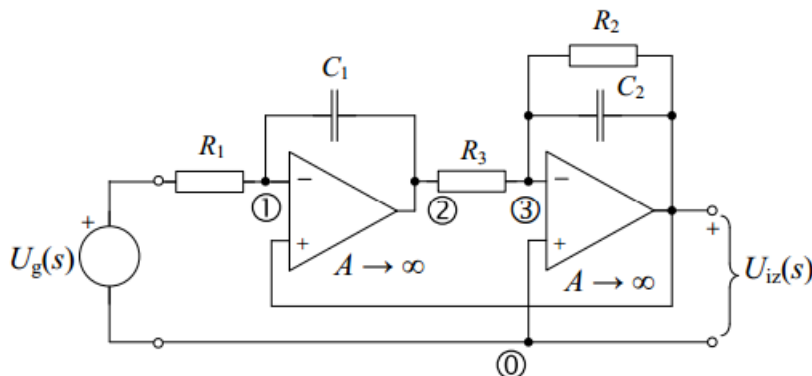


4. Zadan je aktivni-RC električni filter prikazan slikom. a) Izračunati njegovu naponsku prijenosnu funkciju  $T(s)=U_{iz}(s)/U_g(s)$ . b) Usporedbom s odgovarajućim općim oblikom prijenosne funkcije filtra 2. stupnja odrediti parametre  $k$ ,  $\omega_0$ ,  $Q$ . O kojem se tipu filtra radi (NP, VP, PP ili PB)? c) Ako su zadane normalizirane vrijednosti elemenata  $C_1=1/2$ ,  $C_2=2$ , te  $R_1=1$ ,  $R_2=R_3=4$ , izračunati parametre  $\omega_0$ ,  $Q$  i pojačanje  $k$ . d) Prikazati raspored polova i nula u

kompleksnoj ravnini. e) Nacrtati amplitudno-frekvencijsku karakteristiku.



Odmah možemo pisati jednadžbe za čvorove 1 i 2:

$$U_{iz} \left( sC_1 + \frac{1}{R_1} \right) - U_2 sC_1 = U_g \frac{1}{R_1}$$

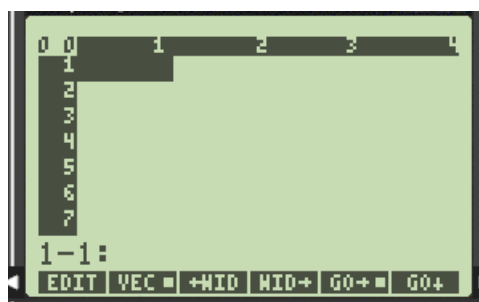
$$-U_2 \frac{1}{R_3} - U_{iz} \left( sC_2 + \frac{1}{R_2} \right) = 0$$

Nepoznanice su  $U_{iz}$  te  $U_2$ .

Jednadžbe zapišemo kao proširenu matricu sustava:

$$\begin{pmatrix} sC_1 + \frac{1}{R_1} & -sC_1 & U_g \frac{1}{R_1} \\ -\left( sC_2 + \frac{1}{R_2} \right) & -\frac{1}{R_3} & 0 \end{pmatrix}$$

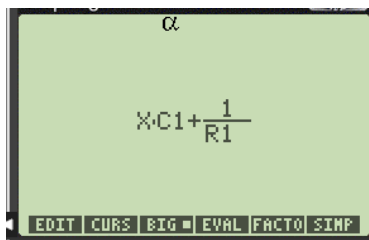
Na kalkulatoru pritisnemo LSHIFT i apostrof da uđemo u MTRW.



Pritisnemo RSHIFT i apostrof da uđemo u EQW za ćeliju 1,1. Stišćemo dalje ALPHA dva puta da ga zablokiramo te unosimo

$X \times C \ 1 \ DESNO + 1 \ RSHIFT \ Z \ R \ 1$

(u ALPHA modu za dijeljenje na tipki Z treba stisnuti RSHIFT)



Konačno, stisnemo ENTER da bi pohranili uneseni algebarski izraz u željeno polje.

Nastavljamo dalje. Pomaknemo se na polje 1,2 i opet upalimo EQW.

Stišćemo:  $X \times \text{ALPHA C 1 DESNO} +/- \text{ ENTER}$

Gumb +/- je u 6. redu, 2. slijeva.

Za 3. polje. u EQW-u:

ALPHA ALPHA U G RSHIFT Z R 1 ENTER

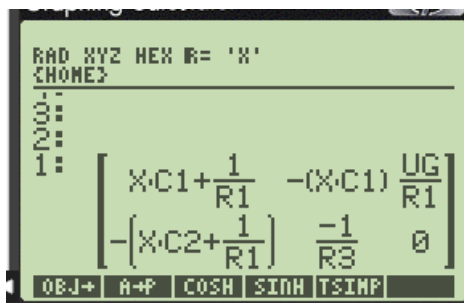
Pomaknemo se u 2. redak i unesemo koeficijente iz druge jednadžbe:

prvi: u EQW-u: ALPHA ALPHA  $X \times \text{C 2 DESNO PLUS 1 RSHIFT Z R 1 DESNO DESNO}$   
ALPHA +/- ENTER

drugi koeficijent: u EQW-u  $1 / \text{ALPHA R 3 DESNO} +/-$

treći koeficijent: ne treba EQW, samo stisnemo 0 i ENTER (iako je tamo već nula – ovako bi unijeli bilo koji broj)

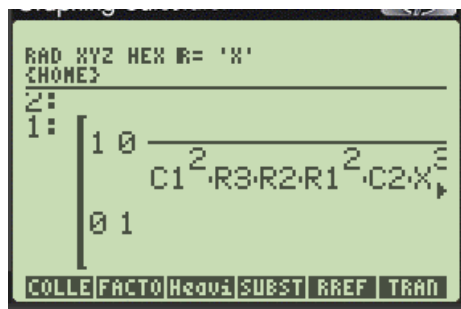
Kada smo unijeli matricu, stisnemo ENTER u MTRW-u i dobivamo unesenu matricu na stacku:



Primjećujemo da smo fulali 1. član u 2. redu, trebao bi biti R2. Pritisnemo DOLJE da otvorimo matricu u MTRW-u, pomaknemo se na polje 2,1 i stisnemo EDIT (F1) LSHIFT MODE EQW (F3) ENTER

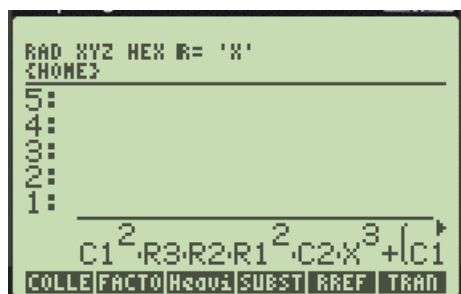
Kad smo otvorili to polje u EQW-u, potrebno je spustiti se do R1 i ispraviti ga. Stišćemo DOLJE DOLJE DESNO DOLJE DESNO BACKSPACE BACKSPACE 2 ENTER ENTER.

Sad smo ponovno na stacku. Kad smo se uvjerali da je matrica koju imamo ispravna, idemo ju reducirati. Pozivamo CUSTOM meni ako već nije (LSHIFT CUSTOM) i pritišćemo NXT dok ne ugledamo naredbu RREF. Pritisnemo njezinu soft tipku i pričekamo dok ne dobijemo rezultat:



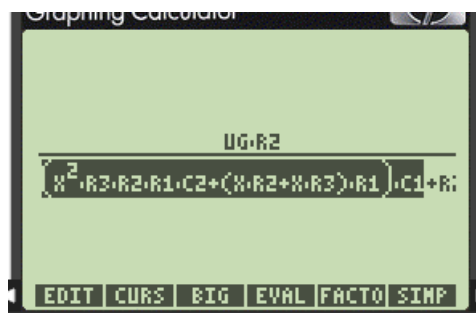
Primjećujemo da je rezultat poprilično velik. Prvo ga vadimo iz matrice: rješenje za  $U_{iz}$  je na kraju prvog reda. Stišćemo DOLJE, odabiremo 3. ćeliju u prvom redu i pozivamo naredbu  $\rightarrow$ STK (na 2. ekranu, sa NXT). Pritišćemo gumb za paljenje ON (ili enter) da izađemo iz MTRW-a.

Pritišćemo backspace da pobrišemo matricu. Ostalo nam je rješenje:

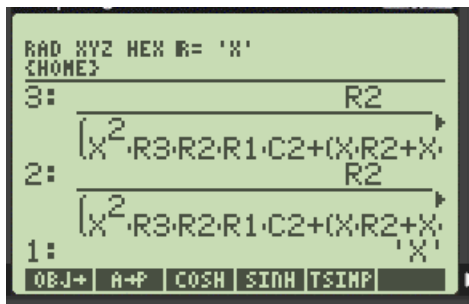


Ako pozovemo meni TOOL pomoću istoimene tipke (2. red, 3. tipka) možemo pogledati rezultat sa naredbom VIEW. Navigiramo se lijevo desno sa strelicama. Rezultat je kobasica, pa stišćemo OK, otvaramo meni CUSTOM i pozivamo naredbu SIMPLIFY u nadi da ćemo dobiti nešto bolje.

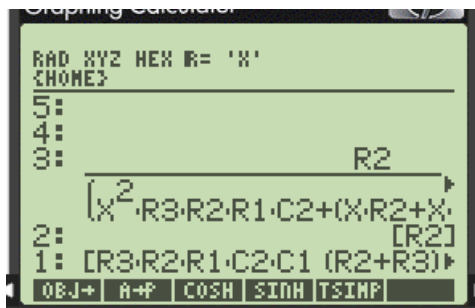
Dobiveni izraz možemo otvoriti i u EQW-u pomoću tipke DOLJE, i zatim pomoću BIG (F3) uključiti malena slova:



Ovo je već normalnije i mogli bi dalje i ručno. No, tek za demonstraciju, idemo pokazati još par stvari. Pobrišemo  $U_g$  ilitiga podijelimo izraz s njim (jer tražimo prijenosnu funkciju). To valjda dosad već znate ☺ Ako idete metodom dijeljenja, stisnite EVAL obavezno da bi kalkulator obavio kraćenje i ubio  $U_g$ . Nakon što to napravimo, na stacku imamo prijenosnu funkciju. Stišćemo ENTER da napravimo kopiju prijenosne funkcije jer će nam još trebati u svom razlomačkom obliku. Sad želimo da kalkulator grupira po potencijama  $X$ -a, pa na stack još stavljamo 'X' i pozivamo naredbu  $A \rightarrow P$



Prije poziva A->P

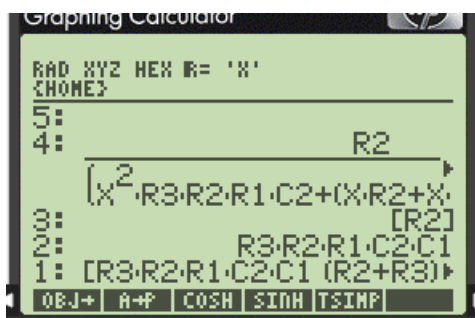


Nakon poziva A->P

Primjećujemo da uz  $X^2$  u nazivniku imamo onu kobasicu, a da bi usporedili sa formulom za filter trebamo imati čisti  $X^2$ . Stoga približimo na papir da ćemo izlučiti

$$\frac{1}{R_3 R_2 R_1 C_2 C_1}$$

Stisnemo DOLJE, odaberemo taj prvi član i izvadimo ga na stack pomoću ->STK



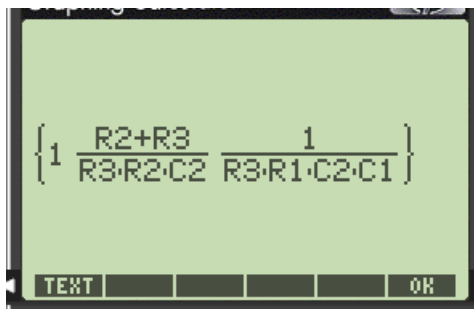
Sada zamijenimo donje dvije razine na stacku pomoću DESNO (jer želimo podijeliti vektor s tim što smo izlučili) i stisnemo / (podijeli):



Pozovemo SIMPLIFY da još malo upristojimo dobiveni vektor:



Možemo pogledati rezultat u cijelosti pomoću TOOL->VIEW ili ga razložimo pomoću OBJ->.

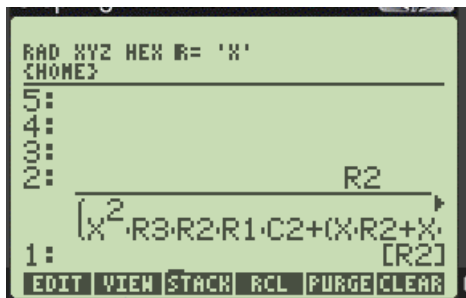


Koeficijenti nazivnika u cijeloj svojoj ljepoti sa TOOL->VIEW

Sad možemo dopuniti izraz s očitanim nazivnikom:

$$\frac{1}{R_3 R_2 R_1 C_2 C_1} \frac{?}{s^2 + s \frac{R_2 + R_3}{R_3 R_2 C_2} + \frac{1}{R_3 R_1 C_2 C_1}}$$

