

Вариант 1

1. Контекстно-свободный язык арифметических выражений над натуральными числами с нулём, но без вычитания, не содержащих деления на ноль (т.е., например, выражение $(23 + 5)/(0 + 0 * 1 + (1/5) * 0 * (2 + 1) * 45)$ недопустимо).
2. Язык $\{a^n b^m c^k \mid (k \neq n \ \& \ k = m) \vee (n = m)\}$.
3. Язык тавтологий над двумя переменными, P и Q . Связка только \Rightarrow , скобок нет, связка считается правоассоциативной (т.е. $P \Rightarrow P \Rightarrow Q$ читаем как $P \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$).
4. Грамматика

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow bT aT & T \rightarrow aS & T \rightarrow bT \\ S \rightarrow BB & T \rightarrow a & B \rightarrow Ba \\ B \rightarrow ab \end{array}$$

Вариант 2

1. Контекстно-свободный язык логических формул, в которых ни одна формула, связанная отрицанием, не является подформулой никакой формулы, связанной отрицанием. Т.е. можно: $\neg(A \& (B \Rightarrow A)) \vee \neg A$, но нельзя $\neg(A \& \neg B)$ (подформула $\neg B$ находится внутри формулы, связанной отрицанием). Переменные A – Z .
2. Язык $\{wz^Rvz \mid w, v, z \in \{a, b\}^* \& |w| > 1 \& |z| > 1 \& (v = w^R \vee v \in (ab^*)^+)\}$.
3. Язык правильных сумм двух двоичных чисел. Например, $10 + 10 = 100$ или $101 + 1 = 110$.
4. Грамматика

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow a T S a & T \rightarrow a b S & T \rightarrow b T \\ & T \rightarrow a & S \rightarrow \varepsilon \end{array}$$

Вариант 3

1. Контекстно-свободный язык суффиксов правильных скобочных последовательностей. Скобки только круглые.
2. Язык $\{z_1 w z_2 w \mid w \in \{a, b\}^* \ \& \ |w| > 0 \ \& \ z_i \in \{b, c\}^*\}$.
3. Язык всех палиндромов в $\{a, b\}$ таких, что они являются конкатенацией префикса некоторого палиндрома v_1 длины больше $\frac{|v_1|}{2}$ и суффикса некоторого палиндрома v_2 длины больше $\frac{|v_2|}{2}$.
4. Грамматика

$$\begin{array}{l} S \rightarrow baTaT \quad T \rightarrow aSbS \quad T \rightarrow bT \\ T \rightarrow a \end{array}$$

Вариант 4

1. Регулярный язык, распознающий последовательность объявлений целых переменных в C-подобном синтаксисе. Объявление переменной начинается с объявления типа `int`, затем через минимум один пробел следует идентификатор — последовательность букв и цифр, начинающаяся не с цифры — и опционально объявление значения через знак равенства. Считаем, что переменным присваиваются лишь целочисленные значения. Элементы последовательности отделяются друг от друга точкой с запятой. Между ними могут быть переводы строки. Расстановка пробелов произвольна.
2. Язык $\{ww \mid w \neq z_1vvvz_2(|v| > 0) \ \& \ w \in \{a, b, c, d, e\}^*\}$ (указание: может ли этот язык быть КС с бесконечным числом слов?).
3. Язык всех ПСП, которые заодно являются конкатенацией двух палиндромов. Скобки только круглые.
4. Грамматика

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow TST & S \rightarrow SbS & S \rightarrow bab \\ T \rightarrow a & T \rightarrow b & T \rightarrow TT \end{array}$$

Вариант 5

1. Регулярный язык тождественно истинных логических формул без скобок, со связками только \vee , $\&$ и \neg (с обычным приоритетом операций) и константами T, F.
2. Язык $\{w \mid |w|_{aba} = |w|_{bba} \ \& \ w \in \{a, b\}^*\}$.
3. Язык всех ПСП, которые заодно являются словами вида ww , в которых нет двух одинаковых символов, идущих подряд. Скобки только круглые.
4. Грамматика

