

# 机器人工具坐标系标定算法研究

熊 烁<sup>1</sup>, 叶伯生<sup>1</sup>, 蒋 明<sup>2</sup>

(1. 华中科技大学机械学院与工程学院, 湖北 武汉 430074; 2. 华中科技大学光电科学与工程学院, 湖北 武汉 430074)

Study of Robot Tool Coordinate Frame Calibration

XIONG Shuo<sup>1</sup>, YE Bo-sheng<sup>1</sup>, JIANG Ming<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China;  
2. College of Optoelectronic Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**摘要:** 机器人工具坐标系标定就是确定工具坐标系相对于末端连杆坐标系的变换矩阵。研究了一种机器人工具坐标系标定算法。其中工具中心点(TCP)位置标定采用最小二乘法进行拟合; 工具坐标系(TCF)姿态标定采用坐标变换进行计算。

**关键词:** 机器人; 工具坐标系; 标定

**中图分类号:** TP242.2

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1001-2257(2012)06-0060-04

**Abstract:** The calibration of robot tool coordinate frame is to deduce the transfer matrix of tool coordinate frame relative to robot final link coordinate frame. In this paper, we study a robot tool coordinate frame calibration algorithm, which uses least squares to fit tool center point(TCP) position and coordinate transformation to calculate tool coordinate frame(TCF) orientation.

**Key words:** robot; tool coordinate frame (TCF); calibration

## 0 引言

工业机器人是通过末端安装不同的工具完成各种作业任务的, 工具坐标系的准确度直接影响机器人的轨迹精度<sup>[1]</sup>。所以工具坐标系标定是工业机器人控制器必需具备的一项功能。目前国内外工业机器人厂家的工具坐标系标定方法略有不同, 主要有外部基准法和多点标定法。参考文献[1]提出的标准试件标定法和固定基准试点法, 参考文献[2-3]

介绍的工具体参数标定方法, 以及 ABB 弧焊机器人的 BullEyes 系统工具自动标定方法, 均属于外部基准标定法。外部基准标定法只需要使工具对准某一测定好的外部基准点, 便可完成标定, 标定过程快捷简便。但是这类标定方法依赖于机器人外部基准。目前大多数工业机器人都具备工具坐标系多点标定功能。这类标定一般由工具中心点位置多点标定和工具坐标系姿态多点标定 2 部分组成。TCP 位置标定是使几个标定点 TCP 位置重合, 从而计算出工具中心点, 也就是工具坐标系原点相对于末端连杆坐标系的位置。TCF 姿态标定是使几个标定点之间具有特殊的方位关系, 从而计算出工具坐标系相对于末端连杆坐标系的姿态。参考文献[1, 4]只是对多点标定法的标定过程作了介绍, 参考文献[5]设计的球心拟合法 TCP 位置标定只适用于最少 4 个 TCP 位置标定点的情况, 无法解决 3 点 TCP 位置标定的问题。参考文献[6]提出的基于奇异值分解的标定算法虽然可以解决这一问题, 但奇异值分解较为复杂, 不适合于程序实现, 且 TCF 姿态标定时需使 TCF 与机器人基坐标系复合, 带有外部基准标定的条件。

针对实验室的 JBY-50 六轴工业机器人工具坐标系多点标定, 提出了一种标定算法。该算法适用于 3 点及 3 点以上的各种 TCP 位置标定方法, 以及 Z 方向, Z/X 方向等各种 TCF 姿态标定方法。该算法仅涉及三阶矩阵和向量的基本运算, 易于编程实现。

## 1 工具坐标系标定

### 1.1 工具坐标系标定

基坐标系  $\{B\}$  和末端连杆坐标系  $\{E\}$  是工业机

收稿日期: 2011-12-09

基金项目: 华中科技大学自主创新研究基金(2011JC020)

机器人最基本的 2 个坐标系。对于任何一台工业机器人而言,这 2 个坐标系都是预先设定好而无需标定的。 $\{B\}$  是固联在机器人机座上的坐标系,它是描述其它用户坐标系的参考坐标系。 $\{E\}$  是固联在机器人末端连杆上的坐标系,它是描述其它工具坐标系的参考坐标系。工具坐标系  $\{T\}$  用来定义工具中心点的位置及工具的姿态,固联在机器人所持工具上,并与工具几何形状有关,在使用前需要进行标定。

