

Übung 4

Tobias Petsch

Aufgabe 1

a)

$$\forall x (F_r(x) \vee F_s(x))$$

$$\forall x \forall y (F_r(x) \wedge F_r(y) \wedge K(x, y)) \vee (F_s(x) \wedge F_s(y) \wedge K(x, y)) \rightarrow \perp$$

b)

$$A \wedge \forall x \forall y ((F_r(x) \wedge F_s(y)) \rightarrow K(x, y))$$

A = Ergebnis aus Teilaufgabe a).

Aufgabe 2

z ist ggT von x und y , wenn:

1. z teilt x und y :

$$\exists a (x = z \cdot a) \wedge \exists b (y = z \cdot b)$$

2. Jeder gemeinsame Teiler d von x und y teilt auch z :

$$\forall d ((\exists a (x = d \cdot a) \wedge \exists b (y = d \cdot b)) \rightarrow \exists c (z = d \cdot c))$$

Formel:

$$A(x, y, z) := (\exists a (x = z \cdot a) \wedge \exists b (y = z \cdot b)) \wedge (\forall d ((\exists a (x = d \cdot a) \wedge \exists b (y = d \cdot b)) \rightarrow \exists c (z = d \cdot c)))$$

Die Formel stellt sicher, dass z sowohl x als auch y teilt, also ein gemeinsamer Teiler ist. Zusätzlich wird gefordert, dass jeder andere gemeinsame Teiler d auch z teilt. Damit ist z der größte gemeinsame Teiler.

Aufgabe 3

a)

$$\forall x \forall y (\text{Kind}(y, x) \leftrightarrow \text{Elternteil}(x, y))$$

b)

$$\forall x \forall y (\text{Verheiratet}(x, y) \rightarrow \neg \text{Geschwister}(x, y))$$

c)

$$\forall x \forall z (\text{Großelternteil}(x, z) \leftrightarrow \exists y (\text{Elternteil}(x, y) \wedge \text{Elternteil}(y, z)))$$

Aufgabe 4

a)

$$\forall x \forall y (\text{Geschwister}(x, y) \rightarrow \text{Geschwister}(y, x))$$

b)

$$\forall x (\neg \text{Geschwister}(x, x))$$