

码垛机器人运动学分析

韩秀妹 王吉岱 魏军英 辛飞飞 司冈田

(山东科技大学 机械电子工程学院, 山东 青岛 266590)

摘要 针对四自由度码垛机器人采用的四连杆机构进行结构分析,利用 D-H 法建立机器人运动学模型进行运动学分析,包括机器人的正运动学、逆运动学、作业空间和灵活性的分析,利用 MATLAB 软件进行了作业空间的仿真,并在实验室环境下对码垛样机进行了试验验证,试验结果验证了机器人作业空间和工作能力的可行性。

关键词 码垛 机器人 运动学分析

Kinematics Analysis of Palletizing Robot

Han Xiushu Wang Jidai Wei Junying Xin Feifei Si Gangtian

(College of Mechanical and Electronic Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

Abstract Structure analysis of four-bar linkage adopted in four-DOF palletizing robot is carried out. In the meanwhile, the kinematics analysis of the robot kinematics model established through D-H method is carried out, including the analysis of forward kinematics, inverse kinematics, working space and flexibility. Furthermore, simulation of working space is accomplished by taking advantage of the software MATLAB, and experimental verification of palletizing prototype under laboratory environment is also carried out, the feasibility of the robot working space and operational capability is verified.

Key words Palletizing Robot Kinematics analysis

0 引言

码垛机器人由于占地空间小、灵活性高、承载力大、易维护、适用范围广等优点,已经成为代替人力、实现生产线自动化搬运的必不可少的工业机器人种类之一^[1]。目前,瑞士 ABB、德国库卡和日本 FANUC 公司的码垛机器人以传统的空间关节式机器人为主,日本不二输送机株式会社的码垛机器人则采用平行四连杆机构,其部分关节采用直线运动,代替传统的回转运动^[2]。本文中介绍的码垛机器人采用日本不二的码垛机器人结构,对码垛机器人进行运动学分析的目的是分析机器人能否满足工作要求,并在运动学分析的基础上对机器人进行优化。

1 码垛机器人本体结构简介

本文中介绍的码垛机器人采用平行四连杆机构,如图 1 所示,机器人共有 4 个自由度,包括腰部旋转关节、水平移动关节、垂直移动关节和腕关节,通过调

整这 4 个关节的运动实现机器人的码放功能^[3]。图 2 为码垛机器人的机构运动简图,如图所示建立平面



图 1 码垛机器人总体结构示意图

坐标系 XOZ , 图中 BC 为前臂, AB 为后大臂, DE 为后小臂, HI 为前调幅, GJ 为后调幅, JD 为后调幅连接板, $\triangle GHE$ 为三角连接架, 点 C, L, I 构成三角形代表手腕, 其中点 H, E, C, I 构成 $\square HECI$, 点 D, E ,

G, J 构成 $\square DEGJ$, 点 B, E, D, F 构成 $\square BEDF$, A 点在 Z 轴上做竖直运动, D 点在 X 轴上做水平运动; JD 与 X 轴之间的夹角度数是一个固定的常数, 根据几何关系, $JD \parallel GE, EH \parallel CI, GE$ 与 X 轴的夹角等于 JD 与 X 轴的夹角, 又因为点 G, E, H 构成三角形, 所以 HE 与 X 轴夹角也为一个定值, 又因为 HE 与 X 轴的夹角等于 CI 与 X 轴的夹角, 所以 CL 始终平行于 X 轴。

2 码垛机器人运动学分析

2.1 机器人正运动学解

码垛机器人的本体结构有 4 个关节, 包括水平关节、垂直关节、腰部关节和腕部关节, 根据码垛机器人的机构特点, 采用 D-H 法进行机器人运动学分析。

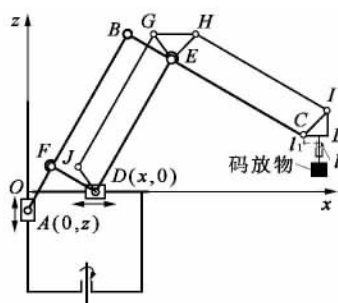


图2 码垛机器人机构简图

首先, 分析机器

人的机构特点, 如图2所示, 由于 $AB \parallel DE$, 所以 AB 和 DE 在任何位置的姿态都是保持平行和同步运动, 因此, 可以将机器人的手臂关系化简成图3所示。在简化结构中, 水平关节和垂直关节的运动转换为角度 θ_2 和 θ_3 的旋转, 由图4知, 角度 θ_2 和 θ_3 的大小变化实际是由 D 点沿 X 轴的移动和 A 点沿 Z 轴的移动两者的共同作用形成的, 其中 $AB = 960 \text{ mm}$, $DE = 800 \text{ mm}$, $EC = 1\,000 \text{ mm}$, $AF = 160 \text{ mm}$, $BE = FD = 200 \text{ mm}$, 利用三角形余弦定理, 得到以下数学关系式