坐标系之间的关系用齐次变换矩阵来表示。例如末端连杆坐标系  $\{E\}$  到基坐标系  $\{B\}$  的位姿关系可以用矩阵  ${}^B_E T$  表示:

$$\begin{aligned} {}^B_E T &= \begin{bmatrix} {}^B_E R & {}^B p_{Eo} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} {}^B_E n & {}^B_E o & {}^B_E a & {}^B p_{Eo} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

${}^B_E R$  为末端连杆坐标系  $\{E\}$  相对于基坐标系  $\{B\}$  的旋转矩阵,它可以分块为 3 个方位矢量  ${}^B_E n$ ,  ${}^B_E o$  和  ${}^B_E a$ ,分别表示  $\{E\}$  的 3 个单位主矢量相对于  $\{B\}$  的方向余弦。 ${}^B p_{Eo}$  为  $\{E\}$  的原点相对于  $\{B\}$  的位置矢量。 ${}^B_E T$  可由机器人运动学正解得到。

同理, $\{T\}$  相对于  $\{B\}$  的位姿关系用变换矩阵  ${}^B_T T$  表示, $\{T\}$  相对于  $\{E\}$  的位姿关系用为变换矩阵  ${}^E_T T$  表示。机器人工具是固结于末端连杆上的,所以  ${}^E_T T$  是固定不变的,机器人工具坐标系标定就是确定  ${}^E_T T$  的元素:  ${}^E_T n$ ,  ${}^E_T o$ ,  ${}^E_T a$  和  ${}^E_T p_{tcp}$ 。

上述坐标系还满足如下转换关系:

$${}^B_T T \cdot {}^E_T T = {}^B_T T \quad (2)$$

$\{T\}$  相对于  $\{B\}$  的位姿,可由  $\{T\}$  相对于  $\{E\}$  和  $\{E\}$  相对于  $\{B\}$  的复合变换表示。

## 1.2 工具坐标系标定的基本原理

JB-Y50 工业机器人工具坐标系标定,由工具中心点(TCP)位置标定和工具坐标系(TCF)姿态标定 2 部分组成。其中 TCP 位置标定可根据需要选择标定点数,包括 3 点标定到 7 点标定一共 5 种方式。TCF 姿态标定包括默认方向、Z 方向标定和 Z/X 方向标定 3 种方式。

如图 1 所示,无论是 3 点还是 7 点 TCP 位置标定,都是使工具从不同方位接触某一空间固定点,保证 TCP 位置不变。记录所有 TCP 位置标定点的  $\{E\}$  到  $\{B\}$  的变换矩阵  ${}^B_E T_1, {}^B_E T_2, \dots, {}^B_E T_n$ ,  $n$  为标定点数。通过计算(详见 1.3 节),即可得到工具中心点

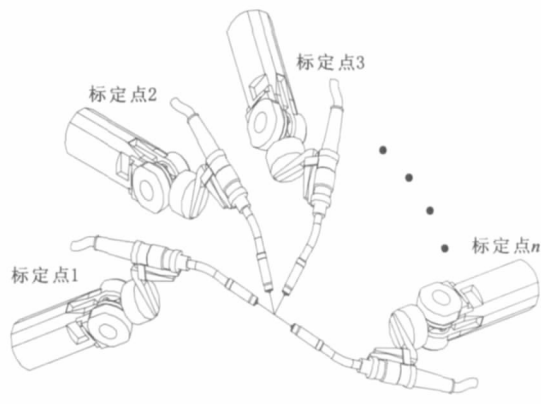


图 1 TCP 位置标定

相对于末端连杆坐标系  $\{E\}$  的位置。

坐标系原点位置被确定后,只需要再指定 2 个坐标轴便能确定坐标系方向。Z/X 方向姿态标定过程如图 2 所示。以第 1 个 TCF 姿态标定点为参考,将 TCP 沿标定点 1 的工具坐标系 +X 方向移动一定距离作为第 2 个 TCF 姿态标定点,将 TCP 沿标定点 1 的工具坐标系 +Z 方向移动一定距离作为第 3 个 TCF 姿态标定点。记录 3 个标定点的  $\{E\}$  到  $\{B\}$  的变换矩阵  ${}^B_E T_o$ ,  ${}^B_E T_x$  和  ${}^B_E T_z$ ,通过计算(详见 1.4 节),即可得到工具坐标系  $\{T\}$  相对于末端连杆坐标系  $\{E\}$  的姿态。

