МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»

(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Кафедра математического и компьютерного моделирования

Кулахсзян Сергей Грайрович

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1 ПО ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Направление подготовки 02.03.01сцт Сквозные цифровые технологии, бакалавриатская программа «Математика и компьютерные науки»

Очной (заочной) формы обучения

Студент группы Б9123-02.03.01сцт2

____________________ С. Г. Кулахсзян

Руководитель проекта

____________________ Ю. А. Клевчихин

Владивосток

2025

Содержание

15 Для данной функции найти все изолированные особые точки и определить их тип: **15**

1 Найти все значения корня:

$\sqrt[3]{\dfrac{i}{27}} = \sqrt[3]{z} = w$

$|z| = \sqrt{\left(\dfrac{1}{27}\right)^2} = \dfrac{1}{27}$

$\phi = \dfrac{\pi}{2}$

$z = \dfrac{1}{3}\left(\cos\dfrac{\pi}{2} + i\sin\dfrac{\pi}{2}\right)$

$k_0 = \dfrac{1}{3}\left(\cos\dfrac{\frac{\pi}{2}}{3} + i\sin\dfrac{\frac{\pi}{2}}{3}\right) = \dfrac{1}{3}\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{6} + i\dfrac{1}{6}$

$k_1 = \dfrac{1}{3}\left(\cos\dfrac{\frac{\pi}{2}+2\pi}{3} + i\sin\dfrac{\frac{\pi}{2}+2\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{3}\left(\cos\dfrac{5\pi}{6} + i\sin\dfrac{5\pi}{6}\right) = -\dfrac{\sqrt{3}}{6} + i\dfrac{1}{6}$

$k_2 = \dfrac{1}{3}\left(\cos\dfrac{\frac{\pi}{2}+4\pi}{3} + i\sin\dfrac{\frac{\pi}{2}+4\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{3}\left(\cos\dfrac{3\pi}{2} + i\sin\dfrac{3\pi}{2}\right) = -\dfrac{i}{3}$

2 Представить в алгебраической форме:

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + 5i\right) = \sin\dfrac{\pi}{2}\cdot\cos 5i - \cos\dfrac{\pi}{2}\cdot\sin 5i = \cos 5i = \dfrac{e^{i5i} + e^{-i5i}}{2} = \dfrac{e^{-5} + e^{5}}{2} = \operatorname{ch} 5$

3 Представить в алгебраической форме:

$\arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\pi}{3}$

4 Представить в алгебраической форме:

$(-1+2i)^{2i} = e^{2i\operatorname{Ln}(-1+2i)} \ominus$

$\operatorname{Ln}(-1+2i) = \ln|-1+2i| + i\operatorname{Arg}(-1+2i) = \ln\sqrt{5} + i(\pi - \operatorname{arctg} 2 + 2\pi k)$, $k \in \mathbb{N}$

$\ominus\ e^{2i\left(\frac{1}{2}\ln 5 + i(\pi - \operatorname{arctg} 2 + 2\pi k)\right)} = e^{i\ln 5}e^{-2(\pi + 2\operatorname{arctg} 2 + 2\pi k)} =$

$e^{-2\pi+2\operatorname{arctg}2-4\pi k}(\cos\ln 5+i\sin\ln 5)=$
$e^{-2\pi+2\operatorname{arctg}2-4\pi k}\cos\ln 5+e^{-2\pi+2\operatorname{arctg}2-4\pi k}i\sin\ln 5$

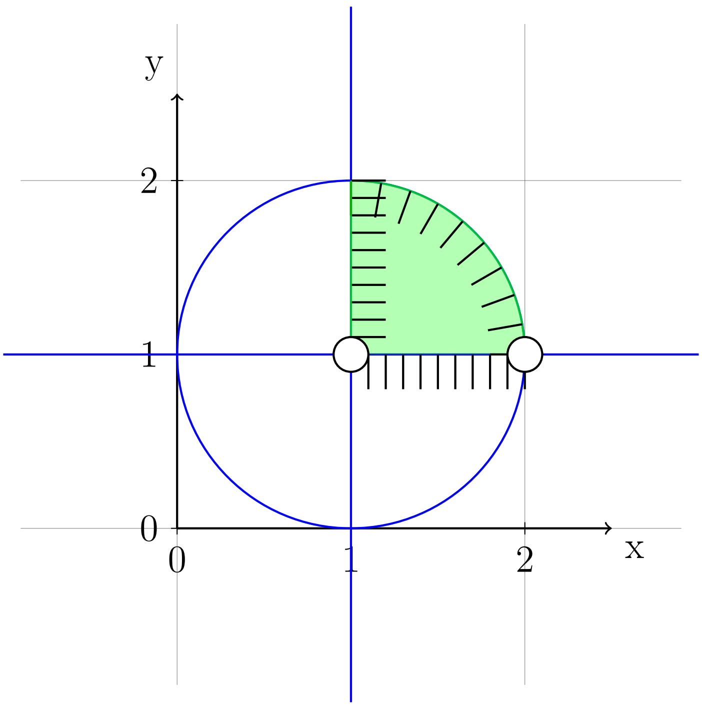
5 Представить в алгебраической форме:

$\operatorname{Ln}(-1-i)=\ln|-1-i|+i\operatorname{Arg}(-1-i)=\ln\sqrt{2}+i(\pi+\operatorname{arctg}1+2\pi n)=$
$\ln\sqrt{2}+i\left(\dfrac{5\pi}{4}+2\pi n\right)$

6 Вычертить область, заданную неравенствами:

$D=\{z:|z-1-i|\leq 1,\operatorname{Im}z>1,\operatorname{Re}z\geq 1\}$
$|z-1-i|\leq 1$
$|x+yi-1-i|\leq 1$
$|(x-1)+i(y-1)|\leq 1$
$\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}\leq 1$

$$\begin{cases}(x-1)^2+(y-1)^2\leq 1\\ x\geq 1\\ y>1\end{cases}$$



7 Определить вид пути и в случае, когда он проходит через точку ∞, исследовать его поведение в этой точке:

$z = 2\sec t - i3\operatorname{tg} t$

$x + iy = 2\sec t - i3\operatorname{tg} t$

$$\begin{cases} x = 2\sec t \\ y = -3\operatorname{tg} t \end{cases} \quad t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{2}{\cos t} \\ y = -3\dfrac{\sin t}{\cos t} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos t = \dfrac{2}{x} \\ \sin t = -\dfrac{2y}{3x} \end{cases}$$

$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$

$\dfrac{4}{x^2} + \dfrac{4y^2}{9x^2} = 1$

$\dfrac{36 + 4y^2}{9x^2} = 1$

$9x^2 = 36 + 4y^2$

$x^2 = 4 + \dfrac{y^2}{\frac{9}{4}}$

$x^2 - \dfrac{y^2}{\frac{9}{4}} = 4$

$\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{9} = 1$

$t = -\dfrac{\pi}{2}:$

$x = +\infty$

$y = +\infty$

$t = -\dfrac{\pi}{4}:$

$x = 2\sqrt{2}$

$y = 3$

$t = 0:$

$x = 2$

$y = 0$

$t = \dfrac{\pi}{4}:$

$x = 2\sqrt{2}$

$y = -3$

$t = \dfrac{3\pi}{4} : x = -2\sqrt{2}$

$y = 3$

$t = \pi :$

$x = -2$

$y = 0$

$t = -\dfrac{3\pi}{4} :$

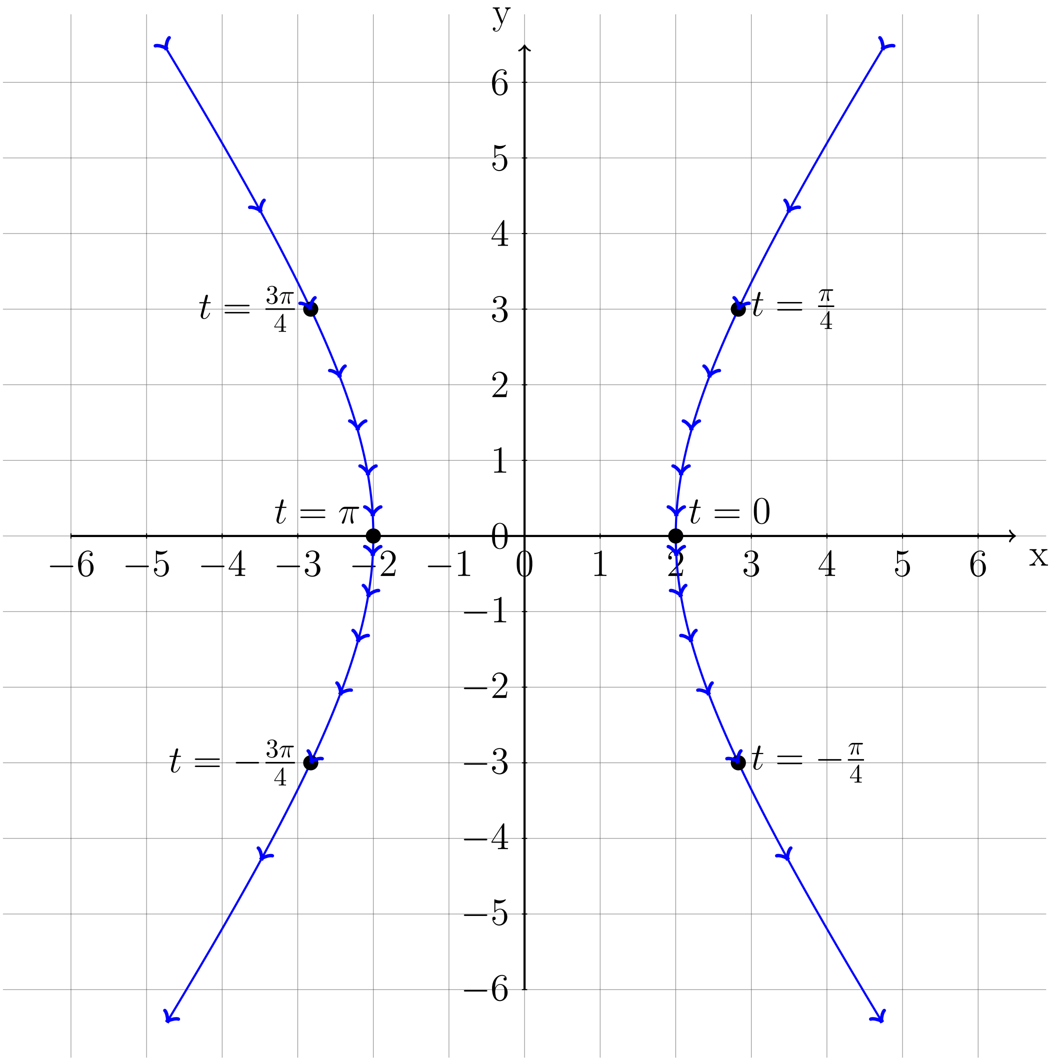
$x = -2\sqrt{2}$

$y = -3$

$t = \dfrac{\pi}{2} :$

$x = -\infty$

$y = -\infty$



8 Восстановить голоморфную в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по известной действительной части $u(x, y)$ или мнимой $v(x, y)$ и начальному значению $f(z_0)$:

$u(x, y) = x^2 - y^2 - 2x + 1$

$f(0) = 1$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{\partial v}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u}{\partial y} = -\dfrac{\partial v}{\partial x} \end{cases}$$

$\dfrac{\partial u}{\partial x} = 2x - 2$

$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 2$

$\dfrac{\partial u}{\partial y} = -2y$

$\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -2$

$2 - 2 = 0$

$\dfrac{\partial v}{\partial x} = 2y$

$v = 2xy + \phi(y)$

$\dfrac{\partial v}{\partial y} = 2x + \phi'(y) = 2x - 2$

$\phi'(y) = -2$

$\phi(y) = -2 + c$

$v(x, y) = 2xy - 2y + c$

$f(z) = u + iv = x^2 - y^2 - 2x + 1 + i(2xy - 2y + c) =$

$f(0) = 1 + ic = 1 \Rightarrow c = 0$

$= x^2 - y^2 - 2x + 1 + i(2xy - 2y) = x^2 - y^2 - 2xyi - 2x - 2yi + 1 =$

$z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$

$= z^2 - 2z + 1$

$f(z) = z^2 - 2z + 1$

9 Вычислить интеграл от функции комплексной переменной по данному пути:

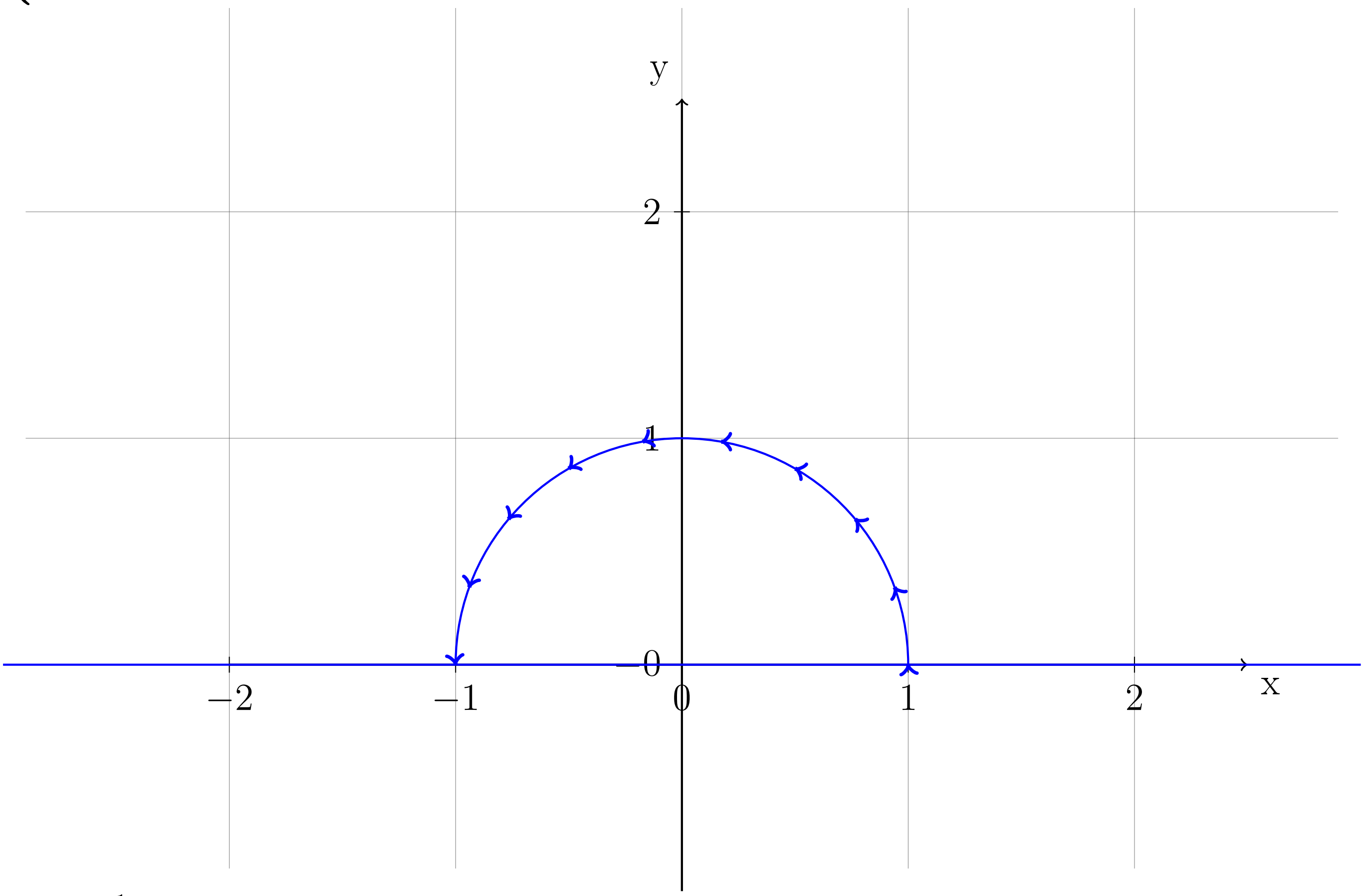
$\int_L (\cos iz + 3z^2)\,dz =$

$L = \{z : |z| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0\}$

$|z| = 1$

$\sqrt{x^2 + y^2} = 1$

$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$



$= \int_1^{-1} (\cos iz + 3z^2)\,dz = \frac{1}{i} \sin iz|_1^{-1} + z^3|_1^{-1} = -i \sin iz|_1^{-1} + z^3|_1^{-1} = i \sin z + i \sin z - 1 - 1 = 2(i \sin z - 1)$

10 Найти радиус сходимости степенного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+i} z^{n^2}$$

$$R = \frac{1}{\rho};\ \rho = \overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{|c_n|}$$

$$c_n = \frac{n}{n^2+i}$$

$$n = 1:\ c_1 = \frac{1}{1+i}$$

$$n = 2:\ c_2 = 0$$

$$n = 3:\ c_3 = 0$$

$$n = 4:\ c_4 = \frac{4}{16+i}$$

$$n = 5:\ c_5 = 0$$

$$n = 6:\ c_6 = 0$$

$$n = 7:\ c_7 = 0$$

$$n = 8:\ c_8 = 0$$

$$n = 9:\ c_9 = \frac{9}{81+i}$$

...