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow T S T a & S \rightarrow S S & S \rightarrow bb \\ T \rightarrow a & T \rightarrow b & T \rightarrow T T \end{array}$$

Вариант 6

1. Регулярный язык логических формул с \Rightarrow и без скобок, содержащих только константы 0 и 1, таких что их значение равно 1. Считаем следование правоассоциативным, т.е. $1 \Rightarrow 0 \Rightarrow 0$ понимаем как $1 \Rightarrow (0 \Rightarrow 0)$.
2. Язык $\{ww^R \mid w \in \{(,)\}^+ \text{ \& } w \text{ — префикс правильной скобочной последовательности, отличный от правильной скобочной последовательности}\}$.
3. Язык $\{w \mid |w|_{abc} = |w|_{cab} \text{ \& } w \in \{a, b, c\}^*\}$.
4. Грамматика

$$S \rightarrow S S a \quad S \rightarrow S b S S \quad S \rightarrow a$$

Вариант 7

1. Регулярный язык правильно построенных логических формул без скобок над алфавитом $\{P, Q, \&, \neg\}$, таких что в их каждом подслове длины 3, кроме, возможно, единственного, первая и последняя буквы совпадают.
2. Язык $\{w|v|_a v|w|_a \mid w, v \in \{a, b\}^* \& |w|_a > 1 \& |v|_a > 1\}$.
3. Язык $\{w_1 w_2 w_3 \mid w_2 = h(w_1) h(w_3) \& w_i \in \{a, b\}^*\}$, где h — гомоморфизм, определённый правилами $h(a) = aa$, $h(b) = ba$.
4. Грамматика

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow S B a & S \rightarrow T b Q & S \rightarrow a \\ B \rightarrow a B & B \rightarrow c & T \rightarrow S a c \\ T \rightarrow B B & Q \rightarrow Q a & Q \rightarrow d \end{array}$$

Вариант 8

1. Регулярный язык конъюнктивных нормальных форм с переменными A, B , с обычным приоритетом операций и со скобками вокруг дизъюнктов, не являющихся тождественно истинными.
2. Язык $\{w \mid (|w|_0 \neq |w|_1 \vee |w|_0 \neq |w|_2 \vee |w|_0 = |w|_{21}) \ \& \ w \in \{0, 1, 2\}^+\}$.
3. Язык правильных скобочных последовательностей, которые заодно являются циклическим сдвигом (на ненулевую длину) правильной скобочной последовательности.
4. Грамматика

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow a S B & S \rightarrow T b Q & S \rightarrow a \\ B \rightarrow a B & B \rightarrow c T & T \rightarrow c S a \\ T \rightarrow B B & Q \rightarrow Q a & Q \rightarrow d \end{array}$$

Вариант 9

1. Регулярный язык последовательностей из скобок, в которых ни одна открывающая скобка не стоит непосредственно сразу перед двумя закрывающими, и при этом таких, что ни одно подслово из трех символов не содержит символы только одного типа.
2. Язык $\{w_1 v w_2 \mid w_i \in \{a, b\}^* \ \& \ v \in b^+ \ \& \ |w_1|_a = |w_2|_b \ \& \ |w_1|_b = |w_2|_b\}$.
3. Язык правильных скобочных последовательностей, которые заодно являются циклическим сдвигом (на ненулевую длину) правильной скобочной последовательности.
4. Грамматика

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow B S a & S \rightarrow T b Q & S \rightarrow a \\ B \rightarrow a B & B \rightarrow c Q & T \rightarrow S a c \\ T \rightarrow B B & Q \rightarrow Q a & Q \rightarrow d \end{array}$$

Вариант 10

1. Контекстно-свободный язык арифметических выражений только над цифрой 1 в арифметике Пресбургера (без умножения и деления, но с вычитанием и сложением) и без скобок, значение которых превышает 1.
2. Язык $\{a^{n!}\} \cup \{a^{n \cdot 2 + 1}\} \cup (ab)^*$.
3. Язык $\{w \mid |w|_{abb} = |w|_{ba} \text{ \& } w \in \{a, b\}^*\}$.
4. Грамматика

$$\begin{aligned} S &\rightarrow a S a b & S &\rightarrow a S b a & S &\rightarrow a T a \\ T &\rightarrow a S a b a & S &\rightarrow a \end{aligned}$$

