

DOI: 10.3969/j.issn.1001-3881.2011.21.007

基于 SCARA 机器人的运动学分析及关节解耦

胡杰, 张铁

(华南理工大学机械与汽车工程学院, 广东广州 510640)

摘要: 应用牧野坐标系建立 SCARA 机器人运动学模型, 采用回转变换张量法计算运动学正、逆解。针对机械臂末端关节滚珠丝杠滚珠花键运动耦合, 完成运动学解耦。采用 ADAMS 建立虚拟模型, 进行运动仿真, 验证了运动学解耦的正确性, 为 SCARA 机器人的运动控制提供理论依据。

关键词: SCARA 机器人; 滚珠丝杠滚珠花键; 回转变换张量法; ADAMS 软件

中图分类号: TP242.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3881 (2011) 21-028-4

Kinematic Analysis and Joint Decoupling for SCARA Robot

HU Jie, ZHANG Tie

(South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: The kinematics model of SCARA robot was established in Makino coordinate. The forward and inverse kinematics were calculated by the rotation transformation tensor method. The kinematic decoupling was completed aiming at the movement coupling with ball screws and ball splines at the last joints. A virtual model for the motion simulation was created by ADAMS to verify the accuracy of the results. It provides theoretical basis for the motion control of SCARA robot.

Keywords: SCARA robot; Ball screws and ball splines; Rotary transformation tensor method; ADAMS software

SCARA 机器人是一个平面关节型机器人, 由 3 个旋转关节实现平面内的定位和定向, 1 个垂直移动关节实现末端的垂直升降运动, 结构如图 1 所示。SCARA 机械手经过 40 多年的发展, 不断向着高速、高精度、大负载的方向发展。

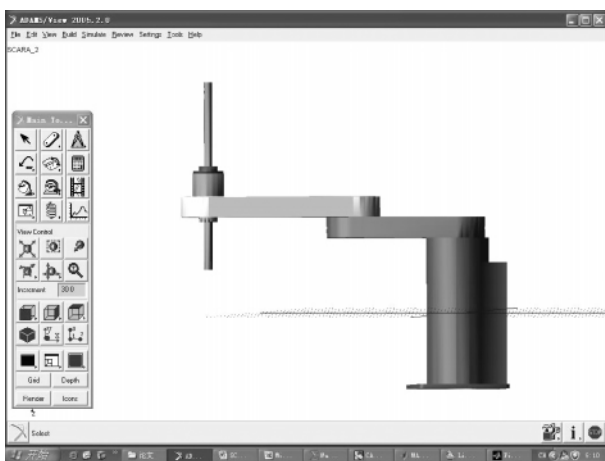


图 1 SCARA 机器人结构图

当前机器人运动学分析的方法有: 旋量法、对偶数法、四元素法、矩阵法、回转变换张量法和向量代数等^[1]。有关空间机构的研究文献中, 广泛采用对偶法和矩阵法^[2-3], 算法也比较成熟, 但采用 4×4 矩

阵进行分析, 求逆解难度大, 对多关节机器人尤为明显; 旋量理论由 R S BALL 提出, 并由 DUFFY^[4] 首次将该理论应用于机器人运动学分析, 并有王科^[5]、YANG Jin^[6] 应用该理论建立了 SCARA 机器人的运动学模型, 体现了很好的适用性和关联性, 适用于多关节机器人运动学和动力学分析; 针对 SCARA 机器人构造简单, 孟凡轮采用几何法进行运动学正逆解分析^[7], 免除了矩阵求逆, 求解直观而且简单, 但对于复杂机器人并不适用, 难以求出全部解。作者将回转变换张量法应用于 SCARA 机器人的运动分析, 位置方程和姿态方程相分离, 避开常见的 4×4 的矩阵在求逆过程中大量的耦合运算, 使运动学求解更加便捷^[8]。

