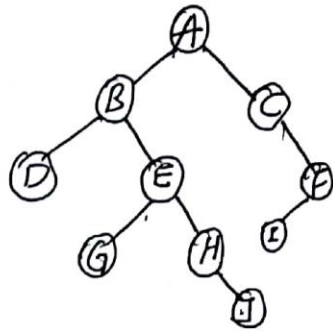


# Problem 1

4. 答: 如图



7. 验证在一棵满二叉树上所有结点的高度和满足  $N - U(N)$ , 其中,  $N$  结点数,  $U(N)$  是  $N$  的二进制表示中 1 的个数。

证: 设有  $n+1$  层, 设叶结点高度为 0, 依次类推

$$\text{则 } n(h_0) = 2^n \quad n(h_1) = 2^{n-1} \quad n(h_2) = 2^{n-2}$$

$$\Rightarrow S_{\text{总}} = \sum_{i=1}^n i \times 2^{n-i} = \sum_{i=1}^{n-1} i \times 2^{n-i} + n$$

$$2S_{\text{总}} = 2^n + \sum_{i=1}^{n-1} (i+1) \times 2^{n-i}$$

$$\Rightarrow S = 2S_{\text{总}} - S = \sum_{i=1}^{n-1} 2^i + 2^n - n = 2^{n+1} - 2 - n$$

$$\text{且结点总数 } N = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$$

二进制中 1 个数为  $n+1$

$$\Rightarrow S = 2^{n+1} - 2 - n = (2^{n+1} - 1) - (n+1) = N - U(N)$$

得证

8. 答: 度数之和为  $n-1$ 。理由如下:

$n$  个结点, 则由树性质共有  $(n-1)$  条边, 每个边表示一个后继, 则由度的定义可得度数之和为  $n-1$

10. 答:

该二叉树

前序序列: A B C D E F G H I J K

中序序列: C B E D F A H J K I G

后序序列: C E F D B K J I H G A

图:

