



PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS  
Instituto de Ciências Exatas e de Informática

Marcos Antonio Lommez Candido Ribeiro<sup>1</sup>

## Lista #8

Inteligência Artificial

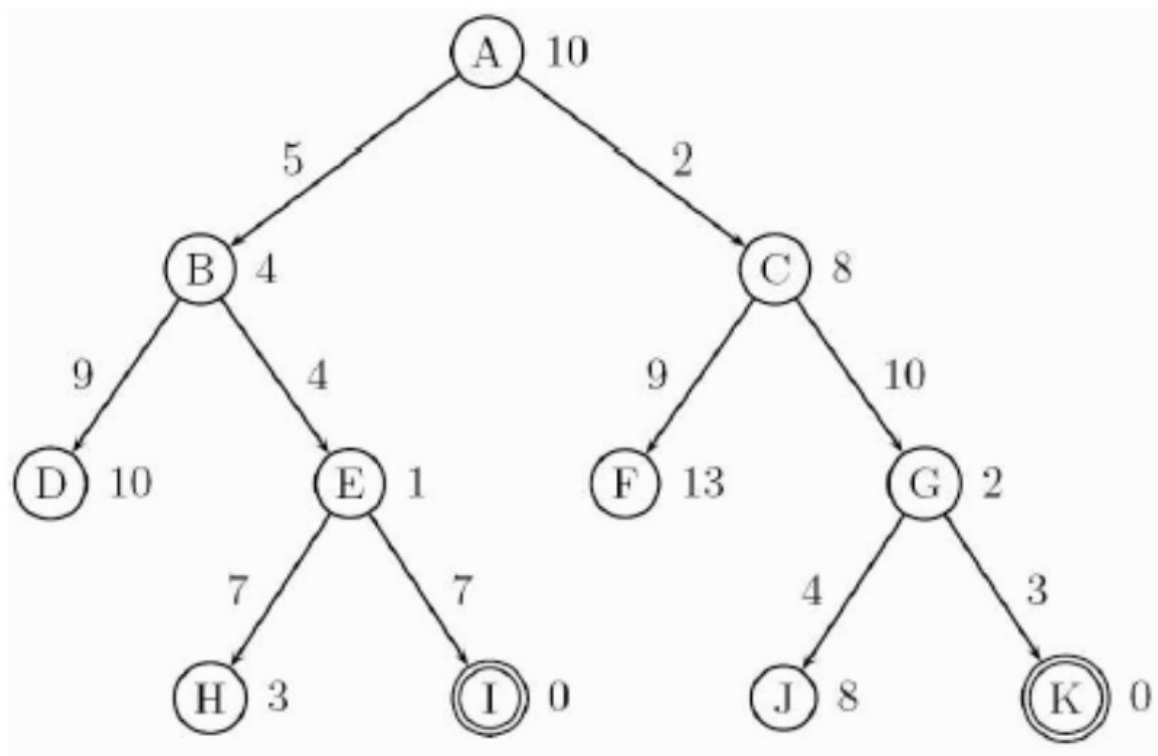
---

<sup>1</sup>Aluno de Graduação em Ciência da Computação – tonilommez@hotmail.com

1) Considere o espaço de busca a seguir. Cada nó é rotulado por uma letra. Cada nó objetivo é representado por um círculo duplo. Existe uma heurística estimada para cada dado nó (indicada por um valor ao lado do nó). Arcos representam os operadores e seus custos associados. Para cada um dos algoritmos a seguir, pede-se:

- 1) Os nós visitados na ordem em que eles são examinados, começando pelo nó A
- 2) Forneça também a solução obtida por cada método
- 3) Pergunta-se: a heurística é admissível? Justifique.

No caso de escolhas equivalentes entre diferentes nodos, prefira o nodo mais próximo da raiz, seguido pelo nodo mais à esquerda na árvore. O algoritmo pára a busca quando encontra o I ou o K. Ou seja, não é necessário encontrar os dois objetivos.



### 1) Algoritmo de Busca em Largura (amplitude): Ordem de visitação:

Ordem de Visitação do algoritmo:

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I$

Resultado:

$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow I$

No caso da busca em largura a heurística de cada nó não é admissível porque o algoritmo apenas é capaz de computar o custo associado a cada arco, sendo assim poderia ser usado para decidir quem está mais próximo relacionado ao peso, seja I ou K.

Devido a restrição de parar no primeiro encontrado o valor resultante foi I, mas no caso de uma busca pelo mais próximo resultaria em K.

### 2) Algoritmo de Busca em Profundidade

Ordem de Visitação:

$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow I$

Resultado:

$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow I$

Na busca em profundidade uma heurística também não seria admissível devido a natureza do algoritmo, que foi feito para medir o custo associado aos arcos, da mesma maneira que a busca em largura, ela seria capaz de encontrar o caminho mais curto para I ou K, mas decidimos parar em K.

### 3) Custo uniforme

Ordem de Visitação:

$A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow D \rightarrow K$

Resultado:

$A \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow K$

O algoritmo de Custo Uniforme por ser um Dijkstra like não se utiliza de heurística adicionada aos nós, então é baseado somente no ponderamento das arestas.

### 4) Algoritmo de Busca Gulosa

Ordem de Visitação:

$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow I$

Resultado:

$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow I$

O algoritmo de busca gulosa se preocupa única e exclusivamente com a heurística relacionada a cada nó, portanto ignora o peso das arestas e segue diretamente pela heurística mais curta.

## 5) Algoritmo A\*

Ordem de Visitação:

$A \rightarrow C \rightarrow G \rightarrow K$

Resultado:

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow G \rightarrow K$

O algoritmo de A\* faz uma união entre o Custo uniforme e o Busca Gulosa, utilizando heurística e ponderamento das arestas juntamente.

## 2) Para o problema do Puzzle de 8, pede-se:

### 1. A heurística de Manhattan é admissível? Justifique

A heurística de Manhattan é admissível. Porque uma heurística é considerada admissível se ela nunca superestima o custo para alcançar o objetivo a partir de qualquer estado no espaço de estados. Ou seja, o valor da heurística é sempre menor ou igual ao número real de movimentos necessários para atingir o estado final a partir do estado atual. Portanto Manhattan é admissível porque ela reflete, no mínimo, o número de movimentos que cada peça teria que fazer para chegar em sua posição correta.

### 2. Proponha uma outra heurística para este problema. Ela é admissível? Justifique

Outra heurística possível seria a Hamming, que calcula a partir do número total de peças que estão na posição errada, sem considerar a distância entre a posição atual e a posição correta. Ela é admissível porque, para cada peça fora do lugar, é necessário pelo menos um movimento para colocá-la na posição correta, portanto, o custo estimado para o estado final nunca será maior do que o número real de movimentos necessários para resolver o quebra-cabeça.

3) Julgue os itens a seguir, relativos a métodos de busca com informação (busca heurística) e sem informação (busca cega), aplicados a problemas em que todas as ações têm o mesmo custo, o grafo de busca tem fator de ramificação finito e as ações não retornam a estados já visitados.

I. A primeira solução encontrada pela estratégia de busca em largura é a solução ótima.

II. A primeira solução encontrada pela estratégia de busca em profundidade é a solução ótima.

III. As estratégias de busca com informação usam funções heurísticas que, quando bem definidas, permitem melhorar a eficiência da busca.

IV. A estratégia de busca gulosa é eficiente porque expande apenas os nós que estão no caminho da solução.

Estão certos apenas os itens

a) I e II.

b) I e III.

c) I e IV.

d) II e IV.

e) III e IV.

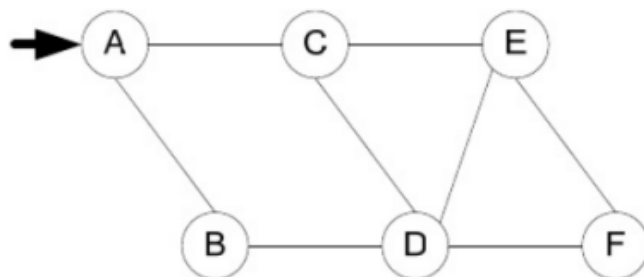
Letra (b)

Quando todas as ações tem o mesmo custo o primeiro valor encontrado na busca em largura será o valor ótimo automaticamente, por outro lado na busca em profundidade isso nem sempre ocorrerá porque ela privilegia exaurir um caminho antes de explorar outras oportunidades.

A introdução da heurística na busca vem exatamente para poder melhorar a eficiência dos algoritmos, dando a eles mais informação sobre o contexto, para que não seja necessário buscar exaustivamente dentro de uma quantidade muito alta de caminhos possíveis, embora não garantem encontrar a melhor solução possível, apenas que ela é ótima e será encontrada (se houver).