在结构方面, 张红^[8] 基于 SCARA 机器人的高速特性, 运用模态分析理论研究小臂结构的振动特性并优化了截面尺寸; 王健强等^[9]、毛燕等人^[10] 也分别对 SCARA 机器人进行了模块化设计。随着技术的发展, 机器人本体原来 3、4 关节的丝杠和花键两个构件的联合运动被滚珠丝杠花键一个构件所取代, 提高了机器人的结构特性, 但同时也引入 3、4 关节的运动耦合问题。作者基于 SCARA 机器人的运动耦合特性, 进行了解耦分析和求解, 并验证了结论的正确性。

收稿日期: 2010-10-29

基金项目: 国家 863 重点课题资助项目 (2009AA043901-3); 粤港关键领域联合招标项目 (20090101-1); 广州白云区科技攻关项目资助 (2009-S2-46)

作者简介: 胡杰 (1986—), 男, 硕士, 研究方向为机器人设计理论及工程应用。E-mail: nuc05021404hujie@163.com。

1 运动学分析

1.1 坐标系的建立

回转变换张量法

基于牧野坐标系分析

各连杆之间的变化关系, 并求解末端的位

姿。牧野坐标系是在

D-H 坐标系的基础上,

再根据机器人的结构

定出的, 如图 2 为

SCARA 机器人的机构

简图。

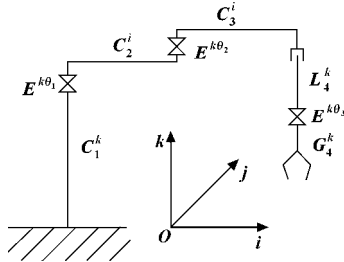


图 2 SCARA 机器人结构简图

图 2 中, i, j, k 分别表示 x, y, z 轴单位向量, C 表示为长度不变的向量, L 表示为长度变化的向量, G 为抓取向量; 这些向量右侧上标 i, j, k , 表示这些向量在初始时处在 i, j, k 其中的一个方向。 $E^{k\theta}$ 是回转张量, 表示绕 k 轴旋转角度 θ 。

1.2 运动学正解

运动学正解即为已知机器人各运动副的运动参数和连杆的结构参数, 求机器人末端相对参考坐标系的位置和姿态。根据回转变换张量法, 用 $P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ 表示

机器人末端位置; 用 $E = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix}$ 表示姿态,

且其中 $C_1^k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_1 \end{bmatrix}$, $C_2^i = \begin{bmatrix} c_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C_3^i = \begin{bmatrix} c_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $L_4^k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_4 \end{bmatrix}$,

$G_4^k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_4 \end{bmatrix}$, $E^{k\theta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。已知各关节变

量, 即 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, L_4$, 求解关节末端的位置和位姿

$$E = E^{k\theta_1} \cdot E^{k\theta_2} \cdot E^{k\theta_3} = E^{k(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)} \quad (1)$$

$$P = C_1^k + E^{k\theta_1} [C_2^i + E^{k\theta_2} (C_3^i + L_4^k + E^{k\theta_3} (G_4^k))] \quad (2)$$

根据回转变换张量法的性质, 将式 (2) 化简可得:

$$P = C_1^k + E^{k\theta_1} C_2^i + E^{k\theta_1} E^{k\theta_2} C_3^i + E^{k\theta_1} E^{k\theta_2} L_4^k + E^{k\theta_1} E^{k\theta_2} E^{k\theta_3} G_4^k \\ E^{k\theta_3} G_4^k = C_1^k + E^{k\theta_1} C_2^i + E^{k(\theta_1 + \theta_2)} C_3^i + L_4^k + E^{k(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)} G_4^k \quad (3)$$

将各向量的值代入式 (1)、(3), 很容易得解:

$$P = \begin{bmatrix} c_2 \cdot \cos\theta_1 + c_3 \cdot \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ c_2 \cdot \sin\theta_1 + c_3 \cdot \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ c_1 + c_4 + l_4 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & -\sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & 0 \\ \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

