

# Aufgabe 2.1

Tobias Petsch

a)

$$(A \vee \neg B) \wedge B$$

Mit  $B$  als Einheitsklausel folgt das  $B$  true sein muss, da wir aufgrund der KNF die Literale voneinander trennen. Einsetzen in  $A \vee \neg B$  ergibt  $A \vee false$ , was wiederum  $A$  ergibt. Da  $A$  wieder eine Einheitsklausel ist und so auch erfüllbar ist, kann die gesamte Formel erfüllt werden.

Aufwand: Da beide Operationen Unit-Propagation waren entsprach der Aufwand  $O(1)$  für jede propagation und insgesamt  $O(n)$  da kein Backtracking betrieben werden musste.

## Lösung

DP - Algorithmus

Belege wie eine Art Baumstruktur. Belege  $A$  mit wahr  $h(A) = T$  und  $h(A) = F$  und gehe wie einen Binärbaum runter und schaue was am Ende übrig bleibt. Dann belege  $B$  mit True und False und schaue wie die Blätterknoten aussehen. Daraus folgt eine Variablenbelegung  $\{1, 1\}$  heißt  $A = T$  und  $B = T$ . Erfüllbar ist eine Formel dann, wenn mindestens eine Belegung sie wahr machen würde. Die Lösungsmenge darf also nicht Leer sein.

b)

$$A \vee \neg(B \wedge \neg C) \Leftrightarrow C \Rightarrow A$$

Nehme an  $A = true$  dann folgt daraus  $true \vee \dots \Leftrightarrow \dots$  und auf der rechten Seite  $C \Rightarrow true$ , da dies ebenfalls zu  $true$  gekürzt werden kann bleibt  $true \Leftrightarrow true$  übrig. Daraus folgt das die Formel erfüllbar ist.

Aufwand: bleibt bei  $O(n)$  da kein Backtracking nötig war.

c)

$$(A \vee B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$$

Aus der KNF folgen drei einzelne Formeln

$$K1 = (A \vee B) \tag{1}$$

$$K2 = (\neg A \vee B) \tag{2}$$

$$K3 = (A \vee \neg B) \tag{3}$$

Wir wählen zufällig A aus und setzen es auf true. Daraus entstehen folgende Formeln

$$K1 = (true \vee B) \rightarrow \text{erfüllt} \quad (4)$$

$$K2 = (false \vee B) \rightarrow \text{es bleibt B übrig} \quad (5)$$

$$K3 = (true \vee \neg B) \rightarrow \text{erfüllt} \quad (6)$$

Nun bleibt B als Einheitsklausel übrig und wir können Unit-Propagation ausführen. Daraus folgt das auch K2 erfüllbar wird und so alle Formeln erfüllbar sind.

Aufwand: Kein Backtracking nötig, daraus folgt ein Aufwand von  $O(n)$