# Clase Teórica 1 : Introducción y Fundamentos

Tomás F. Melli

August 2025

# Índice

# 1 Introducción

Samuel Morse (1791–1872) fue un pintor y científico estadounidense, conocido principalmente por su invención del telégrafo eléctrico y la creación del código Morse, un sistema para transmitir mensajes a través de pulsos eléctricos. A mediados del siglo XIX, el mundo necesitaba formas rápidas de comunicación a larga distancia. Antes de los telégrafos, los mensajes podían tardar días o semanas en llegar.
Inventó un telégrafo eléctrico capaz de enviar señales a través de un cable utilizando pulsos eléctricos cortos y largos. Cada pulso corto se llamó "punto" y cada pulso largo "raya". Los mensajes podían escribirse en un alfabeto codificado de puntos y rayas: lo que luego se conocería como **código Morse**.


El teléfono fue inventado por Alexander Graham Bell en 1876 (EE.UU.). Bell era un científico, inventor y profesor de sordos, interesado en transmitir sonidos de manera eléctrica. Su objetivo inicial era mejorar los sistemas de telégrafo, buscando transmitir varios mensajes a través de un mismo cable (telégrafo múltiple), pero terminó creando un sistema para transmitir voz humana. El primer prototipo de Bell convertía las vibraciones de la voz en variaciones eléctricas en un circuito cerrado. El receptor hacía el proceso inverso: convertía las variaciones eléctricas nuevamente en sonido. Esto permitió que las personas pudieran hablar a distancia en tiempo real, cosa que el telégrafo no podía hacer.

## 1.1 Conmutación de Circuitos

Una central de conmutación de circuitos (o simplemente "central telefónica") es un dispositivo o sistema que conecta dos usuarios para que puedan comunicarse por teléfono. Su función principal es establecer un camino físico dedicado (un "circuito") entre el llamante y el destinatario. Mientras dure la llamada, el circuito está reservado exclusivamente para esos dos usuarios. Históricamente :

- Centrales manuales (1876–1890s) : Las primeras centrales eran manuales: operadoras humanas conectaban los cables físicamente en un panel de enchufes. Cuando alguien llamaba, la operadora insertaba un enchufe en la línea del destinatario para completar el circuito.
- Conmutación electromecánica (1890s–1960s) : Se introdujeron relés y sistemas automáticos, como el Strowger switch, que permitían marcar números sin operadora. La central electromecánica podía establecer rutas automáticas usando interruptores, pero seguía siendo un circuito dedicado.
- Conmutación electrónica y digital (1960s en adelante) : Las centrales pasaron a usar circuitos electrónicos y, más tarde, procesamiento digital, haciendo la conmutación más rápida y fiable. Aunque la llamada seguía usando un "circuito virtual", el concepto de reserva exclusiva de recursos persistió hasta que las redes empezaron a usar **conmutación de paquetes (Internet)**.

Sus características principales son :

- Reserva completa: Todo el ancho de banda del canal está ocupado durante la llamada.
- Baja latencia y calidad constante: Ideal para voz.
- Ineficiencia en inactividad: Si nadie habla, el canal sigue ocupado.
- Tiempo de establecimiento: Hay un retardo inicial mientras se conecta el circuito, antes de que comience la comunicación.

## 1.2 Conmutación de Paquetes

Las redes telefónicas tradicionales usaban conmutación de circuitos, donde se reservaba un canal físico completo para una comunicación. Esto era ineficiente para datos (como texto, archivos o correo electrónico), porque los canales quedaban ocupados incluso cuando no había tráfico activo. Por eso surgió la idea de dividir los mensajes en paquetes más pequeños y enviarlos de manera independiente por la red, compartiendo los recursos.

#### Leonard Kleinrock (1934–)

Científico estadounidense, pionero en teoría de colas y redes de datos. Su trabajo fue fundamental para formalizar la idea de la conmutación de paquetes. Teoría matemática de la conmutación de paquetes (1961–1962). Kleinrock publicó sus primeros artículos y su tesis doctoral sobre cómo enviar información en "bloques" (paquetes) a través de una red compartida. Usó modelos de colas para analizar tiempos de espera, congestión y eficiencia de redes de paquetes. Esto dio la base teórica para que la conmutación de paquetes fuera factible y eficiente.

#### ARPANET (1969)

Kleinrock estaba en la UCLA y su laboratorio fue el primer nodo de ARPANET. El 29 de octubre de 1969, se envió el primer mensaje por ARPANET desde UCLA hacia Stanford, usando su teoría de paquetes para guiar el diseño de la red. Kleinrock supervisó la implementación práctica de la transmisión de paquetes en esta primera red de computadoras.

#### Funcionamiento

El mensaje original se divide en paquetes. Cada paquete se envía de manera independiente por la red. Los paquetes pueden tomar diferentes rutas según la disponibilidad de los enlaces y la congestión de la red. En el destino, los paquetes se reensamblan en el mensaje original, usando la información de secuencia.

#### Características principales

- Eficiencia: varios usuarios pueden compartir los mismos enlaces.
- Flexibilidad: si un enlace falla, los paquetes pueden tomar rutas alternativas.
- Robustez: la pérdida de algunos paquetes no significa perder todo el mensaje; se pueden retransmitir.
- Latencia variable: los paquetes pueden llegar en diferente orden o con retraso.

## 1.3 Internet of Things

El Internet of Things (IoT), o Internet de las Cosas, es un concepto que extiende Internet más allá de computadoras y teléfonos, conectando objetos físicos a la red para que puedan recoger, intercambiar y actuar sobre información. La idea es que cada objeto tiene sensores, actuadores y capacidad de comunicación. Estos objetos se conectan a Internet o a otras redes, permitiendo automatización, monitoreo y control remoto. Características :

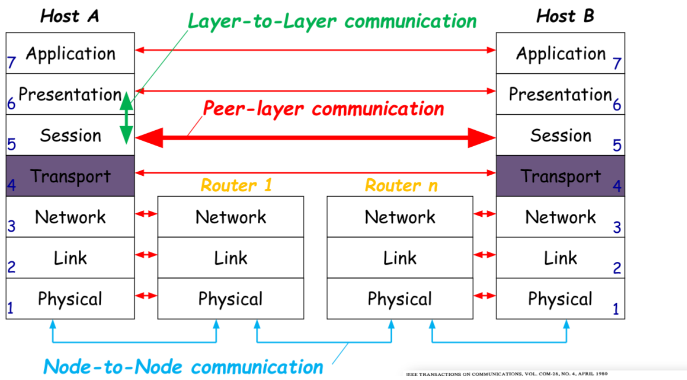
- Interconexión: Los objetos se comunican entre sí y con sistemas centrales.
- Automatización: Pueden actuar sin intervención humana directa.
- Monitoreo en tiempo real: Permite tomar decisiones inmediatas.
- Datos masivos: Genera grandes cantidades de información para análisis y optimización.

# 2 Arquitectura de redes

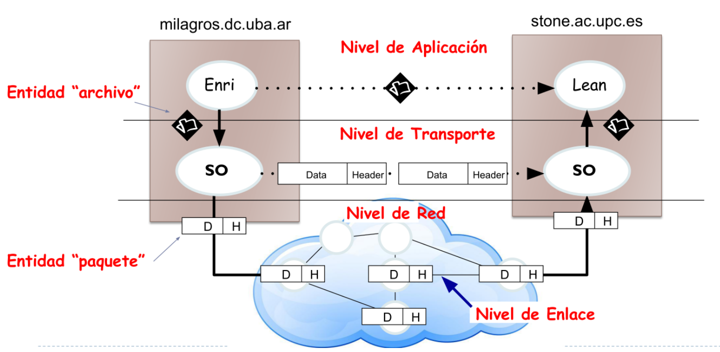
Con la conmutación de paquetes aparecen nuevos desafíos, como coordinar rutas y evitar colisiones o congestión, garantizar que los paquetes lleguen en orden y sin pérdida, hacer que diferentes tipos de dispositivos y redes puedan comunicarse entre sí. Es decir, necesitamos un sistema organizado y estructurado que permita gestionar todos estos procesos de manera consistente. Para enfrentar esa complejidad, se introduce la idea de arquitectura de red: un marco estructurado que define cómo se organizan los elementos de la red, cómo interactúan y qué protocolos usan. La arquitectura de red establece reglas y capas de funcionamiento, de modo que la comunicación sea interoperable, escalable y confiable, sin importar la tecnología física subyacente.