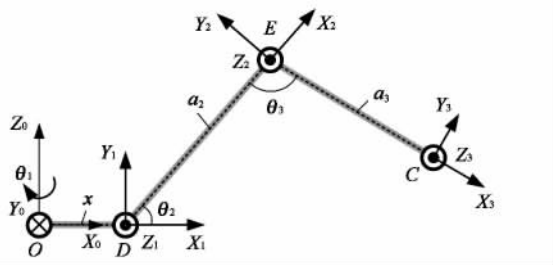


图3 码垛机器人的参考坐标系

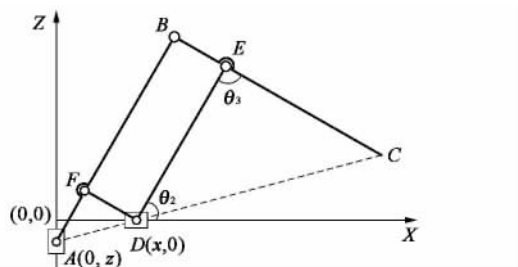


图4 码垛机械臂机构简图

$$\theta_2 = \arccos \frac{x^2 + z^2 - 14\,400}{320 \sqrt{x^2 + z^2}} - \arccos \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} (z \geq 0)$$

$$\theta_3 = \arccos \frac{x^2 + z^2 - 14\,400}{320 \sqrt{x^2 + z^2}} + \arccos \frac{x}{\sqrt{x^2 + z^2}} (z < 0)$$

$$\theta_3 = \arccos \frac{65\,600 - x^2 - z^2}{64\,000}$$

简化后的杆件只剩下杆 DE 和杆 EC , 其中 $X_0 Y_0 Z_0$ 为固定基坐标, 与腰部坐标系重合, $X_1 Y_1 Z_1$ 为 DE (杆2) 的坐标系, $X_2 Y_2 Z_2$ 为 EC (杆3) 的坐标系, $X_3 Y_3 Z_3$ 为手臂末端的坐标系。

根据图3建立的参考坐标系, 列出各关节的 D-H 参数, 如表1所示。

表1 机器人手臂 D-H 参数表

杆件编号	$\theta_i / (^\circ)$	d_i / mm	a_i / mm	$\alpha_i / (^\circ)$
1	θ_1	0	x	90
2	θ_2	0	a_2	0
3	θ_3	0	a_3	0

注: 其中 $a_2 = 800$, $a_3 = 1\,000$ 。

本文中用矩阵 A 表示后一坐标系 i 相对于前一坐标系 $i-1$ 的变换矩阵, 即

$${}^{n-1}T_n = A_n = \text{Rot}(z, \theta_n) \times \text{Trans}(0, 0, d_n) \times \text{Trans}(a_n, 0, 0) \times \text{Rot}(x, \alpha_n)$$

得到结果如下

$${}^{n-1}T_n = A_n = \begin{bmatrix} \cos \theta_n & -\sin \theta_n \cos \alpha_n & \sin \theta_n \sin \alpha_n & a_n \cos \theta_n \\ \sin \theta_n & \cos \theta_n \cos \alpha_n & -\cos \theta_n \sin \alpha_n & a_n \sin \theta_n \\ 0 & \sin \alpha_n & \cos \alpha_n & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

根据参考坐标系的 D-H 参数 (表1), 将表中的参数 θ, a, d, α 依次带入矩阵 ${}^{n-1}T_n$, 得到相邻关节之间的变换矩阵依次为

$${}^0T_1 = A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & a_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & a_1 \sin \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1T_2 = A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & a_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & a_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2T_3 = A_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & a_3 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & a_3 \sin \theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

机器人手臂末端 C 点坐标系相对于基坐标系的

总变换矩阵

$${}^0T_3 = A_1 A_2 A_3 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c1c23 & -c1s23 & s1 & c1c23a_3 + c1c2a_2 + a_1c1 \\ s1c23 & -s1s23 & -c1 & s1c23a_3 + s1c2a_2 + a_1s1 \\ s23 & c23 & 0 & s23a_3 + s2a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中, $c1 = \cos \theta_1$, $c2 = \cos \theta_2$, $s1 = \sin \theta_1$, $s2 = \sin \theta_1$, $c23 = \cos(\theta_2 + \theta_3)$, $s23 = \sin(\theta_2 + \theta_3)$ 。

从而可以得到末端执行器坐标系相对基坐标系的变换矩阵(正运动学解)为

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} c1c23 & -c1s23 & s1 & a_3c1c23 + a_2c1c2 + a_1c1 + l_1c1 \\ s1c23 & -s1s23 & -c1 & a_3s1c23 + a_2s1c2 + a_1s1 + l_1s1 \\ s23 & c23 & 0 & a_3s23 + a_2s2 - l_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中, $l_1 = 130 \text{ mm}$, $l_2 = 120 \text{ mm}$ 。

$$\text{由此可知} \begin{cases} n_x = c1c23 \\ n_y = s1c23 \\ n_z = s23 \end{cases} \begin{cases} o_x = -c1c23 \\ o_y = -s1s23 \\ o_z = c23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x = s1 \\ a_y = -c1 \\ a_z = 0 \end{cases} \begin{cases} p_x = 1000c1c23 + 800c1c2 + xc1 + 130c1 \\ p_y = 1000s1c23 + 800s1c2 + xs1 + 130s1 \\ p_z = 1000s23 + 800s2 - 120 \end{cases}$$

式中, 1T_3 体现出机器人手臂的末端执行器坐标系相对于基坐标系的位置关系和运动姿态; n 、 o 、 a 表示末端执行器相对于基坐标的姿态; p 表示末端执行器相对于基坐标的位置关系。

2.2 机器人逆运动学解

为了使机器人的手臂达到期望的位姿,我们需要利用逆运动学解来确定每个关节的值,在本文中,利用矩阵逆乘的解析法求得码垛机器人的逆运动学解^[5]。

由未知连杆矩阵的逆变换左乘变换矩阵 ${}^0T_3 = A_1 A_2 A_3$, 从而依次分离出关节变量: $A_1^{-1} {}^0T_3 = {}^1T_3$, $A_1^{-1} A_2^{-1} {}^0T_3 = {}^2T_3$, 又因为已知

$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

求得机器人逆运动学解

$$\theta_1 = \arctan(p_y/p_x)$$

$$x = \frac{p_x - 130 \cos \theta_1}{6 \cos \theta_1}$$

$$z = -\frac{p_z + 120}{5}$$

由逆解求得的 θ_1 、 x 、 z 可以看出, 当 $\theta_1 = 0^\circ$ 时, 即机器人的腰部关节旋转角度为零时, 水平关节的移动距离 x 只与 P_x 有关, 垂直关节的移动距离 z 只与 P_z 有关, 即水平运动和竖直运动是相互独立的, 机械臂水平的位置由水平关节的移动决定, 竖直位置由垂直关节的移动决定。

码垛机器人在工作过程中, 需要从搬运点 T 抓取重物放到码盘上, 如图 5 所示, 码垛机器人工作时需要到达的最远点为 R , R 点的坐标为 $(965, 1671, 400)$, 即

$$P_x = 965, P_y = 1671, P_z = 400$$

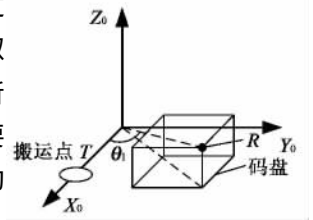


图 5 码垛机器人工作范围示意图

将 P_x 、 P_y 、 P_z 代入机器人逆运动学解, 得到 $\theta_1 = 60^\circ$, $x = 300$, $z = -104$, 因此, 对码垛工作空间中的任意一个位置, 都可以利用机器人的逆运动学解求得机器人各个关节需要转动的角度或移动的距离。

3 作业空间的分析

由码垛机器人的正运动学解得到机器人的运动学方程, 又因为作业空间的参数方程为

$$\begin{cases} p_x = 1000c1c23 + 800c1c2 + xc1 + 130c1 \\ p_y = 1000s1c23 + 800s1c2 + xs1 + 130s1 \\ p_z = 1000s23 + 800s2 - 120 \end{cases}$$

其中 3 个变量的范围: $x \in [120, 320]$, $z \in [-150, 150]$, $\theta_1 \in [0^\circ, 330^\circ]$, 利用 MATLAB 绘制机器人的空间作业空间