$$c_n = \begin{cases} 0,\ n \neq k^2 \\ \dfrac{n}{n^2+i},\ n = k^2 \end{cases} \quad k \in \mathbb{N}$$

$$c_{n_k^1} = 0 \longrightarrow 0$$

$$c_{n_k^2} = c_{k^2} = \frac{k^2}{k^4+i}$$

$$|c_{k^2}| = \left|\frac{k^2}{k^4+i}\right| = \frac{|k^2|}{|k^4+i|} = \frac{\sqrt{k^4}}{\sqrt{k^8+1}} = \frac{k^2}{\sqrt{k^8+1}}$$

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{|c_n|} = \lim_{k\to\infty} \sqrt[k^2]{|c_{k^2}|} = \lim_{k\to\infty} \sqrt[k^2]{\frac{k^2}{\sqrt{k^8+i}}} \ominus$$

$$k^2 = n$$

$$\ominus \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n}{\sqrt{n^4+1}}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[2n]{\frac{n^2}{n^4+1}} = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2}{n^4+1}\right)^{\frac{1}{2n}} =$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2+n^4+1-n^4-1}{n^4+1}\right)^{\frac{1}{2n}} = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{-n^4+n^2-1}{n^4+1}\right)^{\frac{1}{2n}} =$$

$$\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{-n^4+n^2-1}{n^4+1}\right)^{\frac{1}{2n}\cdot\frac{-n^4+n^2-1}{n^4+1}\cdot\frac{n^4+1}{-n^4+n^2-1}} = \lim_{n\to\infty} e^{\frac{1}{2n}\cdot\frac{-n^4+n^2-1}{n^4+1}} =$$

$$\lim_{n\to\infty} e^{\frac{-n^4+n^2-1}{2n^5+2n}} = \lim_{n\to\infty} e^{\frac{n^4\left(-1+\frac{1}{n^2}-\frac{1}{n^4}\right)}{2n^5\left(1+\frac{1}{n^4}\right)}} = \lim_{n\to\infty} e^{\frac{-1}{2n}} = e^0 = 1$$

$\rho = 1 \Rightarrow R = 1$

11 Найти лорановские разложения данной функции в 0 и в ∞:

$$f(z) = \frac{8z-256}{z^4+8z^3-128z^2}$$

$z^4+8z^3-128z^2 = 0$

$z^2(z^2+8z-128) = 0$

$z_1 = 0$

$z^2+8z-128 = 0$

$D = 64+512 = 576$

$z_2 = \dfrac{-8+24}{2} = 8$

$z_3 = \dfrac{-8-24}{2} = -16$

$$\frac{8z-256}{z^4+8z^3-128z^2} = \frac{A}{z} + \frac{B}{z^2} + \frac{C}{z-8} + \frac{D}{z+16} =$$

$$\frac{Az(z-8)(z+16)+B(z-8)(z+16)+Cz^2(z+16)+Dz^2(z-8)}{z^2(z-8)(z+16)} =$$

$$\frac{A(z^3+8z^2-128z)+B(z^2+8z-128)+C(z^3+16z^2)+D(z^3-8z^2)}{z^2(z-8)(z+16)}$$

$z^3:\ 0 = A+C+D$

$z^2:\ 0 = 8A+B+16C-8D$

$z^1:\ 8 = -128A+8B$

$z^0:\ -256 = -128B$

$B = 2$

$-128A = -8 \Rightarrow A = \dfrac{1}{16}$

$C = -A-D = -\dfrac{1}{16} - D$

$\dfrac{1}{2}+2-1-16D-8D = \dfrac{3}{2}-24D = 0 \Rightarrow 24D = \dfrac{3}{2} \Rightarrow D = \dfrac{1}{16}$

$C = -\dfrac{1}{8}$

$A = \dfrac{1}{16};\ B = 2;\ C = -\dfrac{1}{8};\ D = \dfrac{1}{16}$

$$\frac{8z-256}{z^4+8z^3-128z^2} = \frac{1}{16z} + \frac{2}{z^2} - \frac{1}{8(z-8)} + \frac{1}{16(x+16)}$$

В окрестности 0:

$$\frac{2}{z^2} + \frac{1}{16z}$$

$$-\frac{1}{8(z-8)} = \frac{1}{8(8-z)} \ominus$$

$$\frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$$

$$\ominus \frac{1}{16} \cdot \frac{1}{\left(1-\frac{z}{8}\right)} = \frac{1}{16}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{z}{8}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{8^{n+2}}z^n$$

$$\frac{1}{16(z+16)} \ominus$$

$$\frac{1}{1+z} = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n z^n$$

$$\ominus \frac{1}{256} \cdot \frac{1}{1+\frac{z}{16}} = \frac{1}{256}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{16^n}z^n = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{16^{n+2}}z^n$$

$$f(z) = \frac{2}{z^2} + \frac{1}{16z} + \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{8^{n+2}} + \frac{(-1)^n}{16^{n+2}}\right)z^n$$

В окрестности ∞:

$$\frac{2}{z^2} + \frac{1}{16z}$$

$$-\frac{1}{8(z-8)} = -\frac{1}{8z}\cdot\frac{1}{1-\frac{8}{z}} = -\frac{1}{8z}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{8}{z}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{8^{n-1}}{z^{n+1}}\right) = \left|\begin{array}{c} n' = -(n+1) \\ n = -n'-1 \end{array}\right| =$$

$$\sum_{n=-1}^{-\infty}\left(-\frac{1}{8^{n+2}}\right)z^n$$

$$\frac{1}{16(z+16)} = \frac{1}{16z}\cdot\frac{1}{1+\frac{16}{z}} = \frac{1}{16z}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{16}{z}\right)^n = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n 16^{n-1}}{z^{n+1}} =$$

$$\left|\begin{array}{c} n' = -(n+1) \\ n = -n'-1 \end{array}\right| = \sum_{n=-1}^{-\infty}\frac{(-1)^{-n-1}}{16^{n+2}}z^n$$

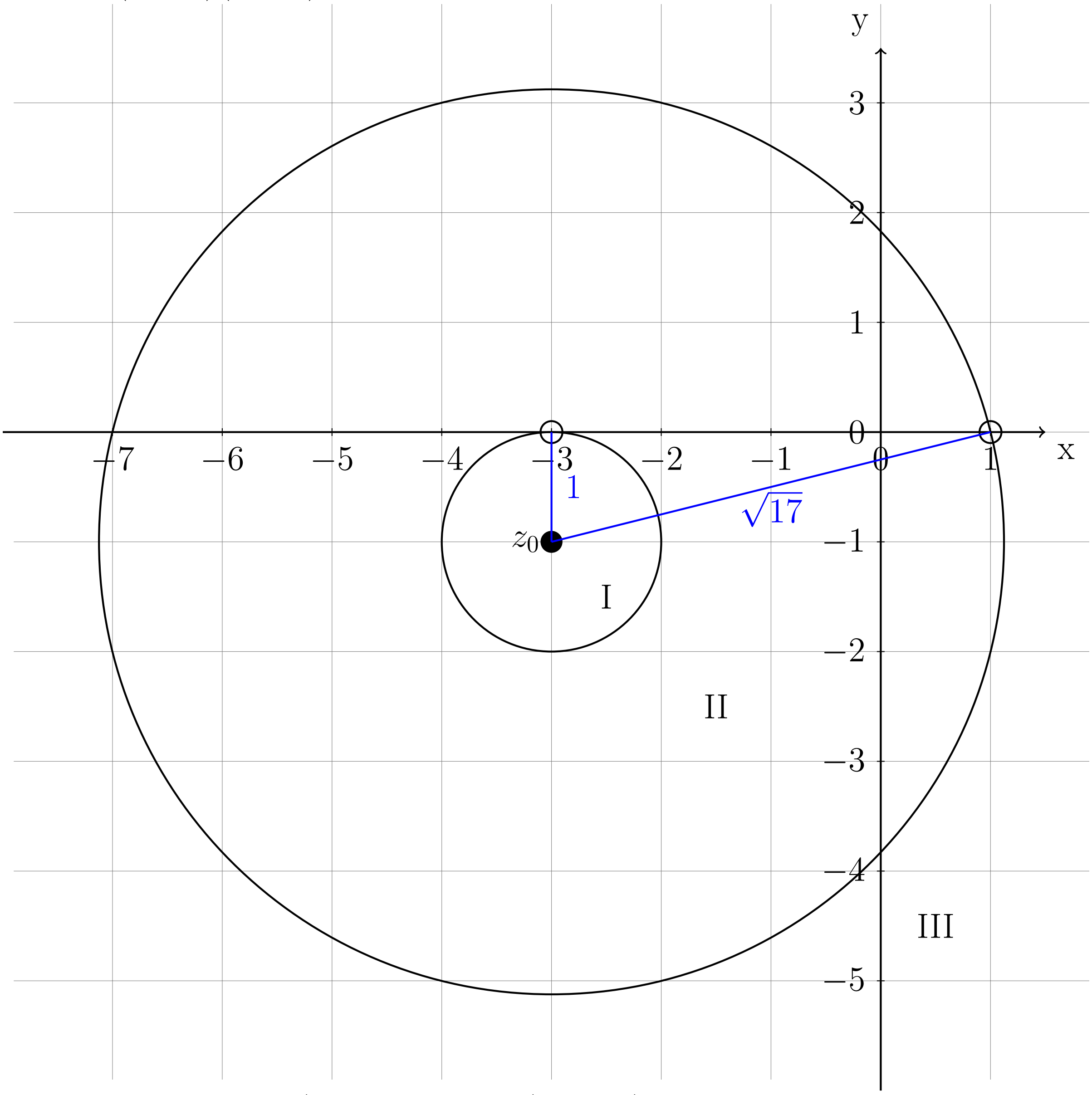
$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{-3}\left(-\frac{1}{8^{n+2}} + \frac{(-1)^{-n-1}}{16^{n+2}}\right)z^n + (-1-1+2)z^{-2} + \left(-\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16}\right)z^{-1} =$$