## 2.1 Modelo OSI-ISO (Open Systems Interconnection)

El modelo OSI, desarrollado por la ISO (International Organization for Standardization) es un modelo de referencia, no un protocolo específico. Divide la comunicación en 7 capas jerárquicas, cada una con funciones bien definidas, desde la transmisión física de bits hasta los servicios que usan las aplicaciones. Cada capa interactúa solo con la capa inmediatamente superior e inferior, lo que facilita el diseño modular y la interoperabilidad.




En el nivel de transporte del modelo OSI, el concepto de "end-to-end" se refiere a que este nivel se encarga de asegurar la comunicación confiable entre la aplicación de origen y la aplicación de destino, sin importar cuántos nodos o redes intermedias atraviese la información. Como el siguiente ejemplo :



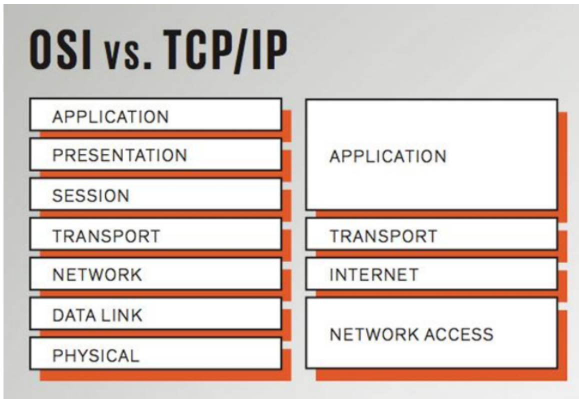

## 2.2 OSI vs TCP/IP

En los años 70, con el crecimiento de las redes de datos, surgió la necesidad de protocolos estandarizados para que distintos sistemas pudieran comunicarse. Aparecieron dos enfoques principales:

1. Modelo OSI (Open Systems Interconnection) que ya hablamos.

2. TCP/IP (Transmission Control Protocol / Internet Protocol) se desarrolló en los años 70 para ARPANET, la primera red de computadoras interconectadas. Los diseñadores, Vint Cerf y Bob Kahn, buscaban un protocolo que permitiera comunicar redes heterogéneas, algo que el modelo OSI no había implementado aún. TCP/IP fue probado y adoptado rápidamente, y en 1983 se convirtió en el estándar oficial de ARPANET. TCP/IP no es solo un protocolo, sino una suite de protocolos que permite la comunicación end-to-end entre aplicaciones en diferentes dispositivos. Funciona sobre cualquier medio físico (cables, radio, fibra óptica), y permite que los datos viajen en paquetes por la red. Sus funciones clave son :

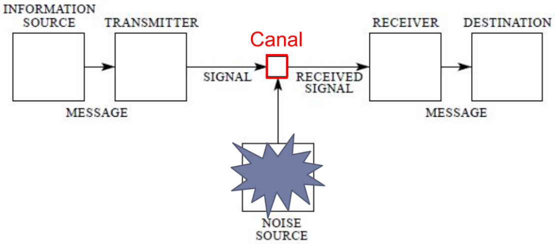
   - Direccionamiento: IP asigna una dirección única a cada dispositivo, permitiendo enviar paquetes correctamente.
   - Enrutamiento: Cada paquete puede tomar distintas rutas según disponibilidad y congestión, optimizando la red.
   - Entrega confiable (TCP): TCP garantiza que los segmentos lleguen completos y en orden.
   - Protocolos especializados:
     - UDP: rápido, útil para video, audio o IoT donde algunos errores son tolerables.
     - ICMP: diagnostica problemas de la red (ej.: ping).
   - Multiplexación y demultiplexación: TCP y UDP permiten que varias aplicaciones compartan la misma conexión sin interferencias.




# 3 Nivel Físico

## 3.1 Sistema de Comunicaciones

Un sistema de comunicaciones es cualquier mecanismo que permite transmitir información desde un punto de origen hasta un punto de destino.




1. **Source (fuente de información)**
   Es el origen de los datos o información que queremos transmitir.
   *Ejemplos:* voz humana, texto, sensores IoT, video.

2. **Transmitter (transmisor)**
   Convierte la información de la fuente en una señal adecuada para enviarse por el canal.
   Puede incluir codificación, modulación y preparación de paquetes.
   *Ejemplos:* un micrófono + codificador digital, un módem, un sensor IoT.

3. **Signal (señal)**
   La representación física de la información que viaja por el canal.
   Puede ser eléctrica, óptica, electromagnética o acústica, según el medio.

4. **Channel (canal de comunicación)**
   Medio por el cual la señal viaja desde el transmisor hasta el receptor.
   *Ejemplos:* cable telefónico, fibra óptica, ondas de radio, Wi-Fi.

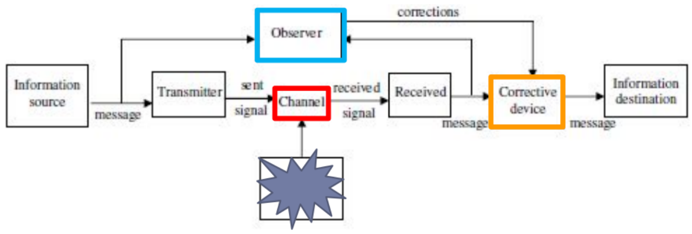
5. **Noise Source (fuente de ruido)**
   Toda señal que interfiere con la transmisión, degradando la calidad de la información.
   Puede ser ruido eléctrico, interferencia de radio, distorsión o errores en paquetes.

6. **Receiver (receptor)**
   Captura la señal transmitida y la convierte nuevamente en información comprensible.
   Incluye funciones como detección, decodificación y corrección de errores.

7. **Destination (destino)**
   Punto final donde la información es utilizada o interpretada por el usuario o aplicación.
   *Ejemplos:* teléfono que reproduce la voz, computadora que recibe un correo, dispositivo IoT que actúa sobre datos recibidos.

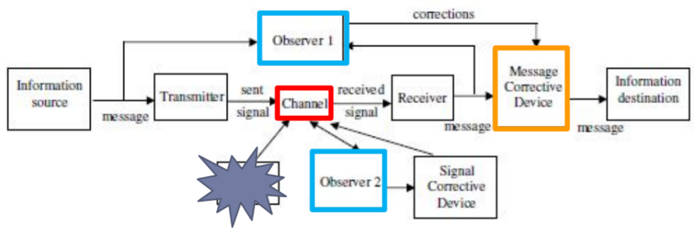
Para garantizar que el mensaje llegue correctamente al destino, se utilizan modelos de corrección de errores, que buscan restaurar la información original de manera confiable. Existen principalmente dos enfoques:

### 3.1.1 Modelo de corrección de mensaje (Message Correction Model)




Utiliza un Observer para monitorear la señal y detectar errores en los datos transmitidos. La corrección se aplica únicamente al mensaje, no a la señal física. Se enfoca en reconstruir el mensaje original usando información redundante o códigos de corrección. Es adecuado para sistemas donde el canal es relativamente confiable y la señal no requiere ajuste físico. Ejemplos: códigos Hamming, ECC simple, retransmisión en TCP.

### 3.1.2 Modelo de corrección de señal y mensaje (Signal-and-Message Correction Model)




Va más allá y corrige tanto la señal física como el mensaje transmitido. Incluye un Observer, que detecta errores y desviaciones en la señal, y un Corrective Device, que ajusta activamente la señal y reconstruye el mensaje correcto. Es ideal para sistemas críticos donde la forma de la señal afecta la interpretación de los datos, como comunicaciones satelitales, control industrial o sensores IoT sensibles.