Вариант 11

1. Контекстно-свободный язык последовательностей символов $[,], (,)$, которые являются правильными скобочными последовательностями относительно квадратных скобок, либо таковыми относительно круглых скобок.
2. Язык $\{a^{\frac{n}{\log_2 n}} b^n\}$.
3. Грамматика

$$S \rightarrow S b b a b S b a a a b S$$

$$S \rightarrow S S b S$$

$$S \rightarrow a$$

Вариант 12

1. Контекстно-свободный язык арифметических выражений, принимающих значение 0. Выражения содержат числа от 0 до 9, а также скобки и знаки сложения и умножения (с обычным приоритетом операций).
2. Язык таких SRS, записанных в одну строку: $(W_1 \rightarrow W_2\$)^+$ (где $W_1, W_2 \in \{[a - z]\}^+$), для которых существует перекрытие некоторой левой части W_1 подсловом некоторой другой левой части. Например, как в данной SRS: $bab \rightarrow b\$a \rightarrow a\$$. Здесь левая часть второго правила, а именно a , является подсловом левой части первого правила, а именно bab . Пробелы в языке SRS не допускаются, в примере они расставлены для лучшей читаемости SRS.
3. Язык $\{w \mid |w|_{abb} = |w|_{bab} \ \& \ |w|_{aa} = 0 \ \& \ w \in \{a, b\}^*\}$.
4. Грамматика

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow bSA & S \rightarrow aSB \\ S \rightarrow a & S \rightarrow B \\ B \rightarrow T bB & B \rightarrow b \\ T \rightarrow aT & T \rightarrow \varepsilon \\ A \rightarrow QaA & A \rightarrow a \\ Q \rightarrow Tb & Q \rightarrow \varepsilon \end{array}$$

Вариант 13

1. Контекстно-свободный язык арифметических выражений, принимающих значение 1. Выражения содержат только числа 0, 1, 2, а также знаки сложения и умножения (с обычным приоритетом операций) и скобки.
2. Язык $\{w_1 w_2 w_3 \mid w_1 (w_3)^R = h(w_2 w_2) \ \& \ w_2 \in \{a, b\}^*\}$, где h — это гомоморфизм, определенный как $h(a) = \varepsilon$, $h(b) = ab$.
3. Язык слов, которые не являются конкатенацией двух палиндромов. Алфавит $\{a, b, c\}$.
4. Грамматика

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow b S A A & S \rightarrow a S B B \\ S \rightarrow a & S \rightarrow B \\ B \rightarrow T b B & B \rightarrow b \\ T \rightarrow a T & T \rightarrow \varepsilon \\ A \rightarrow Q a A & A \rightarrow a \\ Q \rightarrow T b & Q \rightarrow \varepsilon \end{array}$$

Вариант 14

1. Регулярный язык, содержащий списки, содержащие только числа 0, 1, 2, причём такие, что если из них вычеркнуть все подпоследовательности вида '2, 1,', то получится рассортированный по возрастанию список. Список начинается и заканчивается квадратными скобками, разделитель элементов в списке — запятая.
2. Язык перепутанных скобочных последовательностей. В нём встречаются два вида скобок: круглые и квадратные, причём если стереть все квадратные скобки, получится правильная скобочная последовательность из круглых скобок, и если стереть все круглые скобки, тоже останется правильная скобочная последовательность. Между собой скобки могут быть перепутаны, например, как в слове $([])$.
3. Язык $\{w \mid |w|_{aa} = |w|_{bab} \ \& \ |w|_{ba} \neq |w|_{ab} \ \& \ w \in \{a, b\}^+\}$.
4. Грамматика

$$\begin{aligned} S &\rightarrow a b a S b b a & S &\rightarrow a S a a \\ S &\rightarrow b b Q \\ Q &\rightarrow a Q & Q &\rightarrow b b \end{aligned}$$

