

数字图像处理

1 概述

1.1 数字图像与数字图像处理

1. 图与像

1. 图：是物体反射或者透射电磁波的分布。
2. 像：是人的视觉系统对接收的图信息在大脑中形成的印象。

2. 图像处理的方法：

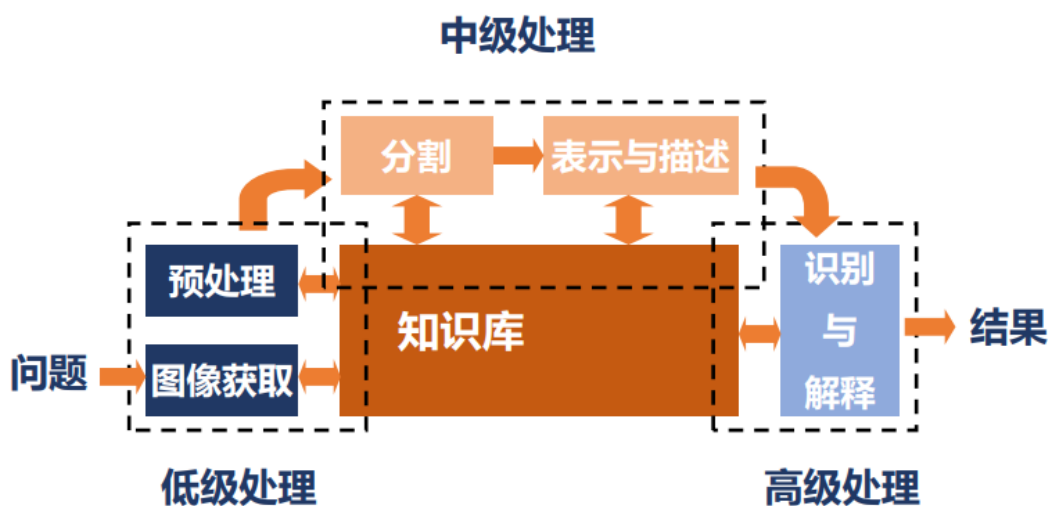
1. **模拟图像处理**：也称光学图像处理，它是利用光学透镜或光学照相方法对模拟图像进行的处理，其实时性强、速度快、处理信息量大、分辨率高，但是处理精度差，难有判断功能。
2. **数字图像处理**：就是利用计算机技术或其他数字技术，对图像信息进行某些数学运算和各种加工处理，以改善图像的视觉效果和提高图像实用性的技术。
3. **光电结合处理**：用光学方法完成运算量巨大的处理（如频谱变换等），而用计算机对光学处理结果(如频谱)进行分析判断等处理。该方法是前两种方法的有机给音，它集结了二者的优点。

3. 图像处理的基本特征：系统的输入和输出都是图像。

4. 图像分析：通过对图像中不同对象进行分割来对图像中目标进行分类和识别的技术。

5. 图像分析的基本特征：输入是图像，输出是对输入图像进行描述的信息。

6. 图像处理与图像分析的关系



1.2 数字图像的质量

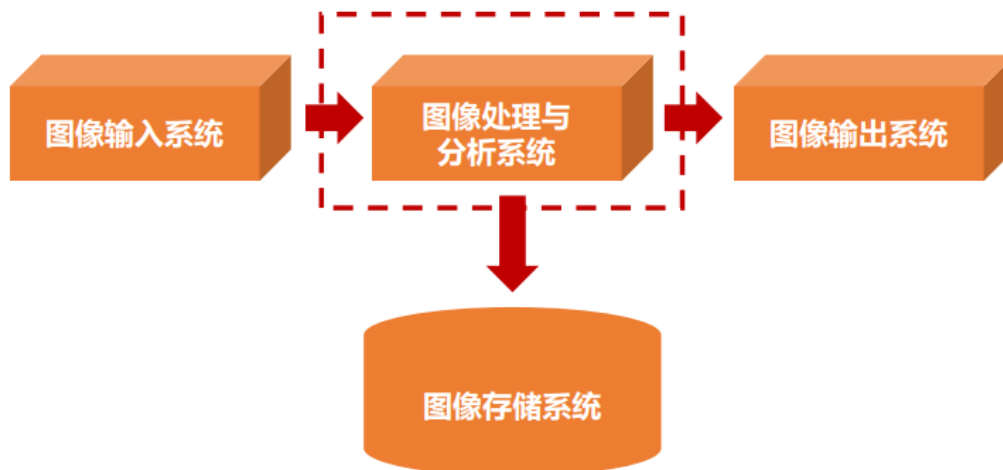
1. 灰度级：表示图像明暗程度的整数量，如 0 到 255。
2. 层次：表示图像实际拥有的灰度级的数量。
3. 对比度：指一幅图像中灰度反差的大小，对比度 = 最大亮度 / 最小亮度。
4. 清晰度：与亮度、对比度、尺寸大小、颜色饱和度有关。
5. 图像质量优劣的客观指标， L 是灰度级范围。