1.3 运动学逆解

已知机器人末端的位置 P 和姿态 E , 求各关节的变量 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, L_4$, 即为运动学逆解。将式 (3) 做相应变化可得:

$$P - C_1^k - L_4^k = E^{k\theta_1} C_2^i + E^{k(\theta_1 + \theta_2)} C_3^i + E^{k(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)} G_4^k \quad (5)$$

将式 (5) 两端同乘 $E^{k(-\theta_1)}$, 展开并整理得:

$$\begin{bmatrix} x \cos\theta_1 + y \sin\theta_1 \\ -x \sin\theta_1 + y \cos\theta_1 \\ z - c_1 - l_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_2 + c_3 \cos\theta_2 \\ c_3 \sin\theta_2 \\ c_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

将式 (6) 矩阵两端第一行、第二行分别平方相加并整理得:

$$x^2 + y^2 = c_2^2 + c_3^2 + 2c_2 \cdot c_3 \cdot \cos\theta_2 \quad (7)$$

$$\text{则 } \theta_2 = \arccos \frac{x^2 + y^2 - c_2^2 - c_3^2}{2c_2 \cdot c_3}$$

将式 (6) 等式右边矩阵第一行已知值设为: $T = c_2 + c_3 \cos\theta_2$, 所以矩阵第一行等式做调整并平方可得:

$$(T^2 - y^2) - 2Tx \cos\theta_1 + (x^2 + y^2) \cos^2\theta_1 = 0 \quad (8)$$

$$\text{解得: } \theta_1 = \arccos \left(\frac{Tx \pm \sqrt{x^2 y^2 + y^4 - T^2 y^2}}{x^2 + y^2} \right)$$

根据式 (6) 矩阵第三行等式得:

$$l_4 = z - c_1 - c_4 \quad (9)$$

解出 θ_1, θ_2 后, 将式 (1) 左乘 $E^{k(-\theta_1)} \cdot E^{k(-\theta_2)}$,

$$\text{并设 } E^{k(-\theta_1)} \cdot E^{k(-\theta_2)} \cdot E = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix}$$

则有: $\cos\theta_3 = e_{11}$, 即

$$\theta_3 = \arccos e_{11} \quad (10)$$

SCARA 机器人第 3、4 关节采用滚珠丝杠滚珠花键, 其结构如图 3 所示; 但是基于该结构的特殊性, 两关节的运动不能单独完成 (丝杠螺母旋转, 则丝杠既旋转又垂直移动), 而是相互耦合; 需要丝杠螺母端同步轮和花键螺母端同步轮配合动作。在工程应用和控制中, 直接控制的是电机的转速和转角, 因此在运动学逆解求得 θ_3, L_4 后, 需要再求解出电机与 θ_3, L_4 的运动关系, 即关节解耦。

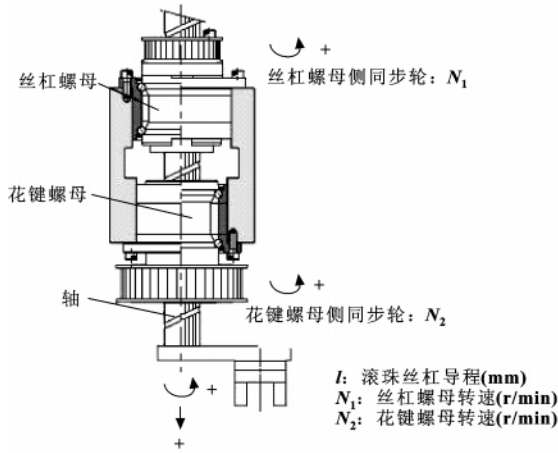


图3 滚珠丝杠滚珠花键结构图

2 关节解耦及运动仿真

从本体结构上,采用滚珠丝杠-滚珠花键一体结构,而代替滚珠丝杠和滚珠花键的联合动作,其优点有:

- (1) 减轻机械臂质量;
- (2) 改善机械臂的动力特性;
- (3) 提高机械臂的控制精度,减少误差。

如图3所示,该机构由丝杠螺母、花键螺母、丝杠三部分组成,共两个输入,由电机通过同步带传动,同步轮分别固定在丝杠螺母和花键螺母的两端。运动关系如表1。

表1 滚珠丝杠滚珠花键运动关系表

| | 竖直移动 | 纯旋转 | 固定导程的螺旋运动 | 复杂螺旋运动 |
|--------------------------|------|-----|-----------|--------|
| $N_1 = 0$ | 否 | 否 | 是 | 否 |
| $N_2 = 0$ | 是 | 否 | 否 | 否 |
| $N_1 = N_2$ | 否 | 是 | 否 | 否 |
| $N_1 \neq 0, N_2 \neq 0$ | 否 | 否 | 否 | 是 |

2.1 耦合分析

经以上的运动分析,同步轮旋转和丝杠的运动应满足如下关系:

(1) 在竖直方向上的运动由滚珠丝杠、滚珠花键的运动合成:

$$y_1 = -\frac{\phi_3}{i \cdot 360} \cdot l \quad (11)$$

由于 $N_1 > 0$, y_1 的方向(向下)与 l_4 的方向相同,取负。

$$y_2 = \frac{\phi_4}{j \cdot 360} l \quad (12)$$

由于 $N_2 > 0$, y_2 的方向(向上)与 l_4 的方向相同,取正。

则:

$$l_3 = y_1 + y_2 = \left(\frac{\phi_4}{j} - \frac{\phi_3}{i} \right) \cdot \frac{l}{360} \quad (13)$$

式中: y_1 表示关节3电机传动滚珠丝杠螺母旋转,在竖直方向的位移,向上为正;

y_2 表示关节4电机传动滚珠花键螺母旋转,在竖直方向的位移,向上为正;

ϕ_3 表示关节3电机的转角;

i 表示关节3电机至丝杠螺母侧同步轮的减速比;

ϕ_4 表示关节4电机的转角;

j 表示关节4电机至花键螺母侧同步轮的减速比。

(2) 旋转运动仅由滚珠花键的运动产生:

$$\theta_3 = \phi_4 / j \quad (14)$$

由式(13)、(14)可解得:

$$\begin{cases} \phi_3 = \left(\theta_3 - \frac{l_4 \cdot 360}{l} \right) \cdot i \\ \phi_4 = \theta_3 \cdot j \end{cases} \quad (15)$$

2.2 基于 ADAMS 的仿真分析

鉴于 ADAMS 用于运动学动力学解算器,但对复杂模型的建模比较困难,因此选用 SolidWorks 进行建模,导入 ADAMS 进行仿真分析。建立的虚拟模型如图1所示。

在该模型中,各参数确定如下: $i = 1, j = 15$ 。当前广泛应用的时间最优或能量最优的轨迹规划方法有:摆线运动曲线、加速度函数为连续分段函数曲线、组合正弦函数曲线^[11]。这些曲线都由3种轨迹组合而成,现对这3种运动轨迹进行模拟仿真,并将其值分别赋给 l_4 ; 若其运动轨迹如下:

$$\begin{cases} l_{41} = t^2 \\ l_{42} = 60 \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{10}\right) \quad \theta_3 = 36t \\ l_{43} = 10t \end{cases} \quad (16)$$

代入式(15),即可得相应电机3、电机4的转角 ϕ_3 、 ϕ_4 分别为:

$$\begin{cases} \phi_{31} = \left(36t - \frac{t^2 \cdot 360}{20} \right) = 36t - 18t^2 \\ \phi_{32} = 36t - 1080 \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{10}\right) \\ \phi_{33} = \left(36t - \frac{10t \cdot 360}{20} \right) = -144t \\ \phi_4 = 540t \end{cases} \quad (17)$$

将模型导入 ADAMS 后,给机械臂各部分附材料属性,并添加各关节之间的运动副及各运动副之间的驱动电机 MOTION_1、MOTION_2。为了使机械臂末端走出设定的轨迹,在驱动电机的属性 Function 中分别应添加如式(17)的驱动函数。令 SCARA 机械手

