• Resolva as equações abaixo:

a) 2^{10} = 1024

b) lg(1024) = 10

c) lg(17) = 4.0874628412503

d) lg(17) (teto) = 5

e) lg(17) (piso) = 4

• Plote um gráfico com todas as funções abaixo:

a) f(n) = n3

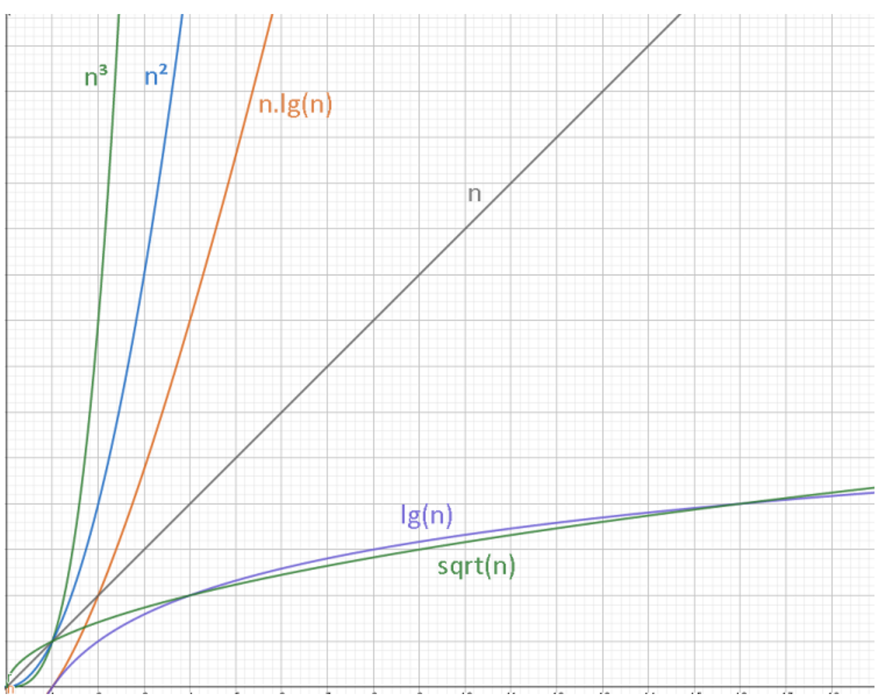
b) f(n) = n2

c) f(n) = n.lg(n)

d) f(n) = n

e) f(n) = sqrt(n)

f) f(n) = lg(n)



• Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 0; i < n; i++){
   if (rand() % 2 == 0){
      a--;
      b--;
   } else {
      c--;
   }
}
```

Melhor caso: n => O(n), Ω(n) e **Θ**(n)

Pior caso: 2n => O(n), Ω(n) e **Θ**(n)

• Calcule o número de subtrações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = 3; i < n; i++){
   a--;
}
```

Resultado = n - 3 => O(n), Ω(n) e **Θ**(n)

• Calcule o número de multiplicações que o código abaixo realiza:

```
for (int i = n; i > 0; i /= 2)
   a *= 2;
```

será realizado lg(n) (piso) + 1

O(lg n), Ω(lg n) e **Θ**(lg n)

• Encontre o menor valor em um array de inteiros

1º) Qual é a operação relevante
2º) Quantas vezes ela será executada?

```
int min = array[0];
for (int i = 1; i < n; i++){
   if (min > array[i]){
      min = array[i];
   }
}
```

R1 = a mais relevante é a comparação entre elementos no array

R2 = sera executado n-1 vezes

• Exercício Resolvido (8): Encontrar Mínimo

```
int min = array[0];
for (int i = 1; i < n; i++){
   if (min > array[i]){
      min = array[i];
   }
}
```

1º) Qual é a operação <u>relevante</u>?

A comparação entre elementos do array

2º) Quantas vezes ela será executada?