Вариант 15

1. Регулярный язык тождественно ложных логических формул в ДНФ. Формулы содержат символы $\&$, \vee , \neg , A , B , где A , B — логические переменные. Приоритет операций обычный.
2. Язык слов в алфавите $\{a, b\}$ таких, что их циклическим сдвигом можно получить палиндром. Примеры: $bbaa$ принадлежит такому языку (достаточно сдвинуть на 1 букву), $abab$ не принадлежит такому языку.
3. Язык слов, которые отображаются в правильные скобочные последовательности гомоморфизмом $h(aa) = ($, $h(ab) =)$.
4. Грамматика

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow a b b S b b a & S \rightarrow a S a a \\ S \rightarrow b Q & S \rightarrow Q a \\ Q \rightarrow a Q & Q \rightarrow b Q & Q \rightarrow a \end{array}$$

Вариант 16

1. Регулярный язык плоских образцов рефала. Рефал-образец — это последовательность констант, строк и переменных, разделенных пробелами. Константы — это последовательности латинских букв и цифр, начинающиеся с буквы, без кавычек. Строки — последовательности латинских букв, цифр, знаков препинания и пробелов в одинарных кавычках (апострофах). Апострофы внутри строк всегда экранированы одним обратным слешем. Переменные — это символы e , t или s , после которых следует точка и непустая последовательность латинских букв и цифр. Например, $e.A0$, $s.01s$ — переменные.
2. Язык $\{w_1 w_2 w_3 \mid w_1 w_3 = h(w_2) \ \& \ w_2 \in \{a, b\}^*\}$, где h — это гомоморфизм, определенный как $h(a) = aa$, $h(b) = bab$.
3. Язык $\{w \mid |w|_{ab} = |w|_{baa} \ \& \ |w|_{abb} \neq |w|_{bba} \ \& \ w \in \{a, b\}^+\}$.
4. Грамматика

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow a b S b a S & S \rightarrow a a S \\ S \rightarrow b Q b & S \rightarrow a Q a \\ Q \rightarrow a Q & Q \rightarrow b Q \quad Q \rightarrow \varepsilon \end{array}$$

Вариант 17

1. Контекстно-свободный язык истинных выражений вида $M-N=T$, где M, T, N — унарные числа вида $s^n z$. Т.е. 0 — это z , $n+1$ — это выражение для числа n , к которому приписана в начале буква s . Примеры таких выражений: $sz-sz = z$, $ssssz-ssz = ssz$. Примеры выражений, не принадлежащих языку: $ssz-s = sz$, $sss-ss = s$, $ssz-sz = z$.
2. Язык правильных регулярных выражений, обязательно принимающих, в числе прочего, пустое слово. Регулярные выражения могут содержать буквы $A-z$, а также операции альтернативы, итерации Клини и квадратные скобки, формирующие группы.
3. Язык $\{w \mid |w|_{aba} = |w|_{bab} \ \& \ |w|_{abb} = |w|_{baa} \ \& \ w \in \{a, b\}^+\}$.
4. Грамматика

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow a b S b a S & S \rightarrow a b S b \\ S \rightarrow b Q & S \rightarrow a Q \\ Q \rightarrow a Q & Q \rightarrow b Q \quad Q \rightarrow a b a \end{array}$$

Вариант 18

1. Регулярный язык регулярных выражений без скобок над алфавитом $\{a, b\}$, которые не принимают пустую строку. Допустимые операции — альтернатива, положительная итерация $(+)$, итерация Клини, знак вопроса.
2. Язык логических формул с кванторами $\forall \dots(\dots)$ и $\exists \dots(\dots)$, связкой $\&$, единственным унарным предикатом P и переменными x и y . Переменная не может входить в формулу не как аргумент предиката и не будучи связанной квантором. Т.е. выражение $x \& P(x)$ некорректно, выражение $\forall x(\forall x(P(y) \& P(x)))$ некорректно, выражение $\forall x(\forall x(P(x)))$ корректно.
3. Язык $\{w \mid |w|_{abb} = |w|_{aa} \& |w|_{bb} = |w|_{baa} \& w \in \{a, b\}^+\}$.
4. Грамматика