Sad možemo pobrisati sa stacka pomoću backspacea sve vezano uz nazivnik. U brojniku smo samo imali R2:



stoga je konačan izraz

$$\frac{\frac{R_2}{R_3 R_2 R_1 C_2 C_1}}{s^2 + s \frac{R_2 + R_3}{R_3 R_2 C_2} + \frac{1}{R_3 R_1 C_2 C_1}} = \frac{\frac{1}{R_3 R_1 C_2 C_1}}{s^2 + s \frac{R_2 + R_3}{R_3 R_2 C_2} + \frac{1}{R_3 R_1 C_2 C_1}}$$

Odavde se dalje možemo zabavljati s očitavanjem koeficijenata filtra na što neću trošiti prostor.

Razlog zašto smo ostavili onu kopiju prijenosne funkcije u razlomačkom obliku jest da uvrstimo zadane vrijednosti u to čudo. Uvrštavanje se može raditi na dva načina:

- 1) pomoću naredbe | (ravna crta, dostupno kao RSHIFT-TOOL). Na stacku mora biti:
  2. razina-izraz u kojem se rade supstitucije, 1. razina – lista parova za supstituciju. Nedostatak ove funkcije je da ne radi s matricama.

Konkretno, za naš zadatak bi napisali ovakvu listu:

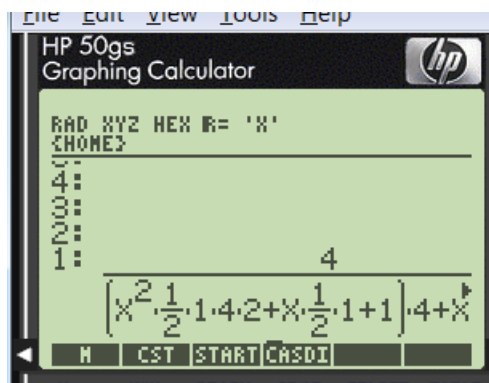
{ C1 '1/2' C2 2 R1 1 R2 4 R3 4 }

(lista se radi sa LSHIFT PLUS)

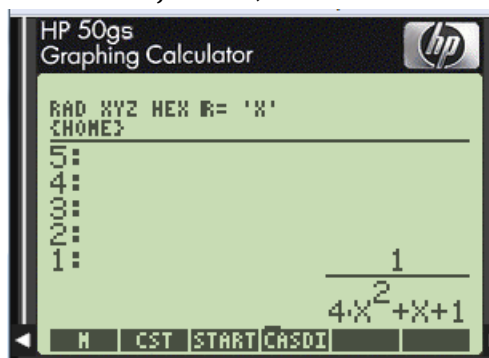


Prije supstitucije

Sad stisnemo RSHIFT TOOL:

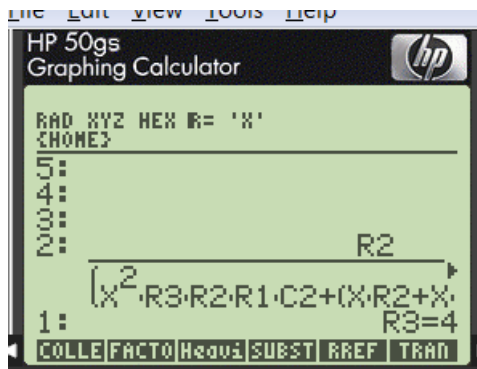


Primijetite da HP ne pojednostavljuje izraze sam od sebe – uvijek tu treba nabaciti koji EVAL, SIMPLIFY ili PARTFRAC. U ovom slučaju EVAL obavi posao:

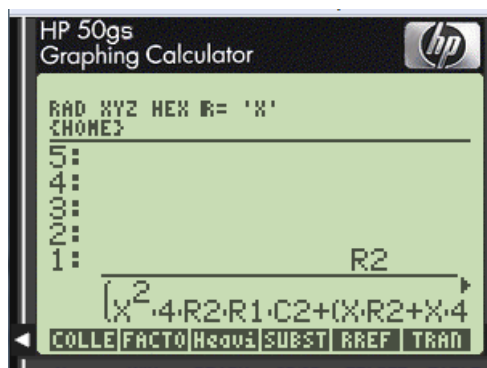


Naravno sad još treba izlučiti četvrtinu i dalje se igrati s očitavanjem koeficijenata.