臂末端丝杠的重心坐标系相对于大地坐标系在 z 轴的位置作为分析对象; 仿真时间设置为 5 s, 步长设置为 50 步; Characteristic 属性分别选择丝杠的 CM Position, 并选择笛卡尔坐标描述机械手末端位置和速度的变化。丝杠沿 z 轴的位移仿真曲线及速度曲线如图 4、5 所示。

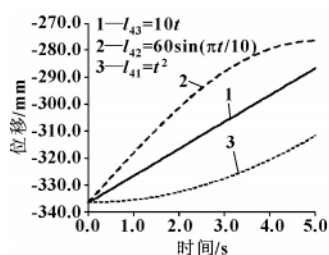


图 4 末端位移随时间变化曲线

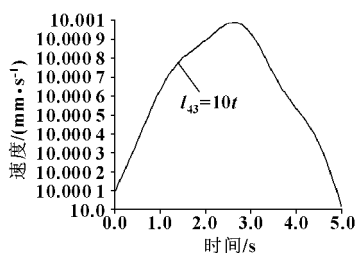


图 5 末端速度随时间变化曲线

为了便于分析机械手臂末端的转角变化, 在滚珠丝杠-滚珠花键的支架中心添加一 MARKER_45 点, 在丝杠的圆柱面添加一 MARKER_46 点, 建立 Point to Point 的分析模型, 丝杠旋转角度的仿真曲线如图 6 所示。

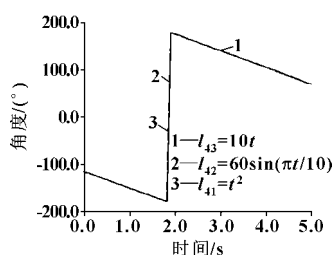
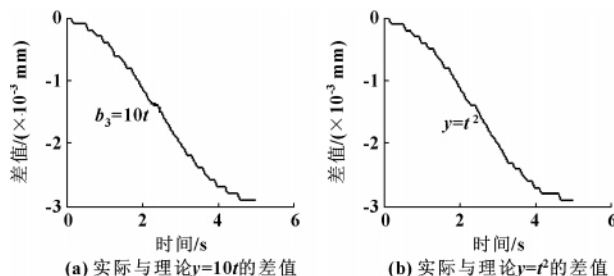


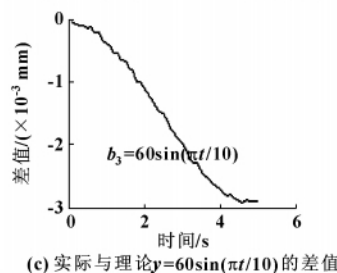
图 6 末端转角随时间变化曲线

从仿真曲线分析, 末端 z 轴的运动曲线与理论运动曲线基本相符, 且在 ADAMS 中每隔 0.1 s 采集一次位移数据, 将数据导出与理论位移值做差, 得到如图 7 所示曲线。可知: 3 种运动轨迹位移偏差变化趋势一致, 最大偏差为 3×10^{-3} mm, 且随仿真时间的增加, 偏差增大, 速度也增大; 但在一定时刻偏差增加速度减小, 趋于恒定, 所以仿真结果与模型假设完全相符; 图 8 为放大的末端纵向位移模式为 $l_{43} = 10t$ 的速度曲线, 移动速度为 10 mm/s, 运动过程中有轻微的波动, 波动在 0.001 mm/s 之内。而图 6 的末端旋转运动曲线表明在仿真的 $t = 1.8$ s 时出现突变, 其原因是角度测量采用 Point to Point 模式, 当两参考点共线时, 出现从 -180° 变为 180° 的情况, 分析结果显示末端旋转角度满足 $\theta = 36t$ 的线性关系, 且在仿真时间 5 s 内转过角度为 180° , 与实际要求相符。



(a) 实际与理论 $y=10t$ 的差值

(b) 实际与理论 $y=t^2$ 的差值



(c) 实际与理论 $y=60\sin(\pi t/10)$ 的差值

图 7 各运动模式的位移实际值与理论值差

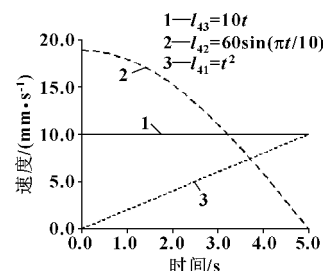


图 8 $l_4 = 10t$ 末端速度随时间变化曲线

3 结论

采用牧野坐标系建立 SCARA 机器人的运动学模型, 并应用回转变换张量法进行运动分析, 得到运动学正解和逆解, 说明回转变换张量法在结构的运动学分析中是一种简明易懂、实用方便的方法。针对 SCARA 机器人关节 3、4 之间存在运动耦合, 对其进行关节解耦, 分析出关节 3、4 运动的位移和转角与驱动电机转角之间的关系; 在已知关节 3 的位移和关节 4 的转角的情况下, 求出电机的转角。并利用 ADAMS 建立虚拟模型, 进行运动分析, 检验得出关节运动解耦的正确性, 为 SCARA 机器人的运动控制提供理论基础。

参考文献:

- [1] 牧野洋, 谢存禧, 郑时雄. 空间机构及机器人机构学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1987.
- [2] 谈世哲, 杨汝清. 基于 SCARA 本体的开放式机器人运动学分析与动力学建模 [J]. 组合机床与自动化加工技术 2001(10): 22-24.
- [3] 校康明. 基于 SCARA 控制系统的运动控制 [D]. 南京: 南京理工大学 2008.

(下转第 38 页)

