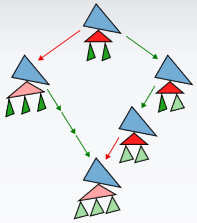
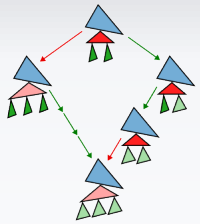
- При исследовании накачек не забываем про отрицательную накачку (0 итераций накачки).
- Если язык подозрителен на не-CFL, пытаемся свести задачу к известным с помощью пересечения с регулярными языками и гомоморфизмов.
- Если язык подозрителен на CFL, пытаемся разбить его на непересекающиеся более простые языки.
- За отсутствие состояния-ловушки в минимальных автоматах штрафа не будет.



Типы языков

- Язык — пересечение. Аккуратно строим два элементарных языка и дальше действуем автоматически.

Язык слов, которые одновременно являются правильно построенными логическими формулами и реверсами правильно построенных логических формул. Алфавит $\{\mathsf{T}, \mathsf{F}, \vee, \neg, \&, (,)\}$.



Типы языков

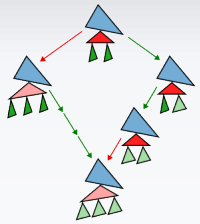
- Инфиксы, суффиксы etc известного языка. Пишем грамматику исходного языка в форме Грейбах и на её основе грамматику, которая пропускает порождение префиксных или суффиксных символов.

Язык всевозможных префиксов регулярного выражения только с $*$ и конкатенацией, не итерирующего пустое слово.
Алфавит $\{a, {}^*, (,)\}$.
Грамматика:

$$S \to (S)^* S \quad S \to (S)^* \quad S \to a S \quad S \to a$$

Грамматика префиксов:

$$S \to (S)^* S \quad S \to (S)^* \quad S \to (S) \quad S \to (S \quad S \to a S \quad S \to a \quad S \to ($$

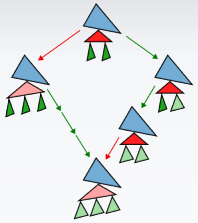


Типы языков

- Вычисляющий язык (вычисляет константу). Пытаемся понять, какие свойства подвыражений порождают требуемое значение.

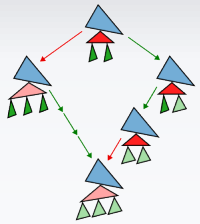
Язык КС-грамматик, порождающих пустое слово. Алфавит $\{S, A, B, \varepsilon, \to, a, \$\}$ ($\$$ — разделитель).
Выполняется, если:

- Есть правило $S \to \varepsilon$.
- Есть правило вида $S \to$[строка только из нетерминалов]
- Данные нетерминалы можно разделить на классы (их, самое большее, будет 3) такие, что через n промежуточных нетерминалов нетерминал переписывается в ε.



Типы языков

- Языки путей в грамматике. Пытаемся посмотреть через линзу гомоморфизма и пытаться свести к языкам, порождаемых этой грамматикой.
- Языки с условиями вида $|w|_{v_1} = |w|_{v_2}$. Пытаемся понять, какая взаимосвязь есть между вхождениями v_1 и v_2. Если взаимосвязь исчерпывается конечным числом случаев — язык регулярный, иначе строим КС-язык, но имеем в виду перекрытия!



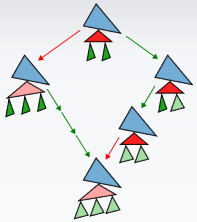
Определение типа языка

Подсказки, что язык — не контекстно-свободен:

- Если косвенно встречается указание на равенство подструктур (неограниченных индексов в натуральных числах и т.д.)

- Если не удаётся разбить слово на фрагменты, соответствующие ПСП, имеющие синхронные «накачки».

Фрагменты должны чётко отделяться друг от друга! Иначе могут возникнуть иллюзии: см. $\{v_1\, w\, v_2\, w \mid w \in \{a, b\}^+\}$ (и сравним с $\{v_1\, w\, v_2\, w \mid w \in a, b^+ \;\&\; v_2 \in b^+\}$).



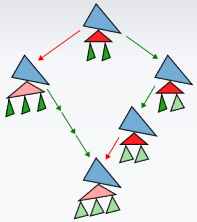
Определение типа языка

Подсказки, что язык — не регулярен:

- Если косвенно встречается указание на подсчёт вхождений, причём в промежуточном состоянии подсчёта могут быть сколь угодно большие значения разницы числа вхождений.

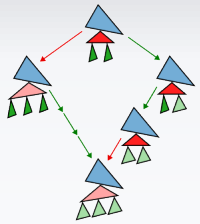
- Если есть намёк на ПСП.

То же замечание, что и для не КС (ищем чётко различающий инфикс, а если есть сомнения — пересекаем с регулярным языком).



Структура тестов на контесте

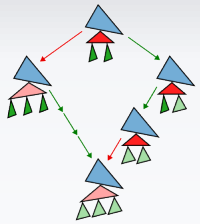
1. регулярно-замкнутые $(20 * 0,5)$;
2. линейные КС с накачкой $(5 * 1 + 10 * 2)$;
3. регулярные с поглощением накачек $(10 * 2 + 5 * 3)$;
4. с произвольно длинными фрагментами накачек $(10 * 2 + 5 * 3)$;
5. КС, содержащие в себе линейный КС с накачкой $(5 * 3)$;
6. синтаксические ошибки $(5 * 0,5)$;
7. «монстры» (КС-грамматики со сложно разрешимой регулярностью) (5 примеров).



Регулярно-замкнутые языки

Если в языке нет ни одного нетерминала, который переписывается так: $N_i \to^* \alpha N_i \beta$, где $\alpha \neq \varepsilon$ и $\beta \neq \varepsilon$, то язык регулярен.
Доказательство: можно скачать конструкцию со статьи Mohri–Nederhof (см. non-self-embedding grammars)

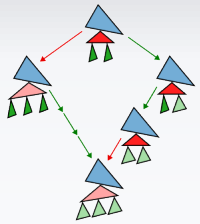
- Выделяем нетерминалы, переписывающиеся только в ε, и стираем их. Они не влияют на язык.
- Строим множества взаимно-рекурсивных нетерминалов: $T_i \to^* \alpha T_j \beta$, $T_j \to \gamma T_i \delta$.



Линейные КС с накачкой

Если $S \to^* \alpha\, S\, \beta$ и $S \to^* \gamma$, причём существуют слова w_α, w_β, w_γ такие, что $w_\tau \in L(\tau^*)$ & $\forall \tau_1 (\tau_1 \neq \tau \Rightarrow w_\tau \notin L(\tau_1^*))$, то язык — не регулярен.
Доказательство: пересечём с регуляркой, вынуждающей итерироваться $(x_1\, w_\alpha\, x_2)^*(x_3\, w_\gamma\, x_4)(x_5\, w_\beta\, x_6)^*$, и попробуем накачать фрагмент, захватывающий целиком w_β.

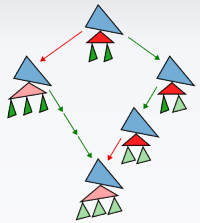
Здесь языки линейные (т.е. ровно с 1 нетерминалом в правой части), но может быть несколько вложенных подвыводов (с чёткой границей саморекурсивного фрагмента слева и справа).



Регулярные с поглощением накачек

Если $T \to \alpha\, T\, \beta$, где α, β — регулярные языки, причём $\alpha^* \approx \beta^*$, т.е. $\forall w(\exists i, k_1(w^{k_1} \in \alpha^i) \Leftrightarrow \exists j, k_2(w^{k_2} \in \beta^j))$, и к тому же для языка $T \to^* \gamma$ слов, не проходящих через этот рекурсивный цикл, также выполнено $\gamma^* \approx \beta^*$, то язык, описываемый T, регулярен.
Если $\alpha = \alpha\alpha$ или $\beta = \beta\beta$, то язык сразу регулярен, если γ регулярен.

Если нашлось w, опровергающее условие аппроксимации, то это возможная подсказка, с чем нужно пересекать грамматику для попытки поиска накачек. Если нашлись такие w и для α, и для β — это очень хорошая подсказка.
Деталь: регулярные языки могут собираться по разным ветвям вывода, например $S \to a\, S\, b \mid a\, S\, a \mid a \mid b \mid b\, S\, a \mid b\, S\, b$.
Имеем: $(a|b)^* = (a|b)^*$.

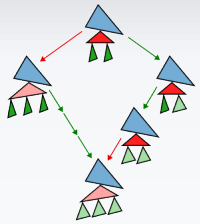


С произвольно длинными фрагментами...

Если коммутативный образ языка L вынуждает соотношение $|w|_b < \sum k_j \cdot |w|_{a_j} + C_0$ для некоторых букв b, a_j, но при этом можно построить слово в L, содержащее произвольно длинный фрагмент v, такой что $|v|_b > \sum k_j \cdot |v|_{a_j} + C_0$, тогда язык L не регулярен.

Пример: $S \to a\,S\,a \mid b\,S\,a \mid b$ (смотрим на подслово b^n в префиксе).

Коммутативный образ многократно саморекурсивных правил строится перемещением саморекурсивных вызовов вслед за базисными. Положим $S \to b\,S\,S\,S \mid a$. Имеем $S \to (b\,S\,S)^+\,S \mid a$, теперь проталкиваем вперёд все базисные случаи: $S \to (baa)^+\,S \mid a$, и по лемме Ардена: $S = (baa)^+a$.

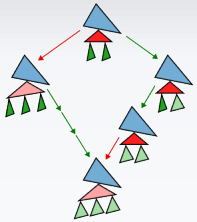


Синтаксис

Начальный нетерминал: `[S]`, пустое слово — `_`.

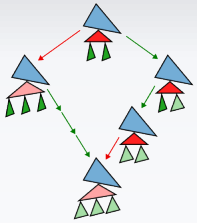
$$
\begin{aligned}
\langle \text{grammar} \rangle &::= \langle \text{rule} \rangle^{+} \\
\langle \text{rule} \rangle &::= \langle \text{nterm} \rangle \texttt{->} \langle \text{term} \rangle^{+} \\
\langle \text{term} \rangle &::= \langle \text{nterm} \rangle \mid [\text{a–z}] \mid \texttt{\_} \\
\langle \text{nterm} \rangle &::= [[\text{A–z}]^{+}[\text{0–9}]^{*}]
\end{aligned}
$$

- Всего из 80 тестов 5 будет с некорректным синтаксисом, и уже на этих пяти тестах можно с гарантией заработать 2,5 балла.
- Использование табуляций, лишних пробелов, а также различных вариантов перевода строки, и наличие лишних пустых строк синтаксическими ошибками не считаются.



Свидетельства

- Ответ: regular, non-regular, unknown — записывается в файл result.txt в корневой папке. Т.е. файл result.txt содержит ответ строго на один тест. По умолчанию не требуется сообщать, каким образом была установлена регулярность или нерегулярность.
- Если по ключу запуска будет возможно получить свидетельство ответа (свойство грамматики, которое дало возможность сделать вывод о её регулярности), то это добавит +3 балла к базовой сумме баллов (до повышающего множителя).
- Свидетельство ответа — в свободной форме. Записывается в лог, не являющийся файлом result.txt.



Проверка корректности

- Если просмотр кода после РК выявит грубую подгонку под тесты / рандомизацию, с вас снимаются все баллы по срезам (соответственно, награждаются следующие по очереди) и накладывается командный штраф 5 баллов за каждое нарушение.

- Если ваши же собственные секретные тесты окажутся неустойчивыми при контрольной проверке, ваши баллы за секретные тесты умножатся на 0,5.

- Недетерминированными алгоритмами пользоваться можно в том случае, если они выбирают путь разбора случаев. При этом могут дополнительно получаться результаты unknown или timeout, но не может получаться на одном прогоне regular, а на другом non-regular — это считается априори рандомизацией и штрафуется (см. п.1).