1. 均方误差 (MSE) : $MSE = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (f_{ij} - f'_{ij})$

2. 峰值信噪比 (PSNR) : $PSNR = 10 \log_{10} \frac{L^2}{MSE}$

1.3 数字图像处理系统组成及其研究内容

1. 基本图像处理系统的结构



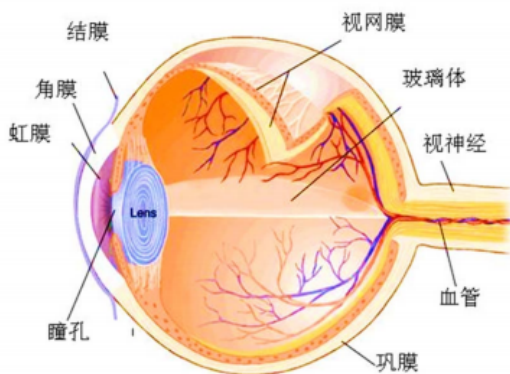
2. 图像处理技术研究的内容

- **图像变换**：是简化图像处理过程和提高图像处理效果的基本技术，最典型的图像变换主要有傅里叶变换、离散余弦变换和小波变换等。
- **图像增强**：是或简单地突出图像中感兴趣的特征，或想方显现图像中那些模糊了的细节，以使图像更清晰地被显示或更适合于人或机器的处理与分析的一种技术。
- **图像恢复**：是一种从图像退化的数学或概率模型出发，研究改进图像外观，从而使恢复以后的图像尽可能地反映原始图像的本来面目的一种技术，其目的是获得与景物真实面貌相像的图像。
- **图像压缩编码**：是在不损失图像质量或少损失图像质量的前提下，尽可能地减少图像的存储量，以满足图像存储和实时传输应用需求的一种技术。
- **彩色图像处理**：颜色是一个强有力的描绘子，它常常可简化目标物的识别和提取。人可以辨别几千种不同的颜色，但只能区分出几十种灰度级，这使得颜色在人工图像分析中显得特别重要。
- **图像的三维重建**：由物体截面投影来重建截面图像的一种图像处理技术。最典型的应用是医学上的计算机断层摄影技术(CT)。它用于人体头部、腹部等内部器官的无损伤诊断，其基本方法就是根据人体截面投影，经过计算机处理来重建截面图像。
- **图像分割**：是图像处理技术中最为困难的任务之一，其基本思路是把一幅图像划分成背景和目标，从而提取感兴趣的目标来。
- **图像的表达和描述**：基本思路是通过对图像中感兴趣的特征的定性和定量描述，从而赋予识别出的目标以符号标识和解释。

2 数字图像处理的基础

2.1 人眼的视觉特性

1. 视觉系统基本构造



眼球结构

平均直径：20mm

虹膜：2mm~8mm控制入光量

视网膜：图像视觉

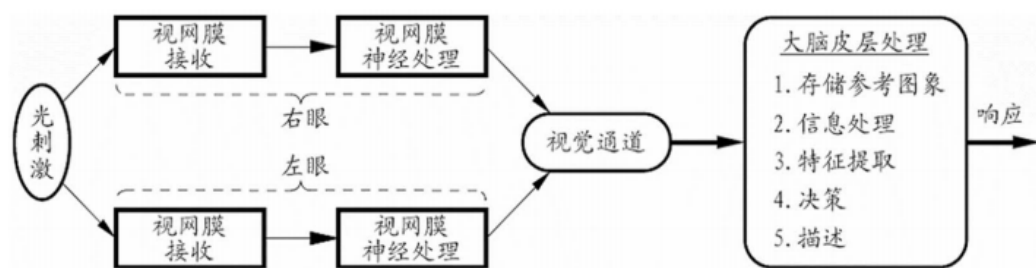
视锥体：颜色和细节识别

600万~700万

视杆体：亮度敏感，分辨物体的明暗

7500万~15000万

2. 整体视觉过程



视觉过程流程图

3. 图像对比度：背景亮度不同，人眼所感受的主观亮度值也不一样，亮背景下显得暗、暗背景下显得亮，这种效应就叫同时对比度。

4. 图像优劣的客观指标

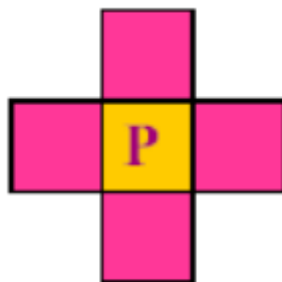
1. 均方误差 (MSE)

$$MSE = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (f_{ij} - f''_{ij})$$

