Električni krugovi

- Grafovi i mreže
  - Matrice grafa

Spojna matrica

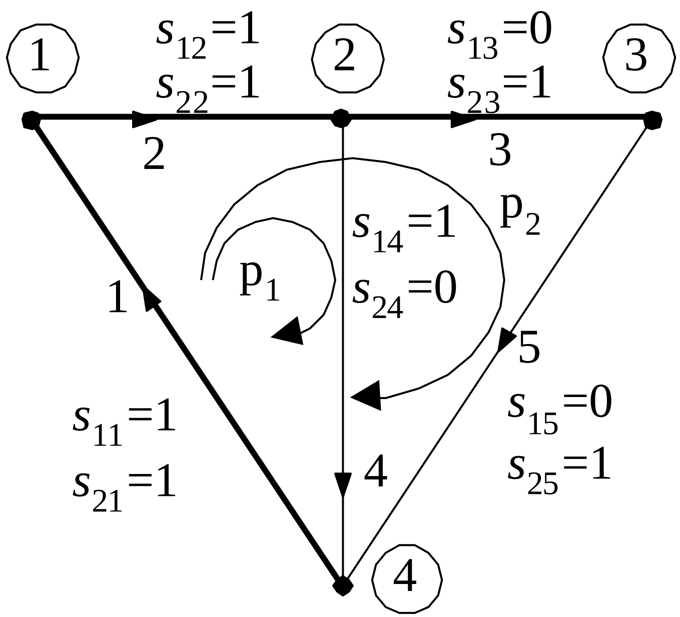
- ***Spojna matrica*** **S** je $(N_b\text{-}N_v+1,\ N_b)$ matrica, koja sadrži podatke o:
  - granama grafa,
  - odabranome stablu i
  - temeljnom sustavu petlji.

- reci → temeljne petlje
- stupci → grane grafa

$$\mathbf{S}=\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1N_b} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2N_b} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ s_{N_p1} & s_{N_p2} & & s_{N_pN_b} \end{bmatrix}$$

- $N_p=N_b\text{-}N_v+1$ → ukupni broj temeljnih petlji grafa.

- Elementi spojne matrice s_{ij} mogu biti 1, -1 ili 0.
- $s_{ij}=0 \rightarrow$ *j*-ta grana nije u *i*-toj petlji,
- $s_{ij}=1 \rightarrow$ *j*-ta grana u *i*-toj petlji i orijentirana kao i petlja,
- $s_{ij}=-1 \rightarrow$ *j*-ta grana u *i*-toj petlji $\rightarrow$ orijentirana suprotno.



Temeljni sustav petlji

- Spojna matrica:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_t & \mathbf{S}_s \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{S}_t$ blok submatrica za grane stabla
- $\mathbf{S}_s$ blok submatrica za spone

$$\mathbf{S}_t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{S}_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{E}$$

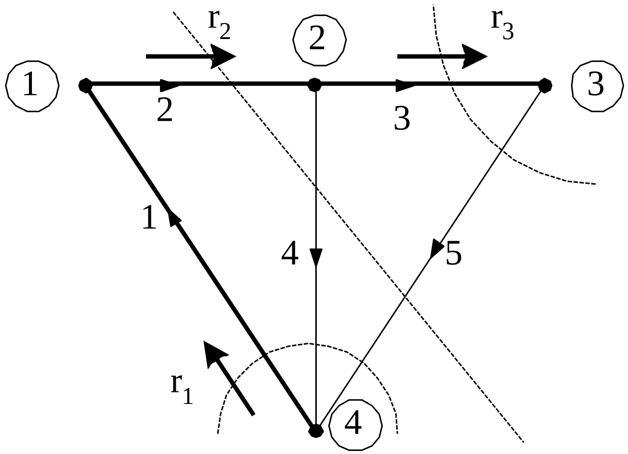
- Submatrica $\mathbf{S}_s$ je jednaka jediničnoj matrici $\mathbf{E}$.

Rastavna matrica

- ***Rastavna matrica* Q** je (N_v-1,N_b) matrica
- reci odgovaraju temeljnim rezovima,
- stupci odgovaraju granama grafa.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1N_b} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2N_b} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ q_{N_v-1,1} & q_{N_v-1,2} & & q_{N_v-1,N_b} \end{bmatrix}$$

- Elementi rastavne matrice q_{ij} mogu biti 1, -1 ili 0.
- $q_{ij}=0 \rightarrow$ *j*-ta grana nije obuhvaćena *i*-tim rezom
- $q_{ij}=1 \rightarrow$ *j*-ta grana obuhvaćena *i*-tim rezom i orijentirana kao i rez
- $q_{ij}=-1 \rightarrow$ *j*-ta grana je obuhvaćena *i*-tim rezom i orijentirana suprotno od njega



Temeljni sustav rezova

- Rastavna matrica:

$$\mathbf{Q}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -1 & -1\\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{Q_t} & \mathbf{Q_s}\end{bmatrix}$$

- $\mathbf{Q}_t$, → blok submatrica granama stabla
- $\mathbf{Q}_s$, → blok submatrica spona

$$\mathbf{Q_t}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\mathbf{E} \qquad \mathbf{Q_s}=\begin{bmatrix}-1 & -1\\ -1 & -1\\ 0 & -1\end{bmatrix}$$

- Submatrica $\mathbf{Q}_t$ je jednaka jediničnoj matrici **E**.

Odnosi među matricama grafa

Produkt matrice incidencija i spojne matrice

- Produkt matrice incidencija i transponirane spojne matrice jednak je nul-matrici, tj.

$$\mathbf{A}_a \cdot \mathbf{S}^{\mathrm{t}} = \mathbf{0}$$

- produkt spojne matrice i transponirane matrice incidencija također je jednak nul-matrici, tj.

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{A}_a^{\mathrm{t}} = \mathbf{0}$$

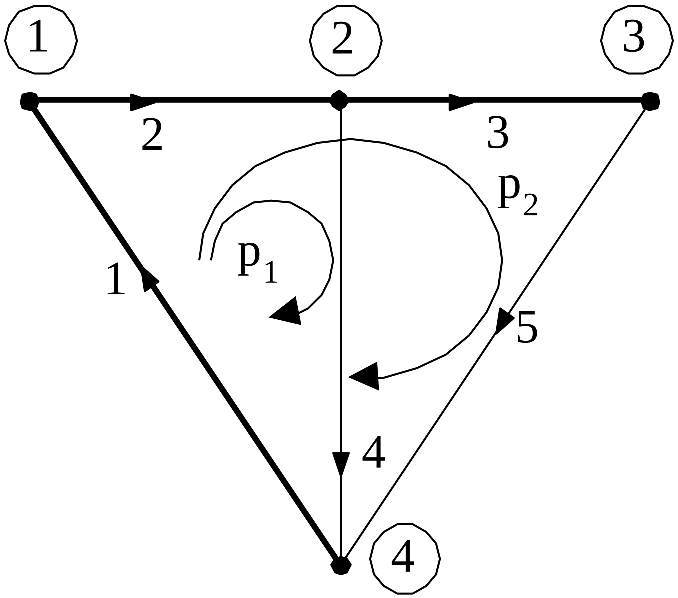
- Isto vrijedi i za reduciranu matricu incidencija

$$\mathbf{S}\cdot\mathbf{A}^{\mathrm{t}}=\mathbf{0} \qquad \mathbf{A}\cdot\mathbf{S}^{\mathrm{t}}=\mathbf{0}$$

- Korištenjem blok matrica

$$\mathbf{S}\cdot\mathbf{A}^{t}=\begin{bmatrix}\mathbf{S}_t & \mathbf{E}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\mathbf{A}_t^{t}\\ \mathbf{A}_s^{t}\end{bmatrix}=\mathbf{S}_t\cdot\mathbf{A}_t^{t}+\mathbf{A}_s^{t}=\mathbf{0}$$

- Za graf na slici



$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_t & \mathbf{A}_s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}=\begin{bmatrix}\mathbf{S}_t & \mathbf{S}_s\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}\cdot\mathbf{A}^t=\mathbf{S}_t\cdot\mathbf{A}_t^t+\mathbf{A}_s^t=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 1 & -1 & 0\\ 0 & -1 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

- Vrijedi $\mathbf{S}_t\cdot\mathbf{A}_t^t+\mathbf{A}_s^t=\mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{A}_s^t=-\mathbf{S}_t\cdot\mathbf{A}_t^t$

Produkt rastavne i spojne matrice

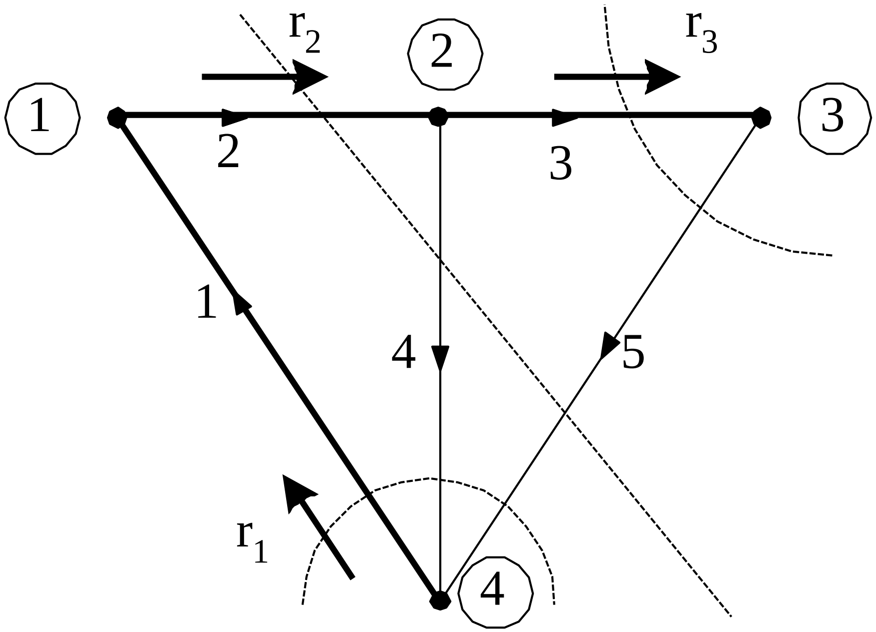
- Produkt rastavne matrice i transponirane spojne matrice jednak je nul-matrici

$$\mathbf{Q} \cdot \mathbf{S}^{\mathrm{t}} = \mathbf{0}$$

- tj. vrijedi

$$\mathbf{Q} \cdot \mathbf{S}^{t} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{Q}_{\mathbf{s}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{S}_t^t \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} = \mathbf{S}_t^t + \mathbf{Q}_s = \mathbf{0}$$

- Za graf sa slike



$$\mathbf{S}_t = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_s = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q} \cdot \mathbf{S}^t = \mathbf{S}_t^t + \mathbf{Q}_s = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Vrijedi $\mathbf{S}_t^t + \mathbf{Q}_s = \mathbf{0}$ $\Rightarrow$ $\mathbf{Q}_s = -\mathbf{S}_t^t$

- Produkt spojne matrice i transponirane rastavne matrice također je jednak nul-matrici, tj.

$$\mathbf{S}\cdot\mathbf{Q}^{\mathrm{t}}=\mathbf{0}$$

$$\mathbf{S}\cdot\mathbf{Q}^{t}=\begin{bmatrix}\mathbf{S}_t & \mathbf{E}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\mathbf{E}\\ \mathbf{Q}_s^t\end{bmatrix}=\mathbf{S}_t+\mathbf{Q}_s^t=\mathbf{0}$$

- Vrijedi

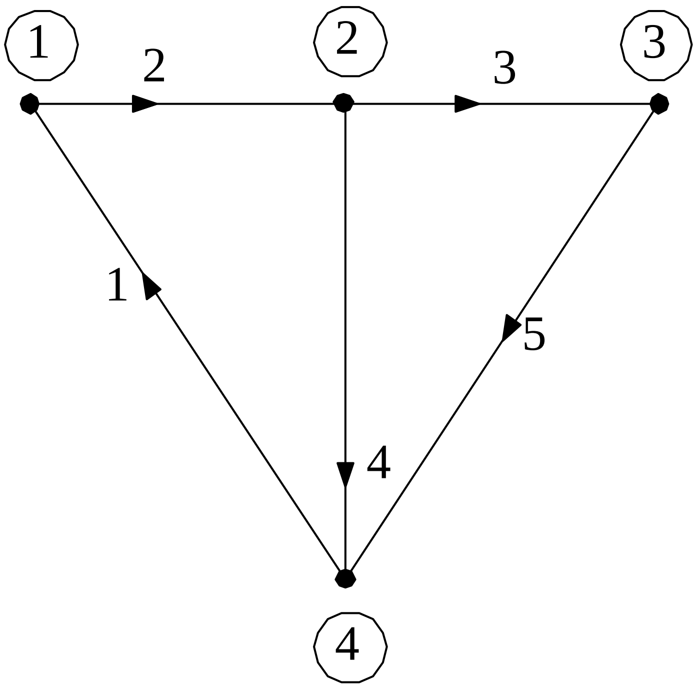
$$\mathbf{S}_t=-\mathbf{Q}_s^t$$

Kirchhoffovi zakoni i matrice grafa

- Matricama grafa moguće je interpretirati Kirchhoffove zakone.
- Pretpostavka:
- orijentacije struja grana u mreži identične su orijentacijama grana u grafu.

KZS primjenjen na čvorišta

- Ako se svakoj grani grafa pridruži jedna struja, jednadžbe KZS primjenjene na čvorišta grafa



glase

$$-i_1 + i_2 = 0$$

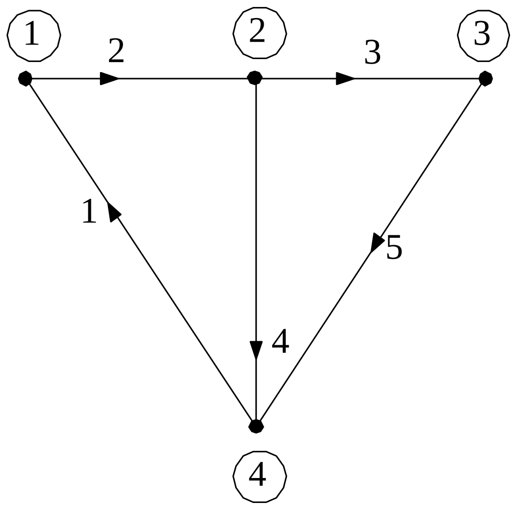
$$-i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

$$-i_3 + i_5 = 0$$

- U matričnoj formi → korištenjem matrice incidencija

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{I}_{\mathrm{b}}=\mathbf{0}$$

- $\mathbf{I}_{\mathrm{b}}$ → vektor struja grana

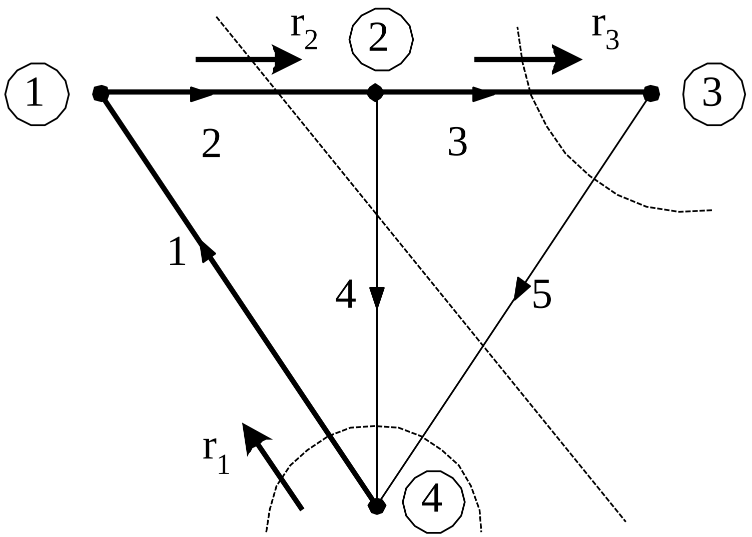


$$\mathbf{I}_b=\begin{bmatrix} i_1\\ i_2\\ i_3\\ i_4\\ i_5\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{I}_b=\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} i_1\\ i_2\\ i_3\\ i_4\\ i_5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -i_1+i_2\\ -i_2+i_3+i_4\\ -i_3+i_5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

KZS primjenjen na rezove

- KZS je moguće primijeniti i na temeljne rezove.
- Za graf na slici vrijedi



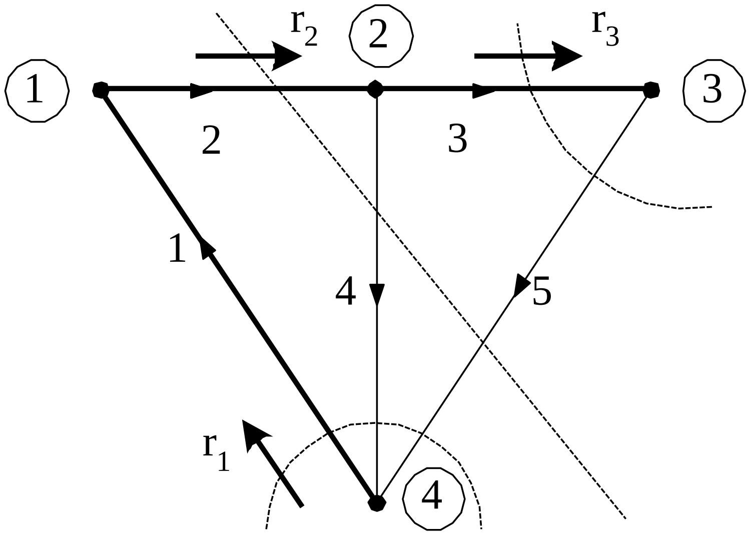
$$i_1 - i_4 - i_5 = 0$$

$$i_2 - i_4 - i_5 = 0$$

$$i_3 - i_5 = 0$$

- U matričnom obliku →korištenjem rastavne matrice.

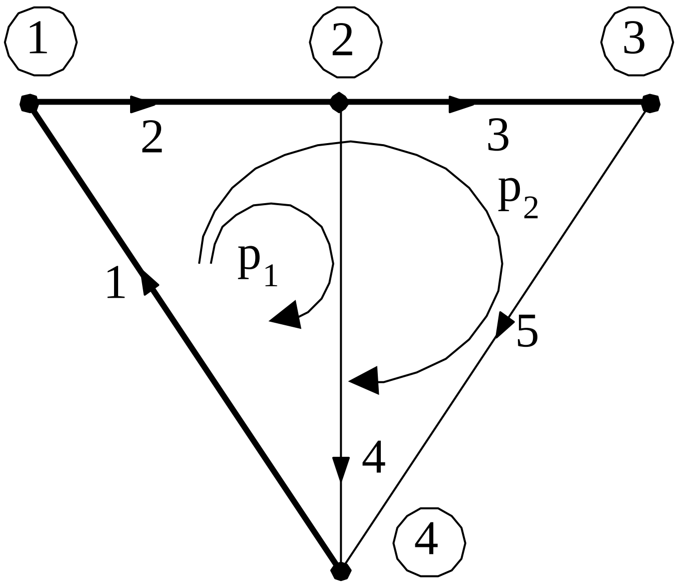
$$\mathbf{Q}\cdot\mathbf{I}_\mathrm{b}=\mathbf{0}$$



$$\mathbf{Q}\cdot\mathbf{I}_b=\begin{bmatrix}1&0&0&-1&-1\\0&1&0&-1&-1\\0&0&1&0&-1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}i_1\\i_2\\i_3\\i_4\\i_5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}i_1-i_4-i_5\\i_2-i_4-i_5\\i_3-i_5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$$

KZN primjenjen na temeljne petlje

- Ako se svakoj grani grafa pridruži jedan napon, jednadžbe KZN primjenjene na temeljne petlje grafa



glase

$$u_1 + u_2 + u_4 = 0$$

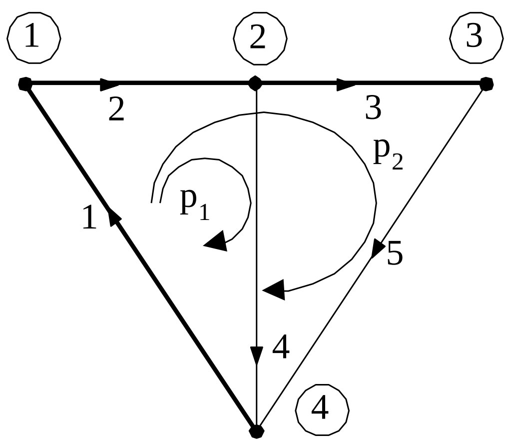
$$u_1 + u_2 + u_3 + u_5 = 0$$

- U matričnoj formi → korištenjem spojne matrice

$$\mathbf{S}\cdot\mathbf{U}_{\mathrm{b}} = \mathbf{0}$$

- $\mathbf{U}_{\mathrm{b}}$ → vektor napona grana

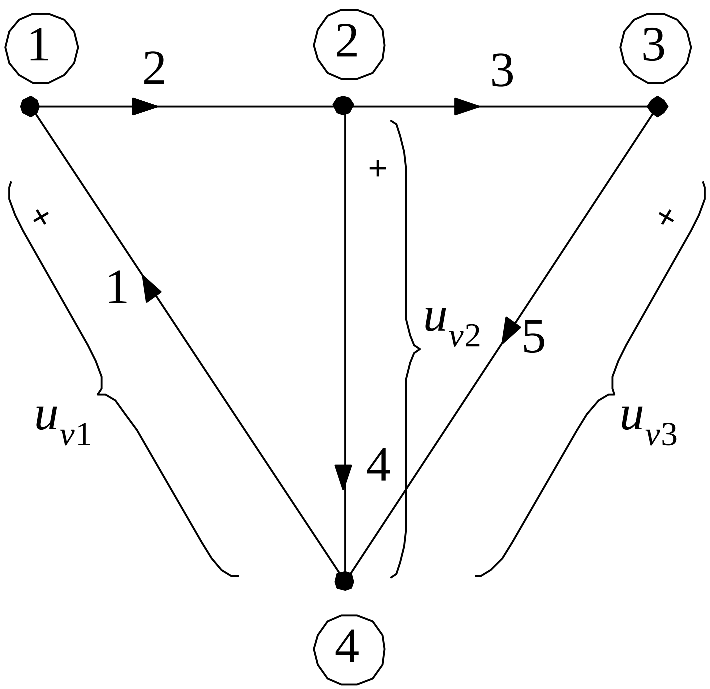
$$\mathbf{U}_b = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{S}\cdot\mathbf{U}_b = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 + u_2 + u_4 \\ u_1 + u_2 + u_3 + u_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Odnosi između napona grana i napona čvorišta

- Napone grana i napone čvorišta povezuje matrica incidencija.
- Primjer:



$$u_1 = -u_{v1}$$

$$u_2 = u_{v1} - u_{v2}$$

$$u_3 = u_{v2} - u_{v3}$$

$$u_4 = u_{v2}$$

$$u_5 = u_{v3}$$

- Matrica incidencija:

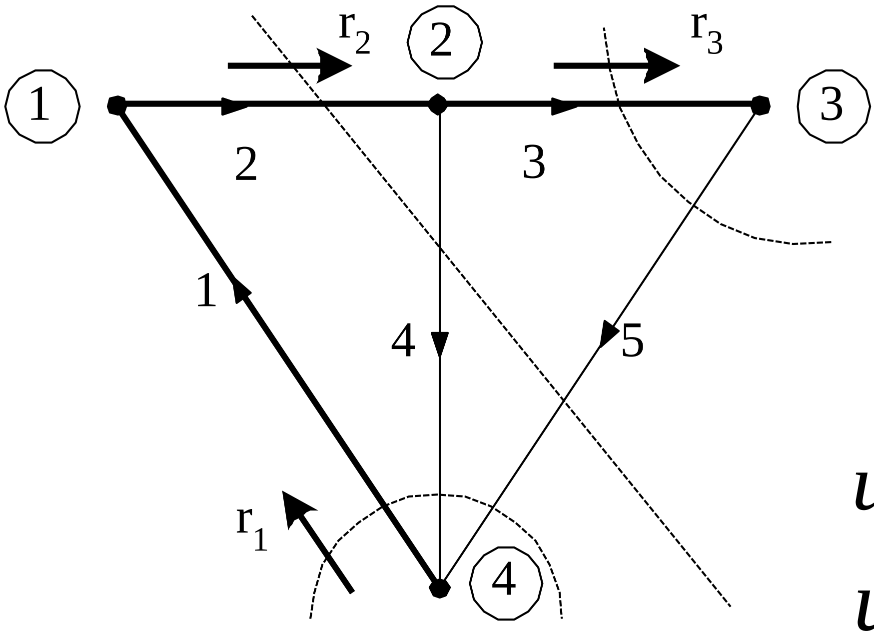
$$\mathbf{U}_\mathrm{b} = \mathbf{A}^\mathrm{t} \cdot \mathbf{U}_\mathrm{v}$$

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{A}^t \cdot \mathbf{U}_v = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{v1} \\ u_{v2} \\ u_{v3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -u_{v1} \\ u_{v1} - u_{v2} \\ u_{v2} - u_{v3} \\ u_{v2} \\ u_{v3} \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{U}_\mathrm{v}$ → vektor napona čvorišta.

Odnosi između napona grana i napona rezova

- Naponima rezova → naponi onih grana stabla grafa, koje su obuhvaćene nekim rezom.
- Za graf na slici naponi rezova su



$$u_{r1} = u_1$$

$$u_{r2} = u_2$$

$$u_{r3} = u_3$$

- Također vrijedi

$$u_4 = -u_1 - u_2 = -u_{r1} - u_{r2}$$

$$u_5 = -u_1 - u_2 - u_3 = -u_{r1} - u_{r2} - u_{r3}$$

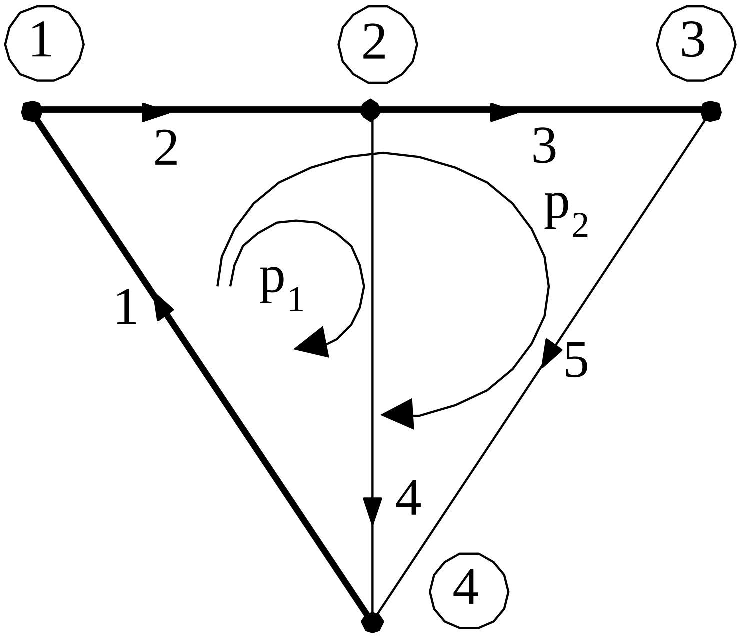
- Napone grana i napone rezova povezuje rastavna matrica $\mathbf{U}_b = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{U}_r$

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{Q}^t \cdot \mathbf{U}_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{r1} \\ u_{r2} \\ u_{r3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{r1} \\ u_{r2} \\ u_{r3} \\ -u_{r1} - u_{r2} \\ -u_{r1} - u_{r2} - u_{r3} \end{bmatrix}$$

- $\mathbf{U}_\mathrm{r}$ → vektor napona temeljnog sustava rezova.

Odnosi između struja grana i struja petlji

- Struje grana i struje petlji povezuje spojna matrica.
- Primjer:



$$i_1 = i_{p1} + i_{p2}$$

$$i_2 = i_{p1} + i_{p2}$$

$$i_3 = i_{p2}$$

$$i_4 = i_{p1}$$

$$i_5 = i_{p2}$$

- Spojna matrica:

$$\mathbf{I}_b = \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{I}_p$$

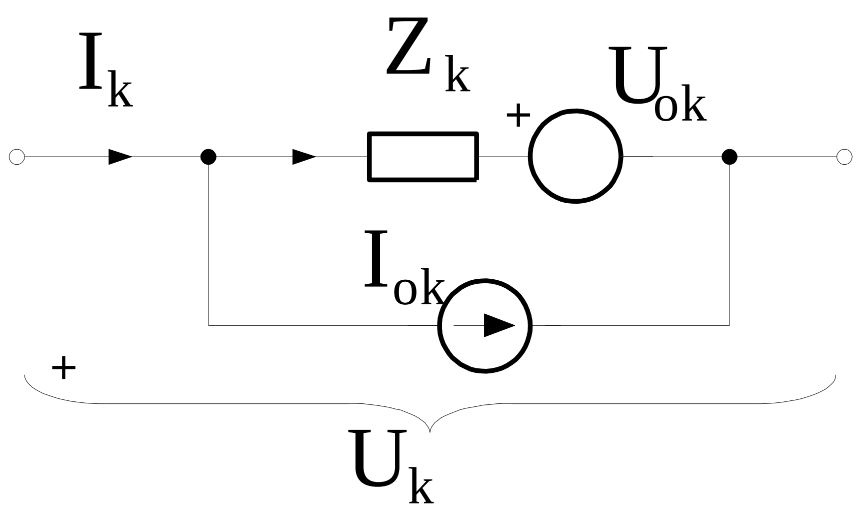
- $\mathbf{I}_\mathrm{p}$ → vektor struja temeljnih petlji

$$\mathbf{I}_b = \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{I}_p = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{p1} \\ i_{p2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{p1} + i_{p2} \\ i_{p1} + i_{p2} \\ i_{p2} \\ i_{p1} \\ i_{p2} \end{bmatrix}$$

Jednadžbe mreža i matrice grafova

Standardna grana

- ***Standardna grana*** električne mreže definirana za analizu primjenom teorije grafova sastoji se od
  - jedne impedancije,
  - jednog naponskog izvora i
  - jednog strujnog izvora u spoju prema slici



- Odnos između napona i struje standardne grane u domeni kompleksne frekvencije *s*

$$U_k(s) = U_{ok}(s) + Z_k(s)(I_k(s) - I_{ok}(s))$$

odnosno

$$I_k(s) = I_{ok}(s) + Y_k(s)(U_k(s) - U_{ok}(s))$$

Jednadžbe temeljnog sustava petlji

- Postave li se za svaku granu u mreži naponsko-strujne jednadžbe, one će imati oblik općeg izraza

$$U_k(s) = U_{ok}(s) + Z_k(s)(I_k(s) - I_{ok}(s))$$

- U matričnoj formi :

$$\mathbf{U}_{\mathrm{b}} = \mathbf{U}_{\mathrm{ob}} + \mathbf{Z}_{\mathrm{b}} \cdot \left(\mathbf{I}_{\mathrm{b}} - \mathbf{I}_{\mathrm{ob}}\right)$$

$\mathbf{Z}_{\mathrm{b}}$ → matrica impedancija grana.

- $\mathbf{Z}_b$ je kvadratna
- Za recipročnu mrežu $\rightarrow$ $\mathbf{Z}_b$ je simetrična oko glavne dijagonale.
- Ako recipročna mreža ne sadrži međuinduktivitete, $\mathbf{Z}_b$ je $\mathbf{Z}_b$ dijagonalna matrica, a elementi glavne dijagonale su impedancije grana.

- Jednadžbe temeljnoga sustava petlji:

$$\mathbf{S}\cdot\mathbf{U}_{\mathrm{b}}=\mathbf{0}$$

- Izrazi li se $\mathbf{U}_{\mathrm{b}}$ kao

$$\mathbf{U}_{\mathrm{b}}=\mathbf{U}_{\mathrm{ob}}+\mathbf{Z}_{\mathrm{b}}\cdot\left(\mathbf{I}_{\mathrm{b}}-\mathbf{I}_{\mathrm{ob}}\right)$$

- dobiva se

$$\mathbf{S}\cdot\mathbf{U}_{\mathrm{ob}}+\mathbf{S}\cdot\mathbf{Z}_{\mathrm{b}}\cdot\mathbf{I}_{\mathrm{b}}-\mathbf{S}\cdot\mathbf{Z}_{\mathrm{b}}\cdot\mathbf{I}_{\mathrm{ob}}=\mathbf{0}$$

- Struje grana moguće je izraziti strujama petlji

$$\mathbf{I}_\mathrm{b} = \mathbf{S}^\mathbf{t} \cdot \mathbf{I}_\mathrm{p}$$

pa se tom supstitucijom dobiva

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{U}_\mathrm{ob} + \mathbf{S} \cdot \mathbf{Z}_\mathrm{b} \cdot \mathbf{S}^\mathrm{t} \cdot \mathbf{I}_\mathrm{p} - \mathbf{S} \cdot \mathbf{Z}_\mathrm{b} \cdot \mathbf{I}_\mathrm{ob} = \mathbf{0}$$

- Produkt matrica $\mathbf{S}\ \mathbf{Z}_\mathrm{b}\ \mathbf{S}^\mathrm{t}$ označit ćemo kao $\mathbf{Z}_\mathrm{p}$

$$\mathbf{Z}_\mathrm{p} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{Z}_\mathrm{b} \cdot \mathbf{S}^\mathrm{t}$$

- $\mathbf{Z}_\mathrm{p}$ je kvadratna i naziva se

  matricom impedancija petlji.

- Matrični oblik ***jednadžbi temeljnih petlji***:

$$\mathbf{S}\cdot\left(-\mathbf{U}_\mathrm{ob}+\mathbf{Z}_\mathrm{b}\cdot\mathbf{I}_\mathrm{ob}\right)=\mathbf{Z}_\mathrm{p}\cdot\mathbf{I}_\mathrm{p}$$

- Lijeva strana → vektor koji sadrži neovisne izvore u koje su uključeni i početni uvjeti.
- Nepoznanica u sustavu → vektor struja petlji $\mathbf{I}_\mathrm{p}$.

- Rješenje za vektor struja petlji $\mathbf{I}_{\mathrm{p}}$ → množenjem jednadžbe s s lijeva s inverznom matricom impedancija petlji

$$\mathbf{Z}_{\mathbf{p}}^{-1}\cdot\mathbf{Z}_{\mathbf{p}}\cdot\mathbf{I}_{\mathrm{p}}=\mathbf{I}_{\mathrm{p}}=\mathbf{Z}_{\mathbf{p}}^{-1}\cdot\mathbf{S}\cdot\left(-\mathbf{U}_{\mathrm{ob}}+\mathbf{Z}_{\mathrm{b}}\cdot\mathbf{I}_{\mathrm{ob}}\right)$$

Jednadžbe temeljnog sustava rezova

- Strujno-naponske jednadžbe standardne grane

$$I_k(s) = I_{ok}(s) + \frac{1}{Z_k(s)}(U_k(s) - U_{ok}(s)) = I_{ok}(s) + Y_k(s)(U_k(s) - U_{ok}(s))$$

- Sustav strujno-naponskih jednadžbi za sve grane u mreži u matričnoj formi

$$\mathbf{I}_{\mathrm{b}} = \mathbf{I}_{\mathrm{ob}} + \mathbf{Y}_{\mathrm{b}} \cdot \left(\mathbf{U}_{\mathrm{b}} - \mathbf{U}_{\mathrm{ob}}\right)$$

- $\mathbf{Y}_{\mathrm{b}}$ → ***matrica admitancija grana***.

- $\mathbf{Y}_b$ je kvadratna matrica
- Za recipročnu mrežu → simetrična oko glavne dijagonale.
- Ako recipročna mreža ne sadrži međuinduktivitete, tada je $\mathbf{Y}_b$ dijagonalna matrica, a elementi glavne dijagonale su admitancije grana.

- Za jednadžbe temeljnoga sustava rezova → rastavna matrica i matrični izraz

$$\mathbf{Q}\cdot\mathbf{I}_{\mathrm{b}}=\mathbf{0}$$

$$\mathbf{I}_{\mathrm{b}}=\mathbf{I}_{\mathrm{ob}}+\mathbf{Y}_{\mathrm{b}}\cdot\left(\mathbf{U}_{\mathrm{b}}-\mathbf{U}_{\mathrm{ob}}\right)$$

$$\mathbf{Q}\cdot\mathbf{I}_{\mathrm{ob}}+\mathbf{Q}\cdot\mathbf{Y}_{\mathrm{b}}\cdot\mathbf{U}_{\mathrm{b}}-\mathbf{Q}\cdot\mathbf{Y}_{\mathrm{b}}\cdot\mathbf{U}_{\mathrm{ob}}=\mathbf{0}$$

- Napone grana moguće je izraziti naponima rezova

$$\mathbf{U}_{\mathrm{b}} = \mathbf{Q}^{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{U}_{\mathrm{r}}$$

Supstitucijom se dobiva

$$\mathbf{Q} \cdot \mathbf{I}_{\mathrm{ob}} + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{Y}_{\mathrm{b}} \cdot \mathbf{Q}^{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{U}_{\mathrm{r}} - \mathbf{Q} \cdot \mathbf{Y}_{\mathrm{b}} \cdot \mathbf{U}_{\mathrm{ob}} = \mathbf{0}$$

- Produkt matrica $\mathbf{Q}\ \mathbf{Y}_{\mathrm{b}}\ \mathbf{Q}^{\mathrm{t}}$ označit ćemo kao $\mathbf{Y}_{\mathrm{r}}$

$$\mathbf{Y}_{\mathrm{r}} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{Y}_{\mathrm{b}} \cdot \mathbf{Q}^{\mathrm{t}}$$

- $\mathbf{Y}_r$ je kvadratna i naziva se

matricom admitancija rezova.

- Matrični oblik ***jednadžbi temeljnih rezova***:

$$\mathbf{Q}\cdot\left(-\mathbf{I}_{ob}+\mathbf{Y}_b\cdot\mathbf{U}_{ob}\right)=\mathbf{Y}_r\cdot\mathbf{U}_r$$

- Lijeva strana → vektor koji sadrži neovisne izvore u koje su uključeni i početni uvjeti.
- Nepoznanica u sustavu → vektor napona rezova $\mathbf{U}_r$.

- Rješenje sustava za vektor napona rezova $\mathbf{U}_r$, → množenjem jednadžbe s lijeva s inverznom matricom admitancija rezova

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{r}}^{-1} \cdot \mathbf{Y}_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{U}_{\mathrm{r}} = \mathbf{U}_{\mathrm{r}} = \mathbf{Y}_{\mathbf{r}}^{-1} \cdot \mathbf{Q} \cdot \left(-\mathbf{I}_{\mathrm{ob}} + \mathbf{Y}_{\mathrm{b}} \cdot \mathbf{U}_{\mathrm{ob}} \right)$$

Jednadžbe čvorišta

- Za formuliranje jednadžbi → strujno-naponske jednadžbe grana u matričnom obliku

$$\mathbf{I}_{\mathrm{b}} = \mathbf{I}_{\mathrm{ob}} + \mathbf{Y}_{\mathrm{b}} \cdot \left(\mathbf{U}_{\mathrm{b}} - \mathbf{U}_{\mathrm{ob}} \right)$$

- Za jednadžbe → reducirana matrica incidencija i matrični izraz

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{I}_{\mathrm{b}} = \mathbf{0}$$

- Uvrštenjem

$$\mathbf{I}_{\mathrm{b}} = \mathbf{I}_{\mathrm{ob}} + \mathbf{Y}_{\mathrm{b}} \cdot \left(\mathbf{U}_{\mathrm{b}} - \mathbf{U}_{\mathrm{ob}} \right)$$

- dobiva se

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{I}_{\mathrm{ob}} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{Y}_{\mathrm{b}} \cdot \mathbf{U}_{\mathrm{b}} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{Y}_{\mathrm{b}} \cdot \mathbf{U}_{\mathrm{ob}} = \mathbf{0}$$

- Naponi grana → naponima čvorišta

$$\mathbf{U}_{\mathrm{b}} = \mathbf{A}^{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{U}_{\mathrm{v}}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{I}_{\mathrm{ob}} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{Y}_{\mathrm{b}} \cdot \mathbf{A}^{\mathbf{t}} \cdot \mathbf{U}_{\mathrm{v}} - \mathbf{A} \cdot \mathbf{Y}_{\mathrm{b}} \cdot \mathbf{U}_{\mathrm{ob}} = \mathbf{0}$$

- Produkt matrica $\mathbf{A}\ \mathbf{Y}_{\mathrm{b}}\ \mathbf{A}^{\mathrm{t}}$ označit ćemo kao $\mathbf{Y}_{\mathrm{v}}$

$$\mathbf{Y}_{\mathrm{v}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Y}_{\mathrm{b}} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{t}}$$

- $\mathbf{Y}_v$ je kvadratna i naziva se

  matricom admitancija čvorišta.
- Matrični oblik ***jednadžbi čvorišta***

$$\mathbf{A} \cdot \left(-\mathbf{I}_{ob} + \mathbf{Y}_b \cdot \mathbf{U}_{ob}\right) = \mathbf{Y}_v \cdot \mathbf{U}_v$$

- Lijeva strana → vektor koji sadrži neovisne izvore u koje su uključeni i početni uvjeti.
- Nepoznanica u sustavu → vektor napona čvorišta $\mathbf{U}_v$.

- Rješenje sustava za vektor napona čvorišta $\mathbf{U}_{\mathrm{v}}$ dobiva se množenjem jednadžbe s lijeva s inverznom matricom admitancija čvorišta

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{v}}^{-1}\cdot\mathbf{Y}_{\mathbf{v}}\cdot\mathbf{U}_{\mathrm{v}}=\mathbf{U}_{\mathrm{v}}=\mathbf{Y}_{\mathbf{v}}^{-1}\cdot\mathbf{A}\cdot\left(-\mathbf{I}_{\mathrm{ob}}+\mathbf{Y}_{\mathrm{b}}\cdot\mathbf{U}_{\mathrm{ob}}\right)$$