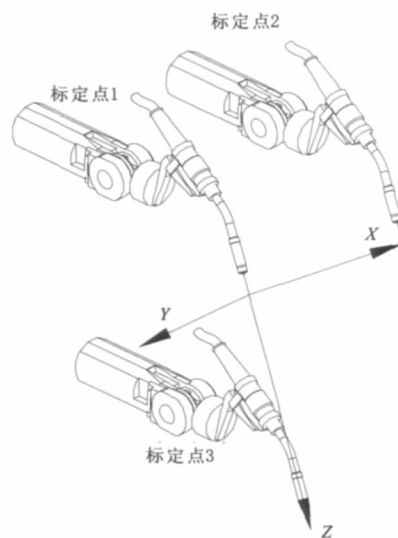


图 2 TCF 姿态标定

另外 2 种 TCF 姿态标定方式中,默认方向标定直接使用  $\{E\}$  的方向作为  $\{T\}$  的方向;Z 方向标定只标定  ${}^B_E T_o$  和  ${}^B_E T_z$ ,X 轴方向使用  $\{E\}$  的 X 轴方向,其原理与 Z/X 方向标定基本相同。

### 1.3 TCP 位置标定算法

在 TCP 位置标定过程中,第  $i$  个标定点的末端连杆坐标系到基坐标系的变换矩阵  ${}^B T_i$  可由机器人正解得到,将其代入式(2)可得  ${}^B T_i \cdot {}^E T = {}^B T_i$ , 写成分块形式为:

$$\begin{bmatrix} {}^B R_i & {}^B p_{iEo} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^E T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^B R_i & {}^B p_{tcp} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

令等式两边第 4 列对应相等,则得:

$${}^B R_i \cdot {}^E p_{tcp} + {}^B p_{iEo} = {}^B p_{tcp} \quad (4)$$

由 1.2 节可知,在 TCP 位置标定的各标定,工具坐标系原点(即 TCP)相对于基坐标系  $\{B\}$  的位置  ${}^B p_{tcp}$  保持不变。所以,对于所有标定有如下关系:

$$\begin{aligned} {}^B R_1 \cdot {}^E p_{tcp} + {}^B p_{1Eo} &= {}^B R_2 \cdot {}^E p_{tcp} + {}^B p_{2Eo} \\ &= \dots \\ &= {}^B R_n \cdot {}^E p_{tcp} + {}^B p_{nEo} \end{aligned} \quad (5)$$

写成方程形式:

$$\begin{bmatrix} {}^B R_1 - {}^B R_2 \\ {}^B R_2 - {}^B R_3 \\ \vdots \\ {}^B R_{n-1} - {}^B R_n \end{bmatrix} \cdot {}^E p_{tcp} = \begin{bmatrix} {}^B p_{2Eo} - {}^B p_{1Eo} \\ {}^B p_{3Eo} - {}^B p_{2Eo} \\ \vdots \\ {}^B p_{nEo} - {}^B p_{n-1Eo} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(6)的未知量为  ${}^E p_{tcp}$  的 3 个元素,包含  $3(n-1)$  个方程,系数矩阵为  $3(n-1) \times 3$  矩阵,  $n$  为标定点数。

当  $n=2$  时,系数矩阵为方阵  ${}^B R_1 - {}^B R_2$ 。不难证明  $|{}^B R_1 - {}^B R_2| = 0$ , 系数矩阵不可逆,式(6)有无穷解。所以一般无法进行两点 TCP 位置标定。

当  $n \geq 3$  时,系数矩阵秩一般等于 3,为列满秩矩阵。式(6)为不相容方程组,只能求出  ${}^E p_{tcp}$  的最佳最小二乘解,即

$${}^E p_{tcp} = \begin{bmatrix} {}^B R_1 - {}^B R_2 \\ {}^B R_2 - {}^B R_3 \\ \vdots \\ {}^B R_{n-1} - {}^B R_n \end{bmatrix}^+ \cdot \begin{bmatrix} {}^B p_{2Eo} - {}^B p_{1Eo} \\ {}^B p_{3Eo} - {}^B p_{2Eo} \\ \vdots \\ {}^B p_{nEo} - {}^B p_{n-1Eo} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式(7)右边第一项为系数矩阵的加号广义逆。对于列满秩矩阵  $A$ , 其加号广义逆满足  $A^+ = (A^H A)^{-1} A^H$ 。则

$${}^E p_{tcp} = \begin{bmatrix} {}^B R_1 - {}^B R_2 \\ {}^B R_2 - {}^B R_3 \\ \vdots \\ {}^B R_{n-1} - {}^B R_n \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} {}^B R_1 - {}^B R_2 \\ {}^B R_2 - {}^B R_3 \\ \vdots \\ {}^B R_{n-1} - {}^B R_n \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} {}^B p_{2Eo} - {}^B p_{1Eo} \\ {}^B p_{3Eo} - {}^B p_{2Eo} \\ \vdots \\ {}^B p_{nEo} - {}^B p_{n-1Eo} \end{bmatrix} \quad (8)$$

对式(8)分块相乘,可简化为三阶矩阵和向量的运算。

$$\begin{aligned} {}^E p_{tcp} &= (2(n-1)I - \sum_{i=1}^{n-1} ({}^B R_i^T \cdot {}^B R_{i+1} + {}^B R_{i+1}^T \cdot {}^B R_i))^{-1} \\ &\quad \cdot \left( \sum_{i=1}^{n-1} ({}^B R_i - {}^B R_{i+1}) ({}^B p_{(i+1)Eo} - {}^B p_{iEo}) \right) \end{aligned} \quad (9)$$

根据求得的  ${}^E p_{tcp}$  可计算标定误差,也就是最小二乘拟合误差,即

$$\begin{aligned} \delta &= \left| \begin{bmatrix} {}^B R_1 - {}^B R_2 \\ {}^B R_2 - {}^B R_3 \\ \vdots \\ {}^B R_{n-1} - {}^B R_n \end{bmatrix} \cdot {}^E p_{tcp} - \begin{bmatrix} {}^B p_{2Eo} - {}^B p_{1Eo} \\ {}^B p_{3Eo} - {}^B p_{2Eo} \\ \vdots \\ {}^B p_{nEo} - {}^B p_{n-1Eo} \end{bmatrix} \right| \\ &= \left( \sum_{i=1}^{n-1} |({}^B R_i - {}^B R_{i+1}) \cdot {}^E p_{tcp} - {}^B p_{(i+1)Eo} + {}^B p_{iEo}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (10)$$

误差  $\delta$  的大小显示了 TCP 位置标定的精确程度。

### 1.4 TCF 姿态标定

已知 TCF 状态标定前 2 个标定点的末端连杆坐标系到基坐标系的变换矩阵  ${}^B T_o$  和  ${}^B T_x$ , 由式(3)和式(4)可得工具中心点相对于基坐标系  $\{B\}$  的位置:

$${}^B p_{ocp} = {}^B R_o \cdot {}^E p_{tcp} + {}^B p_{oEo} \quad (11)$$

$${}^B p_{xcp} = {}^B R_x \cdot {}^E p_{tcp} + {}^B p_{xEo} \quad (12)$$

其中,  ${}^B p_{tcp}$  使用 1.3 节的计算结果。

由 1.2 节介绍可知,这两点所决定的向量,即

$$\begin{aligned} {}^B v &= {}^B p_{xcp} - {}^B p_{ocp} \\ &= {}^B R_x \cdot {}^E p_{tcp} - {}^B R_o \cdot {}^E p_{tcp} + {}^B p_{xEo} - {}^B p_{oEo} \end{aligned} \quad (13)$$

为第 1 个标定点处工具坐标系 +X 方向上的向量,即

$${}^B v = \Delta x \cdot {}^B R_o \cdot {}^E n \quad (14)$$

由式(13)和式(14)可得,  $\{T\}$  的 X 轴相对于

$\{E\}$  的方向余弦为:

$$\begin{aligned} {}^E_T \mathbf{n} = & \frac{{}^B_E \mathbf{R}_o^{-1} \cdot ({}^B_E \mathbf{R}_x \cdot {}^E \mathbf{p}_{tcp} - {}^B_E \mathbf{R}_o \cdot {}^E \mathbf{p}_{tcp} + {}^B \mathbf{p}_{xEo} - {}^B \mathbf{p}_{oEo})}{|{}^B_E \mathbf{R}_x \cdot {}^E \mathbf{p}_{tcp} - {}^B_E \mathbf{R}_o \cdot {}^E \mathbf{p}_{tcp} + {}^B \mathbf{p}_{xEo} - {}^B \mathbf{p}_{oEo}|} \end{aligned} \quad (15)$$

同理可得  $\{T\}$  的  $Z$  轴相对于  $\{E\}$  的方向余弦为:

$$\begin{aligned} {}^E_T \mathbf{a} = & \frac{{}^B_E \mathbf{R}_o^{-1} \cdot ({}^B_E \mathbf{R}_z \cdot {}^E \mathbf{p}_{tcp} - {}^B_E \mathbf{R}_o \cdot {}^E \mathbf{p}_{tcp} + {}^B \mathbf{p}_{zEo} - {}^B \mathbf{p}_{oEo})}{|{}^B_E \mathbf{R}_z \cdot {}^E \mathbf{p}_{tcp} - {}^B_E \mathbf{R}_o \cdot {}^E \mathbf{p}_{tcp} + {}^B \mathbf{p}_{zEo} - {}^B \mathbf{p}_{oEo}|} \end{aligned} \quad (16)$$

计算  $\{T\}$  的  $Y$  轴相对于  $\{E\}$  的方向余弦为:

$${}^E_T \mathbf{o} = {}^E_T \mathbf{a} \times {}^E_T \mathbf{n} \quad (17)$$

为保证坐标系主矢量的正交性,还需要再对  ${}^E_T \mathbf{a}$  进行处理:

$${}^E_T \mathbf{a} = {}^E_T \mathbf{n} \times {}^E_T \mathbf{o} \quad (18)$$

综合式(9),(15),(16),(17)和(18)便是机器人工具坐标系标定的完整计算过程。

## 2 实验与结果分析

使用 JBY-50 六轴工业机器人对弧焊焊枪进行标定,TCP 位置标定选择 4 点标定(前 4 点),TCF 姿态标定选择  $Z/X$  方向标定(后 3 点)。一共需要记录 6 个点,其中 TCP 位置标定第 4 点作为 TCF 姿态标定的第 1 点。实验采集的 6 个点的机器人末端连杆坐标系  $\{E\}$  相对于基坐标系  $\{B\}$  的位姿数据如表 1 所示。

表 1 机器人工具坐标系标定点记录

点	$X(\text{mm})$	$Y(\text{mm})$	$Z(\text{mm})$	$A(^{\circ})$	$B(^{\circ})$	$C(^{\circ})$
1	1 028.29	233.29	1 432.98	-156.2	44.8	-126.6
2	1 118.69	-231.99	1 478.85	153.6	19	136.1
3	1 129.45	25	1 564	-175.1	29.4	-175
4	983.98	0.39	1 502.31	179.8	54.3	180
5	605.47	0.39	1 502.31	179.8	54.3	180
6	983.98	0.39	1 122.24	179.8	54.3	180

JBY-50 工业机器人采用欧拉角表示工具姿态,通过公式

$${}^B_E \mathbf{T} = \begin{bmatrix} cAcB & cAsBsC - sAcC & cAsBcC + sAsC & X \\ sAcB & -sAcBsC + cAcC & sAsBcC - cAsC & Y \\ -sB & sBsC & cBcC & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

可得  $\{E\}$  相对于  $\{B\}$  的变换矩阵。在式(19)中, $cA = \cos A, sA = \sin A, cB, sB, cC, sC$  依此类推。

根据式(9),(15),(16),(17)和(18)可算出工具坐标系为:

$${}^E_T \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0.584 & 0 & 0.812 & 119.62 \\ 0 & 1 & 0 & -0.32 \\ -0.812 & 0 & 0.584 & 351.9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

而实际测量弧焊焊枪尺寸得到工具坐标系为:

$${}^E_T \mathbf{T}_{\text{实际}} = \begin{bmatrix} 0.584 & 0 & 0.812 & 119.5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.812 & 0 & 0.584 & 352 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

可见采用这种标定方法也能获得较高的标定精度。

## 3 结束语

机器人工具坐标标定算法适用于大多数机器人的工具坐标系标定,对机器人类型、工具外形结构没有任何要求。经实验验证,能够较为精确地确定工具坐标系变换矩阵。并成功地应用于本实验室的 JBY-50 六轴工业机器人。

参考文献:

- [1] 李瑞峰,候琳琪,陶 谦. 机器人末端工具参数自动标定方法[J]. 哈尔滨工业大学学报,1998,30(3):74-77.
- [2] 宋月娥,吴 林,田劲松,等. 弧焊机器人工具参数标定[J]. 焊接学报,2001,22(5):1-4.
- [3] 朴永杰,邱 涛,陈善本. 弧焊机器人 TCF 参数的标定[J]. 机器人,2001,23(2):109-112.
- [4] 李亮玉,李 香,岳建锋,等. FANUC 弧焊机器人系统标定研究与实现[J]. 天津工业大学学报,2007,26(2):69-72.
- [5] 赵娇娇,朱 伟. 弧焊机器人系统标定[J]. 福州大学学报(自然科学版),2008,(S1):31-34.
- [6] 牛雪娟,刘景泰. 基于奇异值分解的机器人工具坐标系标定[J]. 自动化与仪表,2008,23(3):1-4.

作者简介:熊 烁 (1987-),男,湖北武汉人,硕士研究生,研究方向为工业机器人控制。