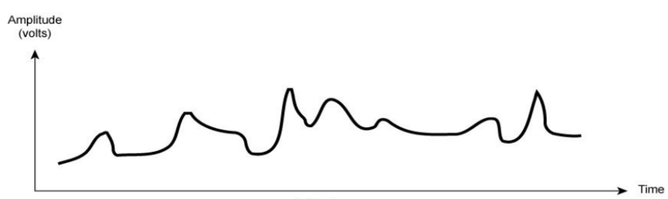
## 3.2 Señales

### 3.2.1 Señal Analógica

Una señal analógica es una función $x(t)$ **continua** en el tiempo y generalmente en amplitud, que representa información variable de manera suave e ininterrumpida.

$$x(t) : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \ o \ \mathbb{C}$$

donde **t** es el tiempo continuo y $x(t)$ toma valores en un rango continuo de amplitud.




(a) Analog

Características principales:

- Continua en tiempo y amplitud.
- Puede tomar infinitos valores posibles dentro de un rango.
- Sensible a ruido y distorsión.

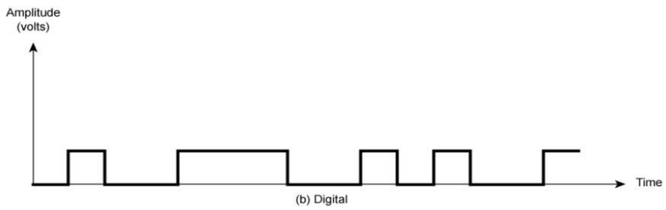
Ejemplos: señal de voz en un micrófono, variaciones de voltaje en un circuito eléctrico, ondas de radio AM/FM.

### 3.2.2 Señal Digital

Una señal digital es una función $x[n]$ **discreta** en el tiempo y/o en amplitud, que representa información mediante valores cuantizados finitos, normalmente binarios.

$$x[n] : \mathbb{Z} \to \{0, 1\}^k$$

donde **n** es un índice de tiempo discreto y **k** indica la cantidad de bits por muestra.




Características principales:

- Discreta en tiempo (muestras) y usualmente en amplitud (niveles cuantizados).
- Más robusta al ruido y a la degradación en el canal.
- Facilita procesamiento, almacenamiento y transmisión digital.

Ejemplos: Señales de computadora (bits). Audio digital (MP3, WAV). Video digital (MP4, MPEG). Datos transmitidos en redes de comunicación (TCP/IP).

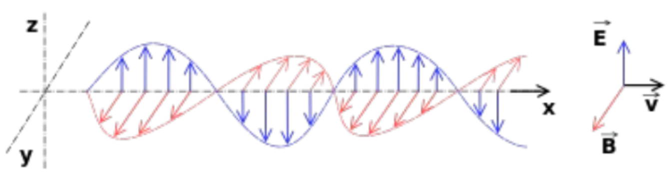
## 3.3 Fundamentos de las Señales

### 3.3.1 Ondas Electromagnéticas

Una **onda electromagnética** es una perturbación que se propaga en el espacio transportando energía, formada por dos campos perpendiculares (oscilan perpendicularmente):

1. Campo eléctrico (E)
2. Campo magnético (B)

Se propagan juntos sin necesidad de un medio material; pueden viajar en el vacío a la velocidad de la luz $c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ .




James Clerk Maxwell mostró que los campos eléctricos y magnéticos variables producen una onda que se propaga por el espacio. La velocidad de propagación de estas ondas, según las ecuaciones de Maxwell, es:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

donde:

- $\varepsilon_0$ es la permitividad del vacío.
- $\mu_0$ es la permeabilidad del vacío.

En materiales distintos del vacío, la velocidad de propagación es menor:

$$v = k \times c, \quad 0 < k < 1$$

Donde **k** es un factor adimensional que depende del medio por el que se propaga la onda.

- Representa la fracción de la velocidad de la luz en el vacío a la que se mueve la onda dentro del material.

- Depende de las propiedades eléctricas y magnéticas del medio, principalmente:
  - Permitividad eléctrica: $\varepsilon$
  - Permeabilidad magnética: $\mu$
- La relación general es:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{v}{c} = \frac{1}{c\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

Ejemplo : En un cable de red UTP Cat. 5, el medio es cobre con $v \approx 0.69 \times c$
La onda se desplaza como un plano, en la dirección de propagación. Oscila a una frecuencia **f** determinada, de forma **periódica** a lo largo del eje de propagación. Tiene un **período** (o repetición a longitudes constantes) que se denomina Longitud de Onda.

### Longitud de onda

La **longitud de onda** $\lambda$ es la distancia entre puntos equivalentes de la onda (por ejemplo, cresta a cresta):

$$\lambda[\text{metros}] = \frac{v[\text{metros/seg}]}{f[\text{veces/seg}]}$$

Si el medio es el vacío, $v = c$, entonces:

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

### Problemas

Al chocar con imperfecciones del medio, la onda puede sufrir:

- Reflexión: parte de la onda se devuelve.
- Refracción: la onda cambia de dirección.
- Pérdidas de energía: la señal se atenúa y puede disminuir su intensidad.

Si el medio tiene muchas pérdidas, la señal original puede debilitarse considerablemente, afectando la transmisión de información.

### Funciones periódicas

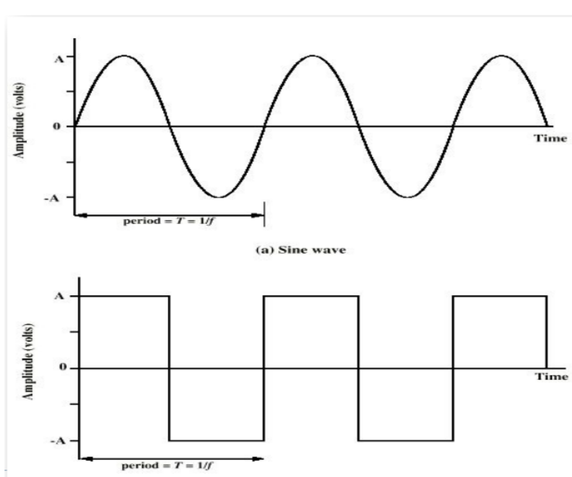
Una función $f(t)$ se dice **periódica** si existe un valor $T > 0$ tal que:

$$f(t) = f(t + T) \quad \forall t$$

El mínimo valor positivo de $T$ que cumple esta condición se llama **período fundamental** (o simplemente **período**) de la función. También se cumple:

$$f(t) = f(t + nT) \quad \text{con } n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

Señales periódicas con $T = \frac{1}{f}$



**Onda Senoidal**

Una **onda senoidal** es una función continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que varía periódicamente en el tiempo y puede expresarse matemáticamente como:

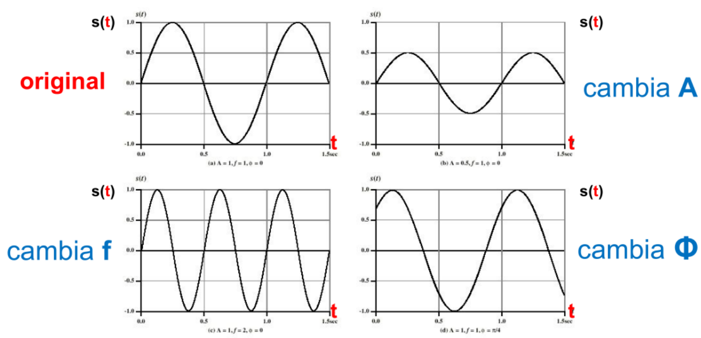
$$s(t) = A \times \sin(2\pi \times f \times t + \phi)$$

donde:

- $A \in \mathbb{R}^+$ es la **amplitud**, valor máximo de la función.
- $f \in \mathbb{R}^+$ es la **frecuencia**, número de ciclos por unidad de tiempo.
- $\phi \in \mathbb{R}$ es la **fase inicial**, que determina el desplazamiento horizontal de la onda.
- $t \in \mathbb{R}$ es el **tiempo**.

**Propiedades fundamentales**:

1. **Periódica**: existe un **período** $T = 1/f$ tal que $f(t) = f(t + T)$ para todo $t$.
2. **Suave y continua**: es infinitamente derivable y no presenta discontinuidades.
3. **Simétrica**: tiene simetría par o impar dependiendo de si se expresa con seno o coseno.



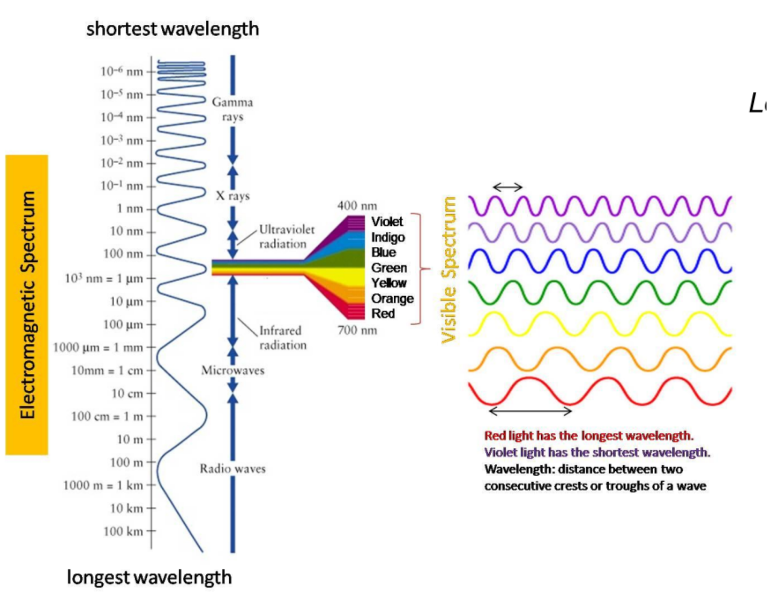

**Espectro electromagnético**

El espectro electromagnético es la clasificación de todas las ondas electromagnéticas según su frecuencia o su longitud de onda. Todas las ondas electromagnéticas consisten en campos eléctricos (E) y magnéticos (B) perpendiculares que se propagan a través del espacio. Se diferencian principalmente por su frecuencia **f** o longitud de onda $\lambda$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

donde **c** es la velocidad de la luz en el vacío.
Todas las ondas se propagan a la misma velocidad **c** en el vacío, aunque su energía depende de la frecuencia:

$E = hf$ donde **h** es la constante de Planck.




| Color | Wavelength | Frequency |
|---|---|---|
| violet | 380–450 nm | 668–789 THz |
| blue | 450–495 nm | 606–668 THz |
| green | 495–570 nm | 526–606 THz |
| yellow | 570–590 nm | 508–526 THz |
| orange | 590–620 nm | 484–508 THz |
| red | 620–750 nm | 400–484 THz |

***Luz visible***

## 3.4 El dominio de la frecuencia

Hasta ahora, cuando representamos una señal, usamos el tiempo como eje horizontal: $x(t)$ o $f(t)$. Esto se llama **dominio temporal**. A veces, observar la señal en función del tiempo no nos da suficiente información sobre cómo se comporta a diferentes frecuencias. El **dominio de la frecuencia** nos dice qué frecuencias contiene la señal y con qué amplitud. Pasar del dominio temporal al dominio de la frecuencia nos permitirá el **filtrado de señales** (dejar pasar ciertas frecuencias y bloquear otras) y el **análisis de espectro** (identificar componentes de frecuencia). Para poder realizar estas acciones, tendremos que utilizar dos herramientas :

### 3.4.1 Serie de Fourier

Sea $f(t)$ una función de variable real $t$, que es integrable Riemann en el intervalo $[t_0 - T/2, t_0 + T/2]$, entonces se puede obtener el desarrollo en serie de Fourier de f dicho intervalo. Fuera del intervalo la serie es periódica, con período T.

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \Big[a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \sin(2\pi n f_0 t)\Big] \quad f_0 = \frac{1}{T} \text{ se denomina } \textbf{frecuencia fundamental}$$

donde:

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\, dt \quad \text{que básicamente es el } \textbf{promedio de la función en un período}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(2\pi n f_0 t)\, dt, \quad n \geq 1$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(2\pi n f_0 t)\, dt, \quad n \geq 1$$

$a_n$ y $b_n$son los **coeficientes de Fourier**, que determinan la amplitud de cada componente de frecuencia $nf_0$

**Propiedades importantes:**

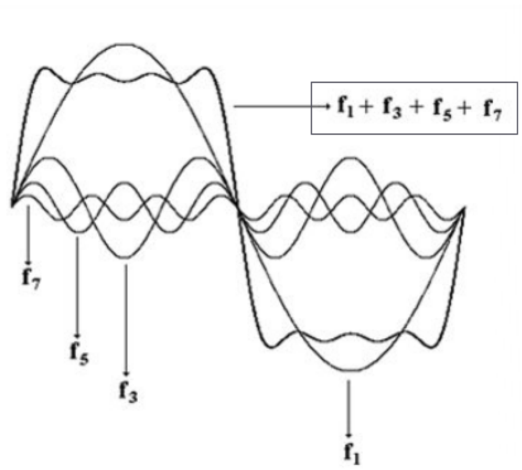
1. **Periodicidad:** La serie solo se aplica a funciones periódicas con período $T$.
2. **Linealidad:** La serie de Fourier de la suma de dos funciones es la suma de sus series.
3. **Convergencia:**
   - Si $f(t)$ es continua y con derivadas limitadas, la serie converge a $f(t)$ en todos los puntos.
   - Si hay discontinuidades, converge al promedio de los límites laterales (fenómeno de Gibbs).
4. **Dominio de la frecuencia:** Cada término $nf_0$ representa un armónico de la señal, mostrando de qué frecuencias está compuesta.

La serie de fourier es una forma de descomponer cualquier señal periódica en una suma de ondas senoidales y cosenoidales. Cada onda senoidal tiene su frecuencia, amplitud y fase. La señal original se puede reconstruir sumando todas esas ondas.

### 3.4.2 Onda Cuadrada

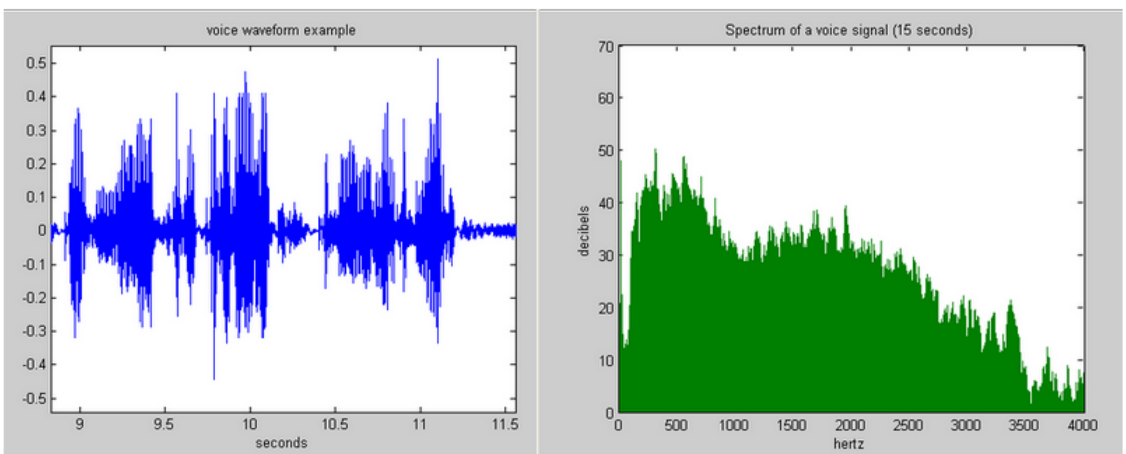
La onda cuadrada es una señal periódica que alterna entre dos valores fijos (por ejemplo, +1 y –1). Su forma es “cuadrada” porque sube y baja bruscamente, sin transición suave. Una onda cuadrada no es senoidal, pero puede representarse como una suma infinita de senos (serie infinita de senoides armónicamente relacionados). Usando la expansión de la Serie de Fourier con frecuencia de ciclo $f$, frecuencia angular $\omega = 2\pi f$ y el tiempo $t$, una onda cuadrada ideal de amplitud 1 se puede representar como una suma infinita de ondas sinusoidales:

$$x(t) = \frac{4}{\pi} \left( \sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \frac{1}{7} \sin(7\omega t) + \cdots \right).$$




### 3.4.3 Transformada de Fourier

La transformada de Fourier es una herramienta matemática que descompone una señal en sus componentes de frecuencia, permitiendo analizar su contenido en el dominio de la frecuencia en lugar del dominio del tiempo. El ejemplo que vamos a ver es el de la representación de un fragmento de voz como forma de onda con eje vertical como **amplitud** (variaciones de presión del aire convertidas a señal digital) y en el eje horizontal el **tiempo** en segundos. Es importante destacar que se utilizará la **transformada de fourier** para pasar del dominio del tiempo al de la frecuencia, y en este caso se debe a que **la voz no es perfectamente periódica**. Miremos el siguiente ejemplo :




Observar que el gráfico de la derecha es el resultado de aplicar la transformada y en el eje horizontal tenemos la **frecuencia** en Hertz y en el eje vertical la **intensidad de cada frencuencia** que se expresa en **decibeles (dB)** (unidad para medir el nivel relativo de potencia o amplitud de una señal en escala logarítmica).
Sea $x(t)$ una señal de voz no periódica. La **Transformada de Fourier continua** se define como:

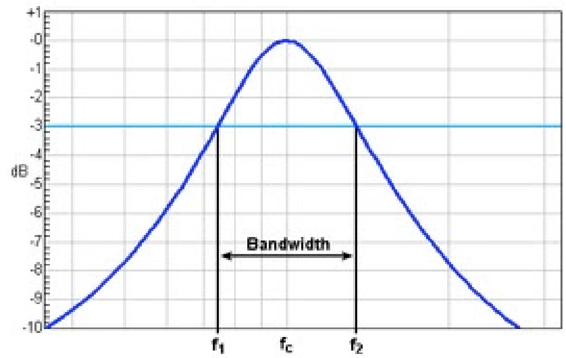
$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j2\pi ft}\, dt \tag{1}$$

donde:

- $X(f)$ es la representación de la señal en el dominio de la frecuencia.
- $x(t)$ es la señal en el dominio del tiempo (en nuestro caso, la señal de voz).
- $f$ es la frecuencia (en Hertz, Hz).
- $t$ es el tiempo (en segundos).
- $j = \sqrt{-1}$ es la unidad imaginaria.
- $e^{-j2\pi ft}$ representa la descomposición en senos y cosenos complejos.

### 3.5 Ancho de Banda (bandwidth) de una Señal

El ancho de banda de una señal es el **rango de frecuencias** dentro del cual se concentra la mayor parte de su energía. Es decir, es la longitud de la extensión de frecuencias medida en Hertz en la que se concentra la mayor potencia de la señal. Miremos la siguiente imagen :




O sea que :

$$BW = f_2 - f_1$$

Los valores $f_1$ y $f_2$ son valores de **frecuencia inferior de corte** y **frecuencia superior de corte** respectivamente. La idea es que fuera de esos niveles se considera al contenido espectral como despreciable. Ese intervalo se elige según un criterio como **potencia contenida** (por ejemlo un intervalo de frencuencias que contenga el 90% de la potencia total de la señal o nivel relativo en dB como en la imagen que se eligió **-3dB** un criterio típico que se elige a -3 db del máximo). Este valor máximo se llama **frecuencia central de pico** $f_c$. Como conclusión, el ancho de banda de una señal es entonces ese **rango útil de frencuencias en el que la señal conserva la información esencial para ser transmitida o procesada**.

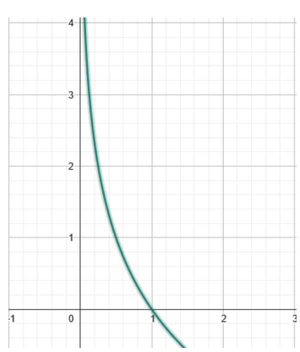
## 4 Teoría de la información

Claude Shannon (1916–2001) fue un ingeniero y matemático estadounidense, considerado el padre de la teoría de la información. En 1948, trabajando en los Laboratorios Bell, formuló un marco matemático para cuantificar, transmitir y codificar información de manera eficiente y confiable. El paper en el que introduce la teoría es *A mathematical theory of communication* en el que establece las bases para las comunicaciones digitales. Él argumentaba que todas las comunicaciones podían ser pensadas de la misma manera, ya fueran la radio, la televisión o el teléfono. Todos los mensajes, independientemente del canal, estaban potencialmente en riesgo de una entrega incorrecta debido al **ruido**. Postuló que la clave para superar el ruido y, por lo tanto, asegurar la entrega confiable de mensajes era estudiar la información contenida en el mensaje. Presentó en su teoría que el significado semántico de un mensaje era irrelevante para su transmisión. Un mensaje debe ser concebido como una secuencia con propiedades estadísticas. Son las estadísticas del mensaje las que podrían ser capturadas y su codificación minimizada para permitir una transmisión efectiva. Cuanto mayor es la entropía del mensaje, más esfuerzo se necesita para transmitirlo. Por esto es que también se la llama **teoría estadística de la información**. Existe otra llamada **teoría algorítmica de la información** (no la vemos en esta materia). Antes de entrar en detalle sobre los **teoremas fundacionales** vamos a definir unos conceptos clave de su teoría :

#### Información

Sea **E** un suceso que puede presentarse con probabilidad $\mathbf{P(E)}$. Cuando **E** tiene lugar decimos que hemos recibido

$$I(E) = log_2 \frac{1}{P(E)} \quad \texttt{bits (unidad de información cuando la base es 2)}$$



Cuando la base es 10 :

$$I(E) = log_{10}\frac{1}{P(E)} \texttt{ Hartleys}$$

Cuando el logaritmo es natural :

$$I(E) = ln\frac{1}{P(E)} \texttt{ nats}$$

**Bit**

Qué pasa cuando la probabilidad del evento **E** es

$$P(E) = \frac{1}{2} \implies I(E) = 1 \texttt{ bit}$$

Es decir que **un bit es la cantidad de información obtenida al expecificar una de dos posibles alternativas igualmente probables**. Esta es una situación que se presenta al lanzar una moneda o al examinar la salida de un sistema de comunicación binario.

**Fuente de Memoria Nula**

Sea una fuente $X$ que genera una secuencia de símbolos $X_1, X_2, X_3, \ldots$ de un alfabeto $\mathcal{X} = \{X_1, ..., X_q\}$. La fuente es de memoria nula si **los símbolos emitidos son estadísticamente independientes**. Es decir, la probabilidad de un símbolo no depende de los símbolos anteriores. Las probabilidades se presentan entonces como

$$P(X_1), P(X_2), ..., P(X_q)$$

**Entropía**

Con esto en mente podemos calcular la **información media** suministrada por una fuente de información de memoria nula como sigue : la presencia de un símbolo $X_i$ corresponde a una cantidad de información, como ya vimos de

$$I(X_i) = log_2\frac{1}{P(X_i)}\ bits$$

Para cualquier símbolo $X_i$ la probablidad de que aparezca es precisamente $P(X_i)$, de forma que **la cantidad media de información por símbolo de la fuente es**

$$\sum_{\mathcal{X}} P(X_i)I(X_i)$$

donde $\sum$ nos indica la suma extendida a $q$ símbolo de la fuente $\mathcal{X}$. Esta magnitud recibe le nombre de **entropía** $H(\mathcal{X})$ de la fuente de memoria nula.

$$H(\mathcal{X}) = P(X_i) \times log_2\frac{1}{P(X_i)}\ bits$$

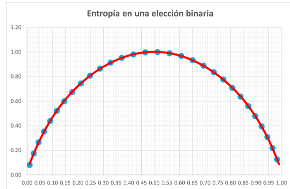
Ahora bien, la **entropía de una fuente $\mathcal{X}$ de n mensajes** $X_i$ es

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} P(X_i)\log_2\frac{1}{P(X_i)} = -\sum_{i=1}^{n} P(X_i)\log_2 P(X_i)$$

El signo menos aparece porque el logaritmo de un número entre 0 y 1 es negativo. Como las probabilidades $P(X_i)$ cumplen $0 < P(X_i) \leq 1$, se tiene:

$$\log_2 P(X_i) \leq 0$$

Por lo tanto, se coloca el signo menos para que la entropía $H(X)$ sea un número positivo, representando correctamente la cantidad de información promedio de la fuente.
Podemos interpretar la esperanza como el **valor medio ponderado de la cantidad de información del conjunto de mensajes posibles**. También como **una medida de la incertidumbre promedio acerca de una variable aleatoria**. O mismo como **la cantidad de información obtenida en promedio al observar la aparición de cada nuevo símbolo.**
La entropía en una fuente binaria se comporta según este gráfico




Propiedades :

- La entropía es **no negativa**. Se anula sii un estado de la variable es igual a 1 y el resto es igual a 0. (caso determinista)
- La entropía es **máxima** (mayor incertidumbre del mensaje) **cuando todos los valores posibles de la variable x son equiprobables**.
- Si hay **n estados equiprobables**, entonces

$$
\begin{aligned}
P_i &= \frac{I}{n} && (2)\\
&\texttt{Y se cumple que :} && (3)\\
H(X) &= -\sum P_i \log_2 P_i && (4)\\
&= -n\frac{I}{n}\log_2 \frac{I}{n} && (5)\\
&= -(\log_2 I - \log_2 n) && (6)\\
&= \log_2 n && (7)\\
&= H(X)\ \texttt{máxima} && (8)
\end{aligned}
$$

Shannon introduce **dos teoremas**

## 4.1 Teorema de codificación para una fuente sin ruido

### 4.1.1 Codificación

Es el proceso para establecer una correspondencia entre los símbolos de una fuente y los símbolos de un alfabeto de un código (en este escenario la codificación consiste en asignar a cada símbolo de la fuente un conjunto de símbolos de un código (por ejemplo, bits 0 y 1).). También lo podemos definir como el proceso mediante el cual también podemos lograr una representación eficiente de la información (eliminar redundancia) (en este escenario, algunas letras o símbolos aparecen con más frecuencia que otros. Si usamos siempre el mismo número de bits para todos, estamos desperdiciando espacio. Con codificación eficiente, usamos menos bits para los símbolos más frecuentes y más bits para los raros.)
Tenemos varias **condiciones de codificación**:

- Codificación por **bloque** : Cada símbolo de la fuente se codifica en un bloque de longitud fija de símbolos del código. Supongamos la fuente: A, B, C y el código binario de bloque de 2 bits:$A \to 00, B \to 01, C \to 10$.
- Codificación **singular** : Cada símbolo de la fuente se representa por un código único, sin ambigüedad. Supongamos $A \to 0, B \to 1, C \to 10$ no sería singular, porque el código "10" podría confundirse si hay errores de separación.
- Codificación separable o **unívocamente decodificable** : Una secuencia de símbolos codificados puede decodificarse de manera única en la secuencia original, incluso si los códigos tienen longitudes distintas. Por ejemplo $A \to 0, B \to 10, C \to 110$. La secuencia "010110" se decodifica como A B C sin ambigüedad.

### 4.1.2 Código Instantáneo

La condición necesaria y suficiente para que un código sea instantáneo es que sus palabras cumplan la **condición de los prefijos**. Es decir que no exista palabra que sea prefijo de otra palabra de longitud mayor.

### 4.1.3 Código Eficiente

Un código eficiente busca reducir el número promedio de símbolos necesarios para representar la información de una fuente, asignando : Palabras de código más cortas a los símbolos más probables y Palabras más largas a los símbolos menos probables. Lo que permite eliminar redundancia y acercarse al límite teórico de la entropía. Para ello, definimos

- $L_i$ : Longitud de la palabra que codifica al símbolo (mensaje) $m_i$ de la fuente

- $P_i$ : probabilidad de aparición del símbolo $m$
- $r$ : cantidad de símbolos diferentes del alfabeto del código

Con esto, decimos que la **longitud media de un código es**

$$L = \sum_i P_i L_i$$

Y la **información promedio que puede almacenar un símbolo de código es**

$$L \times log_2\ r \geq H(X)$$

donde $H(X)$ es la entropía de la fuente. Esto nos indica que la longitud media del código no puede ser menor que la entropía, es decir, la entropía marca el límite teórico de compresión.
En el caso de trabajar con código binario (r = 2), entonces nos queda que

$$L \geq H(X)$$

Decimos que la **eficiencia del código es**

$$h_{máx} = \frac{H(X)}{L \times log_2\ r}$$

O sea que si $h = 1$ el código es perfectamente eficiente.

**Cuándo es posible construir un código unívocamente decodificable ?**

La **inecuación de Kraft** nos permite establecer una condición necesaria y suficiente para asegurarnos de la existencia de un código instantáneo de longitudes variables.
Sea un código con:

- $q$ símbolos de la fuente: $s_1, s_2, \ldots, s_n$
- Longitudes de código: $L_1, L_2, \ldots, L_q$
- Alfabeto de código de $r$ símbolos (por ejemplo, $r = 2$ si es binario)

Entonces, la **desigualdad de Kraft** establece que:

$$\sum_{i=1}^{q} r^{-L_i} \leq 1$$

#### 4.1.4 Codificador Óptimo

Cuando definimos entropía dimos esta definición :

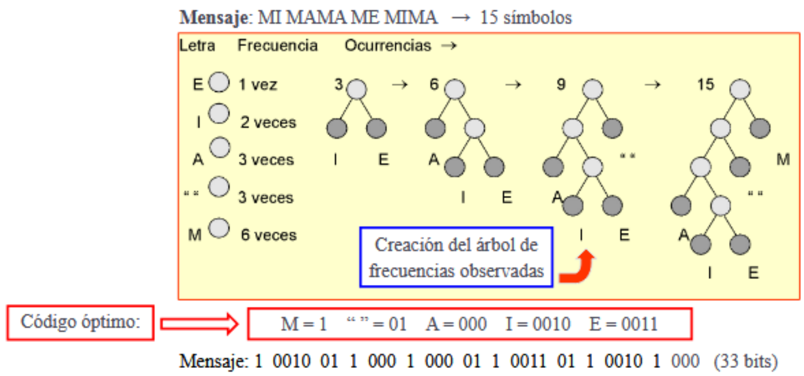
$$H(\mathcal{X}) = P(X_i) \times \underbrace{log_2 \frac{1}{P(X_i)}\ bits}_{*}$$

***** Donde esta expresión representa el nro de bits necesarios para codificar el símbolo $X_i$ en un **codificador óptimo** para el mensaje $\mathcal{X}$. Un codificador óptimo es aquel que para codificar un mensaje $\mathcal{X}$ **usa el menos número posible de bits**. En otras palabras, un codificador óptimo es aquel que asigna códigos a los símbolos de manera que, respete la decodificación única (código unívocamente decodificable) y se utilice el menor número posible de bits en promedio para transmitir los símbolos de la fuente.
Con esto, el primer teorema

> Es posible codificar los símbolos de la fuente de manera tal que el promedio de bits por símbolo sea casi H(X).
> $L_{promedio} \geq H(X)$

### 4.1.5 Codificación de Huffman

Es un algoritmo de codificación de longitud variable que produce un código binario unívocamente decodificable. El objetivo es minimizar la longitud media del código, asignando palabras más cortas a los símbolos más frecuentes. Es un codificador óptimo para fuentes discretas, es decir, logra la longitud promedio mínima de código.




El algoritmo es :

1. Listar los símbolos de la fuente con sus probabilidades $p_i$
2. Seleccionar los dos símbolos de menor probabilidad y combinarlos en un nodo con probabilidad igual a la suma.
3. Repetir el paso 2 hasta que quede un único árbol.
4. Asignar 0 y 1 a las ramas del árbol para construir los códigos finales.

## 4.2 Teorema de codificación para un canal ruidoso

Un canal de comunicación real está sometido a **ruido**, es limitado en potencia y ancho de banda. O sea, tenemos **perturbaciones** en la transmisión. La señal que llega al receptor puede no ser exactamente igual a la que se envió. Esto depende del tipo de señal y de las características del canal.

- Analógica : La información se transmite de manera continua. El problema puede ser degradación de la calidad de la señal.
- La información se transmite como bits discretos (0 y 1). El problema que puede suceder es que haya errores de bits, es decir, algunos 0 se pueden recibir como 1 y viceversa. Estos errores pueden afectar la interpretación del mensaje si no hay mecanismos de corrección.

La causas principales de estos problemas son:

- **Atenuación** y distorsión de amplitud: La señal pierde intensidad a medida que viaja por el canal. Puede hacer que los niveles de voltaje de un bit se confundan. La intensidad de la señal recibida debe ser suficiente para que se detecte, ser suficientemente mayor que el ruido para que se reciba sin error. Se ve más afectada a mayores frecuencias. **Ecualización**: amplificar más las frecuencias más alta.
- Distorsión de retardo (delay distortion): Diferentes componentes de la señal viajan a distintas velocidades, causando deformación. La velocidad de propagación en el medio varía con la frecuencia. Para una señal limitada en frecuencia, la velocidad es mayor cerca de la frecuencia central.
- **Ruido**: El ruido son señales adicionales no deseadas que se introducen entre el transmisor y el receptor, afectando la calidad de la señal.
  - **Ruido térmico:**
    * Provocado por la agitación térmica de los electrones.
    * Aumenta linealmente con la temperatura absoluta.
    * Densidad espectral de potencia: $N_0 = k \cdot T$
    * Para un ancho de banda $B$:

$$N_B = N_0 \cdot B = k \cdot T \cdot B$$

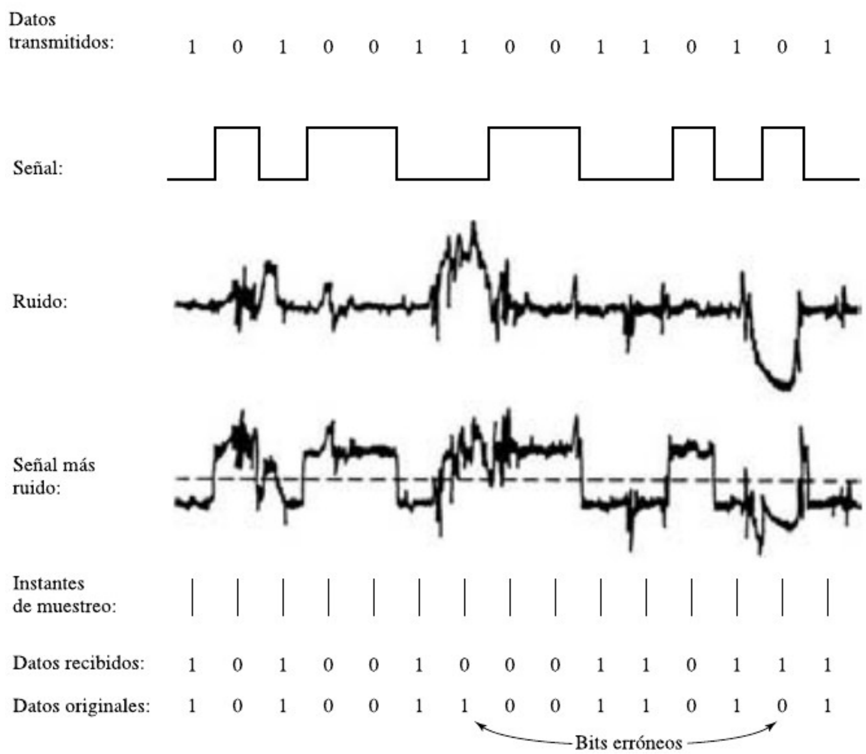
    * Distribuido uniformemente en frecuencia → *ruido blanco.*

- **Ruido por intermodulación:**
  - Ocurre cuando señales se mezclan en un canal no lineal.
  - Genera frecuencias suma y diferencia de los originales y sus múltiplos:

    $$m \cdot f_1 \pm n \cdot f_2$$

- **Ruido por diafonía:**
  - Una señal de una línea interfiere con otra cercana.
  - Común en cables paralelos o sistemas multiplexados.
- **Ruido impulsivo:**
  - Impulsos irregulares y de gran amplitud, corta duración.
  - Ejemplo: interferencia electromagnética externa (tormentas).
  - Muy disruptivo para la transmisión de datos.

El efecto del ruido en la señal digital es :




### 4.2.1 Capacidad del canal

La capacidad de un canal es **la máxima tasa de transmisión de información que se puede lograr a través del canal de manera confiable**, es decir, con error arbitrariamente pequeño, dadas las características del canal (ancho de banda, potencia de señal, ruido, etc.). La **velocidad de transmisión (C)** se mide en bits por segundo (bps) y determina qué tan rápido se puede enviar información a través del canal. En cuanto al **ancho de banda (B)** decimos que es el **número de ciclos por segundo (Hz) que el canal puede transmitir**. Limitado por el transmisor y el medio físico. El **ruido (N)** es el nivel medio de interferencia presente en el canal de transmisión. La **tasa de errores (BER, Bit Error Rate)** es la proporción de bits que se reciben incorrectamente. Ejemplo: un bit enviado como 0 se recibe como 1. Se mide como errores por segundo o como fracción de bits transmitidos.
Tenemos dos conceptos fundamentales :

1. **Ancho de banda de Nyquist** : El ancho de banda de Nyquist define **la capacidad máxima teórica de un canal sin ruido**. Para símbolos de 2 niveles (binarios) sin ruido, la capacidad máxima es

   $$C_{\max} = 2B \text{ bps}$$

   Para símbolos de $M$ niveles sin ruido, la capacidad máxima es

   $$C_{\max} = 2B \cdot \log_2 M \text{ bps}$$

El Baudio es la unidad de velocidad de modulación, donde 1 Baudio equivale a 1 símbolo por segundo. La relación con los bits depende de la cantidad de niveles $M$ del símbolo. La velocidad binaria $C$ y la velocidad de modulación $V$ se relacionan según Nyquist. Si un símbolo codifica $\log_2 M$ bits, la relación general entre la velocidad binaria $C$ (bps) y la velocidad de modulación $V$ (Baudios o símbolos por segundo) es:

$$C = V \cdot \log_2 M$$

Ejemplos :

- **Símbolos binarios (M = 2):**

$$C = V \cdot \log_2 2 = V \quad \Rightarrow \quad 1 \text{ Baudio} = 1 \text{ bps}$$

- **Símbolos de 4 niveles (M = 4):**

$$C = V \cdot \log_2 4 = 2V \quad \Rightarrow \quad 1 \text{ Baudio} = 2 \text{ bps}$$

2. **Capacidad para Shannon (canal con ruido)** : Para un canal con cierto nivel de ruido, si aumentamos la velocidad binaria C, entonces el período de cada bit disminuye (bits más cortos). Y la tasa de error aumenta (más bits se corrompen por unidad de tiempo). Para Shannon la capacidad depende de la relación señal/ruido (SNR).

$$SNR_{dB} = 10 \times log_{10}(\frac{P_{señal}}{P_{ruido}})$$

Es decir, que a SNR alta, la señal muy clara respecto al ruido implica menor tasa de errores. Caso contrario, SNR baja donde la señal es cercana al nivel del ruido implica mayor probabilidad de errores.
Para Shannon, La velocidad binaria C de un canal depende del ancho de banda B y de la potencia de señal S. Por tanto, a priori podríamos decir que, aumentar el ancho de banda B nos permite transmitir más símbolos por segundo con lo cual aumenta C. Análogamente, aumentar la potencia de señal S mejora la relación señal-ruido (SNR) y por tanto, también permite transmitir más rápido con menos errores.
El tema es que, hay limitaciones prácticas :

- **Aumento del ancho de banda B**: Incrementa también la cantidad de ruido total que entra al canal. Más ancho de banda implica más ruido en Hz y por tanto, la SNR efectiva puede disminuir.
- **Aumento de potencia de señal S** :Puede generar no linealidades en el canal. Produce ruido de intermodulación, que son señales espurias generadas por la mezcla de frecuencias dentro del canal.

