben $(N(N+1))/2$ a lépésszám, mivel mindig minimum eggyel csökken a csúcsok száma).

Megoldás

Fontos gondolatok

Ha gráfként tekintünk a bemeneti adatokra, akkor a csúcsokat a társaság N db tagja reprezentálja, az irányított éleket pedig a meghívások. Minden csúcsból 2 él vezet ki, és akkor kell eltávolítani, ha kevesebb, mint 2 él vezet bele. Eredményként tehát egy olyan gráfot kell kapni, ahol minden csúcsba legalább 2 él mutat.

Egy ilyen gráf "lecsupaszítása" a csúcsainak bizonyos tulajdonságai alapján nagyon hasonlít egy gráf k -degenerált ([https://hu.wikipedia.org/wiki/Degener%C3%A1lt%C3%A1lts%C3%A1g_\(gr%C3%A1felm%C3%A9let\)](https://hu.wikipedia.org/wiki/Degener%C3%A1lt%C3%A1lts%C3%A1g_(gr%C3%A1felm%C3%A9let))) gráfjának megtalálásának módjára. Itt azonban a csúcsok fokszáma helyett a bemenő éleket figyeljük - vagyis azt, hogy az adott tagot hányan hívták meg.

Részletes megoldás

A fent leírt módon számon tartjuk, hogy ki kit hívott meg (szomszédsági lista), illetve hogy hányan hívták meg az adott tagot.

Az megoldás algoritmusá gyakorlatilag egy módosított *mélységi bejárás* (<https://cp-algorithms.com/graph/depth-first-search.html>). Bejárjuk az irányított gráf összes komponensét. Egy bejárás végén eldöntjük, hogy 2-nél kisebb-e a megmaradt meghívásszám. Egy bejárás egy iterációja során:

- meglátogatottként jelöljük az adott csúcsot
- ha 2-nél kisebb a meghívási száma, minden szomszédjának lecsökkentjük eggyel a meghívási számát
- minden még nem meglátogatott szomszédjára elindítunk egy mélységi bejárást, majd ha az igazzal tér vissza (tehát a megmaradt meghívásszáma kisebb 2-nél), a jelenlegi csúcs meghívásszámát csökkentjük 1-gyel

Ameddig még van nem bejárt komponens, azokat bejárjuk. Végül pedig megkeressük az 1-nél nagyobb meghívásszámú csúcsokat.

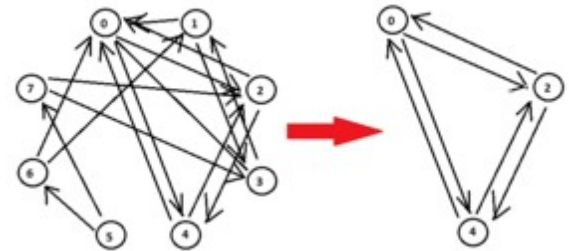
Komplexitás

A 2-magos gráf megoldással a feladat megoldható $O(V+E)$ időben, ahol V a csúcsok száma (N db tag), E pedig az élek száma ($2N$ db meghívás), tehát lineáris időben megoldható ($O(N)$).

Implementáció

<https://pastebin.com/qc1S6aG6>

A lap eredeti címe: „https://algowiki.miraheze.org/w/index.php?title=NT1_Part&oldid=1211”



2-mag irányított gráfra, fokszám helyett bemenő élek.