Ela será executada n-1 vezes

3º) O nosso $T(n) = n – 1$ é para qual dos três casos?

Nesse algoritmo será para os três casos, porque não existe condição de parada

4º) O nosso algoritmo é ótimo? Por que?

O algoritmo é ótimo porque ele realiza o mínimo necessário para realizar o problema, não sendo possível ser menor do que isso nesse caso.

• Exercício Resolvido (9): Pesquisa Sequencial

```
boolean resp = false;
for (int i = 0; i < n; i++){
   if (array[i] == x){
      resp = true;
      i = n;
   }
}
```

1º) Qual é a operação relevante?

A comparação entre elementos do array

2º) Quantas vezes ela será executada?

No melhor caso 1 vez, no pior caso N vezes e no caso médio $(n+1)/2$

3º) O nosso algoritmo é ótimo? Por que?

O algoritmo é ótimo porque ele realiza o mínimo necessário para realizar o problema, não sendo possível ser menor do que isso nesse caso.

• Encontre o maior e menor valores em um array de inteiros e, em seguida, encontre a função de complexidade de tempo para sua solução

```
int menor = array[0];
int maior = array[0]
for (int i = 1; i < n; i++){
   if (array[i] < menor){
      menor = array[i];
   } else if (array[i] > maior){
      maior = array[i]
   }
}
```

Melhor caso = 2 + (n-1)

Pior caso = 2+ 2(n-1)

• Considerando o problema de encontrar o maior e menor valores em um array de inteiros, veja os quatro códigos propostos e <u>analisados</u> no livro do Ziviani

Programa 1.1 *Algoritmo para obter o máximo de um conjunto*

```
package cap1;
public class Max {
  public static int max (int v[], int n) {
    int max = v[0];
    for (int i = 1; i < n; i++) if (max < v[i]) max = v[i];
    return max;
  }
}
```

Programa 1.2 *Implementação direta para obter o máximo e o mínimo*

```
package cap1;
public class MaxMin1 {
  public static int [] maxMin1 (int v[], int n) {
    int max = v[0], min = v[0];
    for (int i = 1; i < n; i++) {
      if (v[i] > max) max = v[i];
      if (v[i] < min) min = v[i];
    }
    int maxMin[] = new int[2];
    maxMin[0] = max; maxMin[1] = min;
    return maxMin;
  }
}
```

Programa 1.3 *Implementação melhorada para obter o máximo e o mínimo*

```
package cap1;
public class MaxMin2 {
  public static int [] maxMin2 (int v[], int n) {
    int max = v[0], min = v[0];
    for (int i = 1; i < n; i++) {
      if (v[i] > max) max = v[i];
      else if (v[i] < min) min = v[i];
    }
    int maxMin[] = new int[2];
    maxMin[0] = max; maxMin[1] = min;
    return maxMin;
  }
}
```

Programa 1.4 *Outra implementação para obter o máximo e o mínimo*

```
package cap1;
public class MaxMin3 {
  public static int [] maxMin3 (int v[], int n) {
    int max, min, FimDoAnel;
    if ((n % 2) > 0) { v[n] = v[n-1]; FimDoAnel = n; }
    else FimDoAnel = n-1;
    if (v[0] > v[1]) { max = v[0]; min = v[1]; }
    else { max = v[1]; min = v[0]; }
    int i = 2;
    while (i < FimDoAnel) {
      if (v[i] > v[i+1]) {
        if (v[i] > max) max = v[i];
        if (v[i+1] < min) min = v[i+1];
      }
      else {
        if (v[i] < min) min = v[i];
        if (v[i+1] > max) max = v[i+1];
      }
      i = i + 2;
    }
    int maxMin[] = new int[2];
    maxMin[0] = max; maxMin[1] = min;
    return maxMin;
  }
}
```

• Um aluno deve procurar um valor em um array de números reais. Ele tem duas alternativas. Primeiro, executar uma pesquisa sequencial. Segundo, ordenar o array e, em seguida, aplicar uma pesquisa binária. O que fazer?

