Вариант 1

1. Язык слов $\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \dots \begin{vmatrix} x_k \\ y_k \end{vmatrix}$ таких что x_i, y_i – буквы в $\{a, b\}$ и $x_1 \dots x_k y_1 \dots y_k$ есть куб (т.е. представим в виде www для некоторого $w \in \{a, b\}^*$).

2. Язык $\{wz^R vz \,|, w, v, z \in \{a, b\}^* \;\&\; |w| > 1 \;\&\; |z| \geq 1 \;\&\; (v = w^R \vee v \in (ab)^+)\}$.

3. Язык академических регулярных выражений со скобками, принимающий все возможные слова в a^*. Избыточные скобки допустимы.

Вариант 2

1. Язык слов $\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \ldots \begin{vmatrix} x_k \\ y_k \end{vmatrix}$ таких что x_i, y_i – троичные цифры и $x_1 \ldots x_k = (y_1 \ldots y_k)^2$ (ведущие нули допустимы).

2. Древесный язык арифметических выражений над цифрами с четырьмя базовыми операциями, значение которых — целое число.

3. Язык таких палиндромов, что в них существует буква, которую можно стереть и получить снова палиндром.

Вариант 3

1. Язык слов в алфавите a, b, c, у которых совпадает число максимальных подвыражений, распознаваемых регулярным выражением $aa^+bb^+c^+$, и распознаваемых выражением $(b \mid c)a$.

2. Язык $\{w_1 w_2 w_3 \,|, w_i \in \{a,b\}^+ \;\&\; w_1 = w_3 \vee |w_2|_a = |w_3|_a\}$.

3. Язык всех слов вида $\{\omega\omega \mid \omega \in \{a,b\}^+\}$ таких, что при стирании двух последних букв они также могут быть разбиты на две одинаковые половины.

Вариант 4

1. Древесный язык логических формул со связками $\vee$, & и $\neg$ над переменными P и Q такой, что в них нет подформул вида Φ & Φ.

2. Язык $\{w \mid |w|_{ab} = |w|_{bb} \ \& \ |w|_{aaa} \neq |w|_{aa} \ \& \ w \in \{a, b\}^{+}\}$.

3. Язык всех не конфлюэнтных (глобально) систем переписывания строк из одного правила. Алфавит: $\{a, b, \rightarrow\}$.

Вариант 5

1. Язык $\{w_1 aaa w_2 \mid |w_1|_{ab} = |w_1|_{bba} \mathbin{\&} |w_2|_{aaa} = 0 \mathbin{\&} w_i \in \{a,b\}^+\}$.

2. Язык деревьев логических выражений с $\Rightarrow$, $\neg$ и переменными A, B, не являющихся тождественным противоречием.

3. Язык таких палиндромов в $\{a,b,c\}^+$, что в них нет подстрок, удовлетворяющих шаблону ab^+c.

Вариант 6

1. Язык деревьев логических выражений со связками &, ¬, ∨ и переменными X, Y, Z, находящихся в КНФ (следует учесть, что повторные вхождения одинаковых атомов — переменных либо их отрицаний — не допускаются).

2. Язык $\{w_1 w_2 \mid |w_1|_{ab} = |w_1|_{ba} \ \& \ |w_2|_{ab} = |w_1|_a \ \& \ w_i \in \{a,b\}^+\}$.

3. Язык $\{w_1\, v\, w_2 \,|\, w_2 = h(w_1) \ \& \ w_1 \in \{a,b\}^* \ \& \ |v| < |w_1|\}$, где h — гомоморфизм, определённый правилами $h(a) = aa$, $h(b) = a$.

Вариант 7

1. Язык слов $\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \dots \begin{vmatrix} x_k \\ y_k \end{vmatrix}$ таких что x_i, y_i – буквы в $\{a, b\}$ и $x_1 \dots x_k = y_k \dots y_1$.

2. Язык чётных палиндромов, первая половина которых не содержит ни a^2, ни b^2. Алфавит $\{a, b\}$.

3. Язык слов вида $\{w_1 w_2 | w_1 = h(w_2^R) \ \& \ w_2 \in \{a, b\}^*\}$, где $h(a) = aa$, $h(b) = ac$?

Вариант 8

1. Язык деревьев регулярных выражений с бинарной конкатенацией $\cdot$ и альтернативой, а также итерацией и буквами a, b, не содержащих подвыражений вида $\Phi^* \cdot \Phi^*$.

2. Язык $\{w_1\, w_2\, w_3 \,|\, w_1 = h(w_3) \;\&\; w_i \in \{a, b\}^+\}$, где h — это гомоморфизм, определенный как $h(a) = aa$, $h(b) = ab$.

3. Язык всех квадратов (т.е. слов вида $\omega\omega$) в алфавите $\{a, b\}$ таких, что если в их первой половине переставить две какие-то буквы, получится палиндром.

Вариант 9

1. Язык слов $\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \ldots \begin{vmatrix} x_k \\ y_k \end{vmatrix}$ таких что x_i, y_i – буквы в $\{a, b, \#\}$ и $x_1 \ldots x_k = \mathtt{trim}(y_k \ldots y_1)\mathtt{trim}(y_k \ldots y_1)$, где операция `trim` удаляет все знаки # с конца слова.

2. Древесный язык арифметических выражений с бинарными сложением и умножением, а также константой 1, вычисляющих число 2.

3. Язык слов $\{wvu_1vwu_2 | w \in a^+b \;\&\; u_1, u_2, v \in \{a, b\}^*\}$

Вариант 10

1. Язык арифметических выражений только над цифрой 1 в арифметике Пресбургера (без вычитания и деления, но с умножением и сложением) и без скобок, значение которых равно простому числу.
2. Язык $\{a^{n^2}b^+\} \cup \{a^{n \cdot 2+1}\}$.
3. Язык слов в алфавите $\{a, b\}$, в которых число квадратов (подслов вида ww) меньше, чем число подслов ab. Перекрывающиеся квадраты тоже считаются.

Вариант 11

1. Древесный язык всех логических формул со связками $\neg$, & и булевскими константами, не содержащих двойных отрицаний.

2. Язык слов $\{w_1 w_2 w_3 | w_1 = h(w_3)\ \&\ |w_1| > 0\}$. $h(a) = a^2$, $h(b) = ab$.

3. Язык $\{\omega_1 \omega_2 \mid |\omega_1|_{a^4} = |\omega_2|_{a^2}\ \&\ |\omega_1| = |\omega_2|\}$.

Вариант 12

1. Язык слов $\{w_1 b w_2 \mid |w_1|_a = (|w_2|_b)^2\}$

2. Язык всех слов в алфавите $\{a, b\}$ таких, что их перестановкой можно получить куб, но нельзя получить никакое другое слово вида ω^n, $n > 1$.

3. Язык $\{w \mid |w|_{aba} = |w|_{bab} \;\&\; |w|_{ba} = w_{bb} \;\&\; w \in \{a, b, c\}^*\}$.

Вариант 13

1. Язык слов $\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \dots \begin{vmatrix} x_k \\ y_k \end{vmatrix}$ таких что x_i, y_i – буквы в $\{0, 1, \#\}$, кодирующие двоичные числа, и $x_1 \dots x_k = 3 \cdot (y_1 \dots y_k)$ (финальные $\#$ отбрасываются).

2. Язык слов $\{w_1 w_2 w_1 w_3 w_2 \mid |w_1| > 0, |w_2| > 0\}$, алфавит $\{a, b\}$.

3. Язык $\{w_1\, w_2\, w_3 \,|\, w_1\, (w_3)^R = h(w_2\, w_2)\ \&\ w_2 \in \{a, b\}^*\}$, где h — это гомоморфизм, определенный как $h(a) = \varepsilon$, $h(b) = ab$.

Вариант 14

1. Древесный язык логических пропозициональных формул над переменными A, B, со связками дизъюнкции, конъюнкции и отрицания, в которых все бинарные операции сгруппированы влево по ассоциативности (например, дерево для $A\&B\&A$ — это дерево для $(A\&B)\&A$).

2. Язык регулярных выражений без скобок над алфавитом $\{a, b\}$, которые не принимают пустую строку. Допустимые операции — конкатенация, альтернатива, итерация Клини. Скобок нет.

3. Язык $\{w \mid |w|_{aa} = |w|_a \;\&\; |w|_{ba} \neq |w|_{ab} \;\&\; w \in \{a, b\}^+\}$.

Вариант 15

1. Язык слов $\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \dots \begin{vmatrix} x_k \\ y_k \end{vmatrix}$ таких что x_i, y_i – буквы в $\{0, 1, \#\}$, кодирующие двоичные числа, и $x_1 \dots x_k = y_1 \dots y_k + 1$ (начальные 0 отбрасываются).

2. Язык $\{w_1 \, w_2 \, w_3 \,|\, w_1 = h(w_2 \, w_2) \ \& \ w_2 \in \{a, b\}^+\}$, где h — это гомоморфизм, определенный как $h(a) = aa$, $h(b) = \varepsilon$.

3. Язык слов, которые не являются конкатенацией двух нечётных палиндромов. Алфавит $\{a, b, c\}$.

Вариант 16

1. Язык деревьев, представляющих тождественно ложные логические формулы в ДНФ. Формулы содержат символы &, $\vee$, $\neg$, A, B, где A, B — логические переменные.

2. Язык $\{\omega_1\omega_2 \,|\, |\omega_1| = |\omega_2|_a \;\&\; \omega_2 \in b^2(a|b)^*\}$

3. Язык $\{w^{|v|_a} v^{|w|_a} \,|\, w, v \in ba^+\}$.

Вариант 17

1. Древесный язык арифметических выражений над цифрами $\{0, 1, 2\}$ с + и -, вычисляющих чётное число.

2. Язык правильных последовательностей из скобок, в которых ни одна открывающая скобка не стоит непосредственно сразу перед двумя закрывающими, и при этом таких, что ни одно подслово из трех символов не содержит символы только одного типа.

3. Язык, в котором есть правильные скобочные последовательности и закомментированные посредством тегов $/*$ и $*/$ произвольные скобочные последовательности. В промежутке между двумя комментариями всегда должна стоять ПСП, т.е. вот такое слово языку не принадлежит: $((/*(*/))/*)*/$.

Вариант 18

1. Язык слов $\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \dots \begin{vmatrix} x_k \\ y_k \end{vmatrix}$ таких что x_i, y_i – буквы в $\{a, b, \#\}$, и $x_1 \dots x_k x_1 \dots x_k = y_1^2 \dots y_k^2$.

2. Язык $\{w \mid |w|_{abb} = |w|_{aa} \ \& \ |w|_{bb} = |w|_{baa} \ \& \ w \in \{a, b\}^+\}$.

3. Язык слов в алфавите $\{a, b\}$ таких, что их циклическим сдвигом можно получить палиндром, но не обязательно. Примеры: *bbaa* принадлежит такому языку (достаточно сдвинуть на 1 букву), *abab* не принадлежит такому языку, *aaa* тоже (как ни сдвинуть, получится палиндром).

Вариант 19

1. Язык слов $\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \dots \begin{vmatrix} x_k \\ y_k \end{vmatrix}$ таких что x_i, y_i – буквы в $\{a, \#\}$, и $\exists i (x_1 \dots x_k = y_1^i \dots y_k^i)$.
2. Язык $\{w_1 w_2 \mid |w_1|_{ab} = |w_1|_{ac} \ \& \ |w_1|_{cc} = |w_1|_{ca} = 0 \ \& \ w_i \in \{a, b, c\}^+ \ \& \ |w_1| > 1\}$.
3. Язык $\{w_1 a^n w_2 \mid |w_1| = n \ \& \ |w_2| < n \ \& \ w_i \in \{a, b\}^*\}$.

Вариант 20

1. Древесный язык арифметических выражений над цифрами $\{0, 1, 2\}$ с $+$ и $*$, вычисляющих степень двойки либо нечётное число.

2. Язык $\{w_1\, w_2\, w_3 \mid w_1\, w_3 = h(w_2)\ \&\ w_2 \in \{a, b\}^*\}$, где h — это гомоморфизм, определенный как $h(a) = a$, $h(b) = \varepsilon$.

3. Язык конкатенаций палиндрома и непустого квадрата в $\{a, b\}^+$.

Вариант 21

1. Язык слов $\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix} \dots \begin{vmatrix} x_k \\ y_k \end{vmatrix}$ таких что x_i, y_i – буквы в $\{a, b, \#\}$, и $\exists i (x_1 \dots x_k = y_1^i \dots y_k^i)$.
2. Язык $\{w_1 w_2 \mid |w_1| < |w_2| \ \& \ |w_2|_a = |w_2|_b\}$.
3. Язык истинных выражений вида $x_1 + x_2 = x_3$, где x_i – двоичные числа.

Вариант 22

1. Язык контекстно-свободных грамматик, порождающих языки — подмножества $(ab)^*$. Слова языка могут включать нетерминалы S (где S — стартовый), A, символ $\to$, терминалы a, b и разделитель ;.
2. Язык $\{a^* w b^* \mid |w|_{abab} = |w|_{ba} \ \& \ w \in \{a,b\}^+\}$.
3. Язык слов, в котором число подстрок aba и число подстрок bab не совпадают. Алфавит $\{a, b, c\}$.

Вариант 23

1. Язык, описывающий грамматики в нормальной форме Хомского, порождающие только слова чётной длины (нетерминалы S, A, B, терминал a).Правила разделяются знаком конца строки ($), левые и правые части правил разделяются знаком $\to$. Начальный нетерминал S.

2. Язык таких слов, что некоторой их перестановкой можно получить префикс правильной скобочной последовательности, при этом в них нет подслов из трёх повторяющихся букв). Скобки только круглые.

3. Язык $\{w_1\,w_2\,w_3 \,|\, w_1\,w_3\,w_1 = h(w_2) \;\&\; w_2 \in \{a,b\}^*\}$, где h — это гомоморфизм, определенный как $h(a) = aa$, $h(b) = baab$.

Вариант 24

1. Язык контекстно-свободных грамматик в нормальной форме Хомского, порождающих язык из единственного слова, $\{ab\}$. Слова языка могут включать нетерминалы S (где S — стартовый), A, B, символ $\to$, терминалы a, b и разделитель ;.

2. Язык $\{w \mid |w|_{aab} = |w|_{bba} \ \& \ |w|_{aba} = 0\}$. Алфавит $\{a, b\}$.

3. Язык слов $\{w_1 w_2 w_3 \mid |w_1| = |w_3| > |w_2| \ \& \ |w_1|_{ab} = |w_3|_{ba}\}$. Алфавит $\{a, b, c\}$

Вариант 25

1. Язык $\{w \mid |w|_{abb} = |w|_{ba} \;\&\; |w|_{aa} = 0 \;\&\; w \in \{a, b\}^*\}$.
2. Язык $\{v_0 u v_1 u^R v_2 \mid |u| > 1\}$. Алфавит $\{a, b\}$.
3. Язык $\{w \mid \exists v, z_1 (|v| > 1 \;\&\; (w = v v z_1 \vee w = z_1 v v))\}$. Алфавит $\{a, b\}$.

Вариант 26

1. Язык академических регулярных выражений без скобок, принимающих в числе прочего строку a. Допустимы альтернатива, конкатенация, итерация над буквой, а также буквы a, b.

2. Древесный язык арифметических выражений с делением и сложением, а также целыми одноразрядными числами и нулём, не содержащий выражений с делением на 0.

3. Язык $\{w\,a^n\,z\,w^R\,b^n\,|w, v, z \in \{a, b\}^* \;\&\; (|w| > 0 \vee n > 0)\}$.

Вариант 27

1. Древесный язык арифметических формул с $+$, $*$ над цифрами $0, 1$ таких, что в них нет поддеревьев с корнем из $+$, вычисляющих два одинаковых значения.

2. Язык $\{w_1 v\, w_2 \,|\, w_i, v \in \{a, b\}^+ \;\&\; |w_1|_{aa} = |w_2|_{bb} \;\&\; |w_1| > 1\}$.

3. Язык правильных регулярных выражений, обязательно принимающих, в числе прочего, пустое слово. Регулярные выражения могут содержать буквы a, b, а также операции альтернативы, итерации Клини и круглые скобки.