Clase Práctica : Transmisión de la información

Tomás F. Melli

August 2025

Índice

1 Introducción

La **teoría de la información** fue creada por `Claude Shannon` en 1948 para estudiar cómo se representa, transmite y procesa la información. Se aplica en comunicación digital, compresión de datos, criptografía, inteligencia artificial, etc. La idea central es :

- La información no se mide en ”palabras” o ”frases”, sino en incertidumbre que se resuelve.
- Si algo era incierto y luego se conoce, eso nos da información.

Con esto en mente, Shannon nos muestra que la información está ligada a la probabilidad de los eventos, cuanto más improbable era un resultado, más información trae al ocurrir.
Además, propone una fórmula para **medir la información** de manera que cumpla con esta intuición :

- Eventos seguros no traen información. Si algo tiene probabilidad 1, no aprendemos nada nuevo.
- Eventos improbables traen más información. Cuanto menor es la probabilidad, mayor es la sorpresa
- La medida debe ser aditiva. Si dos eventos son independientes, la información conjunta debe ser la suma.

1.1 Información de un evento e

Y con esto, se llega a la fórmula

$$I(e) = -log_2\ P(E)\ \texttt{bits}$$

Que nos dice qué cantidad de información contiene un evento e. Para ello, seguimos esta idea de la probabilidad de que ocurra el evento. Usamos el log_2 ya que en sistemas digitales la información la manejamos en bits. Y el signo negativo se debe a que siempre $P(e) \leq 1$ y como consecuencia su logaritmo será negativo o cero. Al poner el signo negativo logramos que la medida de información del evento sea positiva.

1.2 Entropía de una fuente S

Ya vimos que en cierto evento podemos medir la información de manera individual, pero qué pasa con una **fuente de información** donde los eventos pueden ocurrir con distintas probabilidades (como una moneda, un dado, entre otras fuentes). Nos surge la necesidad de analizar la fuente en su totalidad. Para ello, Shannon se propuso formular la **entropía** que nos dirá **el promedio de información que esperamos obtener al observar la fuente**. Podemos pensar la entropía como la esperanza sobre la variable aleatoria ”información”. En otras palabras, **la entropía es la esperanza de la información que aporta un símbolo emitido por la fuente**

$$\begin{aligned}
I(s) &= -\log_2 P(s) \\
H(S) &= E[I(s)] \\
&= \sum_{s \in S} P(s) \cdot I(s) \\
&= \sum_{s \in S} P(s) \cdot \big(-\log_2 P(s) \big) \\
&= -\sum_{s \in S} P(s) \log_2 P(s)
\end{aligned}$$

Una aclaración, un **símbolo que la fuente puede emitir** es un elemento del conjunto fuente, que representamos con la letra S. O sea, si S es un dado, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Caso particular : entropía bajo equiprobabilidad

Existe un caso particular que es cuando para todos los símbolos que puede emitir la fuente, la probabilidad es la misma, o sea :

$$
\begin{aligned}
\text{Caso equiprobable: } P(s) &= \frac{1}{|S|} \quad \forall s \in S \\
H(S) &= -\sum_{s\in S} P(s)\log_2 P(s) \\
&= -\sum_{s\in S} \frac{1}{|S|}\log_2\left(\tfrac{1}{|S|}\right) \\
&= -\ |S| \cdot \frac{1}{|S|} \cdot \log_2\left(\tfrac{1}{|S|}\right) \\
&= -\log_2\left(\tfrac{1}{|S|}\right) \\
&= \log_2 |S|
\end{aligned}
$$

1.3 Otras definiciones

1.4 Bit

Cantidad de información obtenida al especificar una de dos posibles alternativas igualmente probables

1.4.1 Fuente de memoria nula

Como vimos, una fuente de información genera símbolos de un conjunto S. Si cada símbolo que emite no depende de los anteriores, decimos que la fuente tiene memoria nula. Matemáticamente: los símbolos emitidos son estadísticamente independientes.

2 Ejercicio 1

Dadas las fuentes de información equiprobables

$$A = \{a_1, \ldots, a_n\} \quad \text{y} \quad B = \{b_1, \ldots, b_m\},$$

se define la fuente de información

$$D = \{a_1, \ldots, a_n, b_1, \ldots, b_m\},$$

que toma símbolos de dichas fuentes con probabilidades fijas $P_D(A)$ y $P_D(B)$ siendo

$$P_D(A) + P_D(B) = 1.$$

Para los siguientes casos, indique si la fuente D es equiprobable:

1. $P_D(A) = 1/2,\ P_D(B) = 1/2,\ n = 8,\ m = 16$
2. $P_D(A) = 1/4,\ P_D(B) = 3/4,\ n = 16,\ m = 16$
3. $P_D(A) = 1/4,\ P_D(B) = 3/4,\ n = 8,\ m = 16$
4. $P_D(A) = 2/3,\ P_D(B) = 1/3,\ n = 32,\ m = 16$

Resolución

Acá lo más importante es notar que cada vez que la fuente D toma un símbolo es independiente de la anterior, entonces se puede definir

$$P_D(s) = \begin{cases} P_D(A) \cdot P_A(s) & \text{si } s \in A \\ P_D(B) \cdot P_B(s) & \text{si } s \in B \end{cases}$$

con $P_D(A)$ y $P_D(B)$ la probabilidad de que D saque un símbolo de A y de B, respectivamente.

Entonces la solución sería:

1. $P_D(s) = 1/16$ si $s \in A$, sino $1/32$, no es equiprobable
2. $P_D(s) = 1/64$ si $s \in A$, sino $3/64$, no es equiprobable
3. $P_D(s) = 1/32$ si $s \in A$, sino $3/64$, no es equiprobable
4. $P_D(s) = 1/48$ si $s \in A$, sino $1/48$, es equiprobable

3 Códigos

En teoría de la información queremos representar y transmitir mensajes de forma eficiente. Para ello necesitamos dos conceptos fundamentales: alfabeto y código.

Alfabeto

Un alfabeto es simplemente un conjunto de símbolos que nuestra fuente de información puede producir. Donde cada mensaje que queramos transmitir se forma combinando estos símbolos en secuencias. Ejemplo : el abecedario $\{a, b, c, ..., z\}$

Código

Un código es una regla que transforma secuencias de símbolos de un alfabeto en secuencias de otro alfabeto, llamado alfabeto código. Un claro ejemplo de esto es el *código Morse* que convierte letras en puntos y rayas, otro clarísimo es la *codificación binaria*. La definición de la cátedra es :

> Dado un alfabeto fuente Σ, un código es una correspondencia entre todas las secuencias posibles de símbolos de Σ a secuencias de símbolos de otro alfabeto X (alfabeto código).

El propósito de un código es **representar eficientemente información**, es decir, reducir la cantidad de símbolos necesarios para transmitir la información, eliminando redundancia. Y la **transmisión confiable**, o sea, adaptar los mensajes al canal de comunicación, de forma que se puedan enviar y recibir correctamente.

$$\underbrace{\text{símbolos de la fuente}}_{\Sigma} \xrightarrow{\text{código}} \underbrace{\text{símbolos codificados}}_{X}$$

3.1 Código Bloque y Código No Singular

Con lo anterior en mente, podemos distinguir dos tipos de codificaciones :

3.1.1 Código Bloque

Es un código donde cada símbolo de la fuente se asigna a una secuencia de longitud fija de símbolos del alfabeto código X. Es decir que, si tu alfabeto fuente es Σ y tu alfabeto código es X, cada símbolo de Σ se convierte en una "palabra" de X. Descrito matemáticamente,

$C : \Sigma \to X^*$ `donde` X^* `es el conjunto de todas las secuencias posibles de símbolos de X`

Veamos el siguiente ejemplo :

$$C_1 : \{s_1, s_2, s_3, s_4\} \to \{0, 1\}^*$$

$C_1(s_1) = 0$
$C_1(s_2) = 11$
$C_1(s_3) = 01$
$C_1(s_4) = 101$

3.1.2 Código No Singular

Decimos que un código C es no singular si todas las palabras que asigna son distintas. Matemáticamente, C es inyectivo:

$$s_i \neq s_j \implies C(s_i) \neq C(s_j)$$

Esto asegura que cada símbolo de la fuente tiene un código único, y por lo tanto no hay ambigüedad al decodificar. C_1 es no singular.

3.2 Código Instantáneo y Unívocamente Decodificable

No sólo nos interesa asignar símbolos a secuencias, sino también poder leer o decodificar los mensajes de manera confiable. El problema principal ocurre cuando una fuente emite una secuencia de símbolos y usamos un código para representarla, el receptor debe poder reconstruir el mensaje original. Lo que sucede es que no todos los códigos permiten decodificación inmediata o sin ambigüedad. Por eso se definen estos dos conceptos.

3.2.1 Código Unívocamente Decodificable

Decimos que un código es **Unívocamente Decodificable si cualquier secuencia de símbolos codificados tiene una sola manera posible de ser interpretada como símbolos de la fuente.** O sea, cuando no hay ambigüedad incluso si las palabras de código tienen longitudes distintas. La definición formal nos dice :

> Si tomamos secuencias de longitud n de símbolos de la fuente, la extensión del código sigue siendo no singular para todo n.

La manera de verificarlo se puede utilizar el **algoritmo de Sardinas-Patterson**.

3.2.2 Código Instantáneo

Decimos que un código es **Instantáneo cuando es posible decodificar las palabras sin necesidad de conocer los símbolos que la suceden.** La idea es que si podemos reconocer cada palabra de código tan pronto como termina, sin mirar los símbolos que vienen después. Como condición necesaria y suficiente, ninguna palabra del código es prefijo de otra. Y el ejemplo lo aclara esto,

$$C(s_1) = 0, \quad C(s_2) = 01, \quad C(s_3) = 10$$

Secuencia recibida: 01010

Cuando leemos el primer 0, no sabemos si es s_1 o el inicio de s_2, por tanto hay que esperar. Y acá está el chiste del asunto, en un código instantáneo, cuando lees los bits/símbolos en la transmisión, puedes decodificar inmediatamente cada palabra, sin esperar más información. En un código no instantáneo, a veces tenemos que esperar símbolos adicionales para decidir cuál símbolo de la fuente corresponde a la secuencia recibida.

3.3 Teorema

`Código instantáneo` $\implies$ `Código unívocamente decodificable`

3.4 Longitud de código

Cuando tenemos un código C que asigna secuencias de símbolos a cada símbolo de una fuente S, no todos los códigos son igual de eficientes. Algunos códigos usan más símbolos de los necesarios para representar ciertos mensajes, y otros logran usar menos símbolos en promedio. Para medir esta eficiencia, se define la longitud media de código, que nos dice cuántos símbolos (por ejemplo, bits) usamos en promedio por cada símbolo de la fuente.
Si tenemos una fuente S con símbolos $s \in S$ y probabilidades $P_S(s)$, un código C que asigna a cada símbolo s una palabra de longitud $\mid C(s) \mid$ (es decir, el número de símbolos en el código). Decimos entonces que **la longitud media del código L(C)** se define como :

$$L(C) = \sum_{s \in S} \mid C(s) \mid \times P_S(s)$$

Código Óptimo

Decimos que el código es **óptimo** si no existe otro código para la misma fuente que tenga menor longitud media. En otras palabras, el código óptimo minimiza el número promedio de símbolos necesarios para codificar un mensaje. Esto es realmente importante en compresión de datos, transmisión eficiente y almacenamiento.

3.4.1 Codificación sin pérdida de información

Un código codifica sin pérdida de información si permite reconstruir el mensaje original de manera exacta. Existe un teorema importante que dice

$$H(S) \leq L(C)$$

Es decir, que **ningún código que preserve toda la información puede tener longitud media menor que la entropía**. Recordemos que la entropía es la mínima cantidad de información en promedio que contiene la fuente, por eso, la usamos como límite inferior teórico para saber la mínima cantidad de bits en promedio que necesitamos para codificar un símbolo sin perder información. De no ser así, o bien perdemos información o generamos ambigüedad. Veamos un ejemplo:

> Supongamos una fuente $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$ donde la entropía es $H(S) = log_2\ 4 = 2\ bits$. Eso significa que necesitaremos en promedio 2 bits por símbolo para representarla sin perderla, hacer el ejercicio mental de representarlos con menos.

4 Ejercicio 2

Para la siguiente fuente:

$$S = [P(A) = 0.4;\ P(B) = 0.3;\ P(C) = 0.2;\ P(D) = 0.1]$$

Se proponen 3 códigos posibles:

$C_1 : A = 001;\ B = 01;\ C = 11;\ D = 010$
$C_2 : A = 0;\ B = 01;\ C = 011;\ D = 111$
$C_3 : A = 1;\ B = 01;\ C = 001;\ D = 0001$

1. ¿Cuáles son instantáneos?
2. ¿Cuáles son unívocamente decodificables?
3. ¿Cuál es más eficiente (H/L)?
4. ¿Alguno presenta pérdida de información?

Resolución

1. Recordemos que un código C se dice instantáneo o libre de prefijos si ninguna codificación bajo C es prefijo de alguna otra. Considerando esto, podemos ver lo siguiente: C1 no es instantáneo pues $C_1(B) = 01$ es prefijo de $C_1(D) = 010$. C2 tampoco: $C_2(A) = 0$ es prefijo de $C_2(B) = 01$ y de $C_2(C) = 011$. C3 sí es instantáneo. Puede verse además que el bit 1 sirve en este caso como delimitador, dado que una lectura de 1 nos indica el final de un símbolo.

2. Un código es unívocamente decodificable cuando no es posible interpretar una tira de codificaciones como dos sucesiones de símbolos diferentes. En este caso tenemos que C_1 no es unívocamente decodificable, puesto que la tira de bits 01001 puede formarse a partir de la codificación de DB tanto como de BA. Por otra parte, podemos afirmar que C_3 sí es unívocamente decodificable a partir del resultado conocido de C instantáneo $\Rightarrow$ C unívocamente decodificable. Finalmente, C2 también lo es, aunque en este caso no disponemos de un atajo para demostrarlo. Si bien la prueba formal puede ser difícil, una opción es enumerar muchas combinaciones de símbolos codificados hasta lograr cierta confianza de que no aparecerán múltiples interpretaciones para ninguna tira de bits.

3. Dado que las probabilidades no cambian, la entropía de S es siempre igual (puntualmente, su valor es $H(S) \approx 1.85$). Luego, ofrecerá mejor rendimiento aquél código que minimice su longitud media. A simple vista queda claro que el código buscado es C_2, cuya longitud media es $L(C_2) \approx 1.9$.

4. Esta pregunta sólo tiene sentido contestarla para C_2 y C_3 que, por lo visto más arriba, son códigos unívocos. Tenemos que $H(S) < L(C_2) < L(C_3)$. Luego, ninguna de las dos longitudes medias es menor que la entropía de la fuente, lo cual garantiza que ambas codificaciones son sin pérdida de información.

5 Capacidad de canal

En comunicación digita o analógica, un canal transmite información desde un emisor hasta un receptor. El problema central es que **todo canal tiene limitaciones físicas, como ruido (interferencias, fluctuaciones térmicas) y ancho de banda (rango de frecuencia que puede transmitir el canal) limitado, que impiden transmitir información de manera perfecta e infinita.** Para medir cuánto se puede transmitir como máximo, se define la capacidad del canal, denotada C.
Decimos entonces que **la capacidad C es la tasa máxima de transmisión de información que se puede lograr sin error en un canal con ciertas características de ruido y ancho de banda**, se mide en **bits por segundo**.

5.1 Teorema de Shannon

Claude formuló un límite fundamental: ningún código puede transmitir información de manera confiable por encima de la capacidad del canal.

$$C = B \times log_2\ (1 + SNR)$$

donde C es la capacidad del canal medida en *bits por segundo*, B es el ancho de banda del canal medido en *Hz* y **SNR** es la relación **señal-ruido** que se puede expresar en **decibeles** con la siguiente conversión $SNR = 10^{dB/10}$.

6 Ejercicio 3

Considerar una señal de video en escala de grises que transmite imágenes a una resolución de 640×480 píxeles, de los cuales cada uno puede asumir 10 niveles diferentes de brillo. Supongamos que la tasa de transmisión es de 30 imágenes por segundo y que la relación señal a ruido es de 30 dB.

1. Calcular la entropía de la fuente si todas las imágenes fueran equiprobables.
2. ¿Cuántos bits son necesarios para codificar cada imagen de manera óptima e instantánea con un código que asigne el mismo largo a todas las imágenes?
3. Calcular el ancho de banda mínimo requerido para soportar la transmisión de la señal resultante.

Resolución

a. La señal de video tiene 640×480 píxeles con 10 posibles niveles de brillo cada uno. Cada configuración de brillo en cada uno de los píxeles definirá una imagen distinta que puede ser potencialmente transmitida por la fuente. En otras palabras, cada una de estas imágenes equivale a un símbolo distinto. Ahora bien, para calcular cuántos símbolos tenemos en total, a los que notaremos n, debemos hacer la combinatoria de todos los niveles de brillo por píxel, lo cual da como resultado $n = 10^{640 \times 480}$ símbolos distintos. Como la fuente es equiprobable, concluimos que

$$H(S) = \log_2(n) = 640 \cdot 480 \cdot \log_2(10).$$

b. En esta fuente equiprobable, tenemos que $H(S) = \log_2(n)$, no siendo n una potencia de 2. Esto implica que no podemos pensar en recurrir a un código (óptimo) que asigne $\log_2(n)$ bits por imagen, pues por supuesto estos valores deben ser números enteros. No obstante, la aproximación más cercana a este valor es tomar exactamente $\lceil \log_2(n) \rceil$ bits por imagen. De esta forma podremos armar un código que sea unívocamente decodificable (cada imagen recibe una tira de bits distinta) y localmente óptimo, entendiendo por esto que todo otro código que mapee cada imagen a una tira de bits de igual largo debe necesariamente poseer una longitud media igual o mayor.

Como nota adicional, extrapolando los conceptos plasmados en la resolución de este ejercicio, es interesante pensar en si, efectivamente, dada una fuente equiprobable S' de m símbolos, y dado un código C que actúe sobre S' definiendo para cada símbolo una codificación de largo $\lceil \log_2(m) \rceil$ bits, se tiene que C es óptimo. Cuando m es potencia de 2, la respuesta es afirmativa (¿por qué?). En cualquier otro caso, y quizás yendo a contramano de la intuición, la respuesta es que no. Como ejemplo sencillo, considerar el caso en el que $m = 3$. Como $\lceil \log_2(m) \rceil = 2$, tenemos que $L(C) = 2$. Sin embargo, podemos proponer un código alternativo C' que asigne un 0 a un símbolo, un 10 a otro y un 11 al restante. Es claro que C' es instantáneo, y además se ve claramente que $L(C') < 2 = L(C)$.

c. Para responder este ítem, hay que usar el teorema de Shannon:

$$C = B \cdot \log_2(1 + \text{SNR}).$$

Primero, la relación señal-ruido hay que pasarla de decibeles a veces: $\text{SNR} = 10^{30/10} = 1000$. Luego, como se necesitan 30 imágenes por segundo, la capacidad de canal debe ser mayor o igual que $\lceil 640 \cdot 480 \cdot \log_2(10) \rceil \cdot 30$ bps. Entonces,

$$B = \frac{\lceil 640 \cdot 480 \cdot \log_2(10) \rceil \cdot 30}{\log_2(1001)} \text{ Hz.}$$

7 Delay, Propagación y Transmisión

El **delay** mide el tiempo total que tarda un mensaje en ir de un punto a otro. Este tiempo no depende solo de la distancia física, sino también de la cantidad de datos, la velocidad de transmisión y el estado de la red. Calcularlo depende de varias partes :

$$Delay = T_{tx}(n) + T_{prop} + T_{queue}$$

donde $T_{tx}(n)$ es el **tiempo de trnasmisión**, es decir, el **tiempo que se tarda en enviar todos los bits de un paquete a través del enlace**. Este **depende del tamaño del mensaje** n **(en bits) y la velocidad de transmisión** V_{tx} **(en bits por segundo)**. O sea:

$$T_{tx}(n) = \frac{n}{V_{tx}}$$

Tenemos el **tiempo de propagación**T_{prop} que es el tiempo que tarda cada bit en recorrer la distancia física D entre emisor y receptor. Este depende de la distancia D y la velocidad de propagación V_{prop}

$$T_{prop} = \frac{D}{V_{prop}}$$

Y finalmente, el **tiempo que un paquete espera en colas de routers o switches antes de ser transmitido** T_{queue} que **en enlaces punto a punto sin tráfico intermedio no aplica**

$$T_{queue} \approx 0$$

Ahora bien, supongamos que enviamos un sólo bit por el canal de comunicación. El tiempo de transmisión $T_{tx}(1)$es el tiempo que tarda en "meter" ese bit en el enlace. Y el de propagación, es el tiempo que tarda ese bit en viajar físicamente hasta el receptor. Si sucede que

$$T_{tx}(1) \ll T_{prop}$$

Esto significa que el tiempo de transmisión es muy pequeño comparado con el tiempo de propagación. Por tanto, podemos decir que

$$Delay = T_{tx}(1) + T_{prop} \approx T_{prop}$$

Donde el tiempo de transmisión se puede despreciar y el delay total coincide prácticamente con el tiempo de propagación. En este contexto, **el delay también se llama Latencia** ya que este último concepto significa el tiempo que tarda un bit en ir de un extremo a otro del enlace.

8 Capacidad de volumen

Cuando transmitimos información por un medio físico (como un cable, fibra óptica o enlace inalámbrico), no solo importa la velocidad de transmisión (cuántos bits por segundo podemos enviar, V_{tx}), sino también el tiempo que tarda la señal en recorrer el medio desde el transmisor hasta el receptor, es decir, el *delay*.

La **capacidad de volumen** (C_{vol}) representa la cantidad de información que "cabe" en el medio en un instante dado, desde que se envía el primer bit hasta que llega al receptor. Es útil para entender, por ejemplo, cuántos bits están simultáneamente "en tránsito" en un cable o enlace inalámbrico.

Se calcula combinando dos conceptos:

- **Delay** (Delay): tiempo total que tarda un bit en recorrer el medio, incluyendo transmisión y propagación.
- **Velocidad de transmisión** (V_{tx}): cantidad de bits por segundo que podemos enviar.

La relación es directa:

$$C_{\text{vol}} = \text{Delay} \cdot V_{\text{tx}}$$

Si el *delay* es grande (por ejemplo, enlaces muy largos) y la velocidad de transmisión alta, habrá muchos bits "flotando" simultáneamente en el medio.

Si el *delay* es pequeño o la velocidad de transmisión baja, el medio contendrá pocos bits a la vez.

9 Ejercicio 4

Calcule la Capacidad de Volumen (cantidad de bits que entran simultáneamente) en cada uno de los siguientes medios físicos de transmisión, asumiendo que se los utiliza a su máxima Capacidad de Transmisión (es decir, sin pérdida de información):

1. $D = 100$ km, $V_{\text{prop}} = 200000$ km/s, SNR $= 100$ dB, $B = 400$ Hz
2. $D = 100$ km, $V_{\text{prop}} = 200000$ km/s, SNR $= 10$ dB, $B = 400$ kHz
3. $D = 100$ km, $V_{\text{prop}} = 300000$ km/s, SNR $= 10$ dB, $B = 400$ kHz
4. $D = 100$ m, $V_{\text{prop}} = 300000$ km/s, SNR $= 10$ dB, $B = 400$ kHz

Resolución

Para calcular la capacidad de volumen, necesitamos *Delay* y V_{tx}. Primero calculamos la Capacidad de Transmisión de Shannon para obtener V_{tx} (dejamos la resolución para el inciso b):

$$\begin{aligned}
C &= B \cdot \log_2(1 + \text{SNR[dB]}) \\
&= 400 \text{ kHz} \cdot \log_2(1 + 10 \text{ [dB]}) \\
&= 400 \text{ kHz} \cdot \log_2(1 + 10 \text{ [veces]}) \\
\Rightarrow V_{\text{tx}} &\leq 1383.7 \text{ Kbps}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Delay} &= T_{\text{prop}} + T_{\text{tx}} \\
&= \frac{D}{V_{\text{prop}}} + \frac{n}{V_{\text{tx}}} \\
&= \frac{100 \text{ km}}{200000 \text{ km/s}} + \frac{1 \text{ bit}}{1383 \text{ Kbps}} \\
&= 0.0005 \text{ seg} = 0.5 \text{ ms} \\
C_{\text{vol}} &= \text{Delay} \cdot V_{\text{tx}} = 691 \text{ bits}
\end{aligned}$$

10 Ejercicio 5 : integrador

Un robot trepador sube escalando el monte Everest con una cámara. La señal de video de la cámara se transmite sobre un enlace inalámbrico que tiene una relación señal a ruido del orden de los 30 dB, usando 50 KHz del espectro. A su vez, se modela la señal de video como una fuente de información, definiendo cada símbolo como cada una de las imágenes posibles y asumiendo que son todas equiprobables.

1. Si queremos enviar 26 imágenes por segundo, ¿cuál es el máximo valor de entropía que puede adoptar la fuente?
2. ¿Cuál es la distancia para la cual el T_{tx} de una imagen representa el 50% del *delay*? ($V_{\text{prop}} = 300000$ km/s)

Resolución

a. Si queremos poder transmitir 26 imágenes por segundo, necesitaremos una velocidad de transmisión $V_{\text{tx}} \geq L \cdot 26$ bps, en donde L indica la longitud media de cada imagen. Tenemos entonces que

$$L \leq \frac{V_{\text{tx}}}{26}.$$

Como además la transmisión debe darse sin pérdida de información (de lo contrario la señal del robot perdería toda utilidad), sabemos que

$$H(S) \leq L.$$

Luego, juntando ambas desigualdades, llegamos a que

$$H(S) \leq \frac{V_{\text{tx}}}{26}.$$

Ahora bien, para calcular V_{tx} podemos usar el teorema de Shannon con los datos suministrados por el ejercicio:

$$V_{\text{tx}} = B \cdot \log_2(1 + \text{SNR}) = 50 \text{ KHz} \cdot \log_2(1 + 10^{30/10}) \approx 498.36 \text{ Kbps}.$$

b. Ahora nos piden hallar la distancia D que verifica que $\text{Delay}/2 = T_{\text{tx}}$. De la definición de delay, tenemos entonces que

$$\text{Delay} = T_{\text{tx}} + T_{\text{prop}} = 2 \cdot T_{\text{tx}} \quad \Rightarrow \quad T_{\text{prop}} = T_{\text{tx}}.$$

Utilizando las definiciones de tiempo de propagación y de tiempo de transmisión:

$$T_{\text{prop}} = T_{\text{tx}} \iff \frac{D}{V_{\text{prop}}} = \frac{|\text{imagen}|}{V_{\text{tx}}} \quad \Rightarrow \quad D = V_{\text{prop}} \cdot \frac{|\text{imagen}|}{V_{\text{tx}}}.$$

Luego, basta sustituir en esta ecuación los valores conocidos de V_{tx} y V_{prop}, teniendo en cuenta que, por equiprobabilidad,

$$|\text{imagen}| = \left\lceil \frac{V_{\text{tx}}}{26} \right\rceil.$$