

MARCOS ANTONIO LOMMEZ CANDIDO RIBEIRO

- Quando existir um laço começando em 0 ate N teremos, N repetições, por outro lado quando começar em 'a' teremos n-a repetições

for (int i = 0; i < n; i++) = n

for (int i = a; i < n; i++) = n-a

- O laço do algoritmo de seleção não precisa ir até a posição n-1 (ultima), por isso seu limite superior será (n-2), enquanto o laço interno realiza i < n operações, o que pode ser expresso com a equação (n-i-1) onde (n-i) simula um decremento no valor de 'i'. Logo sua formula será:

$$\sum_{i=0}^{n-2} (n - i - 1)$$

$$\sum_{i=0}^{n-2} (n) - \sum_{i=0}^{n-2} (i) - \sum_{i=0}^{n-2} (1) \quad \ll \text{associatividade}$$

$$n \cdot (n - 1) - \sum_{i=0}^{n-2} (i) - 1 \cdot (n - 1) \quad \ll \text{substituição pela formula } (n \cdot n)$$

$$n \cdot (n - 1) - \frac{(n-2)(n-1)}{2} - 1 \cdot (n - 1) \quad \ll \text{substituição pelo somatório de Gauss } \frac{n(n-1)}{2}$$

- Também podemos manipular somas através dos seus conjuntos

$$\sum_{i \in I} a_i + \sum_{i \in I'} a_i = \sum_{i \in I \cup I'} a_i + \sum_{i \in I \cap I'} a_i$$

$$i \in I \quad i \in I' \quad i \in I \cup I' \quad i \in I \cap I'$$

- E através da base para perturbação

$$S_n + a_{n+1} = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \quad \text{onde} \quad a_i = a \cdot x^i$$

- Exemplo aplicado a formula do somatório da PG

$$S_n + a \cdot x^{n+1} = a \cdot x^0 + \sum_{i=1}^n a \cdot x^{i+1} = S_n + a \cdot x^{n+1} = a \cdot x^0 + \sum_{i=1}^n a \cdot x^i \cdot x$$

$$S_n + a \cdot x^{n+1} = a \cdot x^0 + x \cdot \sum_{i=1}^n a \cdot x^i = S_n + a \cdot x^{n+1} = a \cdot x^0 + x \cdot S_n$$

$$S_n + a \cdot x^{n+1} = a + x \cdot S_n = S_n - x \cdot S_n = a - a \cdot x^{n+1}$$

$$(1-x)S_n = a - a \cdot x^{n+1} = S_n = \frac{a - a \cdot x^{n+1}}{(1-x)} \quad (\text{para } x \text{ diferente de } 1)$$

- Exemplo de Somatório encontrado através da aplicação da formula acima junto da base para perturbação:

$$S_n = \sum_{0 \leq i \leq n} i \cdot 2^i = (n-1) \cdot 2^{n+1} + 2$$

- Outras formulas uteis:

$$\sum_{i=0}^n i = n(n+1)$$

$$\sum_{i=0}^n 1 = n+1$$

$$\sum_{i=0}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$a_i = i^2$$

- Uma formula de somatório pode ser provada correta utilizando a indução.

A mesma é dividida em duas partes, sendo

- Passo base: Substituir n pelo primeiro valor e provar seu resultado
- Indução propriamente dita: A formula devera ser valida ao substituir n por n-1

Exemplos:

Passo base

$$S_n = \sum_{0 \leq i \leq n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \text{ para } n \geq 0$$

$$S_0 = \frac{0 \cdot (0+1) \cdot (2 \cdot 0 + 1)}{6} = 0$$

Indução propriamente dita:

$$S_n = S_{n-1} + a_n$$

$$S_{n-1} = \frac{(n-1)((n-1)+1)(2(n-1)+1)}{6} = \frac{(n-1)(n)(2n-1)}{6}$$

$$S_n = \frac{(n-1)(n)(2n-1)}{6} + n^2 \Rightarrow S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

- Para calcular o numero de repetições de um laço do tipo logarítmico ($n/=2$) realizaremos $\lfloor \lg(n) \rfloor + 1$, o +1 ocorre por causa que o logaritmo não conta o valor do laço onde n será igual a 1.

- A pesquisa sequencial possui custo $\Theta(n)$ e a pesquisa binaria possui custo $\Theta(\lg(n))$

O custo mínimo da ordenação é $\Theta(n \cdot \lg(n))$, logo para um array não ordenado deveremos usar a pesquisa sequencial, a não ser sejam realizados $n \cdot \lg^2(n)$ pesquisas, a partir dai vale mais apenas ordenar e pesquisar binariamente.

A definição das notações nasce do conceito de que:

Para uma função $g(n)$ ser $O(f(n))$, ela devera possuir constantes 'c' e 'm' para que sua "reta" ultrapasse em determinado momento (m) a "reta" de (g).

Ao utilizar a notação estes valores ficarão implícitos, é necessário apenas que eles existam para que a premissa se torne verdadeira. Pelo mesmo lado o mesmo é necessário para $\Omega(f(n))$, a diferença é que a "reta" não pode ultrapassar

E por fim para $\Theta(f(n))$ estes valores deverão existir onde seja possível que a "reta" esteja entre O e Ω de forma justa.

- Exemplo de notação de complexidade

```

for (i = 0; i < n; i++) {
    for (j = 1; j <= n; j *= 2) {
        b--;
    }
}

```

função
complexidade

$f(n) = (\lg(n) + 1) * n = n * \lg(n) + n$

$O(n \times \lg(n)), \Omega(n \times \lg(n))$ e $\Theta(n \times \lg(n))$