Con esto en mente, la velocidad binaria teórica máxima para un canal con ruido está limitada por la fórmula de Shannon:

$$C_{máx} = B \cdot \log_2(1 + \text{SNR}) \ bps$$

donde:

- $C_{máx}$ = capacidad máxima (bps)
- $B$ = ancho de banda del canal (Hz)
- SNR = relación señal a ruido (potencia)

El tema es que **M no se puede aumentar tanto como querramos**. La restricción de la cantidad de niveles de señal M en un canal ruidoso según Shannon no podemos elegir un número arbitrariamente grande de niveles M por símbolo porque cada nivel de señal debe ser distinguible del resto a pesar del ruido. Si los niveles están demasiado juntos (muchos niveles para la misma potencia), el ruido puede hacer que el receptor confunda un nivel con otro, aumentando la tasa de error.

$$M \leq 1 + \text{SNR}$$

surge porque la relación señal-ruido limita cuántos niveles podemos colocar sin que se solapen las regiones de decisión en el receptor. Si M excede este valor, la probabilidad de error se dispara.

## 4.3 Visión integradora

- **Complejidad irreducible de una señal (límite de eficiencia):** ¿Cuál es la mínima cantidad de información necesaria para representar una señal sin perder nada? Esto corresponde a la entropía de la fuente:

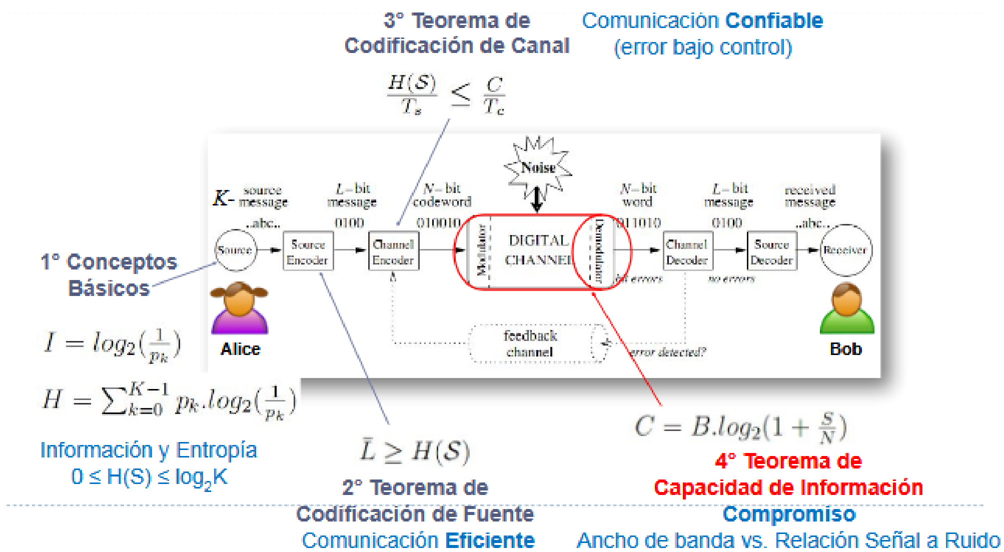
  $$H(X) = -\sum_i p(x_i)\log_2 p(x_i)$$

  Es el límite de la compresión: ninguna codificación puede representar la señal usando, en promedio, menos bits por símbolo que $H(X)$ sin perder información.

- **Límite absoluto de la tasa de transmisión confiable (límite de confiabilidad):** ¿Cuál es la velocidad máxima de transmisión que se puede lograr en un canal con ruido sin cometer errores irreparables? Esto corresponde a la capacidad del canal según Shannon:

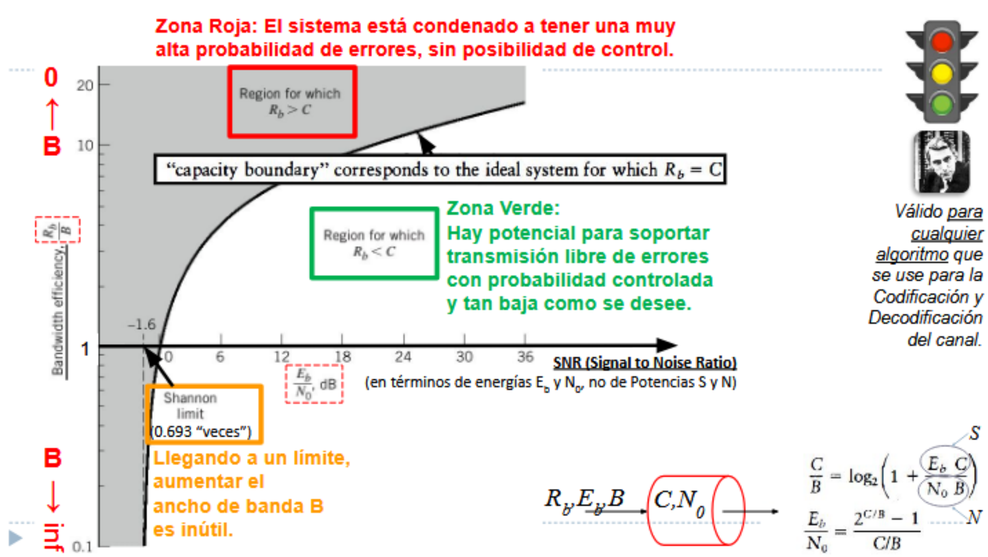
  $$C = B \cdot \log_2(1 + \text{SNR})$$

  Es el límite de la confiabilidad: ningún sistema puede transmitir información más rápido que $C$ de manera confiable.




### "Semáforo de Shannon"

El "semáforo de Shannon" es un concepto didáctico usado para ilustrar visualmente cómo la relación señal/ruido (SNR) y la capacidad del canal afectan la tasa de transmisión confiable. No es un término formal de la teoría de Shannon, sino más bien un método pedagógico para entender límites prácticos de comunicación.




Se representa como un semáforo con tres luces (rojo, amarillo y verde) que indican si una determinada combinación de velocidad de transmisión $C$ y relación señal/ruido (SNR) es:

- **Rojo: transmisión imposible o con errores inaceptables**
  - SNR demasiado bajo o velocidad demasiado alta
  - Riesgo de pérdida total de información
- **Amarillo: transmisión posible con precaución**
  - Margen reducido de confiabilidad
  - Puede requerir corrección de errores o codificación más robusta
- **Verde: transmisión confiable**
  - SNR suficiente y velocidad por debajo de la capacidad del canal

    $$C \leq B \log_2(1 + \text{SNR})$$

  - Datos transmitidos sin errores significativos

## 4.4 Delay

El retardo total de extremo a extremo se compone de la suma de cuatro factores principales:

$$Delay = T_{total} = T_{prop} + T_{trans} + T_{encol} + T_{proc}$$

**Retardo de Procesamiento ($T_{proc}$)**

- Tiempo requerido en analizar el encabezado y decidir a dónde enviar el paquete (ejemplo: decisión de enrutamiento).
- En un enrutador, depende del número de entradas en la tabla de rutas, de la implementación (estructuras de datos), del hardware, etc.
- Puede incluir la verificación de errores.
- Generalmente bajo (microsegundos o menos), pero no despreciable en equipos sobrecargados.

**Retardo de Encolamiento ($T_{encol}$)**

- Tiempo que el paquete espera en un buffer antes de ser transmitido.
- El número de paquetes en la cola depende de la intensidad y la naturaleza del tráfico.
- Los algoritmos de planificación de colas en los enrutadores intentan reducir estos retardos o asignarlos equitativamente.
- Puede variar desde nulo hasta muy grande (en caso de congestión severa).

**Retardo de Transmisión ($T_{trans}$)**

- Tiempo requerido para "empujar" todos los bits de un paquete al medio de transmisión.
- Se calcula como:

  $$T_{trans} = \frac{L}{R}$$

  donde:
  - $L$ = longitud del paquete (bits),
  - $R$ = tasa de transmisión (bps).
- Ejemplo: para transmitir $L = 1024$ bits en Fast Ethernet ($R = 100 \times 10^6$ bps):

  $$T_{trans} = \frac{1024}{100 \times 10^6} \approx 10.24 \ \mu s$$

**Retardo de Propagación ($T_{prop}$)**

- Una vez que un bit es transmitido al medio, este se propaga hasta el destino.
- Depende principalmente de la distancia física y del medio de propagación.
- Cercano a la velocidad de la luz en la mayoría de los casos.
- Se calcula como:

  $$T_{prop} = \frac{d}{s}$$

  donde:

  - $d$ = distancia física del enlace,
  - $s$ = velocidad de propagación en el medio.