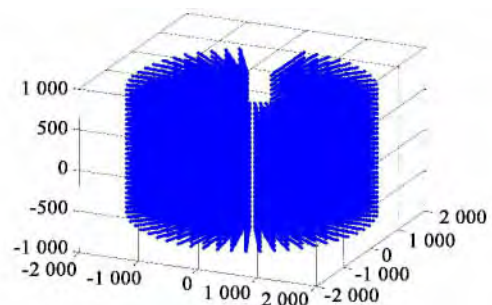


图 6 码垛机器人空间作业空间

通过作业空间仿真图可以看出, 机械手臂的水平作业范围为 $[850, 2050]$, 竖直作业空间为 $[-870, 630]$, 腰部关节旋转角度为 $[0^\circ, 330^\circ]$, 满足设计要

求。

4 作业空间灵活性分析

机器人的雅克比矩阵建立的是关节运动与机械手末端执行器运动之间的联系,是关节空间向操作空间运动速度传动的广义传动比,因此可以利用雅克比矩阵的来分析码垛机器人的灵活性。由于码垛机器人的第一个自由度是腰部关节的旋转,只做圆周运动,对机器人平行四连杆部分的灵活性没有影响,所以只考虑第二个和第三个自由度的影响。

当 $\theta_1=0$ 时,机器人的连杆末端点 C (图 4 所示)只随 θ_2 和 θ_3 的变化在 XOZ 平面内运动, C 点的位置只有 X 坐标和 Z 坐标在变化,此时

$$p_x = c23a_3 + c2a_2 + x$$

$$p_z = s23a_3 + s2a_2$$

雅克比矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial z}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_3 c3s2 - a_2 s2 - a_3 s3c2 & -a_3 c2s3 - a_3 s2c3 \\ a_3 c2c3 - a_3 s2s3 + a_2 c2 & -a_3 s2s3 + a_3 c2c3 \end{bmatrix}$$

对雅克比矩阵进行奇异值分解,首先求出矩阵 $J^H J$ 的特征值 $\lambda_1=36, \lambda_2=25$,由 $\sigma_i=\sqrt{\lambda_i} (i=1,2)$ 得到雅克比矩阵最大奇异值 $\sigma_1=6$,最小奇异值 $\sigma_r=\sigma_2=5$,因此机器人雅克比矩阵条件数的最小值为

$$k(J) = \sigma_1 / \sigma_r = 1.2$$

其中, $k(J)$ 的范围为 $1 \leq k(J) \leq \infty$ 。

$k(J)$ 是评价机器人灵活性的指标之一, $k(J)$ 越接近 1, 机器人操作灵活性越好, 因此该机器人的灵活性很高。



(a) 极限位置 a

(b) 极限位置 b



(c) 极限位置 c

(d) 极限位置 d

图 7 码垛机器人 4 个极限位置

5 作业空间试验验证

为验证码垛机器人的作业空间,制作试验样机,在实验室环境下进行测试,在机器人负载 60 kg 的情况下,末端执行器水平方向可移动 1 200 mm,竖直方向可移动 1 500 mm,腰部可旋转角度 330° ,工作能力可达 1 000 包/小时,重复定位精度 mm,实验结果表明机器人的作业范围可以满足实际生产的需要。

6 结语

本文中我们利用 D-H 法对基于平行四连杆机构的码垛机器人进行了运动学分析,试验验证了样机工作空间的可行性,为机器人的实际应用提供了依据。随着工业自动化和机器人技术的发展,码垛机器人的应用领域将进一步扩大,市场前景是非常广阔的。

参 考 文 献

- [1] 李传龙, 郭钢, 朱海宁. 四自由度混联码垛机器人运动学分析与仿真 [J]. 中国制造业信息化, 2011, 40 (23): 46—49.
- [2] 李金泉, 段冰蕾, 南倩. TH50 型码垛机器人动态静力学分析 [J]. 北京科技大学学报, 2011, 33 (4): 504—508.
- [3] 李成伟, 负超. 码垛机器人机构设计与运动学研究 [J]. 机械设计与制造, 2009 (6): 181—183.
- [4] Saeed B Niku. 机器人学导论 [M]. 孙富春, 译. 北京: 电子工业出版社, 2004: 60.
- [5] 王吉岱, 连金玲. 气动式除冰机器人及其运动学分析 [J]. 中国机械工程, 2013, 24 (5): 610—627.

收稿日期: 20140115 收修改稿日期: 20140219

作者简介: 韩秀妹 (1988—), 女, 山东淄博市人, 在读硕士研究生