TP 2 - Echantillonnage et l'Interprétation Spectrale

Imagerie sous-pixellique

Tong ZHAO (tong.zhao@eleves.enpc.fr)

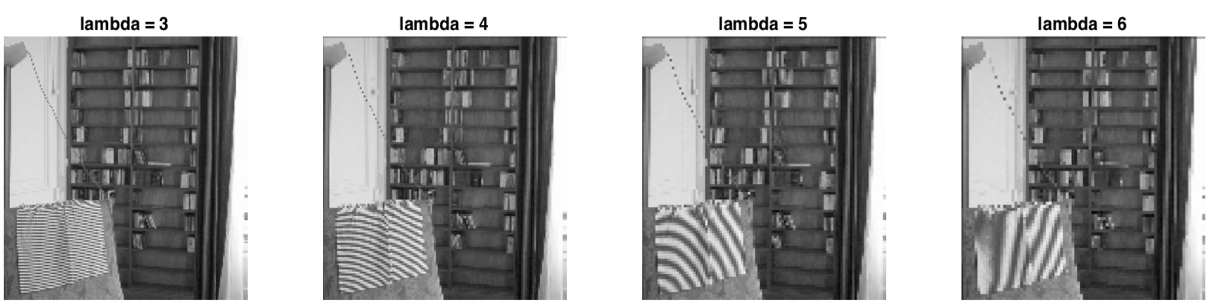
1 Exercice 4

(1) Tout d'abord, on définit la variable λ comme la fréquence d'échantillonnage. L'image de taille 256×256 est échantillonnée et reconstruit en répétant chaque pixel λ fois.

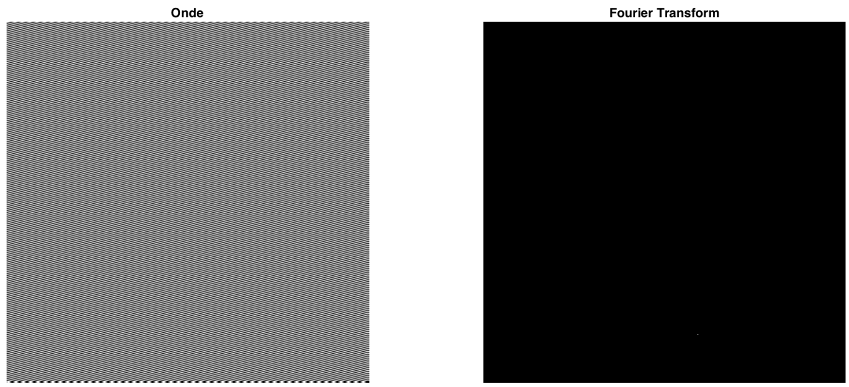
(2) Le phénomène qu'on observe est Repliement de Spectre (Aliasing en anglais). Il a 3 manifestations visuelles.

- Repliment spectral des textures périodiques: il va générer des textures de longues périodes.
- Perte de connexité des structures filaires
- Crénelage des contours

En prenant les λs différents, on voit que le phénomène devient de plus en plus grave.



(3) On génère une onde sinusoïdale pure en utilisant une transformation inverse de Fourier. Le figure s'affiche l'onde et sa transformée de Fourier. On observe une distortion de textures sur l'onde.

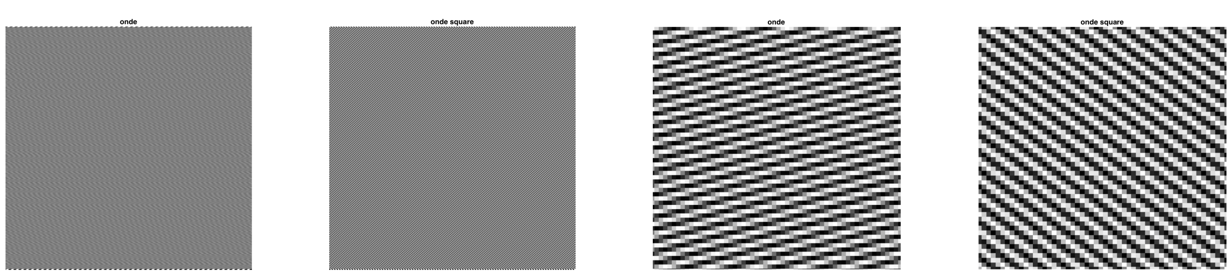


On effectue un sous-échantillonnage de facteur 2 à l'image puis visualise sa transformée de Fourier. En le comparant avec l'image précédante, on voit que le texture est bien restoré après le sous-échantillonnage.

On récupère les coordonnées des pixels de valeur maximum dans les deux images. Dans l'image original, le point se trouve à $(-49, -189)$. Par contre, les points se trouvent à $(-49, 67)$ et $(49, -67)$ dans l'image sous-échantillonnée. 1 de moin dans le coordonnée est causé par le changement des coordonnées de point d'original. A cause du sous-échantillonnage, on crée deux ondes symmetriques autour du point original et leur fréquences baissent.

2 Exercice 5

(1) On crée l'image d'une onde pure et visualise l'image obtenue en prenant en chaque pixel le carré son intensité. On constate que le texture change après la transformation à cause de la haute fréquence $(2f)$.