2.2 像素间的关系

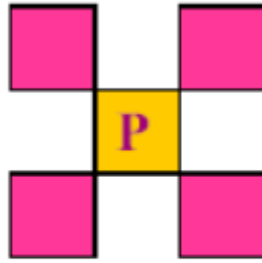
1. 像素的邻域

- 4-邻域



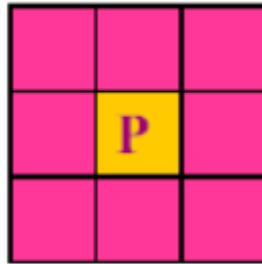
$$N_4(p)$$

- 4-对角邻域



$$N_D(p)$$

- 8-邻域



$$N_8(p)$$

2. 判断两个像素是否连接

1. 是否邻接
2. 灰度值是否满足某个特定的相似准则

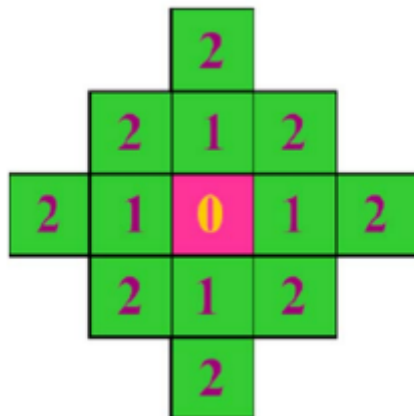
3. 像素的三种连接：假设 V 为灰度值集合，

- 4-连接：2 个像素 p 和 r 在 V 中取值，且 r 在 $N_4(p)$ 中
- 8-连接：2 个像素 p 和 r 在 V 中取值，且 r 在 $N_8(p)$ 中
- m-连接：2 个像素 p 和 r 在 V 中取值，且满足下列条件之一：
 - r 在 $N_4(p)$ 中
 - r 在 $N_D(p)$ 中，且集合 $N_4(p) \cap N_4(r)$ 是空集（交集无点属于 V ）

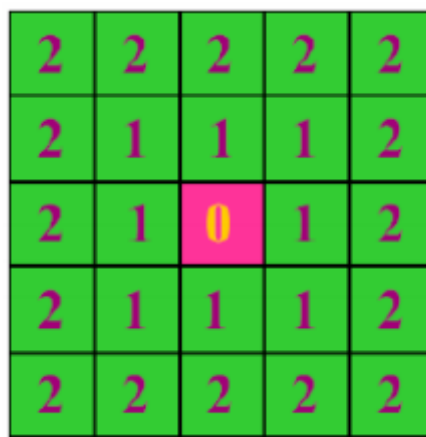
4. 当像素间同时存在4-连接和8-连接时，优先采用4-连接。

5. 距离度量：点 $p(x, y)$ 与点 $q = (s, t)$

1. 欧氏距离： $D_e(p, q) = [(x - s)^2 + (y - t)^2]^{\frac{1}{2}}$
2. D_4 距离（城市距离）： $D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|$



3. D_8 距离 (棋盘距离) : $D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|)$



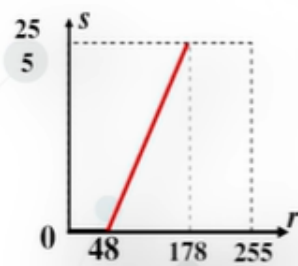
2.3 图像文件类型

1. 位图：是通过许多像素点表示一幅图像，每个像素具有颜色属性和位置属性。
2. 位图的类型
 1. **二值图像**：二值图像只有黑白两种颜色，一个像素仅占1，0 表示黑，1表示白，或相反。
 2. **亮度图像**：在亮度图像中，像素灰度级用 8 位表示，所以每个像素都是介于黑色和白色之间的 256 种灰度中的一种。
 3. **索引图像**：颜色是预先定义，索引颜色的图像最多只能显示256种颜色。由数值矩阵和色彩映射矩阵组成。
 4. **RGB图像**：一幅RGB图像就是彩色像素有一个 $M \times N \times 3$ 数组, 其中每一个彩色像素点都是在特定空间位置的彩色图像对应的红，绿，蓝三个分量。

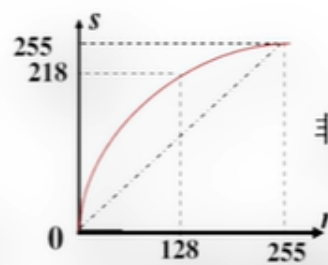
2.4 基本运算

1. 图像的数学变换
 1. 空间域：图像的代数运算和集合运算，都是利用对输入图像进行加工而得到输出图像
 2. 转换空间：如傅里叶变换等，将原定义在图像空间的图像以某种形式转换到另一个空间，并利用输入图像在这些空间的特性性质有效而快速地对这些图像进行分析和处理。
2. 图像的像素级运算：对一幅图像中的每个像素点的灰度值进行运算。
 1. 点运算：

