

Tükörszó betűk beszúrásával

Innen: Algowiki

Tartalomjegyzék

- 1 Feladat
 - 1.1 Az eredeti feladat
- 2 Megoldás
 - 2.1 Fontos gondolatok
 - 2.2 Részletes megoldás
 - 2.3 Helyesség indoklása
- 3 Komplexitás
- 4 Implementáció

Feladat

Egy legfeljebb 2000 karakterből álló szóba legalább hány betűt kell beszúrni, hogy tükörszó legyen (egy tetszőleges példa megadandó).

Az eredeti feladat

Mester (<https://mester.inf.elte.hu>) / Haladó / Dinamikus programozás / 93. Tükörszó betűk beszúrásával

Megoldás

Fontos gondolatok

A részsstringekre visszavezethető a feladat.

Részletes megoldás

Létrehozunk egy táblázatot, melynek (i, j) pozíciójában a feladatnak az eredeti szó i . karakterével kezdődő és j -kel végződő részére vonatkozó megoldását tároljuk. Ez a főátlókban nyilvánvalóan 0 értékeket jelent (1 hosszú szó mindig tükörszó), alatta pedig értelmetlen.

A főátló feletti értékek a következőképp számolhatók:

- Ha a részsstring első és utolsó karaktere megegyezik (az eredeti szóban i . ill. j .), akkor ezek nem befolyásolják a megoldást, elhagyásukkal nem változik az eredmény, így ez az érték megegyezik az $i + 1$ -től $j - 1$ -ig tartó szóéval. (ld. 1. ábra)

	e	l	e	m	e
e	0	1	0	1	2
l		0	1	2	1
e			0	1	0
m				0	1
e					0

1. Ábra: Azonos az első és utolsó karakter (e), így a középső részsstring értéke kerül ide is, nincs szükség új beszúrásra.

- Ha különböznek, akkor a szó valamelyik végén lévő karaktert be kell majd szűrni a túloldalra, ami azt jelenti, hogy a feladat szempontjából ezután érdektelen lesz. Az egyik szélső karakter elhagyásával keletkezett szavakra kiszámolt értékek az $(i + 1, j)$ -ben illetve az $(i, j - 1)$ -ben található, ezek közül a kisebb a számunkra kedvezőbb, melynek értékéhez még hozzá kell adni egyet a beszűrt extra karakter miatt. (ld. 2. ábra)

A feladatra a megoldást a jobb felső sarokban lévő érték adja meg. (A táblázat kitöltése elvégezhető átlónként vagy soronként letről felfelé ill. balról jobbra.)

A beszúrások megtalálása hasonlóan, de visszafelé történik (ld. 3. ábra):

- Azonos első és utolsó karakterek esetén nincsen,
- Balra haladva a részsstring elejére kell beszűrni az utolsó karakterét,
- Lefelé haladva pedig a végére az elsőt.

Mindez az átló eléréséig tart.

	e	l	e	m	e
e	0	1	0	1	2
l		0	1	2	1
e			0	1	0
m				0	1
e					0

3. Ábra: A beszúrások meghatározásának folyamata.

	e	l	e	m	e
e	0	1	0	1	2
l		0	1	2	1
e			0	1	0
m				0	1
e					0

2. Ábra: Különböző az első és utolsó karakter ($e \neq m$), így ezek közül az egyik elhagyásával kapott részsstringek értékeinek minimumánál ($0 < 2$) eggyel nagyobb szám ($0+1=1$) kerül ide.

Helyesség indoklása

Mivel a tükörszavak szélső karaktereik elhagyása után is tükörszavak maradnak, a belső részre kiszámolt optimális megoldás a teljesre is optimális lesz. (Ez igaz akkor is, ha az egyik szélső karakter utólag beszűrt.)

Komplexitás

A táblázat tárigénye $O(n^2)$, ennek feltöltése is ennyi lépést igényel, így a lépésszáma is ez a nagyságrend igaz. (A beszúrások meghatározása csak $O(n)$.)

Implementáció

<https://pastebin.com/P5FVau4Q>

A lap eredeti címe: „https://algowiki.miraheze.org/w/index.php?title=Tükörszó_betűk_beszúrásával&oldid=1375”