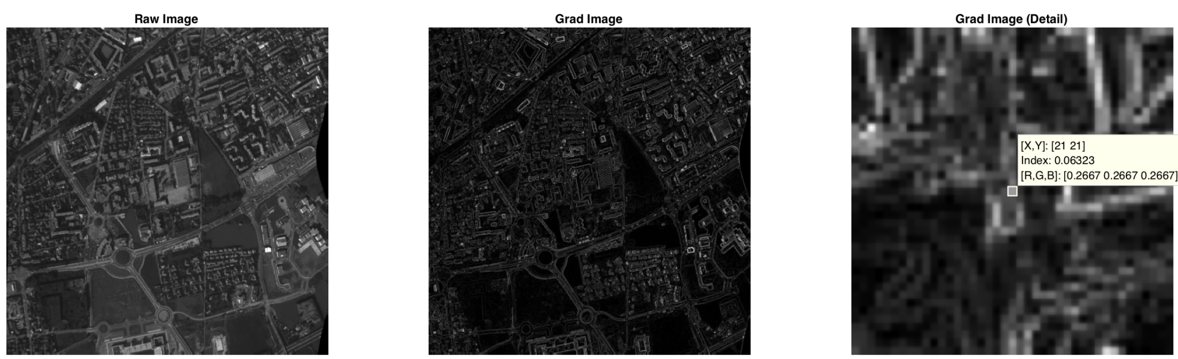


(2) On fait un zoom par zero-padding dans le domaine fréquentiel et visualise le résultat. On voit bien que le texture reste le même comme celui d'original. La raison est qu'on sur-échantillonne l'onde au carré donc sa fréquence devient f.

(3) La fonction *gradu* clacule la norme du gradient discret d'une image u par la formule

$$v(k,l) = \sqrt{(u(k+1,l) - u(k,l))^2 + (u(k,l+1) - u(k,l))^2}$$

Ce formule mène au phénomène dans la question (1), surtout dans les régions où la direction du gradient change beaucoup. Par exemple, on visualize la norme du gradient de l'image *nimes.pgm* et la zone autour du point $(280, 230)$, on voit une distortion évidente.



Pour remédier ce problem, on calcule la norme du gradient par la formule suivante. On peut considérer cette opération comme une convolution par un nayau $(-1, 0, 1)$, ce qui baisse la fréquence du signal.

$$v(k,l) = \sqrt{(u(k+1,l) - u(k-1,l))^2 + (u(k,l+1) - u(k,l-1))^2}$$

Fiche 1: gradn.m

```
function [ v ] = gradn( u )
  % This function calculates the gradient of an image
      [m, n] = size(u);
      v = sqrt((u(2:m, 1:n-1) - u(1:m-1, 1:n-1)).^2 + (u(1:m-1, 2:n) - u(1:m-1, 1:n-1)).^2);
  end
```

Fiche 2: gradn_bilateral.m

```
function [ v ] = gradn_bilateral( u )
  %This function calculates the bilateral gradient of an image
      [m, n] = size(u);
      v = sqrt((u(3:m, 2:n-1) - u(1:m-2, 2:n-1)).^2 + (u(2:m-1, 3:n) - u(2:m-1, 1:n-2)).^2);

  end
```

Fiche 3: main.m

```
%------------------ TP2 ------------------%

%%% Exercice 4 - Echantillonnage

%% Q1
u = double(imread('room.pgm'))/255;
imshow(u);

lambda = 3;
v = u(1:lambda:end,1:lambda:end);
w = kron(v,ones(lambda));
[ny,nx] = size(u);
figure(1);
imshow([u,w(1:ny,1:nx)]);

%% Q2
u = double(imread('room.pgm'))/255;
[ny,nx] = size(u);

llambda = [3, 4, 5, 6];
n = length(llambda);

figure(2);
for i = 1:n
    lambd = llambda(i);
    v = u(1:lambd:end,1:lambd:end);
    w = kron(v,ones(lambd));

```

```
        subplot(1, n, i);
        imshow(w(1:ny,1:nx));
        title(['lambda = ', num2str(lambd)]);
        hold on;
    end

    %% Q3

    f = zeros(512);
    f(190,50) = 2;
    [w, h] = size(f);

    a = -h/2;
    b = h/2-1;

    onde = real(ifft2(f));

    figure(3);
    subplot(1, 3, 1);
    imshow(onde,[])
    title('Onde');
    subplot(1, 3, 2);
    imshow(fftshift(abs(fft2(onde))),[],'xdata',a:b,'ydata',a:b)
    title('FT before sampling')

    lambda = 2;
    v = onde(1:lambda:end,1:lambda:end);
    [nw, nh] = size(v);
    onde_fft = fft2(v);
    na = -nh / 2;
    nb = nh / 2 - 1;

    subplot(1, 3, 3);
    imshow(fftshift(abs(onde_fft)),[], 'xdata',na:nb,'ydata',na:nb);
    title('FT after sampling')

    %%% Exercice 5

    %% Q1

    f = zeros(512);
    f(190,50) = 2;
    onde = real(ifft2(f));
    figure(4);
    subplot(1, 2, 1);
    imshow(onde,[])
    title('onde');
    subplot(1, 2, 2);
```

```
imshow(onde.^2,[]);
title('onde square');

%% Q2

onde_new = fftzoom(onde,2);
figure(5);
subplot(1, 3, 1);
imshow(onde,[]);
title('onde');
subplot(1, 3, 2);
imshow(onde.^2,[]);
title('onde square');
subplot(1, 3, 3);
imshow(onde_new.^2,[]);
title('onde sauqre (upsampling)')

%% Q3

u = double(imread('nimes.pgm'))/255;
figure(6);
subplot(1, 3, 1);
imshow(u, []);
title('Raw Image');
subplot(1, 3, 2);
%gradu = gradn(u);
gradu = gradn_bilateral(u);
imshow(gradu, []);
%title('Grad Image');
title('Bilateral Grad Image');
subplot(1, 3, 3);
imshow(gradu(260:300, 210:250), []);
title('Grad Image (Detail)');
```