- 2) Supstituciju možemo napraviti pomoću naredbe SUBST. Ovo ima prednost da radi na matricama, ali ne može više odjednom. Na 2. razini kao i kod | treba biti izraz u koji se uvrštava, a na 1. razini izraz oblika 'X=Y'. Znak = dobijete sa RSHIFT +/-



Pojedinačna supstitucija



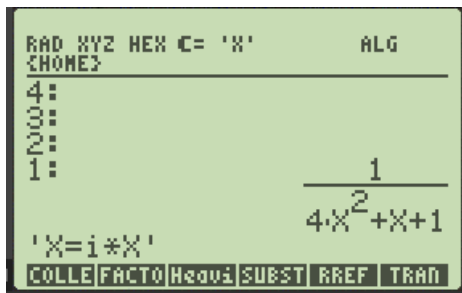
Što su nas još ono tražili u zadatku? Nacrtati polove i nule. Za faktorizirati nazivnik preporučujem Casio 991ES i njegovu EQN funkciju za rješavanje kvadratnih jednadžbi, ali ako je baš netko zapeo za HP, jedan način bi bio da se upali COMPLEX mod u MODE->CAS i zatim pozove FACTOR.

Na ovom kalkulatoru možete i izračunati i nacrtati amplitudnu prijenosnu karakteristiku. Dobili smo ovo za prijenosnu funkciju:

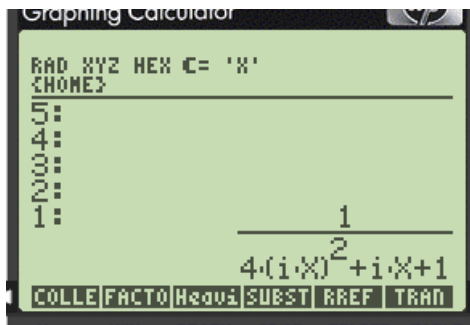
$$\frac{1}{4s^2 + s + 1}$$

Prvo ćemo supstituirati na kalkulatoru X sa i\*X (prevedeno u termine s krugova , mijenjamo s sa j omega. Ali kalkulatoru je slobodna varijabla uvijek X i on crta grafove f(X) u ovisnosti od X, tako da nam je slobodna varijabla amplitudne karakteristike omega - na kalkulatoru opet X).

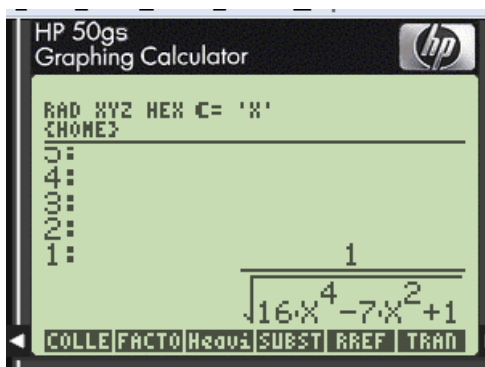
Dakle, krenemo sa unošenjem izraza supstitucije (= je RSHIFT +/-):



Dovršimo izraz, stisnemo enter i pozovemo SUBST:



Stisnemo LSHIFT i DIJELJENJE – to nam je funkcija apsolutne vrijednosti ABS:

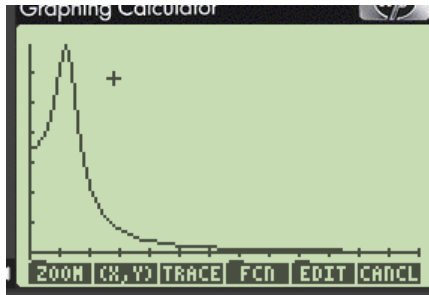


Kalkulator nam je izračunao funkciju amplitude u ovisnosti o frekvenciji. Još ju je preostalo nacrtati. Stisnemo DOLJE da otvorimo EQW. Cijela funkcija je zacrnjena i možemo ju kopirati sa RSHIFT VAR. Nakon toga izađemo iz EQW-a sa ON (ili ENTER) i pozovemo program za grafiranje tako da (za razliku od dosad) **DRŽIMO** LSHIFT i stisnemo pritom F1. (Za ekipu na emulatoru koja to ne može napraviti, može se doći i preko APPS->Plot functions->Equation entry te Plot window). Sad stisnemo ADD (ili EDIT ako već postoji neka funkcija) i zalijepimo kopiranu funkciju pomoću RSHIFT NXT. Pritisnemo enter za spremanje i još jednom da izađemo iz prozora Plot functions. Sa LSHIFT+WIN otvorimo prozor Plot window i u njemu naštimo H view od 0 do negdje 5 ili 10 (ovisi o funkciji), a V-view stavite od -0.1 do 2, isto ovisi o funkciji. (minus se unosi pomoću +/-). Soft gumb AUTO vam naštima V-view da se vidi cijela funkcija. Konačno možete stisnuti DRAW (ako ste nešto prije crtali, prije toga stisnite ERASE).



Jednom kad ste u grafu, dostupne su vam razne funkcije na soft tipkama: postoji mogućnost očitavanja koordinata s naredbom (x,y) dok se krećete sa strelicama; možete se igrati tobogana po grafu sa TRACE, itd. Izadite na stack sa pritiskanjem tipke ON. Pripazite samo da aplikacija za **crtanje zna stvoriti varijable X, Y1, EQ koje ste očitavali i slično**, pa ih **obavezno pobrišite** poslije rada s grafom pomoću naredbom PURGE! Može se i iz FILES programa - LSHIFT APPS, otvorite folder HOME sa ENTER, označite nepotrebne varijable pomoću ENTER i na drugom ekranu (NXT) je naredba PURGE. PPAR možete ostaviti, unutra pišu granice plotanja.

**Ne zaboravite da ne želite da vam pod X bude spremljen neki broj kojeg će kalkulator uvrstiti u kasnijim zadacima!**



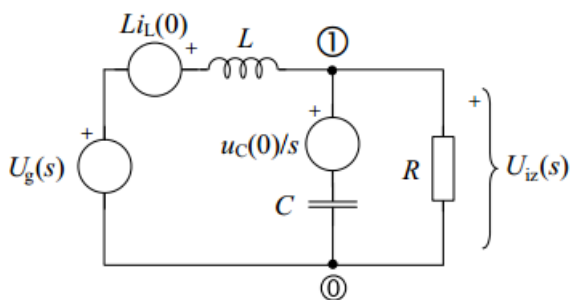
Amplitudna karakteristika

BTW ako želite logaritamsku skalu na X osi onda supstituirajte X sa  $10^x$  u funkciji.

Primjer 2. U primjeru 2 ćemo pogledati c) dio zadatka 1 iz zimskog roka 2012/13.

U a) i b) smo izračunali početne uvjete pomoću fazora na Casiju. Za c) samo postavljamo jednadžbu za čvor 1 i odmah uvrštavamo sve živo što je zadano i što smo izračunali:

$$u_C(0) = 0, L = 1, C = 1, R = 1/\sqrt{2}, i_L(0) = \frac{\sqrt{2}}{2}, U_g = \frac{1}{s}$$



$$U_{iz} \left( s + \sqrt{2} + \frac{1}{s} \right) = \frac{\frac{1}{s} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{s}$$

$$U_{iz} = \frac{\frac{1}{s} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{s + \sqrt{2} + \frac{1}{s}}$$

Otvaramo EQW na kalkulatoru i prepisujemo gornji izraz:

$\frac{1}{X} \text{ DESNO} + \text{KORIJEEN } 2 \text{ DESNO} / 2 \text{ DESNO DESNO} / X \text{ DESNO} / X + \text{KORIJEEN } 2 \text{ DESNO} + 1 / X$

Stisnemo ENTER za kraj unosa pa onda EVAL i dobijemo:

$$\frac{\sqrt{2} \cdot x + 2}{2x^3 + 2\sqrt{2} \cdot x^2 + 2x}$$

Možemo stisnuti FACTOR da malo proljepšamo:

$$\frac{\sqrt{2} \cdot (x + \sqrt{2})}{(x^2 + \sqrt{2} \cdot x + 1) \cdot x^2}$$

Pozovemo PARTFRAC i dobijemo sljedeće:

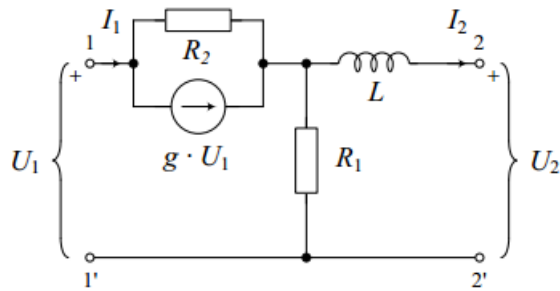
$$\frac{1}{x} - \frac{2x + \sqrt{2}}{x^2 + \sqrt{2} \cdot x + 1}$$

Konačno, budući da su nas tražili odziv u vremenskoj domeni, pozovemo ILAP i dobijemo rješenje:

$$e^0 - e^{-\left(x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)} \cdot \cos\left(x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Ako se želite riješiti ovog  $e^0$ , otvorite EQW sa DOLJE, odaberite ga sa još jednom DOLJE i stisnite SIMP (SIMPLIFY). SIMPLIFY na cijelom izrazu neće izgledati lijepo!

Primjer 3. Zadatak 3, zimski rok 2012/13



Naći a parametre ako je  $R_1=1/2$ ,  $R_2=1/2$ ,  $L=1/2$ ,  $g=2$

Ja preporučujem jednađbe čvorova (čvor u sredini neka bude  $U_3$ ):

$$(1) \quad U_1 * 2 - U_3 * 2 = I_1 - 2U_1 \Rightarrow U_1 * 4 - U_3 * 2 = I_1$$

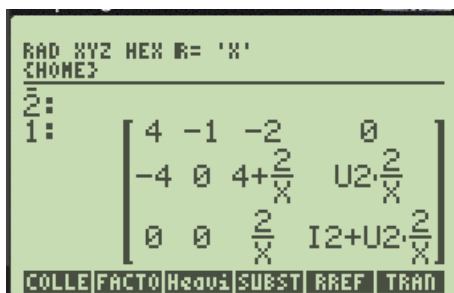
$$(3) \quad -U_1(2) - U_2\left(\frac{2}{s}\right) + U_3\left(2 + 2 + \frac{2}{s}\right) = 2U_1$$

$$(2) \quad U_2\left(\frac{2}{s}\right) - U_3\left(\frac{2}{s}\right) = -I_2$$

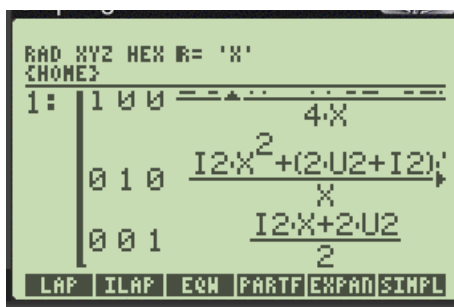
Zapišemo ove jednađbe kao proširenu matricu. Budući da tražimo A parametre, kao varijable sustava biramo  $U_1$  i  $I_1$  (jer njih želimo izraziti), te  $U_3$  (jer se njega želimo riješiti), i to tim redoslijedom.  $U_2$  i  $I_2$  su nam onda slobodne varijable i pišemo ih sa desne strane.

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -2 & 0 \\ -4 & 0 & 4 + \frac{2}{s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{s} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \frac{2}{s} \\ I_2 + U_2 \frac{2}{s} \end{bmatrix}$$

Potrebno je upisati gornju matricu pomoću MTRW-a.



Pokrećemo RREF:



Pozivamo SIMPLIFY na matrici:

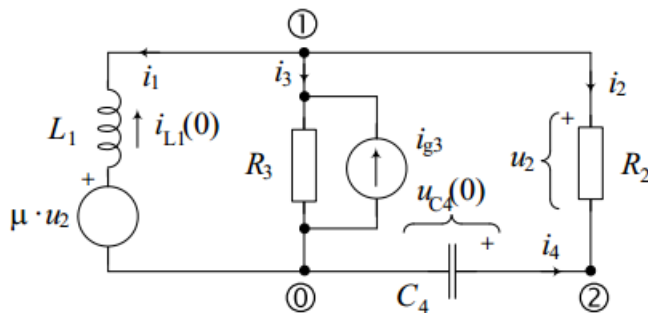
```

RAD XYZ HEX R= 'X'
[HOME]
2:
1: [ 1 0 0 (2X+1)I2+4U2 ]
    [ 0 1 0 (X+1)I2+2U2 ]
    [ 0 0 1 X I2+2U2 ]
    [ 2 ]
[LAP] [ILAP] [EQW] [PART] [EXPAN] [SIMPL]

```

Primjer 4. Zadatak 2, ZR 2012/13

2. Za električni krug na slici i pridruženim orijentacijama grana zadane su normalizirane vrijednosti elemenata  $L_1=1$ ,  $R_2=1$ ,  $R_3=1$ ,  $C_4=1$ , te  $\mu=2$ ,  $u_{C4}(0)=1$ ,  $i_{L1}(0)=1$ ,  $i_{g3}(t)=S(t)$ . Koristeći KZS i KZN te oznake grana i čvorova prema slici, napisati: a) Jednadžbe KZS i KZN (odabrati referentne smjerove petlji u smjeru kazaljke na satu); b) Naponsko-strujne jednadžbe za grane; c) Napon na otporu  $R_2$   $u_2(s)$ ; d) Napon na otporu  $R_2$   $u_2(t)$ ; e) Da li je električni krug stabilan? Zašto?



KZS

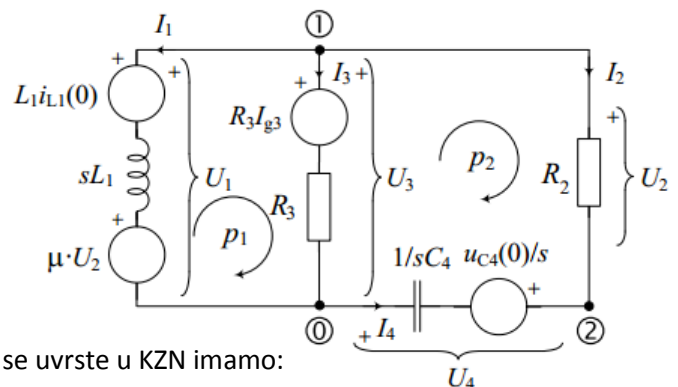
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$I_2 + I_4 = 0$$

KZN

$$U_1 - U_3 = 0$$

$$U_3 - U_2 + U_4 = 0$$



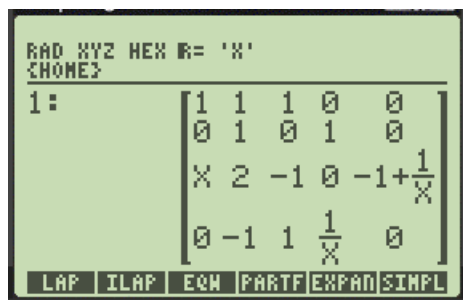
Treba napisati naponske relacije za svaku granu. Kad se uvrste u KZN imamo:

$$2 I_2 + I_1 s + 1 - \frac{1}{s} - I_3 = 0$$

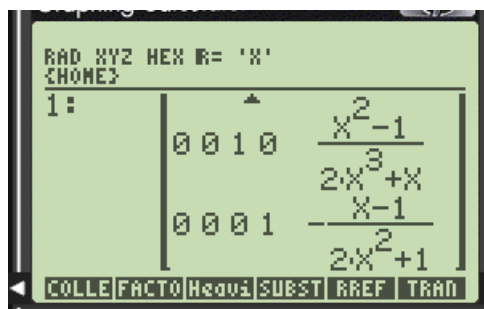
$$\frac{1}{s} + I_3 - I_2 - \frac{1}{s} + I_4 \frac{1}{s} = 0$$

Utrpamo KZS i gornje dvije jednadžbe u proširenu matricu sustava:

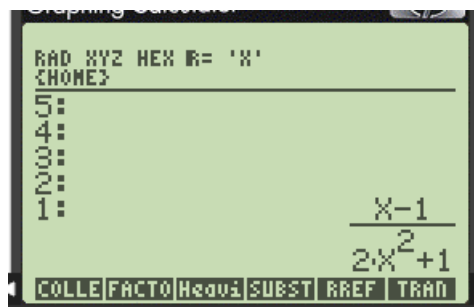
1	1	1	0	0
0	1	0	1	0
s	2	-1	0	$-1 + \frac{1}{s}$
0	-1	1	$\frac{1}{s}$	0



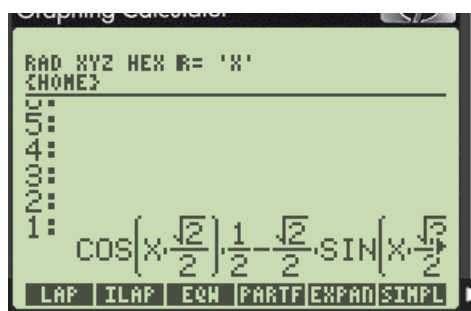
Pozovemo RREF:



HP nam je ispljunuo matricu rješenja. Budući da su nas tražili U2, izvadimo struju I2 iz matrice tako da stisnemo DOLJE, odaberemo zadnju ćeliju u 2. redu i pozovemo naredbu ->STK. Nakon toga stisnemo ON da iziđemo iz MTRW-a i BACKSPACE da pobrišemo matricu. Ostalo nam je rješenje na stacku:



To je ujedino i napon jer je otpor jednak 1. Još su nas tražili rješenje u vremenskoj domeni, pa pozivamo ILAP:



Pomoću TOOL->VIEW ili EQW-a (tipka DOLJE) možemo vidjeti rješenje u cijelosti:

