Električni krugovi

Kirchhoffovi Zakoni

Lit.: V. Naglić: Osnovi teorije mreža, p. 1.7

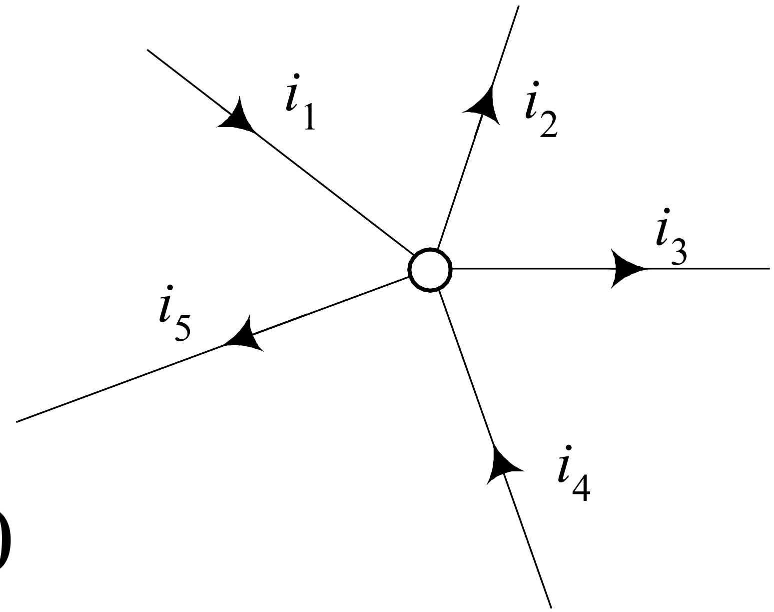
Kirchhoffovi Zakoni

- Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887.)
- Temeljni zakoni koji definiraju odnose među veličinama u nekoj električnoj mreži su ***Kirchhoffovi zakoni***:
  - **Kirchhoffov zakon za struje** (KZS) i
  - **Kirchhoffov zakon za napone** (KZN).

Kirchhoffov zakon za struje

- Algebarska suma struja, koje se sastaju u jednom čvorištu mreže s koncentriranim elementima u svakom je trenutku jednaka nuli.
- Termin **algebarska** → struje koje su orijentirane prema čvorištu u sumi imaju suprotni predznak od onih koje su orijentirane od čvorišta.

- Pritom nije važno da li npr. struje koje su orijentirane od čvorišta imaju pozitivan ili negativan predznak.



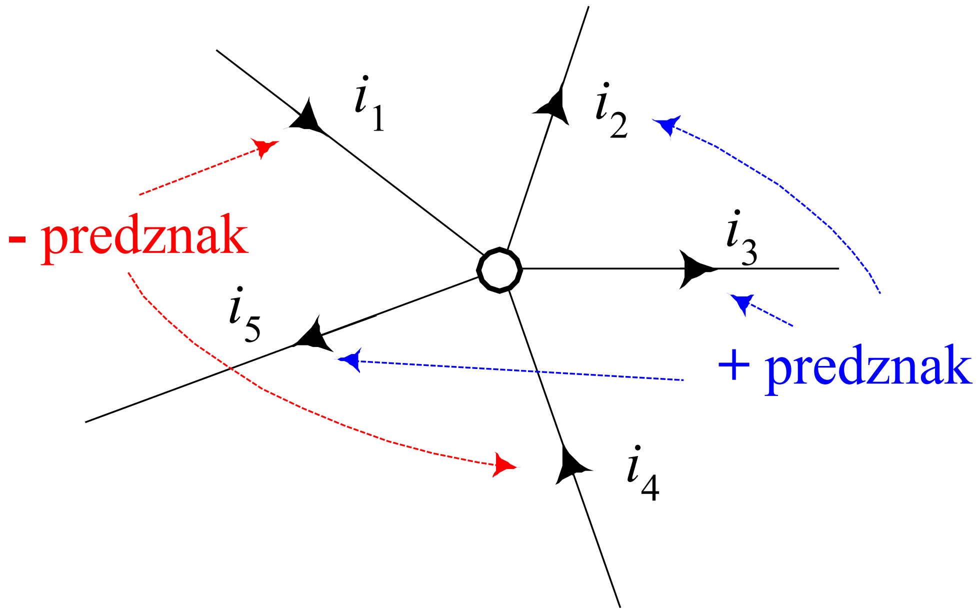
Vrijedi

$$-i_1 + i_2 + i_3 - i_4 + i_5 = 0$$

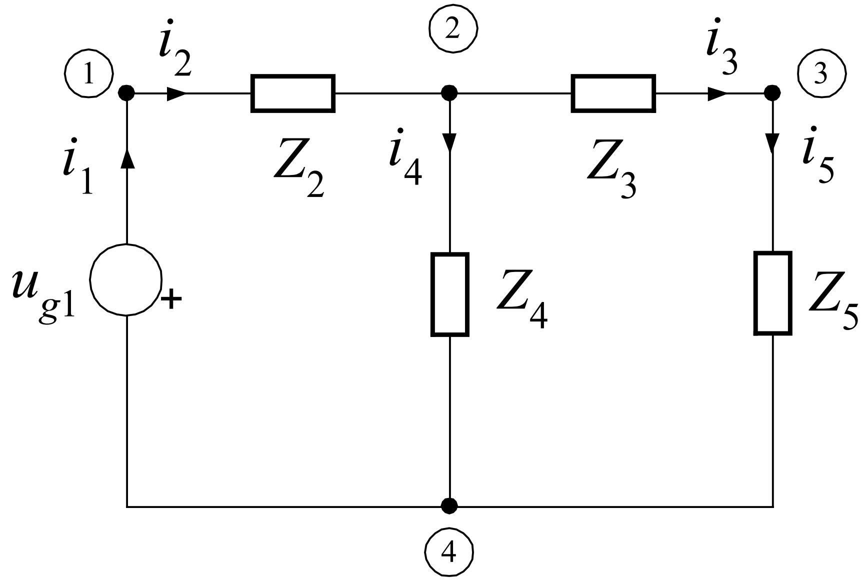
ili

$$i_1 - i_2 - i_3 + i_4 - i_5 = 0$$

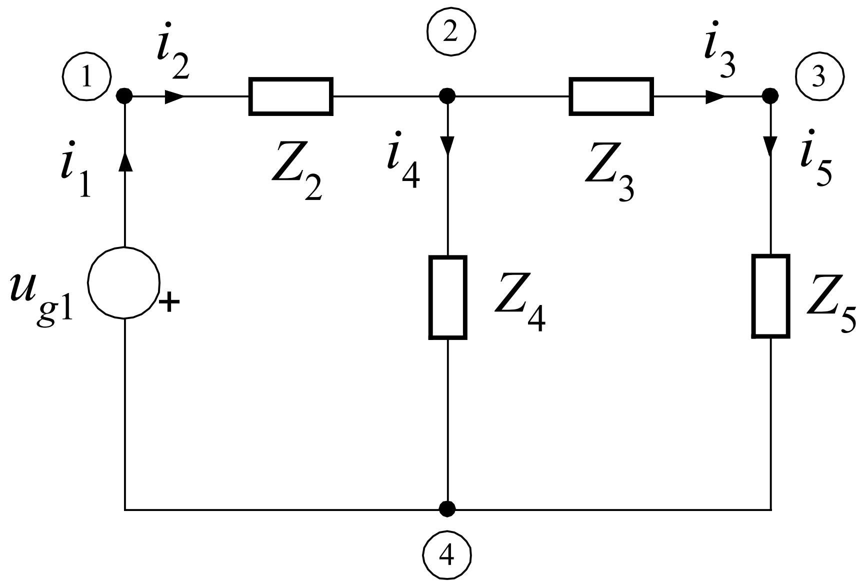
- Konvencija:
  - Strujama orijentiranima od čvorišta pridružiti
    - ***pozitivan predznak***
  - Strujama orijentiranima prema čvorištu pridružiti
    - ***negativan predznak***.