若令 $f(x,y)$ 和 $g(x,y)$ 在任意点 (x,y) 的灰度级分别为 r 和 s ，则灰度变换函数中简化表示为： $S = T[r]$



3.1 对比度增大



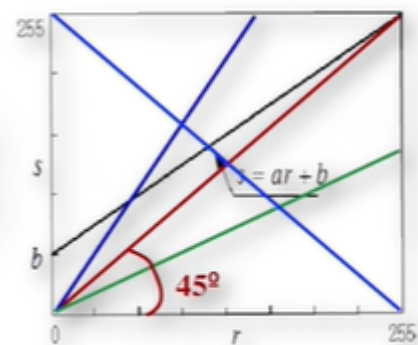
3.2 加亮、减暗图像

非线性灰度变换

■ 线性点运算

$$S(x, y) = a \times r(x, y) + b$$

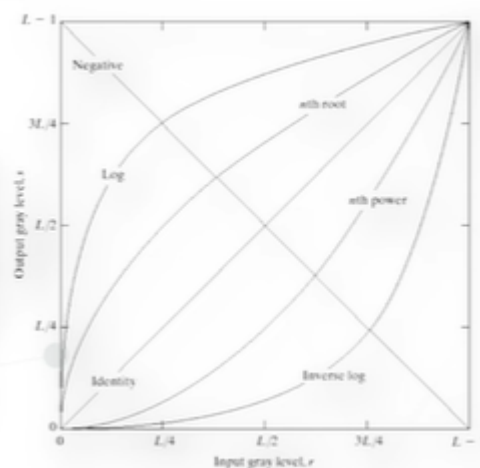
- $a=1, b=0$: 恒等
- $a<0$: 黑白反转
- $|a|>1$: 增加对比度
- $|a|<1$: 减小对比度
- $b>0$: 增加亮度
- $b<0$: 减小亮度



■ 非线性点运算

非线性点运算的输出和输入灰度级呈非线性关系，常见的非线性灰度变换为对数变换（对数和反对数）和幂律变换（ n 次幂和 n 次根）

FIGURE 3.3 Some basic gray-level transformation functions used for image enhancement.



2. 代数运算:

1. 加法: 去除“叠加性”噪音、生成图像叠加效果
2. 减法: 去除不需要的叠加性背景、检测统一场景两幅图像之间的变化
3. 乘法: 图像的局部显示、用二值蒙板图像与原图像做乘法

3. 逻辑运算:

1. 求反: 获得一个图像的负像、获得一个图像的补图像
2. 异或: 获得相交子图像
3. 与: 两个图像的相交子图
4. 或: 合并子图像

3. 图像的空域变换：

1. 几何变换：改变图像中物体对象（像素）之间的空间关系，如平移、旋转、镜像、放缩、拉伸等变换。
2. 非几何变换、直方图变换

3 图像变换

3.1 线性系统的基本理论与运算

1. 线性系统与非线性系统

设系统的特性可表示成对图像进行 T 运算，并令 $f_1(x, y)$ 、 $f_2(x, y)$ 与 $T[f_1(x, y)]$ 、 $T[f_2(x, y)]$ 分别代表两对不同的输入和输出图像

- 叠加性：系统满足 $T[f_1(x, y)] + T[f_2(x, y)] = T[f_1(x, y) + f_2(x, y)]$
- 齐次性：系统满足 $T[kf_1(x, y)] = kT[f_1(x, y)]$, k 是与输入输出无关的常数
- 同时满足叠加性和齐次性的系统成为线性系统。

2. 移不变系统

当系统的单位脉冲输入为 $\delta(x - \alpha, y - \beta)$ ，即输入的单位脉冲函数延迟了 α 、 β 单位时，输出为 $h(x - \alpha, y - \beta)$ ，即输出结果性态不变，仅在位置上延迟了 α 、 β 单位，这样的系统称为移不变系统。对于移不变系统来说，系统的输出仅与输入函数的性态有关，而与输入函数作用的起点无关。

3. 线性移不变系统：既是线性系统，又是移不变系统。

对于一个二维线性移不变系统 $h(x, y)$ ，设其输入为 $f(x, y)$ ，输出为 $g(x, y)$ ，线性移不变系统的运算为 T ，则有 $g(x, y) = T[f(x, y)] = f(x, y) * h(x, y)$ 。即线性移不变系统的输出等于系统的输入与系统脉冲响应的卷积。