A busca gulosa procura seguir primeiro pelo caminho que parece melhor naquele momento, no entanto, ela não é eficiente em todos os casos, pois pode ficar presa em máximos locais ou seguir caminhos que parecem bons a curto prazo.

4) Considere o algoritmo de busca em largura em grafos. Dado o grafo a seguir e o vértice A como ponto de partida, a ordem em que os vértices são descobertos é dada por:



- A) A B C D E F
- B) A B D C E F
- C) A C D B F E
- D) A B C E D F
- E) A B D F E C

Correta: letra (A)

5) Analise as seguintes afirmativas:

- I. A estratégia de busca em largura encontra a solução ótima quando todos os operadores de mudança de estado têm o mesmo custo.
- II. A estratégia de busca em profundidade sempre expande um menor número de nós que a estratégia de busca em largura, quando aplicadas ao mesmo problema.
- III. A estratégia de busca heurística encontra sempre a solução de menor custo.
- IV. A estratégia de busca heurística expande um número de nós em geral menor que o algoritmo de busca em largura, mas não garante encontrar a solução ótima.
- V. O algoritmo de busca heurística que utiliza uma função heurística admissível encontra a solução ótima.

A respeito, pode-se concluir que:

- (a) apenas a afirmativa V é correta
- (b) todas as afirmativas são corretas.
- (c) todas as afirmativas são falsas.
- (d) apenas as afirmativas II e V são corretas.
- (e) apenas as afirmativas I, IV, e V são corretas.

Afirmativa correta: letra (e)

6) Considerando que  $h(n)$  é o custo estimado do nó  $n$  até o objetivo, em relação à busca informada, pode-se afirmar que:

- (a) a busca gulosa minimiza  $h(n)$ .
- (b) a busca  $A^*$  minimiza  $h(n)$ .
- (c) a busca de custo uniforme minimiza  $h(n)$ .
- (d) a busca gulosa minimiza  $h(n)$  somente se a heurística for admissível.
- (e) a busca  $A^*$  minimiza  $h(n)$  somente se a heurística for admissível.

Afirmativa correta: letra (a)

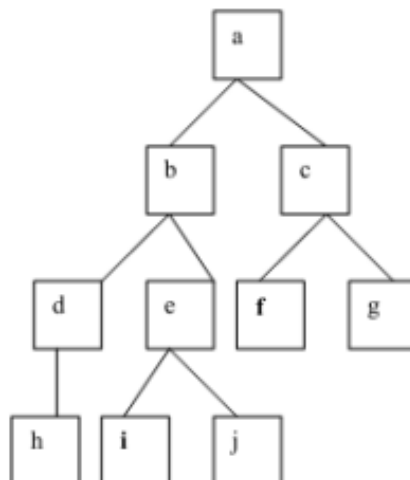
7) Considere  $h(x)$  como uma função heurística que define a distância de  $x$  até a meta; Considere ainda  $h^o(x)$  como a distância real de  $x$  até a meta.  $h(x)$  é dita admissível se e somente se:

- (a)  $\exists n \ h(n) \leq h^o(n)$
- (b)  $\forall n \ h(n) \leq h^o(n)$
- (c)  $\forall n \ h(n) \leq h^*(n)$
- (d)  $\exists n \ h(n) > h^*(n)$
- (e)  $\exists n \ h(n) < h^*(n)$

Afirmativa correta: letra (b)



8) Seja a árvore binária abaixo a representação de um espaço de estados para um problema p, em que o estado inicial é a, e i e f são estados finais



Um algoritmo de busca em largura-primeiro forneceria a seguinte sequência de estados como primeira alternativa a um caminho-solução para o problema p:

- a) a b d h e i
- b) a b c d e f
- c) a b e i
- d) a c f
- e) a b d e f

Afirmativa correta: letra (b)

9) Suponha um algoritmo de busca pelo melhor primeiro (best-first ou busca gulosa) em que a função objetivo é  $f(n) = (2 - w).g(n) + w.h(n)$ . Que tipo de busca ele realiza quando  $w = 0$ ? Quando  $w = 1$ ? E quando  $w = 2$ ?

Quando  $w = 0$  a formula anula a segunda parte que se refere a heurística dos nós e se importa apenas com o valor real do grafo, onde inclusive se usa uma multiplicação de peso multiplicado por 2, resultando na formula  $2g(n)$ , o que equivaleria ao algoritmo de **custo uniforme**

Quando  $w = 1$  a formula se torna  $g(n) + h(n)$ , o que equivale ao algoritmo de **A\***

Por fim quando  $w = 2$  o valor da primeira parte se torna uma multiplicação por 0, ficando  $2h(n)$ , assim ignorando o valor real e se importando exclusivamente com a heurística, o que equivale ao algoritmo de **busca gulosa**

10) Para cada uma das frases abaixo, verifique se a afirmação é verdadeira ou falsa. Justifique.

a) A busca em largura sempre encontra a solução ótima.