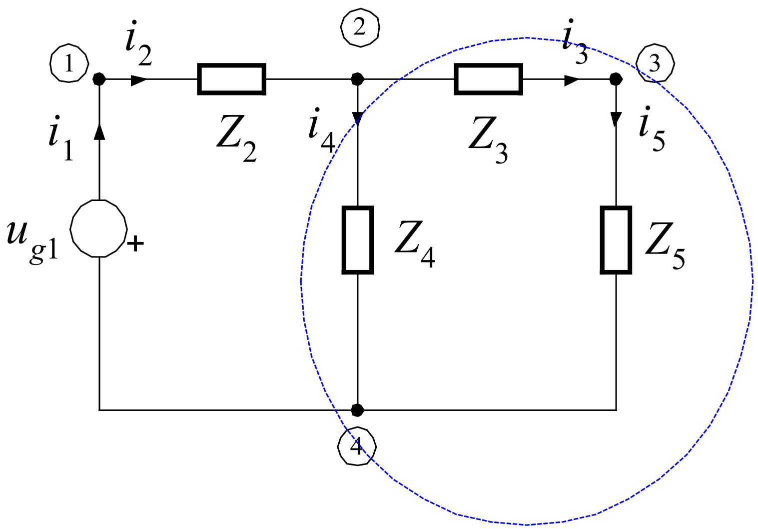
Primjer: Primjena Kirchhoffovog zakona za struje



- Alternativno:
- Suma svih struja koje ulaze u čvorište u svakome trenutku je jednaka sumi svih struja koje izlaze iz čvorišta.

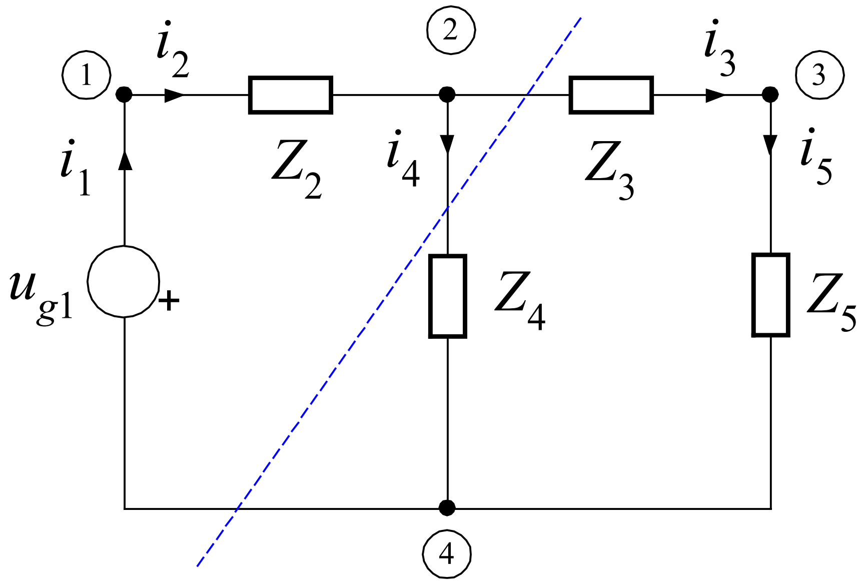


- Kirchhoffov zakon za struje je moguće poopćiti na **submrežu** neke mreže.
- Submreža neke mreže je mreža koja sadrži dio njenih elemenata.
- Npr.,

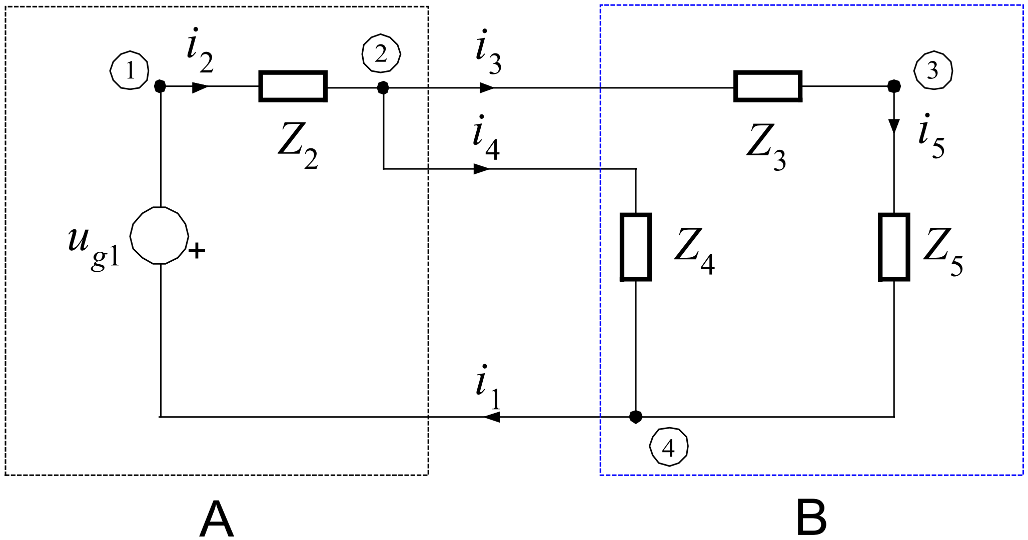


- Elementi unutar plave crtkane linije čine jednu submrežu zadane mreže

- Kirchhoffov zakon za struje primijenjen na **submrežu:**
- Algebarska suma svih struja koje ulaze u **submrežu** promatrane mreže, u svakom je trenutku jednaka nuli.



- Prikaže li se mreža kao dvije povezane submreže: A i B



- Algebarska suma struja koje ulaze u submrežu A ili B mora biti jednaka nuli.

- **Linearno neovisan sustav jednadžbi čvorišta**

$$
\begin{aligned}
&\check{C}vori\check{s}te\,1: && -i_1 + i_2 = 0 \\
&\check{C}vori\check{s}te\,2: && -i_2 + i_3 + i_4 = 0 \\
&\check{C}vori\check{s}te\,3: && -i_3 + i_5 = 0 \\
&\check{C}vori\check{s}te\,4: && i_1 - i_4 - i_5 = 0
\end{aligned}
$$

- Ispisani sustav jednadžbi čvorišta je **linearno ovisan**.
- → najmanje jednu jednadžbu moguće je izraziti kao linearnu kombinaciju preostalih.

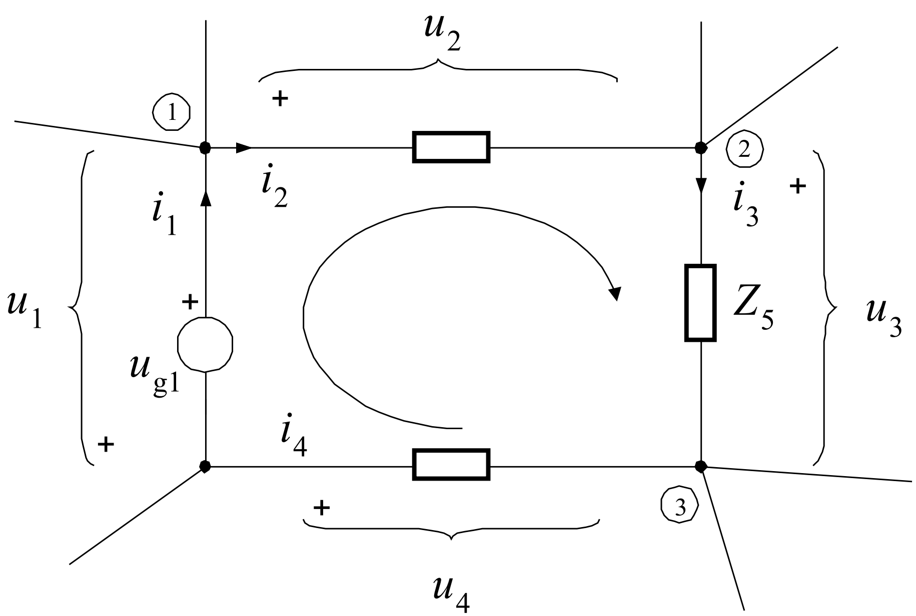
- Ako to nije moguće tada se radi o **linearno neovisnome sustavu jednadžbi**.

- Koliko jednadžbi sadrži **linearno neovisni sustav** KZS za mrežu s N_v čvorišta?
- U našem primjeru:
  - Broj čvorišta: 4
  - Broj linearno neovisnih jednadžbi: 3
- Općenito je za mrežu s N_v čvorišta broj linearno neovisnih jednadžbi KZS jednak N_v-1.

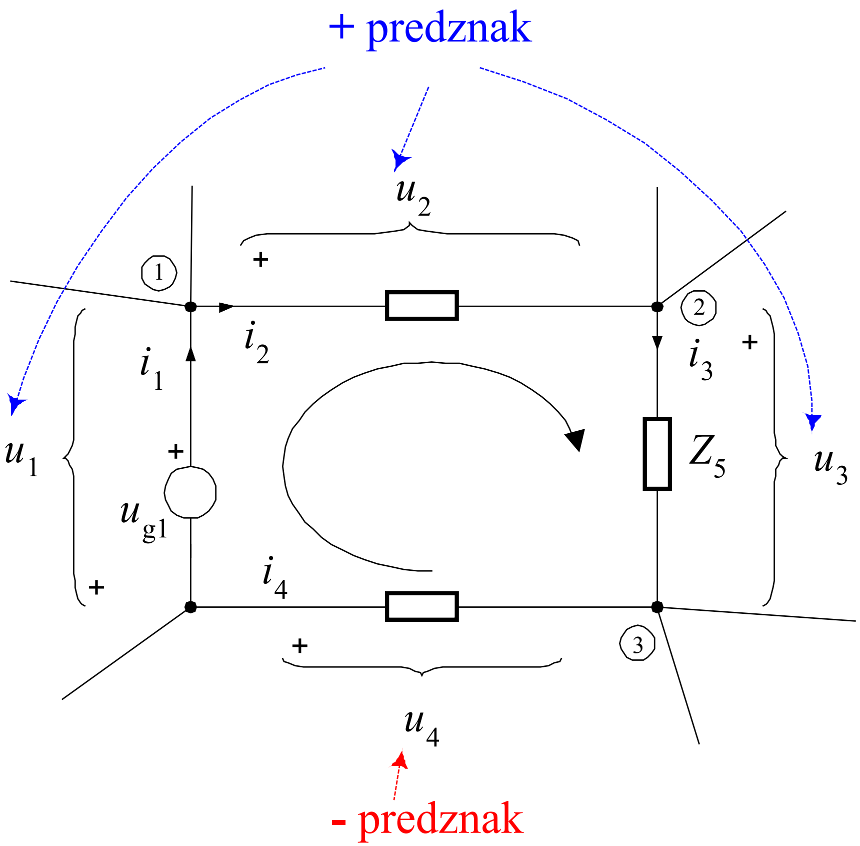
Kirchoffov zakon za napone

- Algebarska suma napona, na granama mreže s koncentriranim elementima, koje čine zatvorenu konturu, u svakom je trenutku jednaka nuli.
- Termin **algebarska** suma znači:
  - naponi orijentirani u smjeru obilaska konture, imaju protivan predznak od onih koji su orijentirani suprotno.

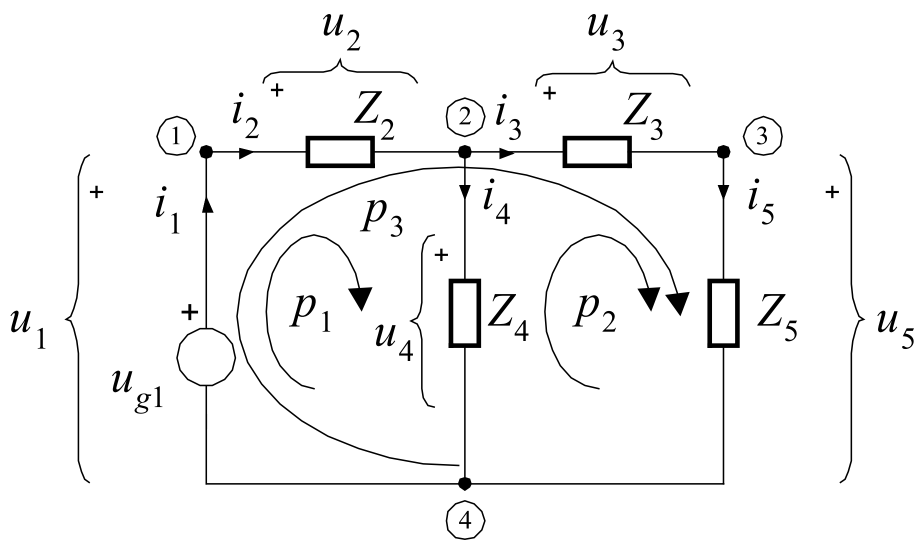
- Pritom nije važno da li npr. naponi koji su orijentirani u smjeru petlje imaju pozitivan ili negativan predznak.



- Konvencija:
- Naponima kod kojih se obilaskom konture nailazi na + predznak pridružiti pozitivan, a onima orijentiranima suprotno negativan predznak.



- Primjer: Primjena Kirchhoffovoga zakona za napone



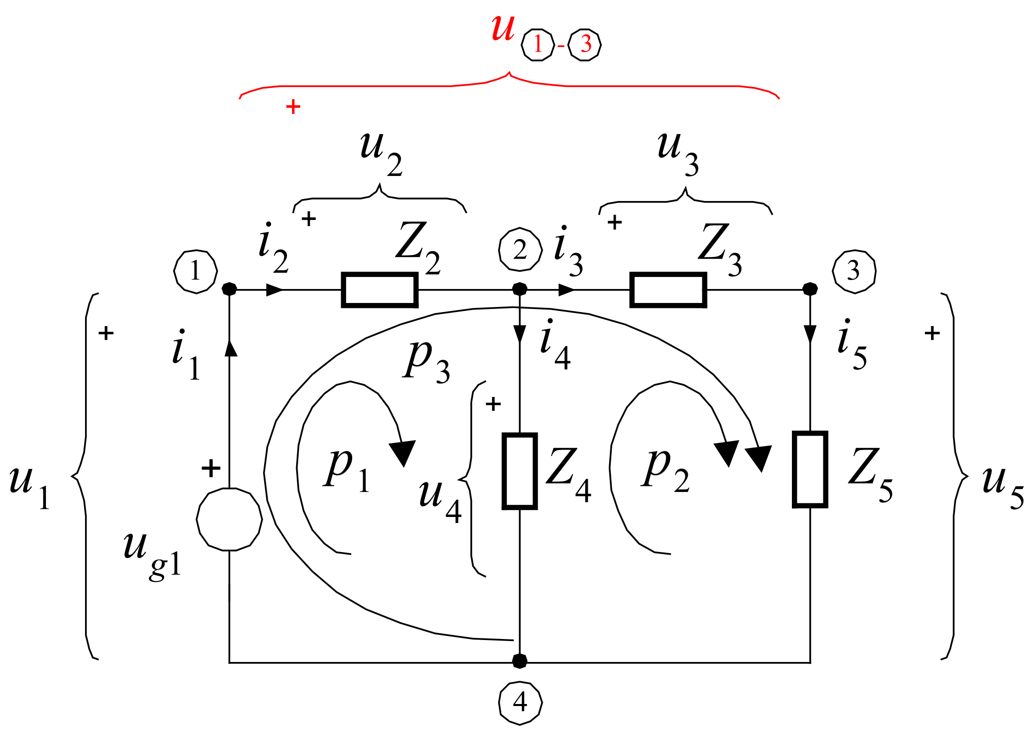
- Alternativno:
- Suma napona, orijentiranih u smjeru obilaska konture, jednaka je sumi suprotno orijentiranih napona.

To je samo u drugoj formi napisan sustav KZN.

Kirchhoffovi zakoni

- Kirchhoffov zakon za napone nije ograničen samo na grane mreže
- On vrijedi općenito za bilo koju konturu, koju zatvaraju naponi pridruženi parovima čvorišta.
- U skladu s tim:
- Algebarska suma napona između parova čvorišta neke mreže, koji čine zatvorenu konturu, u svakom je trenutku jednaka nuli.

- Primjer: napon između čvorišta 1 i 3 ⇒ $u_{1\text{-}3}$



Naponi grana 1 i 5, s naponom $u_{1\text{-}3}$ zatvaraju konturu.

- **Linearno neovisan sustav jednadžbi KZN**

- Za svaku mrežu moguće je napisati onoliko jednadžbi Kirchhoffovoga zakona za napone koliko ta mreža sadrži zatvorenih kontura.
- U složenim mrežama taj broj može biti vrlo velik.

- Postavlja se pitanje: koliko jednadžbi, dobivenih primjenom Kirchoffovoga zakona za napone, čini linearno neovisan sustav jednadžbi?

- Sustav jednadžbi dobiven za mrežu iz primjera očito je linearno ovisan sustav jer je bilo koju jednadžbu moguće izraziti kao linearnu kombinaciju preostalih.

$$-u_1 + u_2 + u_4 = 0$$

$$-u_4 + u_3 + u_5 = 0$$

$$-u_1 + u_2 + u_3 + u_5 = 0$$

- Ako su poznate dvije jednadžbe poznata je također i treća → jedna od njih je suvišna.

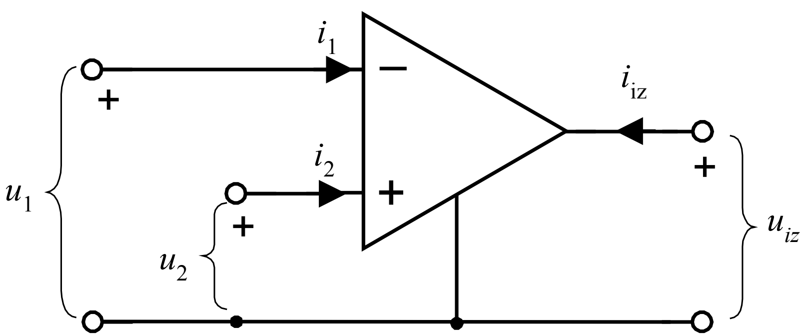
- Općenito:
- Za mrežu s N_v čvorišta i N_b grana, broj linearno neovisnih jednadžbi KZN jednak je

$$N_b - (N_v - 1) = N_b - N_v + 1$$

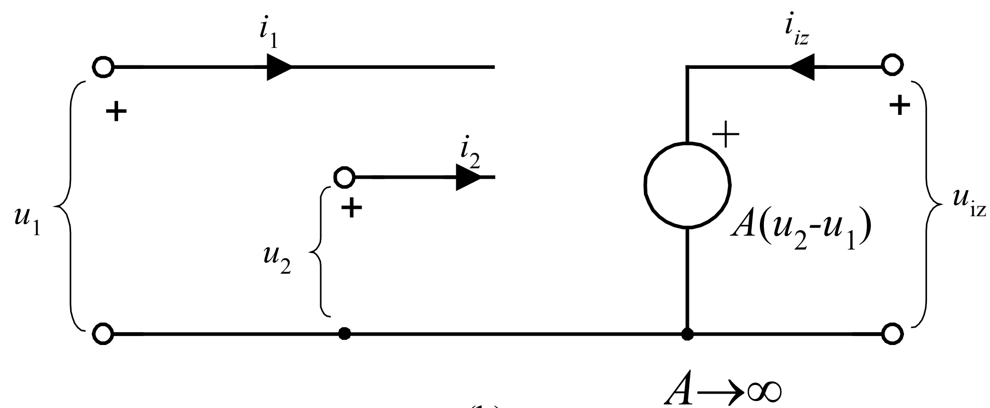
što u slučaju promatrane mreže iznosi 2.

Primjena Kirchhoffovih zakona

Primjeri: mreže s operacijskim pojačalima

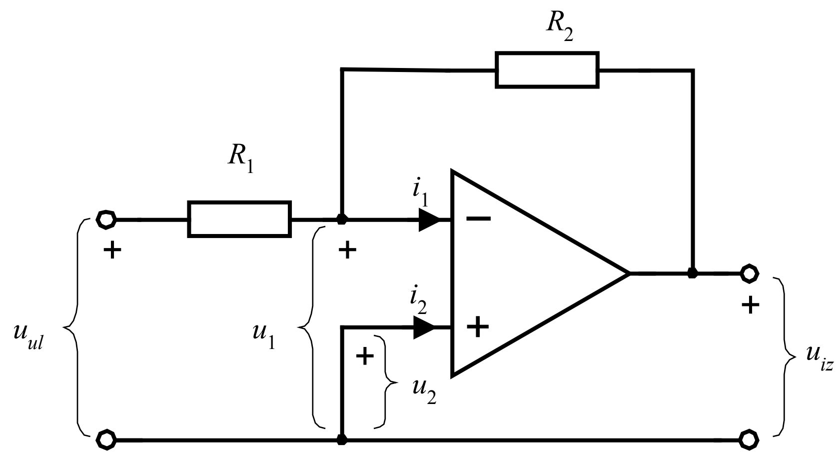


(a)



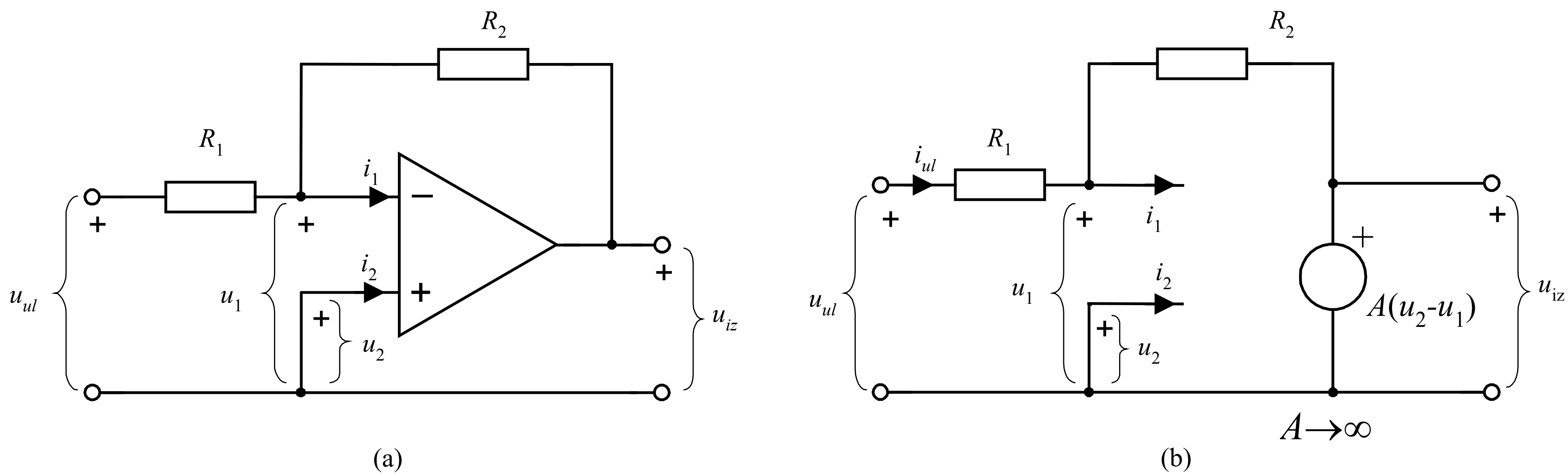
(b)

Primjer 1.: Naponski ovisan naponski izvor (NONI)



- Operacijsko pojačalo u mreži na slici predstavlja naponski ovisan naponski izvor. Koristeći nadomjesni spoj operacijskog pojačala moguće ga je predstaviti mrežom na slici b)

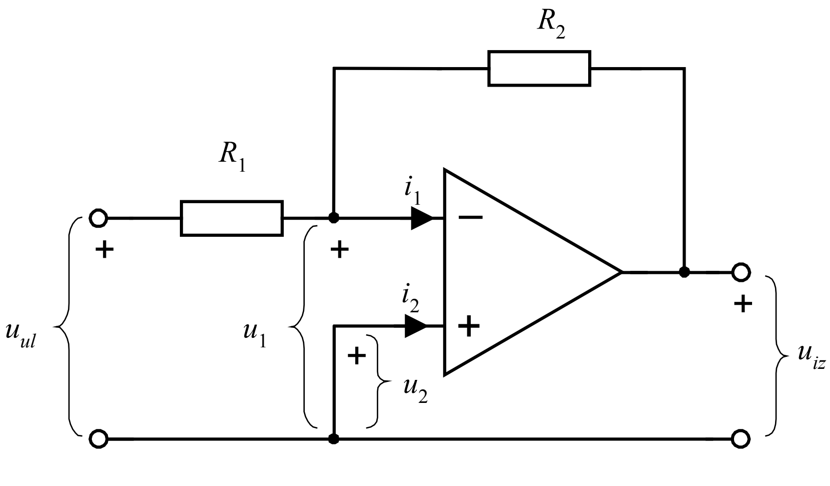
Operacijska pojačala-primjeri



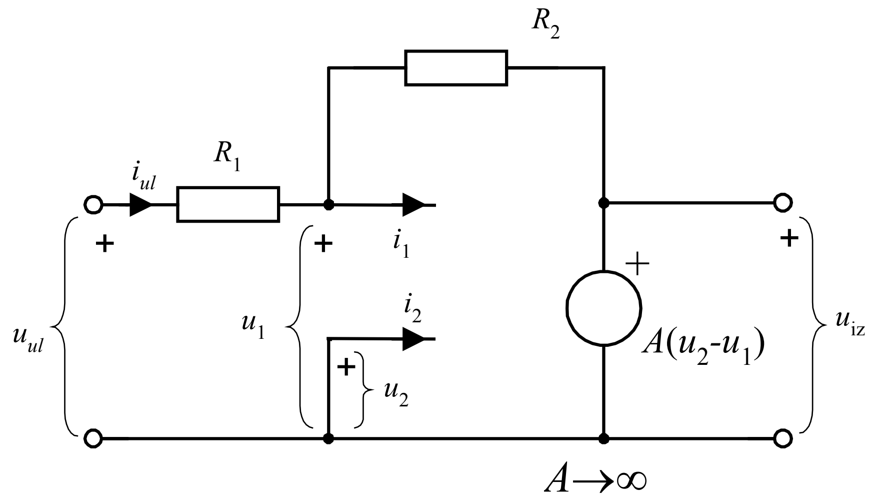
$$u_{iz} = -\frac{R_2}{R_1} u_{ul}$$

- Prema tome ovaj spoj operacijskog pojačala predstavlja ***naponski ovisni naponski izvor*** s negativnom konstantom pojačanja.

- Primjenom koncepta prividnog kratkog spoja proračun se znatno pojednostavnjuje. Vrijedi $u_1 \cong u_2 = 0$

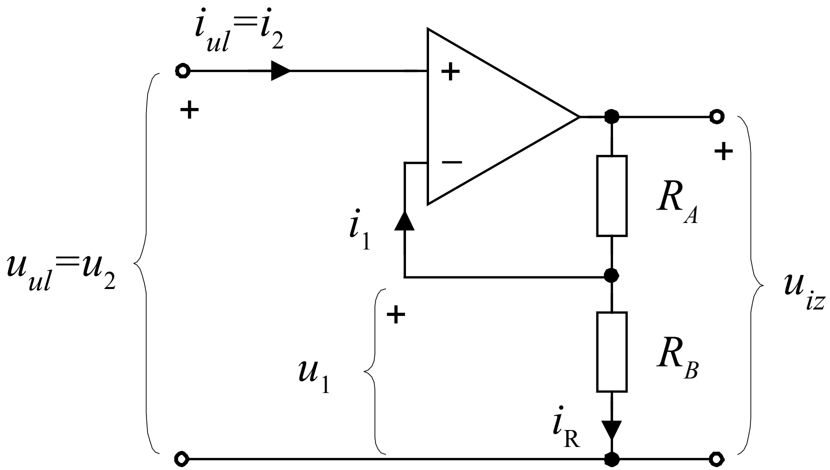


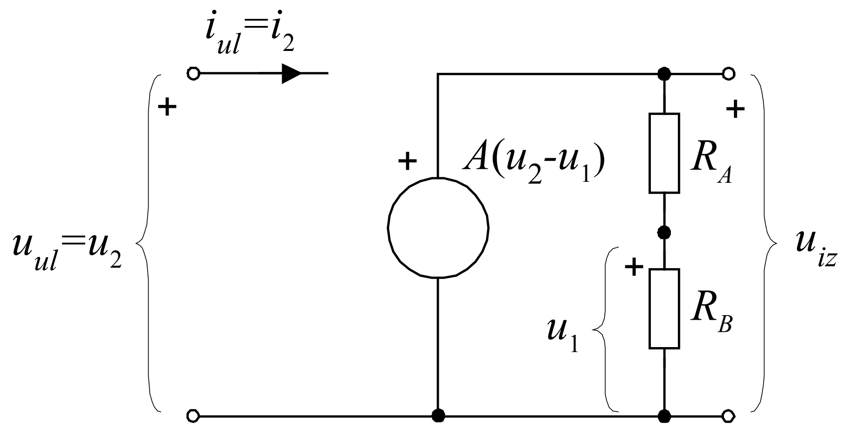
(a)



(b)

Primjer 2.: Naponski ovisan naponski izvor (NONI)

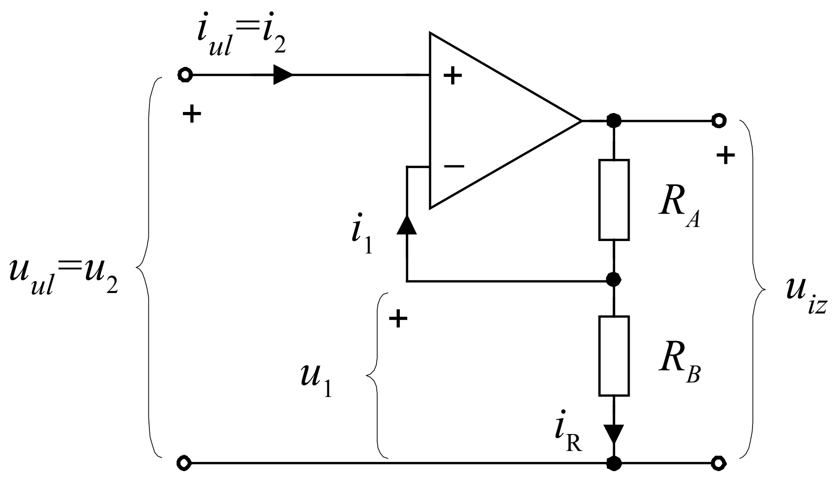


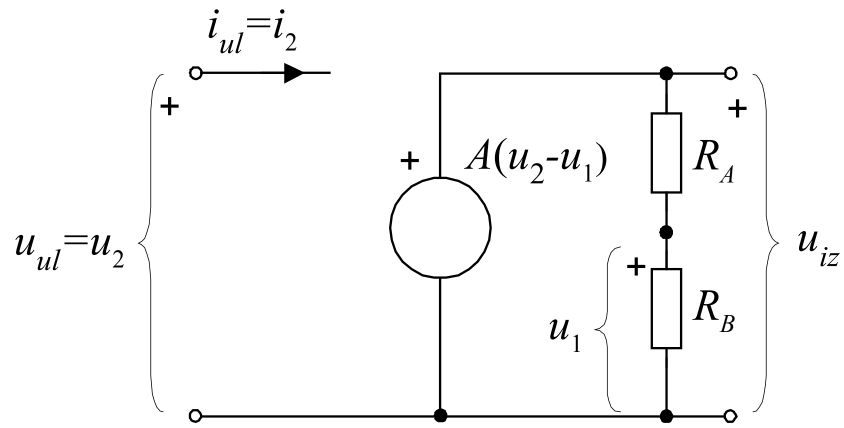


- Za spoj operacijskog pojačala prema slici vrijedi $i_1=i_2=0,\ u_{ul}=u_2$

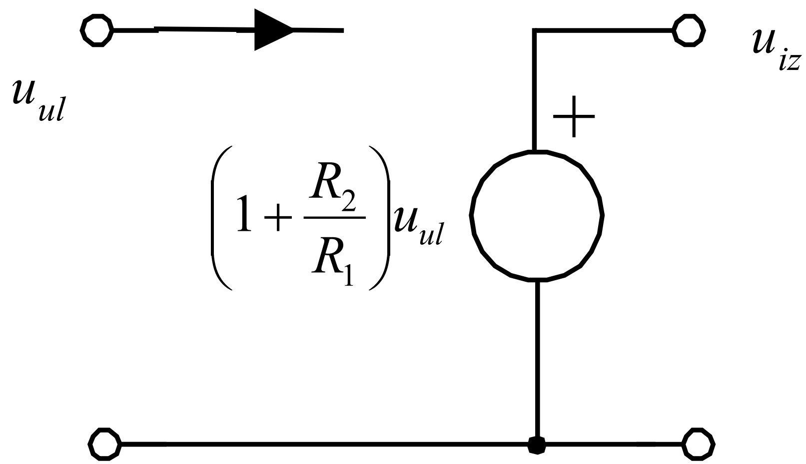
$$u_{iz}=\left(1+\frac{R_A}{R_B}\right)u_{ul}$$

Operacijska pojačala-primjeri

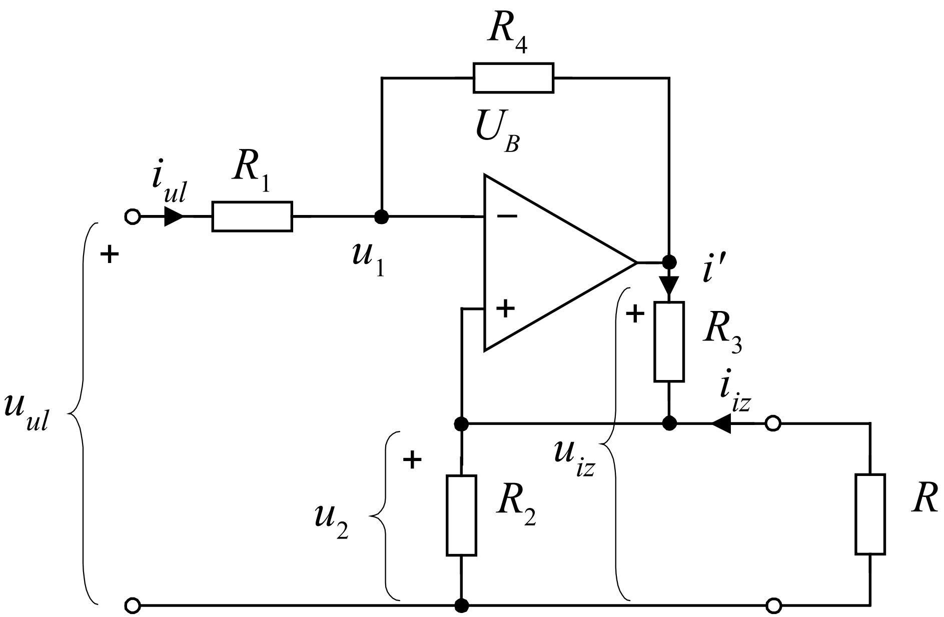


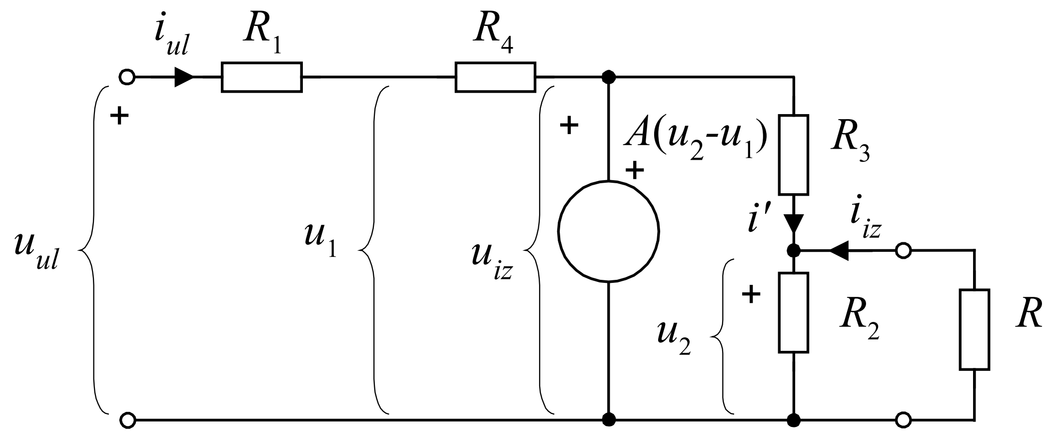


- Spoj na slici predstavlja naponski ovisni naponski izvor prikazan na slici.



Primjer 3.: Naponski ovisan strujni izvor (NOSI)



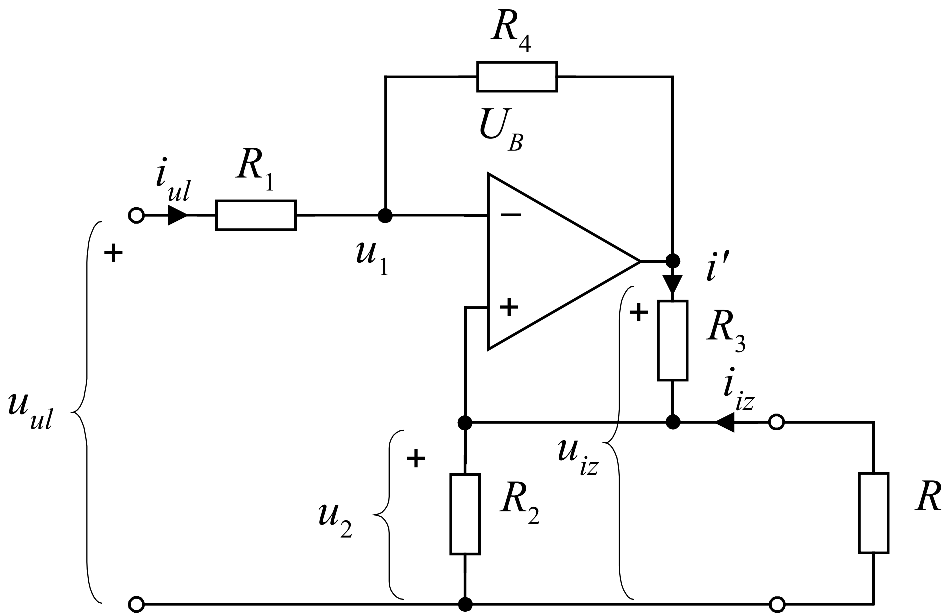


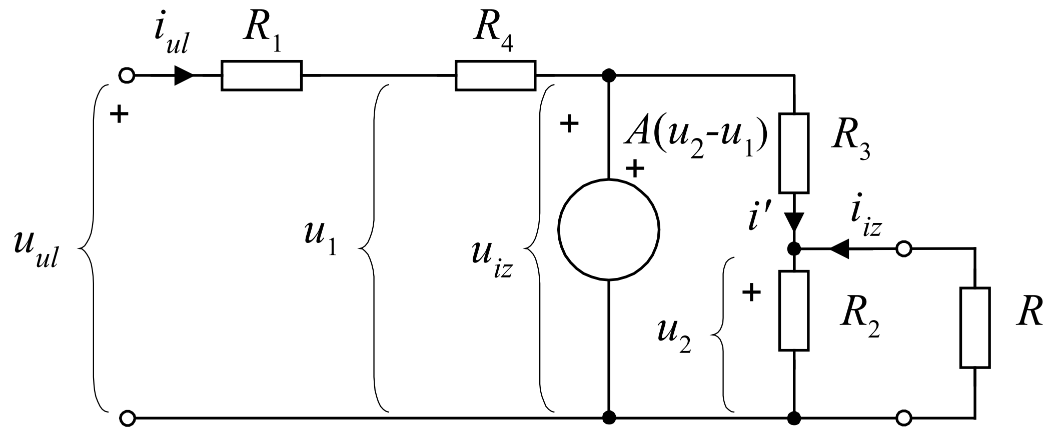
- Spoj na slici je naponski ovisni strujni izvor čija je struja jednaka

$$i_{iz} = \frac{1}{R_2} u_{ul}$$

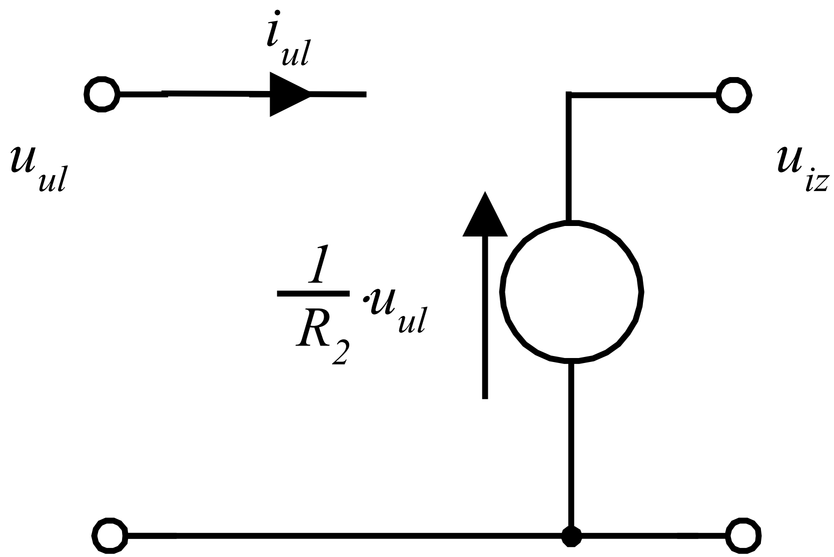
uz ispunjen uvjet $\quad \dfrac{R_1}{R_4} = \dfrac{R_2}{R_3}$

Operacijska pojačala-primjeri



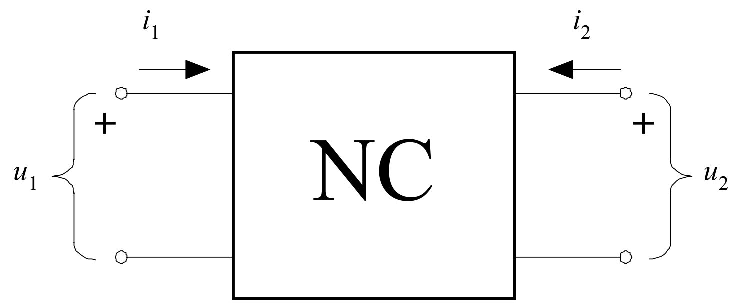


- Izlazna struja iz sklopa proporcionalna je ulaznome naponu, čime je ispunjen uvjet za naponski ovisni strujni izvor.



Primjer 4.: Negativni konvertor

- Negativni konvertor je četveropolni element definiran simbolom na slici



- i izrazima

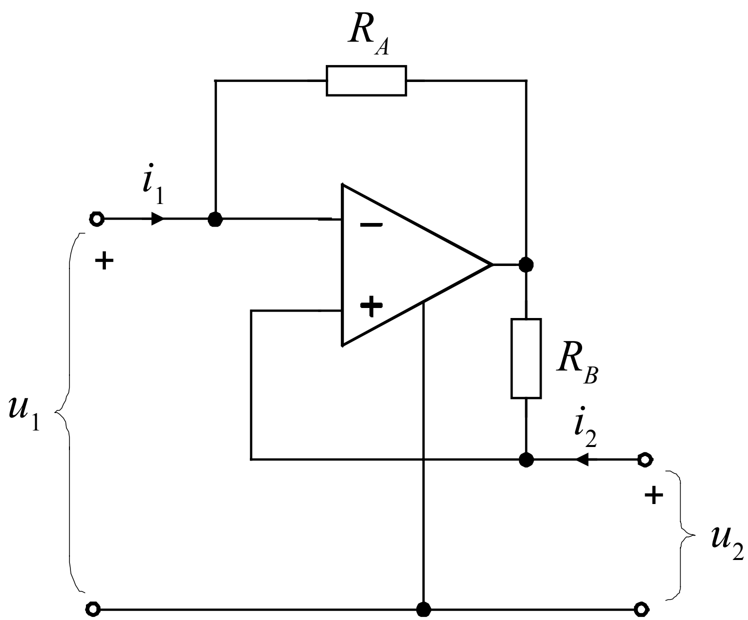
$$u_1(t) = k_1 \cdot u_2(t)$$

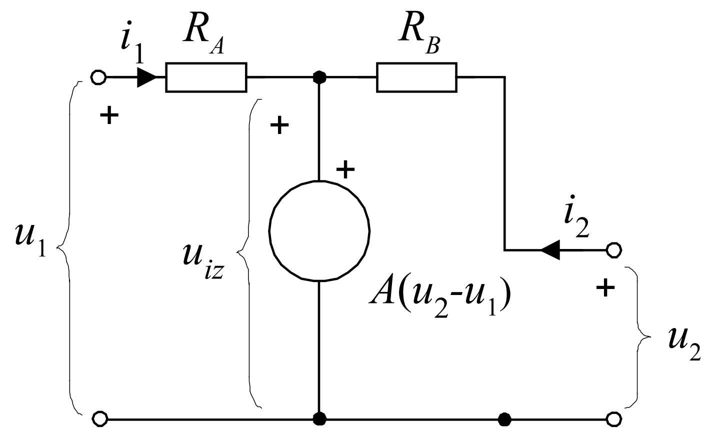
$$i_2(t) = k_2 \cdot i_1(t)$$

gdje su k_1 i k_2 realne konstante.

- Produkt $k = k_1 k_2$ često se naziva omjerom konverzije.

- NC je moguće realizirati spojem operacijskoga pojačala na slici





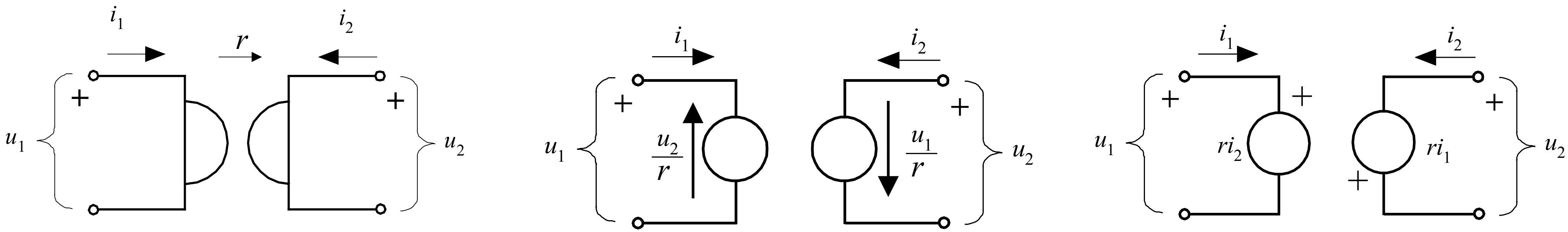
- Vrijedi

$$k_1=1$$

$$k_2=R_B/R_A$$

Primjer 5.: Girator

- Girator je četveropolni element definiran simbolom na slici



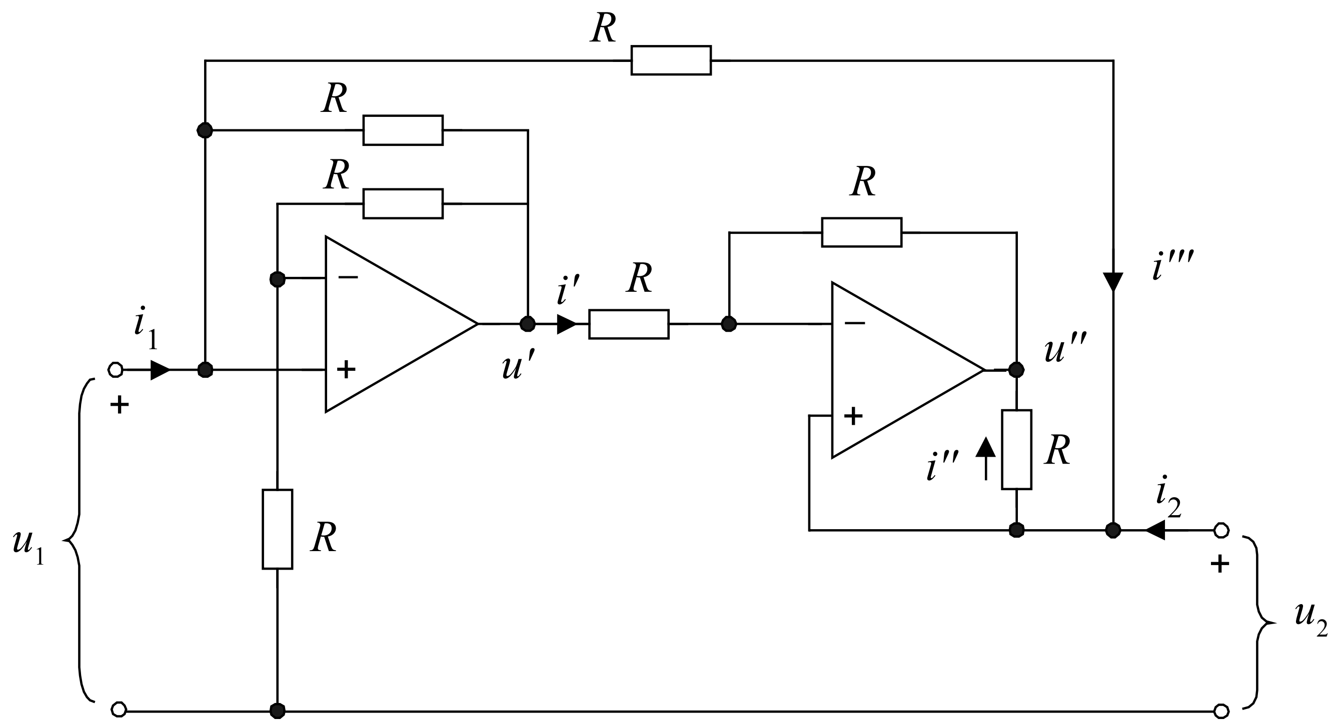
i izrazima

$$u_1(t) = r \cdot i_2(t)$$

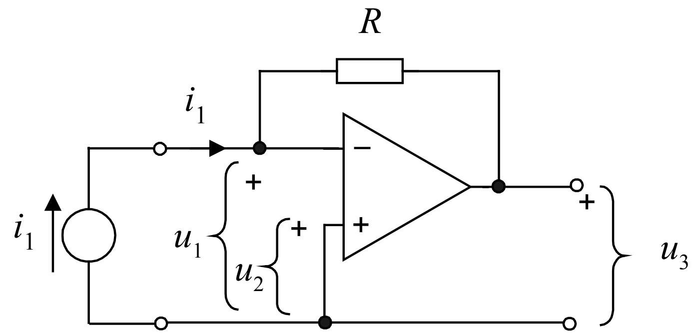
$$u_2(t) = -r \cdot i_1(t)$$

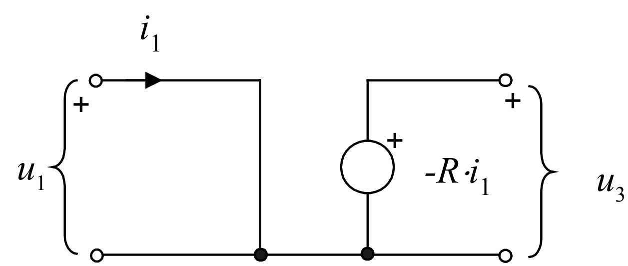
gdje je r realna konstanta, dimenzije ohma.

- Ovaj element moguće je realizirati spojem operacijskih pojačala prema slici

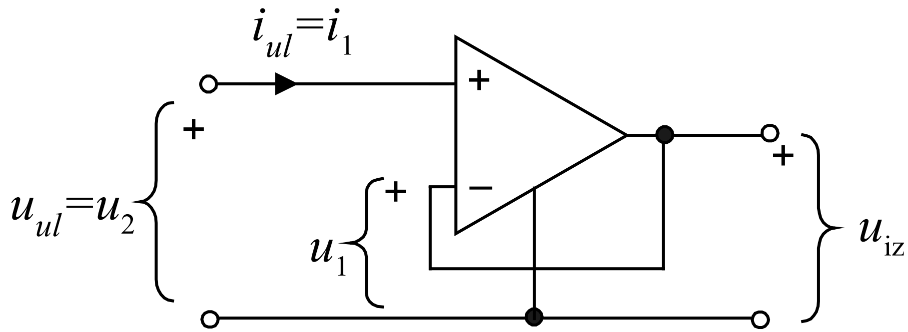


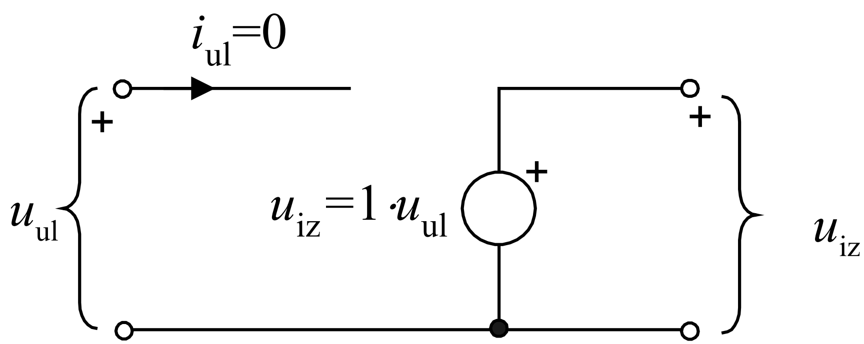
Primjer 6.: Strujno ovisni naponski izvor





Primjer 7.: Jedinično pojačalo (naponsko sljedilo)

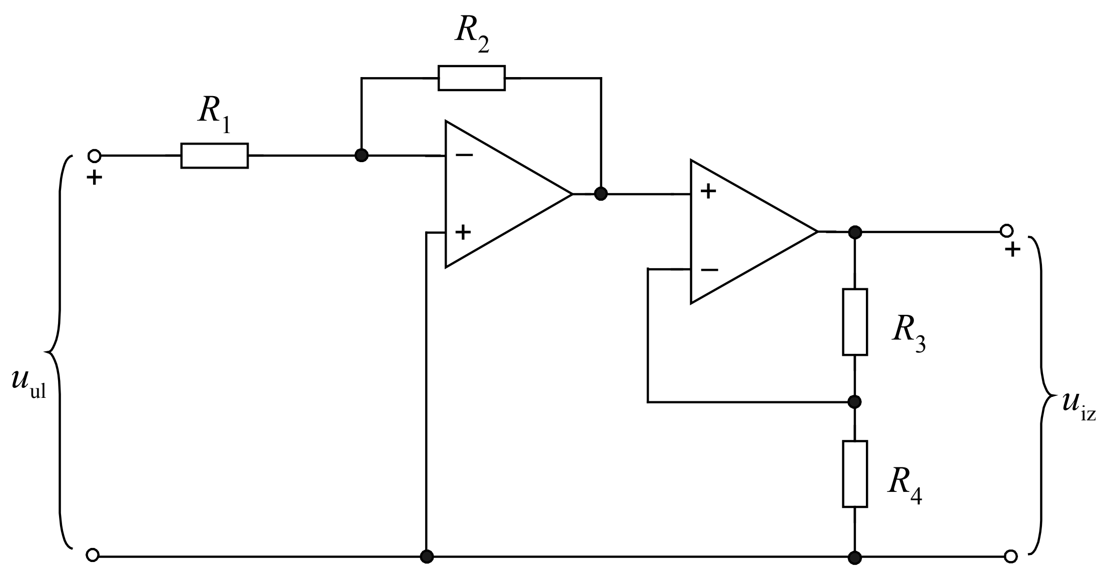




Primjer 8.:

u_{ul}=2V , R_1=2kΩ R_2 =2kΩ u_{iz}=?

R_3 =2kΩ R_4 =2kΩ



Primjer 9.:

u_{ul}=2V , $R_1 = R_2 = 10\ \mathrm{k\Omega}$ u_{iz}=?