3.2 离散傅里叶变换

1. 一维离散傅里叶变换

设 $f(x)$ 是在时域上等距离采样得到的 N 点离散序列， x 是离散实变量， u 为离散频率变量，则离散傅里叶变换对定义为：

$$\begin{aligned} \circ F(u) &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \exp[-\frac{j2\pi xu}{N}], \quad u = 0, 1, \dots, N-1 \\ \circ f(x) &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{u=0}^{N-1} F(u) \exp[\frac{j2\pi ux}{N}], \quad x = 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned}$$

其中， $F(u)$ 为正变换， $f(x) = f^{-1}[F(u)]$ 为反变换。[辅助理解视频](#)

2. 二维离散傅里叶变换

设 $f(x, y)$ 是在空间域上等间隔采样得到的 $M \times N$ 的二维离散信号， x 和 y 是离散实变量， u 和 v 为离散频率变量，则二维离散傅里叶变换对一般定义为：

$$\begin{aligned} \circ F(u, v) &= \sqrt{\frac{1}{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp[-j2\pi(\frac{xu}{M} + \frac{yv}{N})] \\ \circ f(x, y) &= \sqrt{\frac{1}{MN}} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) \exp[j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})] \end{aligned}$$

3. 使用傅里叶变换简化计算、简化处理和分析、处理特定应用需求。

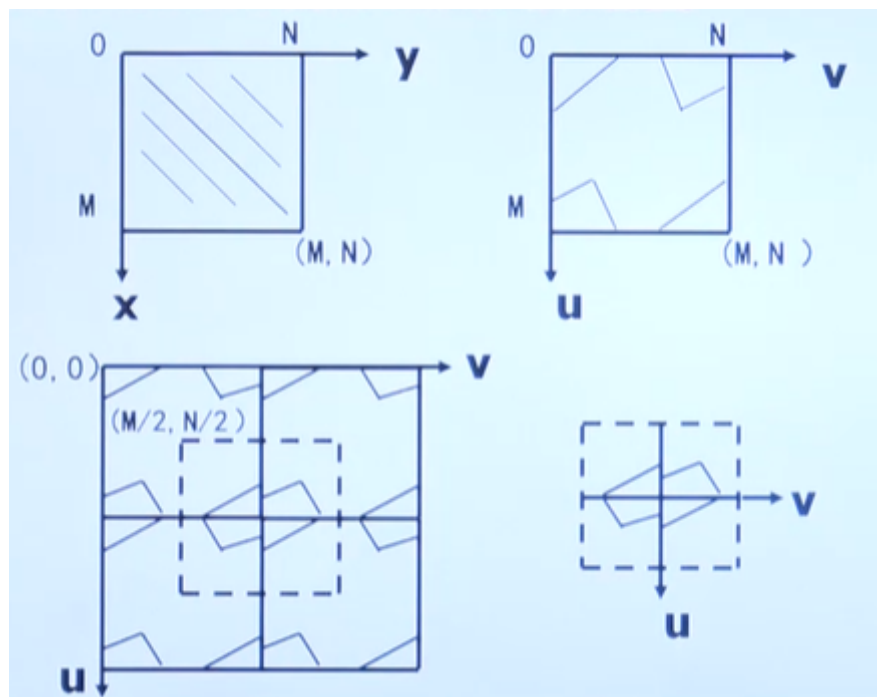
3.3 图像傅里叶变换频谱分析

1. 图像傅里叶频谱关于 $(M/2, N/2)$ 的对称性

由周期性和共轭对称性可得 $|F(u, v)| = |F(M - u, N - v)|$ 。

2. 图像傅里叶频谱特性及其频谱图

由于频谱的能量集中在四个角，对频谱做延拓处理。



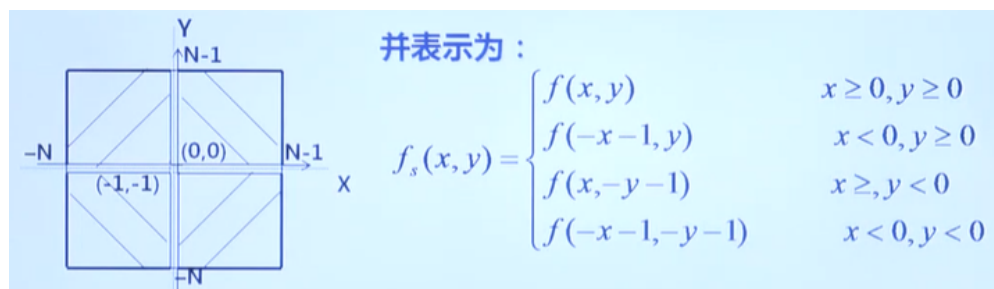
3. 傅里叶变换在图像处理中的应用的思路

1. 先用 $(-1)^{(x+y)}$ 乘以图像得到 $(-1)^{(x+y)} f(x, y)$
 2. 对齐进行傅里叶正变换得到原点在 $(M/2, N/2)$ 处的 $F(u, v)$
 3. 根据图像的频率特性，利用有关的低通滤波器，或高通滤波器等，对齐进行滤波处理
 4. 再将处理的结果进行傅里叶反变换
 5. 最后给反变换的结果再乘以 $(-1)^{(x+y)}$ 得到最终结果
4. 典型应用：去除图像噪声、图像数据压缩、图像识别、图像重构和图像描述等。