Verdadeiro. A busca em largura sempre ira encontrar a solução ótima do problema, mas isso não garante que a primeira solução encontrada sera a melhor, mas garante que ao fim do algoritmo ela sera encontrada.

b) A estratégia de busca heurística sempre encontra a solução de menor custo

Falso. A busca heurística encontra a solução de menor custo garantidamente quando a heurística escolhida for admissível, ou seja, para todo  $n$  o resultado de  $h(n)$  é menor ou igual ao  $h(n)$  real.

c) A busca de custo uniforme minimiza do  $g(n)$

Verdadeiro. O objetivo da busca de custo uniforme é exatamente minimizar  $g(n)$ , porque ela ignora qualquer heurística existente.

11) Considere um jogo do tipo 8-puzzle, cujo objetivo é conduzir o tabuleiro esquematizado na figura abaixo para o seguinte estado final.

1	2	3
8		4
7	6	5

Considere, ainda, que, em determinado instante do jogo, se tenha o estado E0 a seguir:

3	4	6
5	8	
2	1	7

Pelas regras desse jogo, sabe-se que os próximos estados possíveis são os estados E1, E2 e E3 mostrados abaixo.

<table> <tr> <td>3</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr> <td>5</td><td></td><td>8</td></tr> <tr> <td>2</td><td>1</td><td>7</td></tr> </table>	3	4	6	5		8	2	1	7	<table> <tr> <td>3</td><td>4</td><td>6</td></tr> <tr> <td>5</td><td>8</td><td>7</td></tr> <tr> <td>2</td><td>1</td><td></td></tr> </table>	3	4	6	5	8	7	2	1		<table> <tr> <td>3</td><td>4</td><td></td></tr> <tr> <td>5</td><td>8</td><td>6</td></tr> <tr> <td>2</td><td>1</td><td>7</td></tr> </table>	3	4		5	8	6	2	1	7
3	4	6																											
5		8																											
2	1	7																											
3	4	6																											
5	8	7																											
2	1																												
3	4																												
5	8	6																											
2	1	7																											
<b>E1</b>	<b>E2</b>	<b>E3</b>																											

Considere uma função heurística  $h$  embasada na soma das distâncias das peças em relação ao estado final desejado, em que a distância  $d$  a que uma peça  $p$  está da posição final é dada pela soma do número de linhas com o número de colunas que a separam da posição final desejada.

Por exemplo, em  $E1$ ,  $d(1) = 2 + 1 = 3$ . A partir dessas informações analise as asserções a seguir.

Utilizando-se um algoritmo de busca gulosa pela melhor escolha que utiliza a função  $h$ , o próximo estado no desenvolvimento do jogo a partir do estado  $E0$  tem de ser  $E3$