Depende de quantas vezes o array será consultado, a pesquisa tem custo N, e a ordenação possui custo N.lg(n), se a quantidade de pesquisas a serem feitas for maior do que o custo da ordenação ira valer mais apena ordenar primeiro, caso contrario apenas pesquisar sequencialmente.

- Responda se as afirmações são verdadeiras ou falsas:

a) 3n2 + 5n + 1 é O(n): Falso

b) 3n2 + 5n + 1 é O(n^2): Verdadeira

c) 3n2 + 5n + 1 é O(n^3): Verdadeira

d) 3n2 + 5n + 1 é Ω(n): Verdadeira

e) 3n2 + 5n + 1 é Ω(n^2): Verdadeira

f) 3n2 + 5n + 1 é Ω(n^3): Falso

g) 3n2 + 5n + 1 é **Θ**(n): Falso

h) 3n2 + 5n + 1 é **Θ**(n^2): Verdadeira

i) 3n2 + 5n + 1 é **Θ**(n^3): Falso

- Preencha verdadeiro ou falso na <u>tabela</u> abaixo:

	O(1)	O(lg(n))	O(n)	O(n.lg(n))	O(n^2)	O(n^3)	O(n^5)	O(n^{20})
F(n) = lg(n)	x	V	V	V	V	V	V	V
F(n) = n.lg(n)	x	x	x	V	V	V	V	V
F(n) = 5n+1	x	x	V	V	V	V	V	V
F(n) = $7n^5$-$3n^2$	x	x	x	x	x	x	V	V
F(n) = $99n^3$-$1000n^2$	x	x	x	x	x	V	V	V
F(n) = n^5-$99999n^4$	x	x	X	x	x	x	V	V

- Preencha verdadeiro ou falso na <u>tabela</u> abaixo:

	Ω(1)	Ω(lg(n))	Ω(n)	Ω(n.lg(n))	Ω(n^2)	Ω(n^3)	Ω(n^5)	Ω(n^{20})
F(n) = lg(n)	V	V	x	x	x	x	x	x
F(n) = n.lg(n)	V	V	V	V	x	x	x	x
F(n) = 5n+1	V	V	V	X	x	x	x	x
F(n) = $7n^5$-$3n^2$	V	V	V	V	V	V	V	x
F(n) = $99n^3$-$1000n^2$	V	V	V	V	V	V	x	x
F(n) = n^5-$99999n^4$	V	V	V	V	V	V	V	x

- Preencha verdadeiro ou falso na <u>tabela</u> abaixo:

	Θ(1)	Θ(lg(n))	Θ(n)	Θ(n.lg(n))	Θ(n^2)	Θ(n^3)	Θ(n^5)	Θ(n^{20})
F(n) = lg(n)	x	V	x	x	x	x	x	x
F(n) = n.lg(n)	x	x	x	V	x	x	x	x
F(n) = 5n+1	x	x	V	x	x	x	x	x
F(n) = $7n^5$-$3n^2$	x	x	x	x	x	x	V	x
F(n) = $99n^3$-$1000n^2$	x	x	x	x	x	V	x	x
F(n) = n^5-$99999n^4$	x	x	x	x	x	x	V	x

• Sabendo que o Algoritmo de Seleção faz $\Theta(n2)$ comparações entre registros, quantas dessas comparações temos no código abaixo? Justifique

```
for (int i = 0; i < n; i++){
   seleção();
}
```

Como o algoritimo acontece N vezes é feito uma multiplicação de $n.n^2$ logo serão n^3 vezes:

$\Theta(n^3)$

• Sabendo que o limite inferior da ordenação é $\Theta(n.\lg n)$ e que o custo da pesquisa binária é $\Theta(\lg n)$, qual é a ordem de complexidade de uma solução em que ordenamos um array e efetuamos uma pesquisa binária. Justifique sua resposta

Neste caso é feito uma soma pois ambas operações acontecem separadamente sem influenciar na outra, somando o custo de operação dos dois algoritimos chegamos a equação: $n.\lg(n) + \lg(n)$, a qual possui um custo de:

$\Theta(n.\lg(n))$

• Dado $f(n)=3n2 -5n-9$, $g(n) = n.\lg(n)$, $l(n) = n.\lg2 (n)$ e $h(n) = 99n8$, qual é a ordem de complexidade das operações abaixo. Mostre sua resposta usando as notações O, Ω e Θ:

a) $h(n) + g(n) - f(n) = O(n^8), \Omega(n^8), \Theta(n^8)$

b) $\Theta(h(n)) + \Theta(g(n)) - \Theta(f(n)) = O(n^8), \Omega(n^8), \Theta(n^8)$

c) $f(n) \times g(n) = O(n^3.\lg(n)), \Omega(n^3.\lg(n)), \Theta(n^3.\lg(n))$

d) $g(n) \times l(n) + h(n) = O(n^8), \Omega(n^8), \Theta(n^8)$

e) $f(n) \times g(n) \times l(n) = O(n^4.\lg^3(n)), \Omega(n^4.\lg^3(n)), \Theta(n^4.\lg^3(n))$

f) $\Theta(\Theta(\Theta(\Theta(f(n))))) = O(n^2), \Omega(n^2), \Theta(n^2)$

• Dada a definição da notação O:

a) Mostre os valores de c e m tal que, para $n \geq m$, $|3n2 + 5n +1| \leq c \times |n2|$, provando que $3n2 + 5n + 1$ é $O(n2)$

Para isso ser verdade C precisa ser maior do que 3 (igual ou maior a 4)

b) Mostre os valores de c e m tal que, para $n \geq m$, $|3n2 + 5n +1| \leq c \times |n3|$, provando que 3n2 + 5n + 1 é O(n3)

Qualquer valor acima de 4 atende este requisito

c) Prove que 3n2 + 5n + 1 não é O(n)

Não existe valor que seja capaz de fazer com que a curva da inequação se demonstre verdadeiro. Aumentar o valor de C apenas ira retardar o momento em que a curva quadrática ira superar a Linear

• Dada a definição da notação Ω:

a) Mostre os valores de c e m tal que, para $n \geq m$, $|g(n)| \geq c \times |f(n)|$, provando que 3n2 + 5n + 1 é Ω(n2)

Qualquer valor abaixo de 3 atende esse requisito (igual ou menor a 2)

, e m = 0 porque as 2 linhas nunca se tocam neste cass

b) Mostre os valores de c e m tal que, para $n \geq m$, $|g(n)| \geq c \times |f(n)|$, provando que 3n2 + 5n + 1 é Ω(n)

qualquer valor de N ira gerar uma linha que por mesmo que em determinado momento ultrapasse a curva quadrática em outro seguinte será superada e passara novamente a ser um limite inferior. Mas de toda forma o valor mais apropriado de C para que M = 0 seria C = 8

c) Prove que 3n2 + 5n + 1 não é Ω(n3)

Em um gráfico cubico por mesmo que inicialmente seja inferior ao quadrático sempre haverá um momento em que este ira ultrapassa-lo, por exemplo nesse caso quando de n^3 e c = 1, o gráfico ira ultrapassa-lo quando m = 4.2...

• Dada a definição da notação **Θ**:

a) Mostre um valor para c1 , c2 e m tal que, para $n \geq m$, $c1 \times |f(n)| \leq |g(n)| \leq c2 \times |f(n)|$, provando que 3n2 + 5n +1 é **Θ**(n2)

Podemos recuperar os dados descobertos anteriormente ao calcular O e Ω da equação.

O valor de C1 = 4 e C2 = 2

b) Prove que 3n2 + 5n +1 não é **Θ**(n)

Assim como demonstrado anteriormente não existe valor que satisfaça c1 para que crie um limite superior

c) Prove que 3n2 + 5n +1 não é **Θ**(n3)

Assim como demonstrado anteriormente não existe valor que satisfaça c2 para que crie um limite inferior

• Faça um resumo sobre Teoria da Complexidade, Classes de Problemas P, NP e NP-Completo. Use LaTeX e siga o modelo de artigos da SBC (sem abstract, resumo nem seções) com no máximo duas página.

A questão acima será respondida em um link para o site Overleaf onde o documento LaTeX foi escrito.

https://pt.overleaf.com/read/mqmsbzvzchbd

• Apresente a função e a complexidade para os números de comparações e movimentações de registros para o pior e melhor caso

```
void imprimirMaxMin(int [] array, int n){
  int maximo, minimo;
  if (array[0] > array[1]){
    maximo = array[0];
    minimo = array[1];
  } else {
    maximo = array[1];
    minimo = array[0];
  }
  for (int i = 2; i < n; i++){
    if (array[i] > maximo){
      maximo = array[i];
    } else if (array[i] < minimo){
      minimo = array[i];
    }
  }
}
```

Função		
	Movimentações	Comparações
Pior	f(n) = 2 + (n-2)	f(n) = 1 + 2(n-2)
Melhor	f(n) = 2	f(n) = 1 + (n-2)

Complexidade		
	Movimentações	Comparações
Pior	O(n), Ω(n) e Θ(n)	O(n), Ω(n) e Θ(n)
Melhor	O(1), Ω(1) e Θ(1)	O(n), Ω(n) e Θ(n)

• Apresente a função e a complexidade para o número de subtrações para o pior e melhor caso

```
i = 0;
while (i < n) {
   i++;
   a--;
}
if (b > c) {
   i--;
} else {
   i--;
   a--;
}
```

	Função	Complexidade
Pior	F(n) = n + 2	O(n), Ω(n) e Θ(n)
Melhor	F(n) = n + 1	O(n), Ω(n) e Θ(n)

• Apresente a função e a complexidade para o número de subtrações para o pior e melhor caso

```
for (i = 0; i < n; i++) {
   for (j = 0; j < n; j++) {
      a--;
      b--;
   }
c--;
}
```

	Função	Complexidade
Todos	F(n) = (2n + 1)n	$O(n^2)$, $\Omega(n^2)$ e $\Theta(n^2)$

• Apresente a função e a complexidade para o número de subtrações para o pior e melhor caso

```
for (i = 0; i < n; i++) {
   for (j = 1; j <= n; j*=2) {
      b--;
   }
}
```

	Função	Complexidade
Todos	F(n) = n*lg(n) + n	O(n*lg(n)), Ω(n*lg(n)) e Θ(n*lg(n))

• Suponha um sistema de monitoramento contendo os métodos telefone, luz, alarme, sensor e câmera, apresente a função e ordem de complexidade para o pior e melhor caso: (a) método alarme; (b) outros métodos.

```
void sistemaMonitoramento() {
    if (telefone() == true && luz() == true){
        alarme(0);
    } else {
        alarme(1);
    }
    for (int i = 2; i < n; i++){
        if (sensor(i- 2) == true){
            alarme (i - 2);
        } else if (camera(i- 2) == true){
            alarme (i - 2 + n);
        }
    }
}
```

Alarme		
	Função	Complexidade
Todos	F(n) = 1 + (n-2)	O(n), Ω(n) e Θ(n)

Sensor		
	Função	Complexidade
Todos	F(n) = n-2	O(n), Ω(n) e Θ(n)

• Apresente um código, defina duas operações relevantes e apresente a função e a complexidade para as operações escolhidas no pior e melhor caso