3.4 图像余弦变换

1. 基本思想：

1. 把一个 $N \times N$ 的图像数据矩阵延拓成二维平面上的偶对称阵列，延拓方式有两种：
 1. 绕图像边缘（不重叠）将其折叠成对称形式而得到的变换成为偶离散余弦变换。



2. 通过折叠图像第 1 列像素和第 $N - 1$ 行像素将其折叠成对称形式而得到的变换称为奇离散余弦变换。

2. 对上述新图像 $f_s(x, y)$ 取二维傅里叶变换

$$F_s(u, v) = \frac{2}{N} \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \cdot \cos\left[\frac{\pi(2x+1)u}{2N}\right] \cdot \cos\left[\frac{\pi(2y+1)v}{2N}\right]$$

4 图像增强

4.1 概述

1. 图像增强的目的

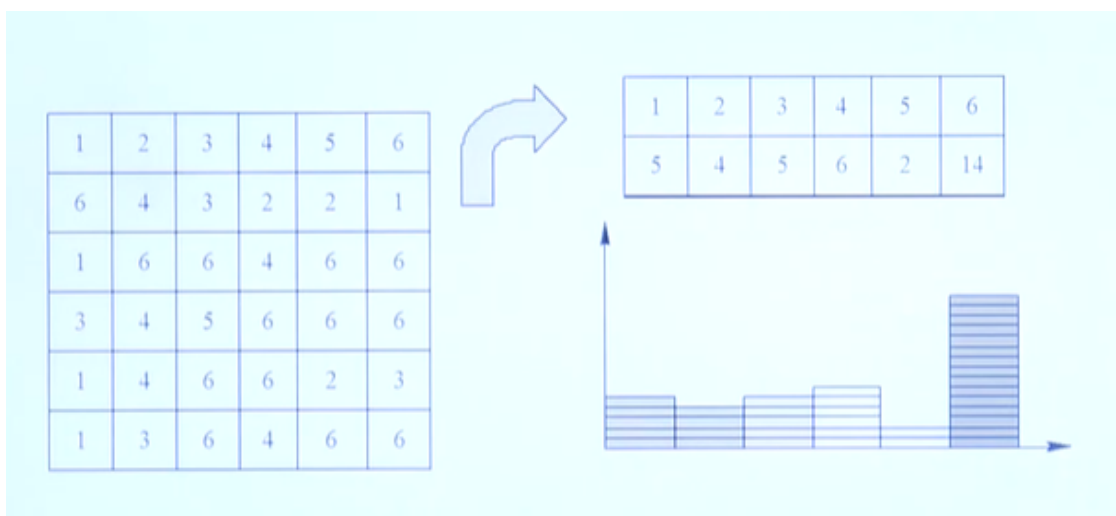
- 改善图像的视觉效果，或者使图像更适合于人或机器进行分析处理
- 通过图像增强，可以减少图像中的噪声，提高目标与背景的对比度
- 强调或抑制图像中的某些细节

2. 图像增强方法的分类

1. 空间域方法：在图像二维平面上，直接对像素值进行处理
2. 频率域方法：对图像作傅里叶变换，在变换域处理，再做逆变换得到增强图像
3. 其他方法：小波变换、Retinex

4.2 基于直方图处理的图像增强

1. 灰度图像的直方图：图像的一种统计表达，反映了该图中不同灰度级出现的统计概率。



2. 基本思想：

1. 把原始图像的直方图变换为均匀分布的形式，从而增加图像灰度的动态范围，达到增强图像对比度的效果。
2. 经过均衡化处理的图像，其灰度级出现的概率相同，此时图像的熵最大，图像所包含的信息量最大。

3. 直方图均衡化

假设原始图像灰度级 r 归一化在 $0 \sim 1$ 之间， $p_r(r)$ 为原始图像灰度分布的概率密度函数，直方图均衡化其实就是寻找一个灰度变换函数 T 使得变换后的灰度值满足 $s = T(r)$ ， s 归一化在 $0 \sim 1$ 之间没要求处理后图像灰度分布的概率密度函数 $p_s(s) = 1$ ，在 $[0, 1]$ 上的均衡分布。

(1) 统计原始图像的直方图：

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

其中 r_k 是归一化的输入图像灰度级。

(2) 计算直方图累积直方图

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n}$$

(3) 用累积直方图作变换函数进行图像灰度变换：

与归一化灰度等级 r_k 比较，寻找最接近的一个作为原灰度级 k 变换后的新灰度级 s_k 。

4.3 空间滤波增强

1. 空间滤波增强采用模板处理方法对图像进行滤波，去除图像噪声或增强图像的细节。
2. 空间域平滑滤波器：为了抑制噪声改善图像质量所进行的处理称图像平滑或去噪。
 - 局部平滑法
 - 超限像素平滑法
 - 空间低通滤波法
3. 局部平滑法：相邻像素间存在很高的空间相关性，而噪声则是统计独立的，因此，可用邻域内各像素的灰度平均值代替该像素原来的灰度值，实现图像的平滑。
4. 超限像素平滑法：将 $f(x, y)$ 与邻域平均 $g(x, y)$ 的差的绝对值与选定的阈值进行比较，根据比较结果决定点 (x, y) 的最后灰度 $g'(x, y)$ 。随着邻域增大，去噪能力增强，但模糊程度也大。
5. 空间低通滤波法：

邻域平均法可看做一个掩模作用于图像 $f(x, y)$ 的低通空间滤波，掩模就是一个滤波器，它的响应为 $h(i, j)$ ，于是滤波输出的数字图像 $g(x, y)$ 用离散卷积表示为：

$$g(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M f(x+i, y+j) h(i, j)$$

$$H_1 = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad H_2 = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad H_3 = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$H_5 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix} \quad H_4 = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

6. 空间域锐化滤波器
 1. 图像锐化就是增强图像的边缘或轮廓
 2. 图像平滑通过积分过程使得图像边缘模糊
 3. 图像锐化则通过微分使图像边缘突出、清晰
7. 梯度锐化法

$$1. \text{ 梯度定义为 } grad(x, y) = \begin{bmatrix} f'_x \\ f'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \end{bmatrix}$$

2. 对于离散图像处理而言，一阶偏导数采用一阶差分近似表示

$$f'_x = f(x+1, y) - f(x, y)$$

$$f'_y = f(x, y+1) - f(x, y)$$

3. 简化梯度的计算

$$|grad(x, y)| = \max(|f'_x|, |f'_y|)$$

$$|grad(x, y)| = |f'_x| + |f'_y|$$

4. 其他梯度计算方法

其他梯度计算方法--常用1阶边缘检测算子

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(a) Roberts

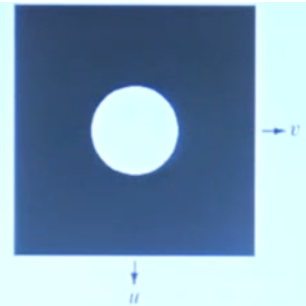
(b) Prewitt

(c) Sobel

4.4 频率域平滑滤波器

1. 理想的低通滤波器

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$



$$D(u, v) = [(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2]^{1/2}$$

其中，截止频率为 D_0 ，理想是指：

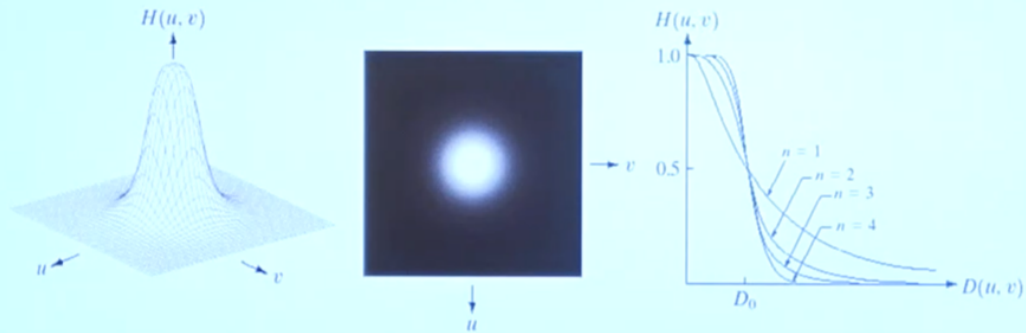
- 小于 D_0 的频率可以完全不受影响地通过滤波器
- 大于 D_0 的频率则完全通不过

会产生振铃现象，图像变得模糊。

2. 巴特沃斯低通滤波器

巴特沃斯低通滤波器(Butterworth Lowpass Filters-BLPF)