点。在速度图中,可以看到每一个加速段最后都有匀速段,与理论分析一致。相邻插补点距离平方图的形状与速度图一致,也进一步证明了该算法的正确性。

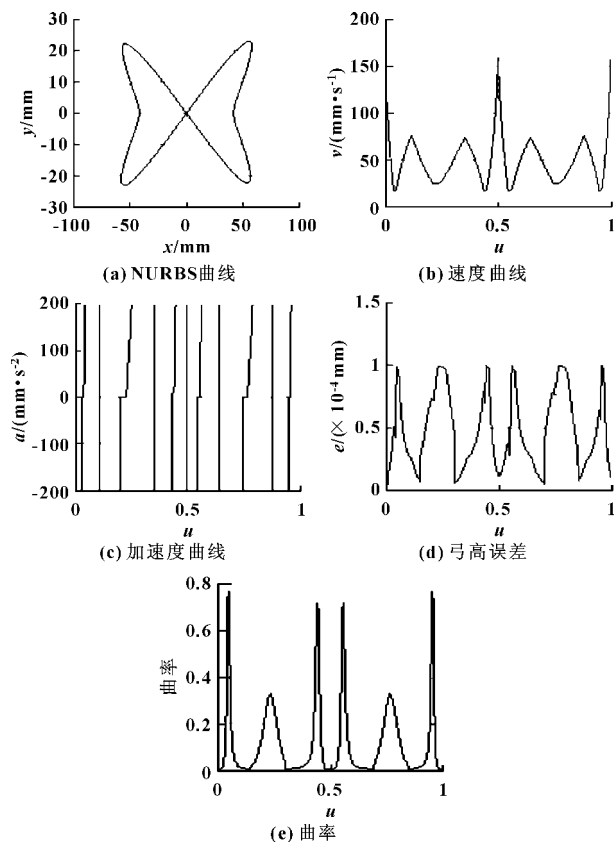


图2 NURBS曲线与结果

通过计算插补时间,可以发现对于每一分段,插补算法占用加工时间不超过10%。完全能够一边加工、一边进行下一段的插补运算,实现在线实时插补。

表1 插补计算结果

| | 插补点 个数/个 | 机床加工 时间/ms | 插补耗费 时间/ms | 占总时 间/% |
|-----|-------------|-----------------------|---------------|------------|
| 第1段 | 559 | $559 \times 2 = 1118$ | 47 | 4.2 |
| 第2段 | 316 | $316 \times 2 = 632$ | 62 | 9.8 |
| 第3段 | 303 | $303 \times 2 = 606$ | 47 | 7.8 |
| 第4段 | 769 | $769 \times 2 = 1538$ | 94 | 6.1 |
| 第5段 | 302 | $302 \times 2 = 604$ | 31 | 5.1 |
| 第6段 | 321 | $321 \times 2 = 642$ | 47 | 7.3 |

4 小结

作者提出的基于 De_Boor 递推算法的速度自适应 NURBS 分段插补方法不仅能够满足机床加速性能要求,保证进给速度在最大允许进给速度内平滑变化,而且满足加工精度要求,同时还具有计算速度快、实时性好的优点。

参考文献:

- [1] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀 B 样条 [M]. 北京: 高等教育出版社 2001.
- [2] 游有鹏, 王珉, 朱剑英. NURBS 曲线高速高精度加工的插补控制 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2001, 13(10): 943-947.
- [3] 谢明红, 叶丽. NURBS 曲线的数控高速插补算法 [J]. 河南理工大学学报: 自然科学版, 2008, 27(3): 307-313.
- [4] 李思益, 罗为. NURBS 曲线高速高精度插补及加减速控制方法研究 [J]. 计算机集成制造系统, 2008, 14(6): 1142-1147.
- [5] 边玉超, 张莉彦, 戴莺莺, 等. CNC 系统中 NURBS 曲线实时插补算法研究 [J]. 机械制造与研究, 2003(6): 36-39.
- [6] 贾庆祥, 徐知行, 刘新山. 基于阿当姆斯算法的 NURBS 曲线插补 [J]. 吉林大学学报, 2009(51): 215-218.
- [7] 赵国勇, 徐志祥, 赵福令. 高速高精度数控加工中 NURBS 曲线插补的研究 [J]. 中国机械工程, 2006, 17(3): 291-294.
- [8] 康宝生, 杨宏娃, 吕科. 平面 NURBS 曲线的导矢及其等距线 [J]. 计算机应用与软件, 2011(11): 60-63.

(上接第 31 页)

- [4] 卢宏琴. 基于旋量理论的机器人运动学和动力学研究及其应用 [D]. 南京: 南京航空航天大学 2006.
- [5] 王科, 刁常堃. 基于旋量的 SCARA 机器人动力学分析 [J]. 机械工程, 2010(3): 21-22.
- [6] YANG Jin. The Application of the Dual Number Methods To SCARA Kinematics [J]. IEEE, Mechanism and Machine Theory, 2010, 21(3): 112-117.
- [7] 孟凡轮. SCARA 机器人及其远程控制系统研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学 2008.
- [8] 张红. SCARA 机器人小臂结构特性分析 [D]. 天津: 天津大学 2008.
- [9] 王健强, 程汀. SCARA 机器人结构设计及轨迹规划算法 [J]. 合肥工业大学学报: 自然科学版, 2008, 31(7): 1026-1028.
- [10] 毛燕, 徐晓宇, 高峰. SCARA 机器人的结构动态设计与改进 [J]. 机器人技术, 2007, 34(7): 56-58.
- [11] 田西勇. 机器人轨迹规划方法研究 [D]. 北京: 北京邮电大学 2008.
- [12] 曾华森, 谢存禧, 吴向垒, 等. 6 自由度喷涂机器人的运动学分析与仿真 [J]. 微计算机信息, 2008, 24(26): 117-119.
- [13] John J. Craig. 机器人学导论(原书第 3 版) [M]. 北京: 机械工业出版社 2006.
- [14] 郑凯. ADAMS 2005 机械设计高级应用实例 [M]. 北京: 机械工业出版社 2006.