Aufgabe 2.1

Tobias Petsch

a)

$$(A \vee \neg B) \wedge B$$

Mit B als Einheitsklausel folgt das B true sein muss, da wir aufgrund der KNF die Literale voneinander trennen. Einsetzen in $A \vee \neg B$ ergibt $A \vee false$, was wiederrum A ergibt. Da A wieder eine Einheitsklausel ist und so auch erfüllbar ist, kann die gesamte Formel erfüllt werden.

Aufwand: Da beide Operationen Unit-Propagation waren entsprach der Aufwand O(1) für jede propagation und insgesamt O(n) da kein Backtracking betrieben werden musste.

b)

$$A \vee \neg(B \wedge \neg C) \Leftrightarrow C \Rightarrow A$$

Nehme an $A = true$ dann folgt daraus $true \vee ... \Leftrightarrow ...$ und auf der rechten Seite $C \Rightarrow true$, da dies ebenfalls zu $true$ gekürzt werden kann bleibt $true \Leftrightarrow true$ übrig. Daraus folgt das die Formel erfüllbar ist.
Aufwand: bleibt bei O(n) da kein Backtracking nötig war.

c)

$$(A \vee B) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$$

Aus der KNF folgen drei einzelne Formeln

$$K1 = (A \vee B) \tag{1}$$
$$K2 = (\neg A \vee B) \tag{2}$$
$$K3 = (A \vee \neg B) \tag{3}$$

Wir wählen zufällig A aus und setzen es auf true. Daraus entstehen folgende Formeln

$$K1 = (true \vee B) \rightarrow \text{erfüllt} \tag{4}$$
$$K2 = (false \vee B) \rightarrow \text{es bleibt B übrig} \tag{5}$$
$$K3 = (true \vee \neg B) \rightarrow \text{erfüllt} \tag{6}$$

Nun bleibt B als Einheitsklausel übrig und wir können Unit-Propagation ausführen. Daraus folgt das auch K2 erfüllbar wird und so alle Formeln erfüllbar sind.
Aufwand: Kein Backtracking nötig, daraus folgt ein Aufwand von O(n)