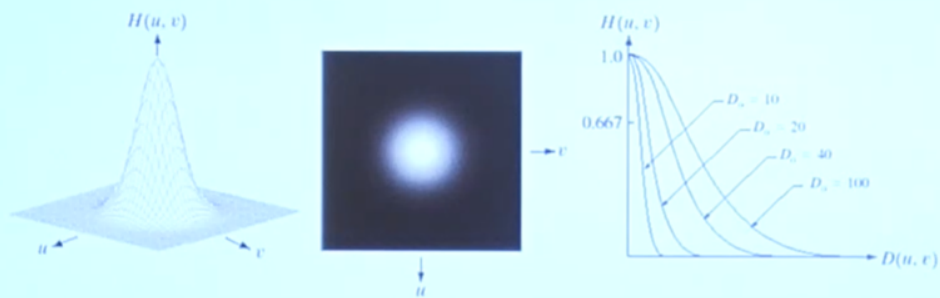
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[\frac{D(u, v)}{D_0} \right]^{2n}}$$



3. 高斯低通滤波器

Gaussian低通滤波器 (GLPF) 的传递函数为：

$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/2D_0^2}$$



a b c

(a) GLPF传递函数透视图 (b) 以图像显示的滤波器
(c) 各种 D_0 值的滤波器横截面

4.5 频率域锐化滤波器

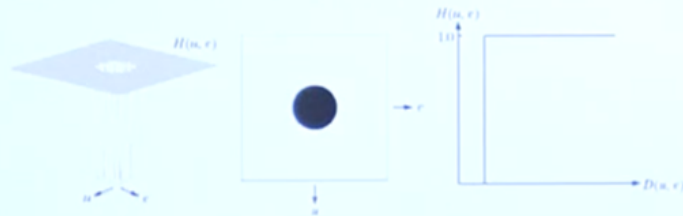
1. 高通滤波器的传递函数: $H_{hp}(u, v) = 1 - H_{lp}(u, v)$
2. 理想高通滤波器

理想高通滤波器

(Ideal Highpass Filters-IHPF)

$$H(u, v) = \begin{cases} 0, & \text{if } D(u, v) \leq D_0 \\ 1, & \text{if } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

其中 D_0 是指定得非负数值, $D(u, v) = [(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2]^{1/2}$



这个滤波器与理想低通滤波器是相对的

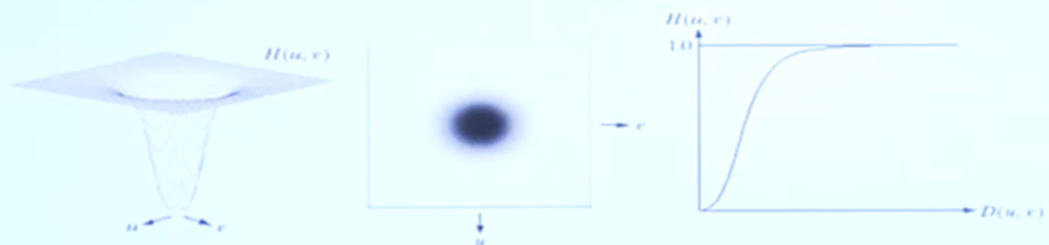
- 将以 D_0 为半径的圆周内的所有频率置零
- 毫不衰减地通过圆周外的任何频率

3. 巴特沃斯高通滤波器

巴特沃斯高通滤波器-n阶

(Butterworth Highpass Filters-BHPF)

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0 / D(u, v)]^{2n}}$$



其中 D_0 是指定得非负数值, $D(u, v) = [(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2]^{1/2}$

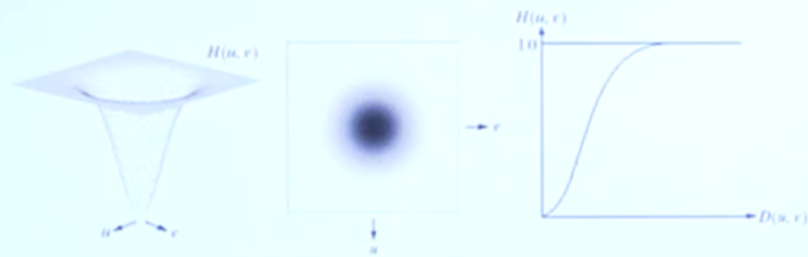
BHPF比IHPF要平滑，边缘失真小。

4. 高斯高通滤波器

高斯高通滤波器

(Gaussian Highpass Filters-GHPF)

$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u, v) / 2D_0^2}$$



其中 D_0 是指定得非负数值, $D(u, v) = [(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2]^{1/2}$

GHPF比IHPF要平滑，边缘失真小。

5. 对比

- 理想高通滤波器有明显振铃现象。
- 巴特沃斯高通滤波器较平滑，边缘失真小，二阶巴特沃斯高通滤波器只有轻微振铃现象。
- 高斯高通滤波器没有振铃现象，完全平滑。