Resolução de uma questão retirada de um repositório de perguntas comuns feitas em entrevistas para a google, que eu resolvi usando a linguagem Go:
Enunciado da questão: Recebido um array, retorno outro contendo a multiplicação dos elementos não pertencentes a posição 'i'. exemplo: [1, 2, 3, 4, 5] => [120, 60, 40, 30, 24]

```go
func function(slice []int) []int {
    if len(slice) == 1 {
        slice_1 := make([]int, 0)
        slice_1 = append(slice_1, 0)
        return slice_1
    }
    slice_1 := make([]int, len(slice))
    i, temp := 0, 1
    for ; i < len(slice); i++ {
        slice_1[i] = temp
        temp *= slice[i]
    }
    i, temp = len(slice)-1, 1
    for ; i >= 0; i-- {
        slice_1[i] *= temp
        temp *= slice[i]
    }
    return slice_1
}
```

Operação relevante escolhida: Atribuição de elementos do array, comparações.

Atribuição no array		
	Função	Complexidade
Todos	F(n) = 2n + 2n = 4n	O(n), Ω(n) e Θ(n)

Comparações		
	Função	Complexidade
Todos	F(n) = 1 + n + n = 1 + 2n	O(n), Ω(n) e Θ(n)

• Apresente o tipo de crescimento que melhor caracteriza as funções abaixo

	Constante	Linear	Polinomial	Exponencial
3n		V		
1	V			
(3/2)n		V		
$2n^3$			V	
2^n				V
$3n^2$			V	
1000	V			
$(3/2)^n$				V

• Classifique as funções f1 (n) = n2 , f2 (n) = n, f3 (n) = 2n , f4 (n) = (3/2)n , f5 (n) = n3e f6 (n) = 1 de acordo com o crescimento, do mais lento para o mais rápido

f_6 (n) = 1
f_2 (n) = n
f_1 (n) = n^2
f_5 (n) = n^3
f_4 (n) = $(3/2)^n$
f_3 (n) = 2^n

• Classifique as funções f1 (n) = n.log6 (n), f2 (n) = lg(n), f3 (n) = log8 (n), f4 (n) = 8n2 , f5 (n) = n.lg(n), f6 (n) = 64, f7 (n) = 6n3 , f8 (n) = 82n e f9 (n) = 4n de acordo com o crescimento, do mais lento para o mais rápido

f_6 (n) = 64
f_3 (n) = log8 (n)
f_2 (n) = lg(n)
f_9 (n) = 4n
f_1 (n) = n.log6 (n)
f_5 (n) = n.lg(n)
f_4 (n) = 8n2
f_7 (n) = 6n3
f_8 (n) = 82n

• Faça a correspondência entre cada função f(n) com sua g(n) equivalente, em termos de Θ. Essa correspondência acontece quando f(n) = Θ(g(n))

f(n)	g(n)
n+30	3n-1
n^2+2n-10	n^2+3n
n^3.3n	n^4
lg(n)	lg(2n)

- No Exercício Resolvido (10), verificamos que quando desejamos pesquisar a existência de um elemento em um array de números reais é adequado executar uma pesquisa sequencial cujo custo é $\Theta(n)$. Nesse caso, o custo de ordenar o array e, em seguida, aplicar uma pesquisa binária é mais elevado, $\Theta(n * lg(n)) + \Theta(lg(n)) = \Theta(n * lg(n))$. Agora, supondo que desejamos efetuar n pesquisas, responda qual das duas soluções é mais eficiente

Para realizar N pesquisas teremos gasto n em todas as execuções, o que ira gerar um custo total de n*n, levando a um $\Theta(n^2)$. Mas se aplicarmos uma ordenação iremos executar lg(n) em todas as pesquisas, levando a um custo total de n.lg(n) * lg(n), o que se torna $\Theta(n.lg^2(n))$. Sendo o crescimento de $n.lg^2(n)$ menor do que o crescimento de n^2 teremos um custo menor ao realizarmos a ordenação com a pesquisa binaria.