$$\sum_{n=-\infty}^{-3}\left(-\frac{1}{8^{n+2}} + \frac{(-1)^{-n-1}}{16^{n+2}}\right)z^n$$

12 Найти все лорановские разложения данной функции по степеням $z - z_0$:

$z_0 = -3 - i$

$f(z) = \dfrac{z+2}{(z-1)(z+3)}$



$$\frac{z+2}{(z-1)(z+3)} = \frac{A}{z-1} + \frac{B}{z+3} = \frac{Az + 3A + Bz - B}{(z-1)(z+3)}$$

$z^1 :\ 1 = A + B$

$z^0 :\ 2 = 3A - B$

$A = \frac{3}{4};\ B = \frac{1}{4}$

$$\frac{z+2}{(z-1)(z+3)} = \frac{3}{4(z-1)} + \frac{1}{4(z+3)}$$

I)$|z-z_0|<1$:

$$\frac{3}{4(z-1)}=\frac{3}{4(z-z_0+z_0-1)}=\frac{3}{4(z_0-1)}\cdot\frac{1}{1+\frac{z-z_0}{z_0-1}}=\frac{3}{4(z_0-1)}\cdot\frac{1}{1-\frac{z-z_0}{1-z_0}}=$$

$$\frac{3}{4(z_0-1)}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{z-z_0}{1-z_0}\right)^n=\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{3}{4(1-z_0)^{n+1}}\right)(z-z_0)^n$$

$$\frac{1}{4(z+3)}=\frac{1}{4(z-z_0+z_0+3)}=\frac{1}{4(z_0+3)}\cdot\frac{1}{1+\frac{z-z_0}{z_0+3}}=$$

$$\frac{1}{4(z_0+3)}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{z-z_0}{z_0+3}\right)^n=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{4(z_0+3)^{n+1}}(z-z_0)^n$$

$$f(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{3}{4(1-z_0)^{n+1}}+\frac{(-1)^n}{4(z_0+3)^{n+1}}\right)(z-z_0)^n$$

II)$1<|z-z_0|<\sqrt{17}$:

$$\frac{3}{4(z-1)}\ominus$$

$$\left|\frac{z-z_0}{z_0-1}\right|<1\Rightarrow|z-z_0|<|z_0-1|=|-3-i-1|=|-4-i|=\sqrt{17}$$

$$\ominus\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{3}{4(1-z_0)^{n+1}}\right)(z-z_0)^n$$

$$\frac{1}{4(z+3)}\ominus$$

$$\left|\frac{z-z_0}{z_0+3}\right|<1\Rightarrow|z-z_0|<|z_0+3|=|-3-i+3|=|-i|=1$$

$$\ominus\frac{1}{4(z-z_0+z_0+3)}=\frac{1}{4(z-z_0)}\cdot\frac{1}{1+\frac{z_0+3}{z-z_0}}=\frac{1}{4(z-z_0)}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{z_0+3}{z-z_0}\right)^n=$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(z_0+3)^n}{4(z-z_0)^{n+1}}=\left|\begin{matrix}n'=-(n+1)\\ n=-n'-1\end{matrix}\right|=\sum_{n=-1}^{-\infty}\frac{(-1)^{-n-1}}{4(z_0+3)^{n+1}}(z-z_0)^n$$

$$f(z)=\sum_{n=-\infty}^{-1}\frac{(-1)^{-n-1}}{4(z_0+3)^{n+1}}(z-z_0)^n+\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{3}{4(1-z_0)^{n+1}}\right)(z-z_0)^n$$

III)$|z-z_0|>\sqrt{17}$:

$$\frac{3}{4(z-1)}\ominus$$

$$\left|\frac{z-z_0}{z_0-1}\right|<1\Rightarrow|z-z_0|<|z_0-1|=|-3-i-1|=|-4-i|=\sqrt{17}$$

$$\ominus\frac{3}{4(z-z_0+z_0-1)}=\frac{3}{4(z-z_0)}\cdot\frac{1}{1+\frac{z_0-1}{z-z_0}}=\frac{3}{4(z-z_0)}\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{z_0-1}{z-z_0}\right)^n=$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n 3(z_0-1)^n}{4(z-z_0)^{n+1}} = \left| \begin{array}{c} n'=-(n+1) \\ n=-n'-1 \end{array} \right| = \sum_{n=-1}^{-\infty}\frac{(-1)^{-n-1}3}{4(z_0-1)^{n+1}}(z-z_0)^n$$

$$\frac{1}{4(z+3)} =$$

$$\left|\frac{z-z_0}{z_0+3}\right| < 1 \Rightarrow |z-z_0| < |z_0+3| = |-3-i+3| = |-i| = 1$$

$$= \sum_{n=-1}^{-\infty}\frac{(-1)^{-n-1}}{4(z_0+3)^{n+1}}(z-z_0)^n$$

$$f(z) = \sum_{-\infty}^{-1}\left(\frac{(-1)^{-n-1}3}{4(z_0-1)^{n+1}} + \frac{(-1)^{-n-1}}{4(z_0+3)^{n+1}}\right)(z-z_0)^n$$

13 Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0:

$$z_0 = 2$$

$$f(z) = z\cos\frac{1}{z-2} =$$

$$\cos z = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n z^{2n}}{(2n)!}$$

$$((z-2)+2)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(z-2)^{2n}(2n)!} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(z-2)^{2n-1}(2n)!} + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n 2}{(z-2)^{2n}(2n)!} =$$

$$\left| \begin{array}{cc} n'=-(2n-1) & n''=-2n \\ n=\dfrac{-n'+1}{2} & n=-\dfrac{n''}{2} \end{array} \right| = \sum_{n=1}^{-\infty}\frac{(-1)^{\frac{-n+1}{2}}}{(-n+1)!}(z-2)^n +$$

$$\sum_{n=0}^{-\infty}\frac{(-1)^{-\frac{n}{2}}2}{(-n)!}(z-2)^n$$

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^{0}\left(\frac{(-1)^{\frac{-n+1}{2}}}{(-n+1)!} + \frac{(-1)^{-\frac{n}{2}}2}{(-n)!}\right)(z-2)^n + (z-2)^1$$

14 Определить тип особой точки $z = 0$ для данной функции:

$z = 0$
$f(z) = z^4 \cos \dfrac{5}{z^2}$
$\lim\limits_{z\to 0} z^4 \cos \dfrac{5}{z^2} = \lim\limits_{z\to 0} z^4 \left(1 - \dfrac{5^2}{z^4 2} + \mathrm{o}\left(\dfrac{1}{z^4}\right)\right) = \lim\limits_{z\to 0} \left(z^4 - \dfrac{25}{2} + \mathrm{o}(1)\right) = -\dfrac{25}{2} +$
$\mathrm{o}(1) \Rightarrow z = 0$ – устранимая ососбая точка

15 Для данной функции найти все изолированные особые точки и определить их тип:

$f(z) = \dfrac{1}{\cos z}$
$z_k = \dfrac{\pi}{2} + \pi k,\ k = 0, 1, 2, ...$ –изолированная ососбая точка однозначного характера
$z_k \xrightarrow[k\to\infty]{} \infty$ – не изолированная ососбая точка однозначного характера
$\lim\limits_{z\to \frac{\pi}{2}+\pi k} \dfrac{1}{\cos z} = \infty \Rightarrow z_k$ – полюс

$$\lim_{z\to \frac{\pi}{2}+\pi k} \frac{(z - \frac{\pi}{2} - \pi k)^n}{\cos z} = \lim_{z\to \frac{\pi}{2}+\pi k} \frac{n(z - \frac{\pi}{2} - \pi k)^{n-1}}{-\sin z} = \begin{cases} 0,\ n-1 \neq 0 \\ \dfrac{1}{(-1)^k},\ n-1 = 0 \Rightarrow n = 1 \end{cases}$$

$\Rightarrow z_k$ – полюс 1-го порядка