porque,

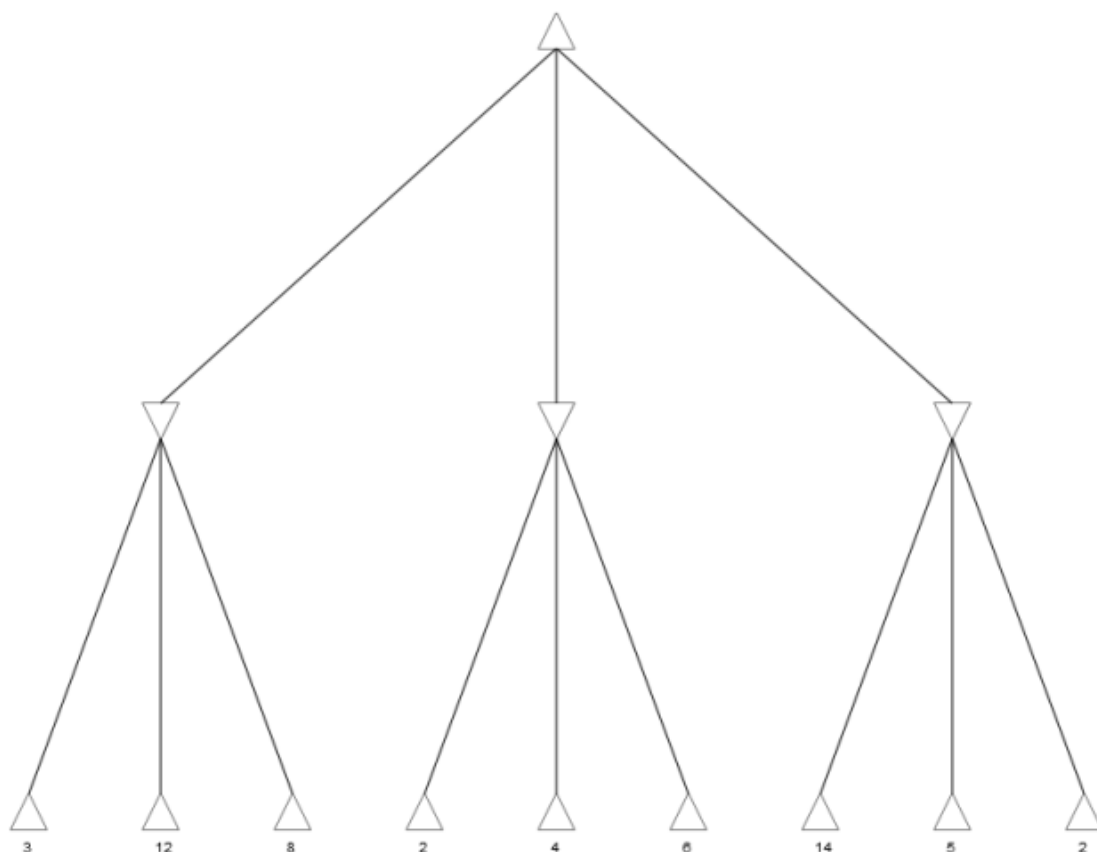
dos três estados  $E1$ ,  $E2$  e  $E3$  possíveis, o estado com menor soma das distâncias entre a posição atual das peças e a posição final é o estado  $E3$ .

Assinale a opção correta a respeito dessas asserções.

- a) As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.
- b) As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda não é uma justificativa correta da primeira.
- c) A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é uma proposição falsa.
- d) A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é uma proposição verdadeira.
- e) As duas asserções são proposições falsas.

Afirmativa correta: letra (a)

**12) Rode o MINIMAX na árvore abaixo. Qual será a decisão do MAX?**



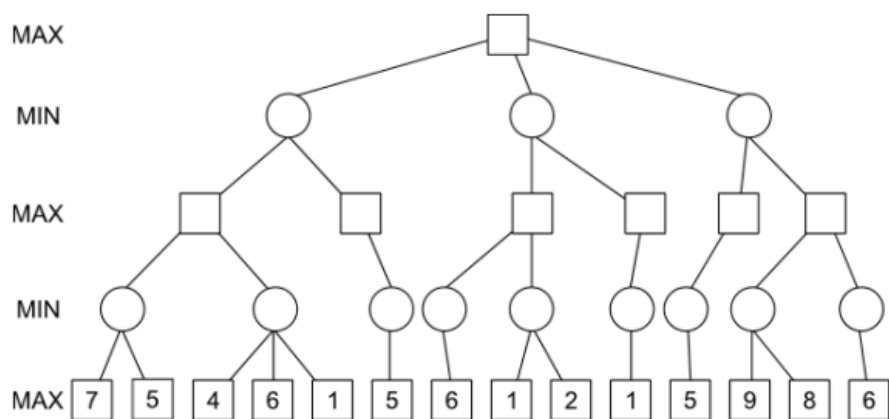
A decisão do MAX nesta árvore será de 3

**13) Rode o MINIMAX com corte alfa-beta para a árvore acima. Haverá corte? Onde? Quais?**

Haverá corte ao analisar o segundo nó de MIN, porque ao avaliar o seu primeiro filho contendo o número 2, podemos afirmar que seu valor automaticamente será menor ou igual a dois, logo não precisamos avaliar seus demais filhos, afinal a recursão de MAX já havia encontrado 3 no primeiro nó de MIN. Diferentemente do segundo nó de MIN, o terceiro só terá essa conclusão ao avaliar seu terceiro filho.

Portanto com o corte alfa-beta na árvore foram realizados 2 cortes, no nó central nos valores 4 e 9.

14) Considere a árvore minimax abaixo representando um jogo. Simule a execução do algoritmo minimax com podas alfa-beta preenchendo os valores na árvore e indicando quais nodos serão podados.



Resultado:

