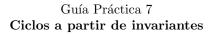
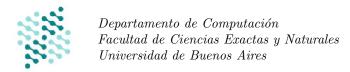
Algoritmos y Estructuras de Datos I





Ejercicio 1.

```
Sea la siguiente especificación del problema de copiar una secuencia de enteros:
```

```
proc copiarSecuencia (in s: seq\langle\mathbb{Z}\rangle, out result: seq\langle\mathbb{Z}\rangle) { Pre \{True\} Post \{s=result\}}
}
Sea la siguiente implementación incompleta de la función copiarSecuencia: vector<int> copiarSecuencia(vector<int> s) { vector<int> r; int i = 0.
```

vector<int> coplarsecuencia(vector<int> s) {
 vector<int> r;
 int i = 0;
 while(i<s.size()) {
 ...
 }
 return r;
 }
}</pre>

Completar el programa (i.e. escribir el cuerpo del while) de forma que cumpla el siguiente invariante de ciclo:

$$I = (0 \le i \le |s| \land |r| = i) \land_L (\forall j : \mathbb{Z})(0 \le j < i \rightarrow_L s[j] = r[j])$$

Ejercicio 2.

Sea la siguiente especificación:

```
proc incSecuencia (inout s: seq\langle\mathbb{Z}\rangle) { Pre \{s=S_0\} Post \{|s|=|S_0|\wedge_L \ (\forall i:\mathbb{Z})(0\leq i<|s|\to_L s[i]=S_0[i]+1)\} }
```

Sea la siguiente implementación incompleta de la función incSecuencia:

```
void incSecuencia(vector<int> &a) {
   int i = 0;
   while(...) {
      ...
   }
}
```

Completar el programa (i.e. escribir el cuerpo del while y su guarda) de forma que cumpla el siguiente invariante de ciclo:

$$I = 0 \le i \le |s| \land (\forall j : \mathbb{Z})(0 \le j < i \to_L s[j] = S_0[j] + 1)$$

Ejercicio 3.

}

Sea la siguiente especificación del problema de retornar la cantidad de apariciones de un elemento en una secuencia de enteros:

```
proc cantApariciones (in s: seq\langle\mathbb{Z}\rangle, in e: \mathbb{Z}, out result: \mathbb{Z}) { Pre \{True\} Post \{result = \#apariciones(s,e))\} }
```

Sea la siguiente implementación incompleta de la función cantApariciones:

```
int cantApariciones(vector<int> s, int e) {
  int r = 0;
  for(int i=0; ...; ...) {
    ...
  }
  return r;
```

Completar el programa (i.e. escribir el cuerpo y la declaración del for) de forma que cumpla el siguiente invariante de ciclo:

$$I = 0 \le i \le |s| \land_L r = \#apariciones(subseq(s, 0, i), e))$$

Ejercicio 4.

Sea la siguiente especificación de un ciclo:

- $P_c: i = -1 \land s = S_0$
- $Q_c: |s| = |S_0| \land_L (\forall z: \mathbb{Z}) (0 \le z < |s| \to_L s[z] = S_0[z]^2)$

Dar dos implementaciones distintas que satisfagan la especificación del ciclo con el siguiente invariante:

$$I = (|s| = |S_0| \land -1 \le i \le |s| - 1) \land_L (\forall j : \mathbb{Z})(0 \le j \le i \to_L s[j] = S_0[j]^2) \land (\forall j : \mathbb{Z})(i < j < |s| \to_L s[j] = S_0[j])$$

Ejercicio 5.

Escribir un programa para el siguiente problema que respete la especificación y el invariante dado

```
 \begin{array}{ll} \operatorname{proc \ duplicarElementos \ (inout \ s: seq\langle \mathbb{Z} \rangle) \ \{} & I \equiv (|s| = |s_0| \wedge (0 \leq i \leq |s|/2)) \wedge_L \\ \operatorname{Pre} \ \{s = s_0 \wedge |s| \ mod \ 2 = 0\} & subseq(s,0,|s|-2*i) = subseq(s_0,0,|s_0|-2*i) \wedge_L \\ \operatorname{Post} \ \{|s| = |s_0| \wedge_L & (\forall k: \mathbb{Z})(|s|-2*i \leq k < |s| \longrightarrow_L s[k] = 2*s_0[k])) \\ (\forall i: \mathbb{Z})(enRango(i,s) \longrightarrow_L s[i] = 2*s_0[i]) \} \\ \end{array}
```

Eiercicio 6.

Escribir un programa para el siguiente problema que respete la especificación y contenga un ciclo el invariante dado

```
\begin{aligned} & \text{proc dividirPorPromedio (inout } s: seq \langle \mathbf{R} \rangle) \quad \{ \\ & \text{Pre } \{s = s_0 \wedge |s| \ mod \ 2 = 0 \wedge |s| > 0 \} \\ & \text{Post } \{|s| = |s_0| \wedge L \\ & (\forall i: \mathbb{Z})(enRango(i,s) \longrightarrow_L s[i] = \frac{s_0[i]}{promedio(s_0)}) \} \\ & \text{aux promedio } (s: seq \langle \mathbf{R} \rangle) : \mathbf{R} \quad = \frac{\sum_{i=0}^{|s|-1} s[i]}{|s|}; \end{aligned} \qquad \begin{aligned} & I \equiv (|s| = |s_0| \wedge 0 \leq i \leq \frac{|s|}{2}) \wedge_L \\ & subseq(s,i,|s|-i) = subseq(s_0,i,|s_0|-i) \wedge \\ & (\forall k: \mathbb{Z})(0 \leq k < i \longrightarrow_L s[k] = \frac{s_0[k]}{promedio(s_0)}) \wedge \\ & (\forall k: \mathbb{Z})(|s|-i-1 < k < |s| \longrightarrow_L s[k] = \frac{s_0[k]}{promedio(s_0)}) \end{aligned}
```

Ejercicio 7.

Dar un programa que satisfaga la especificación y tenga un ciclo con el invariante:

```
\begin{array}{l} \operatorname{proc\ armarPiramide\ (in\ v:\ \mathbb{Z},\ inout\ l:\ } seq\langle\mathbb{Z}\rangle)\ \ \{\\ \operatorname{Pre}\ \{l=L_0\}\\ \operatorname{Post}\ \{|L_0|=|l|\wedge esPiramide(l,v)\}\\ \operatorname{pred\ esPiramide\ (l:\ } seq\langle\mathbb{Z}\rangle,\ v:\ \mathbb{Z})\ \{\\ (\forall j:\mathbb{Z})(0\leq j<|l|/2\Rightarrow_L l[j]=v+j)\wedge\\ (\forall j:\mathbb{Z})(|l|/2\leq j<|l|\Rightarrow_L l[j]=v+|l|-j-1)\\ \}\\ \}\\ \text{a.\ Invariante:\ } |l|=|L_0|\wedge|l|/2\leq i\leq |l|\wedge_L \left((i=|l|/2\wedge l=L_0)\vee_L (\exists p:seq\langle\mathbb{Z}\rangle)(esPiramide(p,v)\wedge|p|=|l|\wedge_L subseq(p,|l|-i,i)=subseq(l,|l|-i,i))))\\ \text{b.\ Invariante:\ } |l|=|L_0|\wedge 0\leq i\leq |l|\wedge_L piramideHastaI(l,i,v)\\ \operatorname{pred\ piramideHastaI\ (l:\ } seq\langle\mathbb{Z}\rangle,\ i:\ \mathbb{Z},\ v:\ \mathbb{Z})\ \{\\ (\exists p:seq\langle\mathbb{Z}\rangle)esPiramide(p,v)\wedge|p|=|l|\wedge_L subseq(p,0,i)=subseq(l,0,i)\\ \}\\ \end{array}
```

Ejercicio 8.

Escribir un programa para el siguiente problema que respete la especificación y el invariante dado

```
\begin{array}{l} \operatorname{proc\ multiplicar\ (inout\ s: seq\langle\mathbb{R}\rangle)\ } \left\{ \\ \operatorname{Pre}\left\{s=s_0 \wedge |s| \ mod\ 4=0\right\} \\ \operatorname{Post}\left\{|s|=|s_0| \wedge_L \right. \\ \left(\forall i: \mathbb{Z}\right) (0 \leq i < |s| \longrightarrow_L s[i] = 10 * s_0[i])\right\} \\ \left\} \\ I \equiv (|s|=|s_0| \wedge \frac{|s|}{2} \leq i \leq |s|) \wedge_L \operatorname{esPar}(i) \wedge \\ \operatorname{subseq}(s,i,|s|) = \operatorname{subseq}(s_0,i,|s_0|) \wedge \operatorname{subseq}(s,0,|s|-i) = \operatorname{subseq}(s_0,0,|s_0|-i) \wedge \\ (\forall k: \mathbb{Z}) (\frac{|s|}{2} \leq k < i \longrightarrow_L s[k] = 10 * s_0[k]) \wedge (\forall k: \mathbb{Z}) (|s|-i \leq k < \frac{|s|}{2} \longrightarrow_L s[k] = 10 * s_0[k]) \end{array}
```

Ejercicio 9.

Escribir un programa para el siguiente problema que respete la especificación y el invariante dado proc cerearYsumar (inout s : $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, inout suma : \mathbb{Z}) { $\text{Pre } \{s=s_0 \wedge |s| \ mod \ 8=0\}$ $\text{Post } \{|s|=|s_0| \wedge_L \ ((\forall i:\mathbb{Z})(enRango(i,s)\longrightarrow_L s[i]=0) \wedge suma = \sum_{i=0}^{|s|-1} s_0[i])\}$ } $I \equiv (|s|=|s_0| \wedge 0 \leq i \leq |s|/4) \wedge_L$ $(subseq(s,2*i,|s|-2*i) = subseq(s_0,2*i,|s_0|-2*i) \wedge (\forall k:\mathbb{Z})(0 \leq k < 2*i\longrightarrow_L s[k]=0) \wedge (\forall k:\mathbb{Z})(|s|-2*i \leq k < |s|\longrightarrow_L s[k]=0) \wedge suma = \sum_{j=0}^{2*i-1} s_0[j] + \sum_{j=|s|-2*i}^{|s|-1} s_0[j])$