$$S \rightarrow S a S$$

$$S \rightarrow a a$$

$$S \rightarrow b b$$

Вариант 19

1. Контекстно-свободный язык всех возможных подслов правильных скобочных последовательностей. Допускаются два типа скобок — круглые и квадратные.
2. Язык $\{1(+1)^n - (2(+2)^m) + 3(+3)^k = 0 \mid (n+1) + 3 \cdot (k+1) = 2 \cdot (m+1)\}$.
Т.е. этот язык состоит из правильных равенств, где справа всегда нуль, а слева — сумма из $n + 1$ единицы, из которой вычитается сумма из $m + 1$ двоек, и прибавляется сумма из $k + 1$ тройки.
3. Язык истинных выражений, представляющих собой утверждение вида $N_1 + N_2 > N_0$, где N_0 , N_1 и N_2 — двоичные числа.
4. Грамматика

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow S a S b & S \rightarrow S b S a \\ S \rightarrow b b & S \rightarrow a a \end{array}$$

Вариант 20

1. Регулярный язык правильных арифметических выражений над натуральными числами без скобок, содержащих только сложение, и таких, что в каждом подслове такого выражения длины 3 все три символа разные. Для простоты алфавит $\{0, 1, 2, +\}$.
2. Язык логических формул с кванторами от переменных вида xi , где $i \in \mathbb{N}$, в которых каждая переменная, входящая в формулу, должна быть связана квантором. Переменные под кванторами запрещается объединять, т.е. записи $\forall x_1 x_2(\dots)$ и $\forall x_1, x_2(\dots)$ считаем некорректными. Кроме кванторных выражений и скобок, формулы могут содержать только унарный предикатный символ $P(\bullet)$ и связку \Rightarrow .
3. Язык $\{w_1 w_2 w_3 \mid w_1 w_3 = h(w_2 w_2) \ \& \ w_2 \in \{a, b\}^*\}$, где h — это гомоморфизм, определенный как $h(a) = aa$, $h(b) = bb$.
4. Грамматика

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow S a S a & S \rightarrow b S b \\ S \rightarrow b & S \rightarrow a \end{array}$$

Вариант 21

1. Контекстно-свободный язык путей грамматики $S \rightarrow a S B \mid S S \mid \varepsilon$, $B \rightarrow b$ по левостороннему разбору. Путь записывается как последовательность применяемых правил через точку с запятой.

Например: $S \rightarrow S S; S \rightarrow a S B; S \rightarrow \varepsilon; B \rightarrow b; S \rightarrow a S B; S \rightarrow \varepsilon; B \rightarrow b$ принадлежит языку (и порождает слово $abab$), а $S \rightarrow a S B; B \rightarrow \varepsilon; S \rightarrow \varepsilon$ не принадлежит (неверный порядок).

2. Язык палиндромов, которые не являются конкатенацией двух палиндромов. Алфавит $\{a, b\}$.
3. Язык чётных палиндромов, у которых в первой половине слова нет подстроки — палиндрома длины больше 3. Алфавит $\{a, b\}$.
4. Грамматика

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow S b S a & S \rightarrow a S S b \\ S \rightarrow b & S \rightarrow b S S \end{array}$$

Вариант 22

1. Регулярный язык, являющийся пересечением: языка правильно построенных арифметических выражений, содержащих скобки одного уровня вложенности, со знаком $+$ и натуральными числами, и реверса такого языка.
2. Язык $\{w \mid |w|_{abab} = |w|_{abb} \ \& \ w \in \{a, b\}^*\}$.
3. Язык праволинейных грамматик, порождающих бесконечные языки. Слова языка могут включать нетерминалы S (где S — стартовый), A , символ \rightarrow , терминалы a , b и разделитель $;$.
4. Грамматика

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow a Q S b & Q \rightarrow a Q a & \\ Q \rightarrow b Q & Q \rightarrow Q b & Q \rightarrow a \\ S \rightarrow a a S & S \rightarrow b b b S & S \rightarrow \varepsilon \end{array}$$

Вариант 23

1. Контекстно-свободный язык путей грамматики $S \rightarrow a S B \mid \varepsilon$, $B \rightarrow b B \mid b$ по левостороннему разбору. Путь записывается как последовательность применяемых правил через точку с запятой.

Например: $S \rightarrow a S B$; $S \rightarrow a S B$; $S \rightarrow \varepsilon$; $B \rightarrow b B$; $B \rightarrow b$; $B \rightarrow b$ принадлежит языку (и порождает слово $aabb$), а $S \rightarrow a S B$; $B \rightarrow b$; $S \rightarrow \varepsilon$ не принадлежит (не левосторонняя).

2. Язык $\{w \mid |w|_{aab} = |w|_{bba} \ \& \ |w|_{aba} = 0\}$. Алфавит $\{a, b\}$.
3. Язык $\{w_1 w_2 w_3 \mid w_1 w_3 w_1 = h(w_2) \ \& \ w_2 \in \{a, b\}^*\}$, где h — это гомоморфизм, определенный как $h(a) = aa$, $h(b) = bb$.
4. Грамматика

$$\begin{array}{lll} S \rightarrow a Q S b & Q \rightarrow a Q a & \\ Q \rightarrow b Q & Q \rightarrow Q b & Q \rightarrow a \\ S \rightarrow a a S & S \rightarrow b b b S & S \rightarrow \varepsilon \end{array}$$

Вариант 24

1. Регулярный язык, описывающий регулярные выражения не больше чем с одним уровнем вложенности скобок $[,]$, причём без избыточных скобок (т.е., например, $[ab]$ — недопустимо, $[a|b]b$ или $[ab]?$ — допустимо). Входное регулярное выражение может содержать операции $*$, $?$, $|$ и латинские буквы.
2. Язык $\{wwc \mid w \in \{a, b\}^*\} \cup \{w_1w_2 \mid w_2 \in \{a, b\}^+ \text{ \& } w_1 \in \{a, b, c\}^*\} \cup \{w_1cw_2c \mid w_i \in \{a, b, c\}^*\}$.
3. Язык праволинейных грамматик, порождающих язык из единственного слова, $\{a\}$. Слова языка могут включать нетерминалы S (где S — стартовый), A , B , символ \rightarrow , терминалы a , b и разделитель $;$.
4. Грамматика

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSb & S &\rightarrow bSa & S &\rightarrow SaSb \\ S &\rightarrow bbaabS & S &\rightarrow a \end{aligned}$$

Вариант 25

1. Регулярный язык, содержащий списки правил регулярной (право- или левосторонней) грамматики, не содержащий непорождающих правил. Правила могут содержать нетерминалы S, A, B и терминалы a, b . Правила разделяются знаком конца строки (\$). Начальный нетерминал S .
2. Язык $\{w \mid \exists v, z_1 (|v| > 0 \ \& \ (w = vvz_1 \vee w = z_1vv))\}$. Алфавит $\{a, b\}$.
3. Язык палиндромов, которые заодно не являются словами вида ww .
4. Грамматика

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow S b T & T \rightarrow T b S \\ S \rightarrow S b S a S & S \rightarrow a S S b \\ S \rightarrow b a a a b S & S \rightarrow b \\ T \rightarrow a T S b & T \rightarrow a b \end{array}$$

Вариант 26

1. Регулярный язык, описывающий грамматики без недостижимых правил (нетерминалы S, A, B , терминал a). Правила разделяются знаком конца строки ($\$$). Начальный нетерминал S .
2. Язык $\{w a^n z w^R b^n\}$. Алфавит $\{a, b\}$.
3. Язык $\{w \mid |w|_{aab} = |w|_{bba}\}$. Алфавит $\{a, b\}$.
4. Грамматика

$$\begin{array}{ll} S \rightarrow T a Q & S \rightarrow R T \\ T \rightarrow Q b A & T \rightarrow B R \\ Q \rightarrow B c D & Q \rightarrow T R \\ R \rightarrow a R & R \rightarrow b a R \quad R \rightarrow b b D \\ B \rightarrow c B & B \rightarrow d R A \\ A \rightarrow D q B & A \rightarrow q D d \\ D \rightarrow D c a & D \rightarrow b \end{array}$$