

Električni krugovi

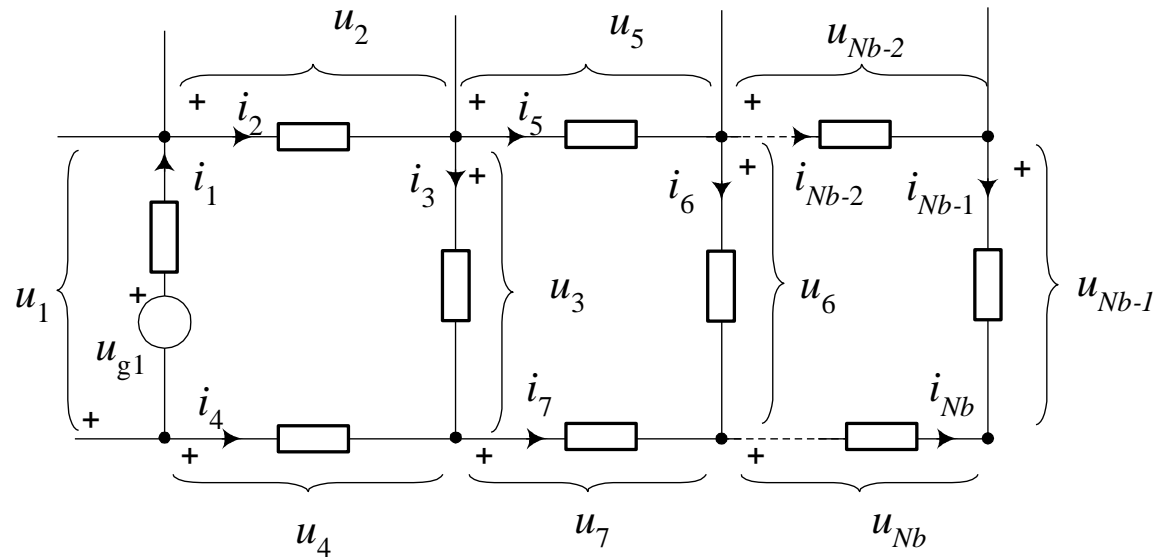
Jednadžbe krugova

Lit.: V. Naglić: Osnovi teorije mreža, p.3.1-3.3

Jednadžbe krugova

- Polazišta u formuliranju jednadžbi električnih krugova su:
 - **Kirchhoffovi zakoni:**
 - međusobni odnosi struja grana prema KZS
 - međusobni odnosi napona grana prema KZN,
 - **Odnosi napona i struje u svakoj grani mreže.**

- Cilj analize: **odrediti napone i struje u granama.**



- Za analizu mreže potrebno je znati :
- **topološku konfiguraciju mreže:**
 - broj čvorišta N_v
 - broj grana N_b
 - kako su one međusobno povezane
- **elemente u granama**
- **pobudne funkcije neovisnih izvora**
- **početni naponi na svim kapacitetima ($u_C(0)$) i struje u induktivitetima ($i_L(0)$).**

- Koliko je nepoznanica u krugu s N_b grana i N_v čvorišta?
- Svaka grana ima
 - nepoznatu struju i
 - nepoznati napon
 - \rightarrow broj nepoznanica je $2N_b$.
- Potrebno je formulirati $2N_b$ jednadžbi.

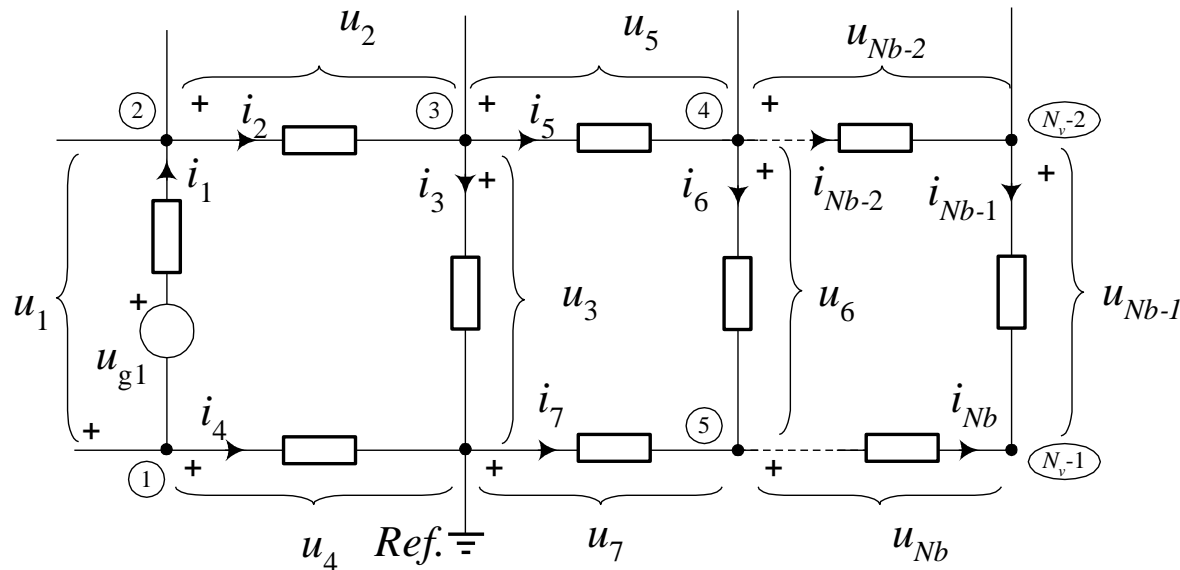
- Koje su to jednadžbe?
- Svaka grana ima definiran odnos napona i struje:
- N_b grana $\rightarrow N_b$ jednadžbi.
- Primjena Kirchhoffovih zakona $\rightarrow N_b$ jednadžbi.
 - $\rightarrow N_v - 1$ linearno nezavisnih jednadžbi KZS
 - $\rightarrow N_b - N_v + 1$ linearno nezavisnih jednadžbi KZN
- Ukupno: $N_b + (N_v - 1) + (N_b - N_v + 1) = 2 N_b$ jednadžbi.

- $2 N_b$ je veliki broj jednadžbi.
- Redukcija toga broja \rightarrow uvođenjem novih varijabli.
- Najpoznatiji postupci :
 - **jednadžbe petlji i**
 - **jednadžbe čvorišta**
- Nove nepoznanice:
 - **struje petlji i**
 - **naponi čvorišta.**

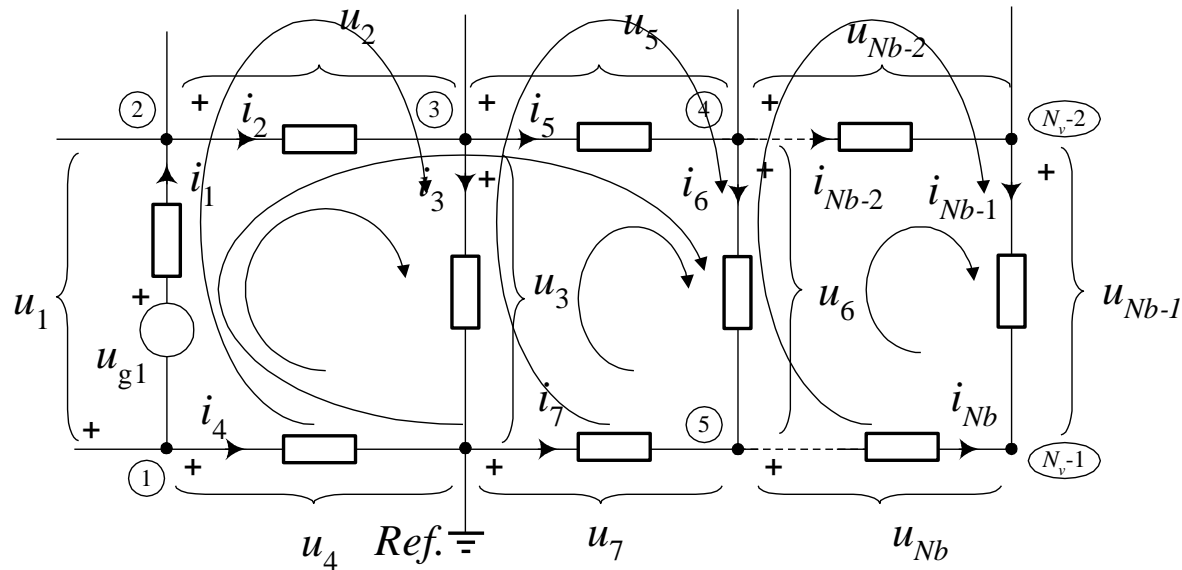
■ Jednadžbe petlji

■ Formuliranje jednadžbi petlji ili konturnih struja:

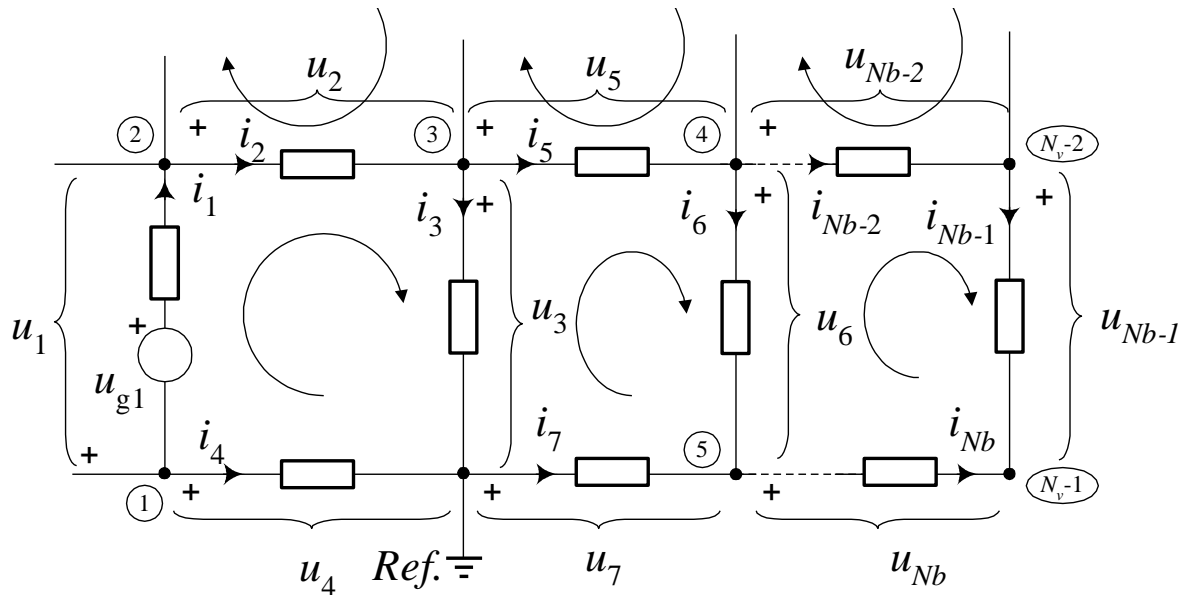
1. Odrediti referentno čvorište i $N_v - 1$ čvorišta, za formuliranje linearno neovisnog sustava jednadžbi KZS;



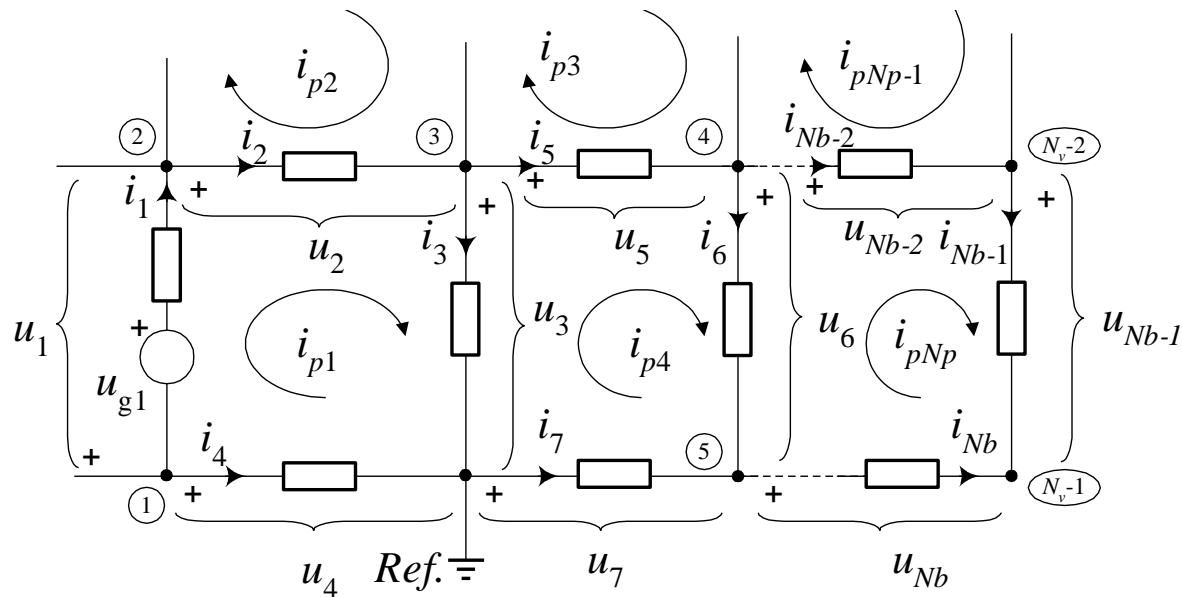
2. Odrediti $N_b - N_v + 1$ petlji za formuliranje linearno neovisnog sustava jednadžbi KZN.
 Ukupan mogući broj različitih petlji je puno veći.



Najjednostavnije: odabrati petlje tako da one čine okna mreže.
Jednadžbe petlji \rightarrow jednadžbe okana (mesh equations);



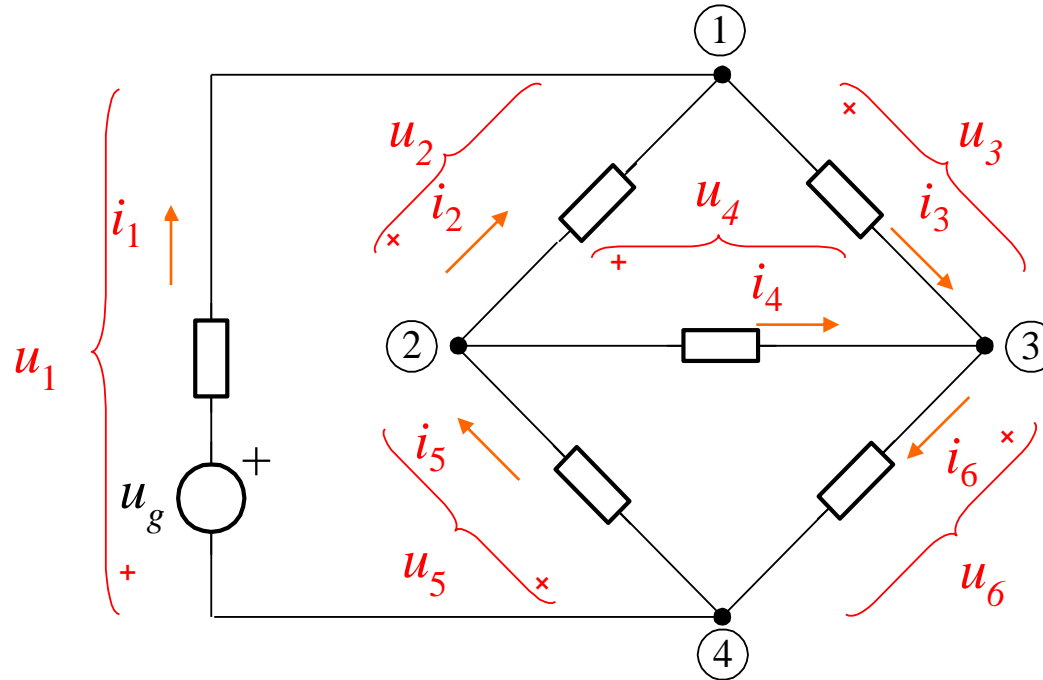
3. Za svaku petlju definirati novu varijablu struje, koju ćemo nazivati **strujom petlje**;



4. Koristeći jednadžbe KZS izraziti sve struje grana varijablama struja petlji;

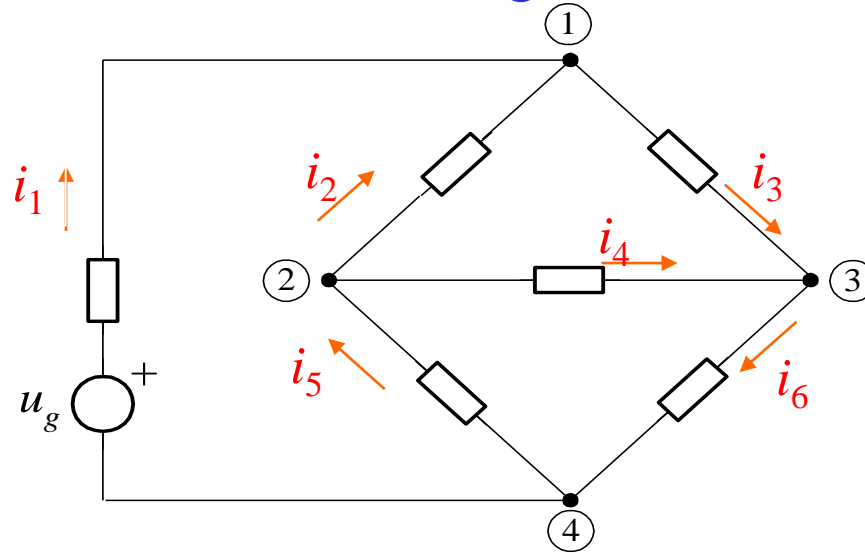
5. Za svaku granu definirati **ovisnost napona o struji**;
6. Napon svake grane izraziti kao funkciju struja petlji;
7. Supstitucijom u jednadžbe KZN dobiva se sustav od $N_b - N_v + 1$ jednadžbi u kojima su nepoznanice $N_b - N_v + 1$ struja petlji.

Primjer:



- $N_v=4$ čvorišta i $N_b=6$ grana
- Linearno neovisni sustavi:
- 3 jednadžbe KZS i 3 jednadžbe za KZN.

Jednadžbe krugova



Odabiremo: čvorište 4 → referentno

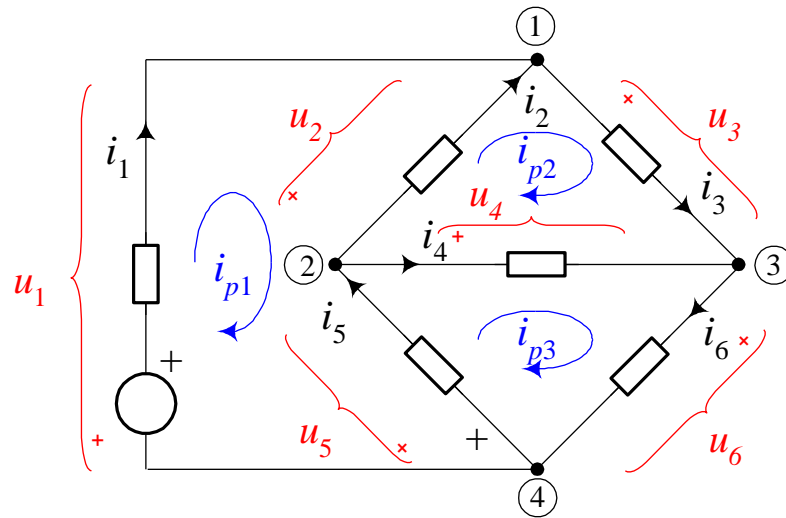
Sustav jednažbi KZS čvorišta 1, 2, i 3:

$$-i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

$$i_2 + i_4 - i_5 = 0$$

$$-i_3 - i_4 + i_6 = 0$$

Sustav petlji:



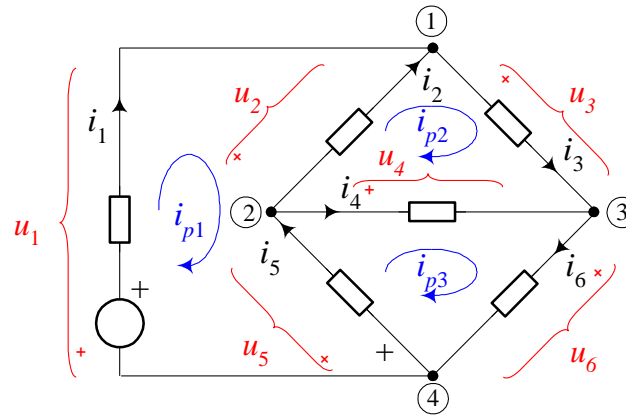
Jednadžbe KZN:

$$u_1 - u_2 - u_5 = 0$$

$$u_2 + u_3 - u_4 = 0$$

$$u_4 + u_5 + u_6 = 0$$

Jednadžbe krugova



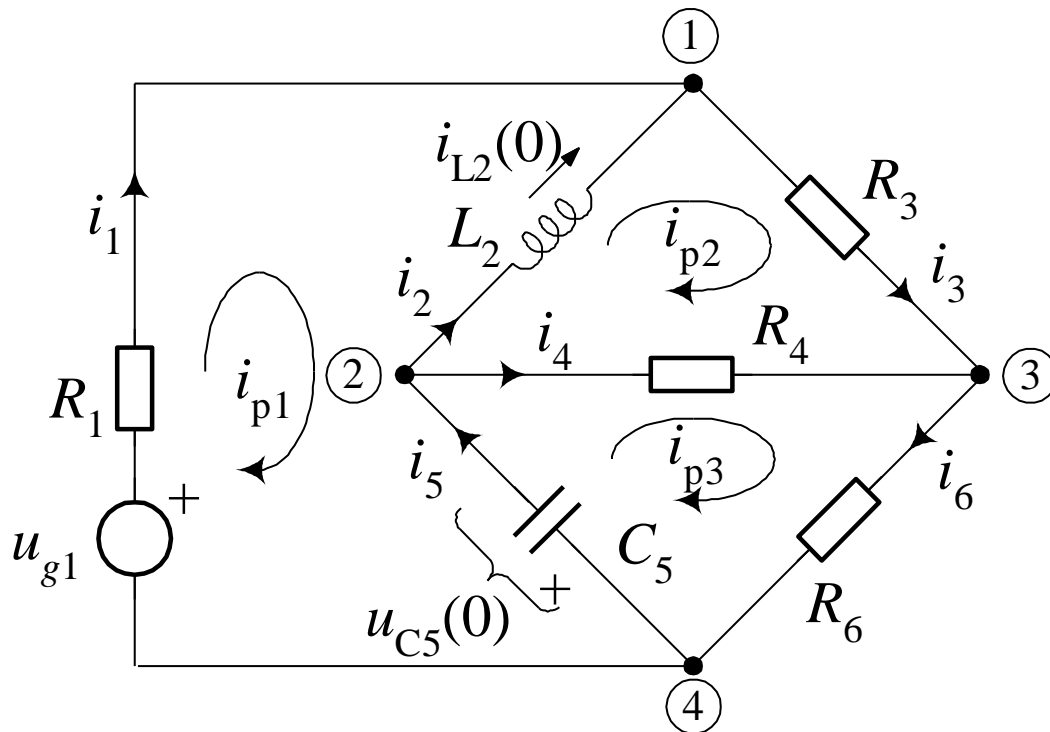
- Uvođenje novih varijabli: struje petlji i_{p1} , i_{p2} , i i_{p3}

$$i_{p1} = i_1 \quad i_{p2} = i_3 \quad i_{p3} = i_6$$

Struje grana izražene strujama petlji

$$\begin{aligned} i_1 &= i_{p1} & i_4 &= i_{p3} - i_{p2} \\ i_2 &= i_{p2} - i_{p1} & i_5 &= i_{p3} - i_{p1} \\ i_3 &= i_{p2} & i_6 &= i_{p3} \end{aligned}$$

- Strujno naponske relacije grana
 - Neka krug ima oblik



$$u_1 = -u_{g1} + R_1 i_1$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt}$$

$$u_3 = R_3 i_3$$

$$u_4 = R_4 i_4$$

$$u_5 = \frac{1}{C_5} \int_0^t i_5(\tau) d\tau + u_{C5}(0)$$

$$u_6 = R_6 i_6$$

Supstitucija novih varijabli \rightarrow struja petlji i_{p1} , i_{p2} , i i_{p3}

$$u_1 = -u_{g1} + R_1 i_1 = -u_{g1} + R_1 i_{p1}$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} = L_2 \frac{d}{dt} (i_{p2} - i_{p1})$$

$$u_3 = R_3 i_3 = R_3 i_{p2}$$

$$u_4 = R_4 i_4 = R_4 (i_{p3} - i_{p2})$$

$$u_5 = \frac{1}{C_5} \int_0^t i_5(\tau) d\tau + u_{C5}(0) = \frac{1}{C_5} \int_0^t (i_{p3} - i_{p1}) d\tau + u_{C5}(0)$$

$$u_6 = R_6 i_6 = R_6 i_{p3}$$

Izraze za napone grana \rightarrow u jednadžbe KZN

$$u_1 - u_2 - u_5 = 0$$

$$u_2 + u_3 - u_4 = 0$$

$$u_4 + u_5 + u_6 = 0$$

$$-u_{g1} + R_1 i_{p1} - L_2 \frac{d}{dt}(i_{p2} - i_{p1}) - \frac{1}{C_5} \int_0^t (i_{p3} - i_{p1}) d\tau - u_{C5}(0) = 0$$

$$L_2 \frac{d}{dt}(i_{p2} - i_{p1}) + R_3 i_{p2} - R_4 (i_{p3} - i_{p2}) = 0$$

$$R_4 (i_{p3} - i_{p2}) + \frac{1}{C_5} \int_0^t (i_{p3} - i_{p1}) d\tau + u_{C5}(0) + R_6 i_{p3} = 0$$

- Nakon sređenja:

$$\begin{aligned}
 R_1 i_{p1} + L_2 \frac{di_{p1}}{dt} + \frac{1}{C_5} \int_0^t i_{p1} d\tau - L_2 \frac{di_{p2}}{dt} - \frac{1}{C_5} \int_0^t i_{p3} d\tau &= u_{g1} + u_{C5}(0) \\
 -L_2 \frac{di_{p1}}{dt} + (R_3 + R_4) i_{p2} + L_2 \frac{di_{p2}}{dt} - R_4 i_{p3} &= 0 \\
 -\frac{1}{C_5} \int_0^t i_{p1} d\tau - R_4 i_{p2} + (R_4 + R_6) i_{p3} + \frac{1}{C_5} \int_0^t i_{p3} d\tau &= -u_{C5}(0)
 \end{aligned}$$

- Sustav od tri integrodiferencijalne jednadžbe s tri nepoznanice u vremenskoj domeni.

- Primjena Laplaceove transformacije → tri algebarske jednadžbe

$$U_{g1}(s) + \frac{u_{C5}(0)}{s} - L_2 i_{L2}(0) = R_1 I_{p1}(s) + sL_2(I_{p1}(s) - I_{p2}(s)) + \frac{1}{sC_5}(I_{p2}(s) - I_{p3}(s))$$

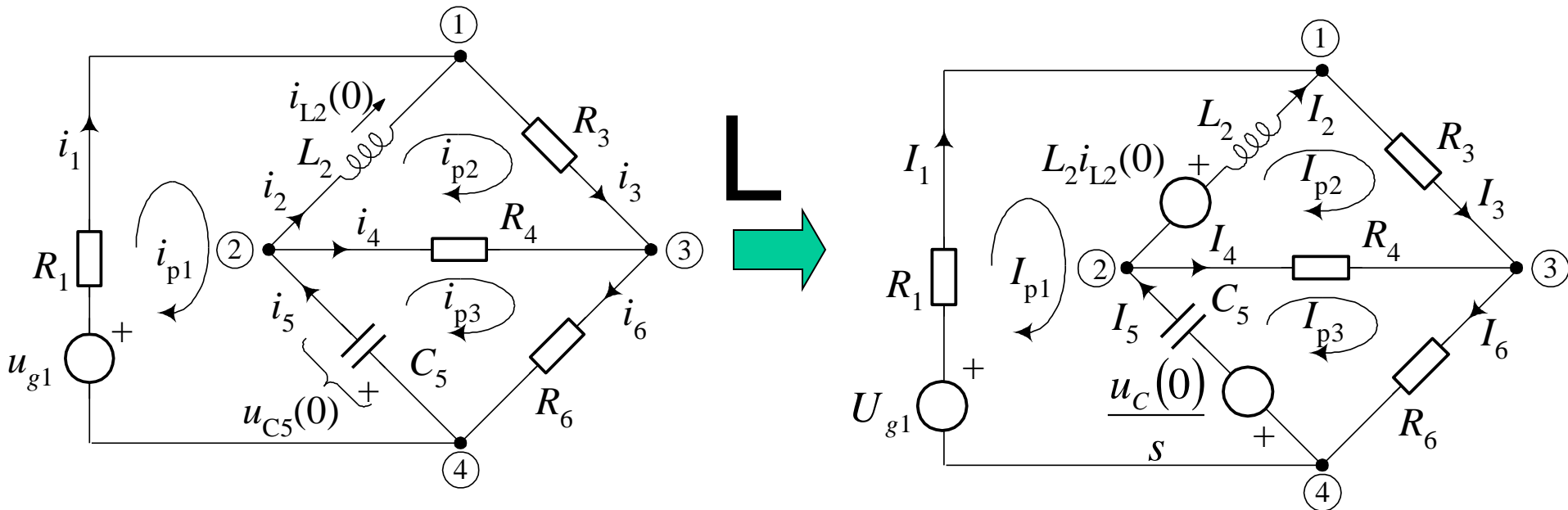
$$L_2 i_{L2}(0) = sL_2(I_{p2}(s) - I_{p1}(s)) + R_3 I_{p2}(s) + R_4(I_{p2}(s) - I_{p3}(s))$$

$$-\frac{u_{C5}(0)}{s} = \frac{1}{sC_5}(I_{p3}(s) - I_{p1}(s)) + R_4(I_{p3}(s) - I_{p2}(s)) + R_6 I_{p3}(s)$$

gdje je $i_{L2}(0) = i_{p2}(0) - i_{p1}(0)$.

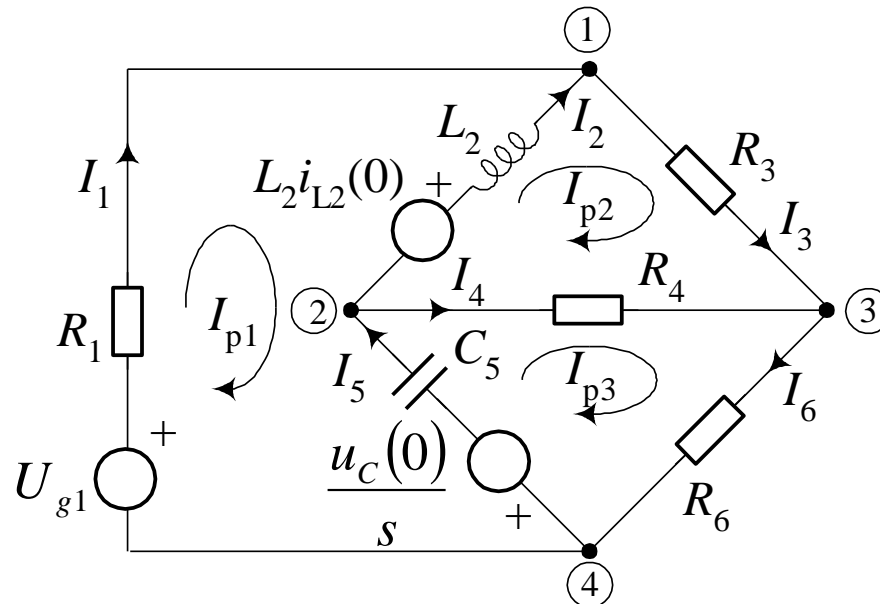
- Jednadžbe petlji moguće je pisati i direktno u domeni kompleksne frekvencije s .
- Prije toga \rightarrow “pripremiti” mrežu:
 - transformirati je u frekvencijsku domenu i
 - početne veličine prikazati kao neovisne izvore.
 - sve strujne izvore transformirati u naponske.

Jednadžbe krugova



- Jednadžbe petlji \rightarrow izravno \rightarrow struje petlji I_{p1}, I_{p2} , i I_{p3} kao nepoznanice.

- U granama koje su zajedničke različitim petljama zamisliti ćemo da teče istovremeno više struja petlji.



- Npr. kroz granu 2 \rightarrow struje I_{p1} i I_{p2}
- KZS je zadovoljen jer je $I_2 = I_{p2} - I_{p1}$

■ Jednadžbe KZN

$$U_{g1}(s) + \frac{u_{C5}(0)}{s} - L_2 i_{L2}(0) = R_1 I_{p1}(s) + sL_2 (I_{p1}(s) - I_{p2}(s)) + \frac{1}{sC_5} (I_{p2}(s) - I_{p3}(s))$$

$$L_2 i_{L2}(0) = sL_2 (I_{p2}(s) - I_{p1}(s)) + R_3 I_{p2}(s) + R_4 (I_{p2}(s) - I_{p3}(s))$$

$$-\frac{u_{C5}(0)}{s} = \frac{1}{sC_5} (I_{p3}(s) - I_{p1}(s)) + R_4 (I_{p3}(s) - I_{p2}(s)) + R_6 I_{p3}(s)$$

Nakon sređivanja

$$U_{g1}(s) + \frac{u_{C5}(0)}{s} - L_2 i_{L2}(0) = \left(R_1 + sL_2 + \frac{1}{sC_5} \right) I_{p1}(s) - sL_2 I_{p2}(s) - \frac{1}{sC_5} I_{p3}(s)$$

$$L_2 i_{L2}(0) = -sL_2 I_{p1}(s) + (R_3 + R_4 + sL_2) I_{p2}(s) - R_4 I_{p3}(s)$$

$$-\frac{u_{C5}(0)}{s} = -\frac{1}{sC_5} I_{p1}(s) - R_4 I_{p2}(s) + \left(R_4 + R_6 + \frac{1}{sC_5} \right) I_{p3}(s)$$

- Za konačnu formu jednadžbi petlji:
- Odabrati jednake orijentacije struja petlji u svim petljama.
- Lijeva strana jednadžbe \rightarrow suma naponskih izvora u petlji
- Desna strana:
 - suma napona nastalih djelovanjem struje promatrane petlje
 - suma napona nastalih djelovanjem ostalih struja u suprotnome smjeru.
- Ovakav način pisanja jednadžbi se naziva i jednadžbama konturnih struja ili jednadžbama okana.

■ U matričnoj formi:

$$\mathbf{U}_g = \mathbf{Z}_p \cdot \mathbf{I}_p$$

$$\mathbf{I}_p \rightarrow \text{vektor struja petlji} \quad \mathbf{I}_p = \begin{bmatrix} I_{p1} \\ I_{p2} \\ I_{p3} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{U}_g \rightarrow$ vektor naponskih izvora i početnih veličina u petljama

$$\mathbf{U}_p = \begin{bmatrix} U_{g1}(s) + \frac{u_{C5}(0)}{s} - L_2 i_{L2}(0) \\ L_2 i_{L2}(0) \\ -\frac{u_{C5}(0)}{s} \end{bmatrix}$$

\mathbf{Z}_p kvadratna matrica \rightarrow *matrica impedancija petlji* :

$$\mathbf{Z}_p = \begin{bmatrix} R_1 + sL_2 + \frac{1}{sC_5} & -sL_2 & -\frac{1}{sC_5} \\ -sL_2 & R_3 + R_4 + sL_2 & -R_4 \\ -\frac{1}{sC_5} & -R_4 & R_4 + R_6 + \frac{1}{sC_5} \end{bmatrix}$$

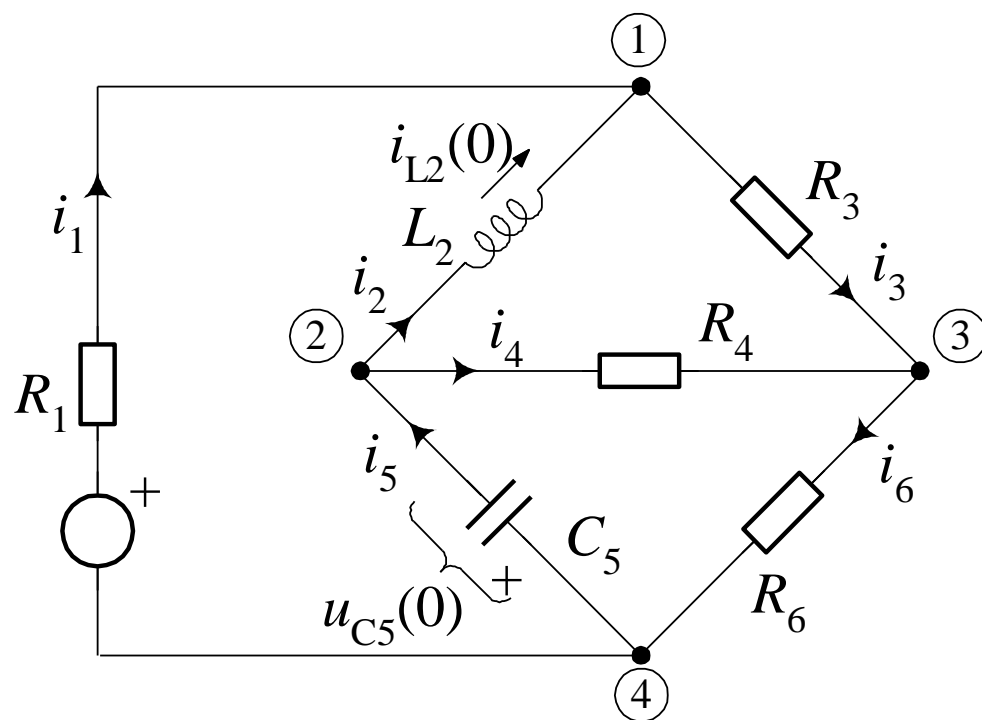
- Element glavne dijagonale
 - \rightarrow suma impedancija u promatranoj petlji.
- Elementi izvan glavne dijagonale
 - \rightarrow impedancije, zajedničke dvjema petljama.
- Elementi izvan glavne dijagonale imaju negativan predznak
 - \rightarrow posljedica odabira istoga smjera za sve struje petlji.

■ Jednadžbe čvorišta

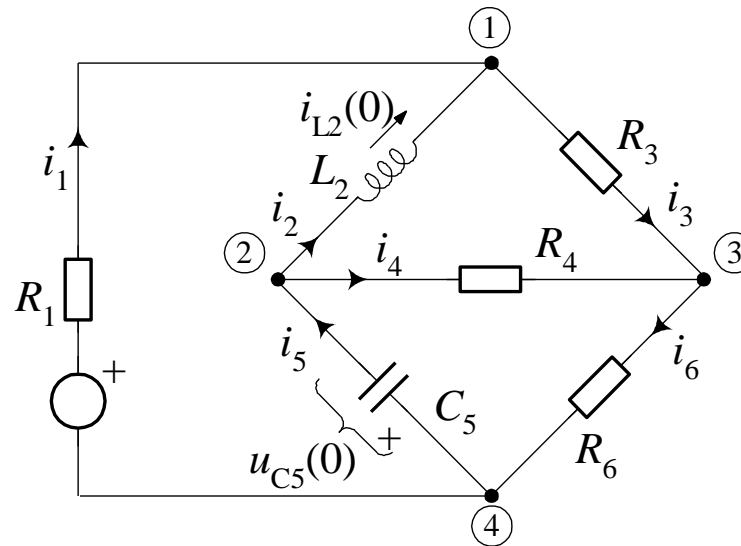
- Za mrežu s N_v čvorišta i N_b grana
- 1. Odrediti $N_v - 1$ čvorišta za formuliranje sustava jednadžbi KZS. Preostalo čvorište je **referentno**;
- 2. Za svako čvorište definirati novu varijablu \rightarrow **napon čvorišta**;
- 3. Za svaku granu definirati ovisnost struje o naponu;

- 4. Koristeći KZN izraziti napone grana naponima čvorišta;
- 5. Struju svake grane izraziti kao funkciju napona čvorišta;
- 6. Supstitucijom u jednadžbe KZS \rightarrow sustav jednadžbi s $N_v - 1$ nepoznanica napona čvorišta.

- Za ilustraciju \rightarrow mreža s $N_v=4$ čvorišta i $N_b=6$ grana.



Jednadžbe krugova



- Za formuliranje sustava jednažbi KZS \rightarrow čvorišta 1, 2, i 3.
- Čvorište 4 \rightarrow referentno

$$-i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

$$u_1 - u_2 - u_5 = 0$$

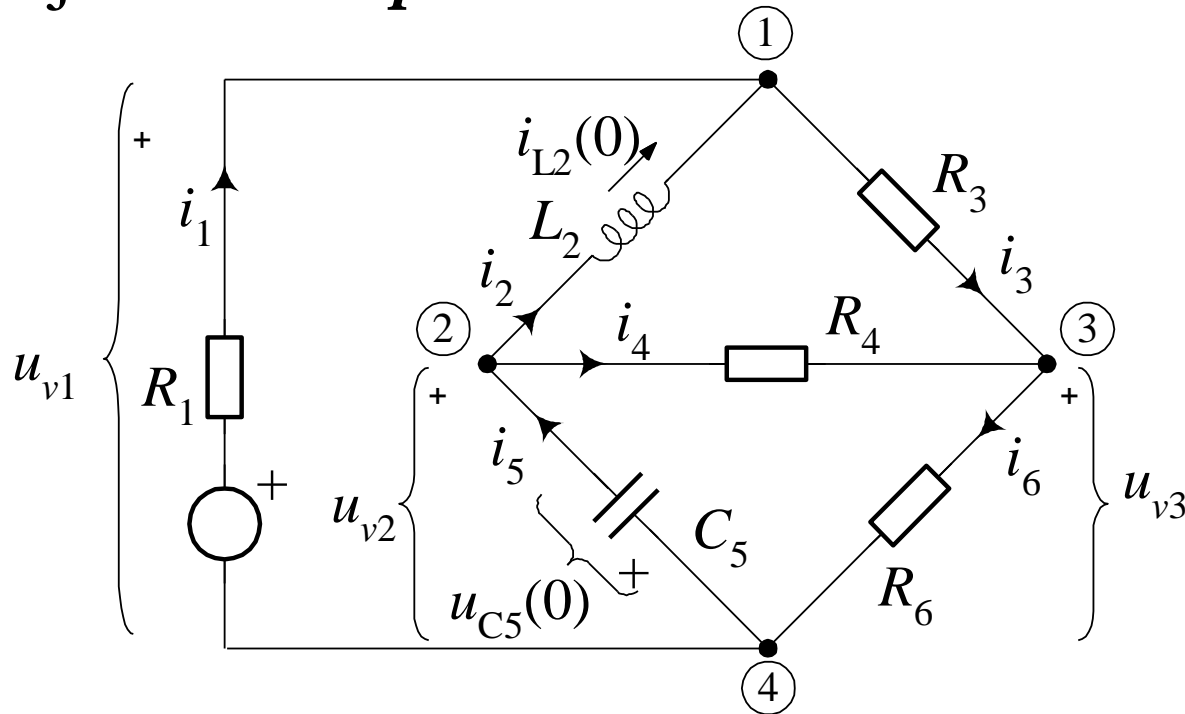
$$i_2 + i_4 - i_5 = 0$$

$$u_2 + u_3 - u_4 = 0$$

$$-i_3 - i_4 + i_6 = 0$$

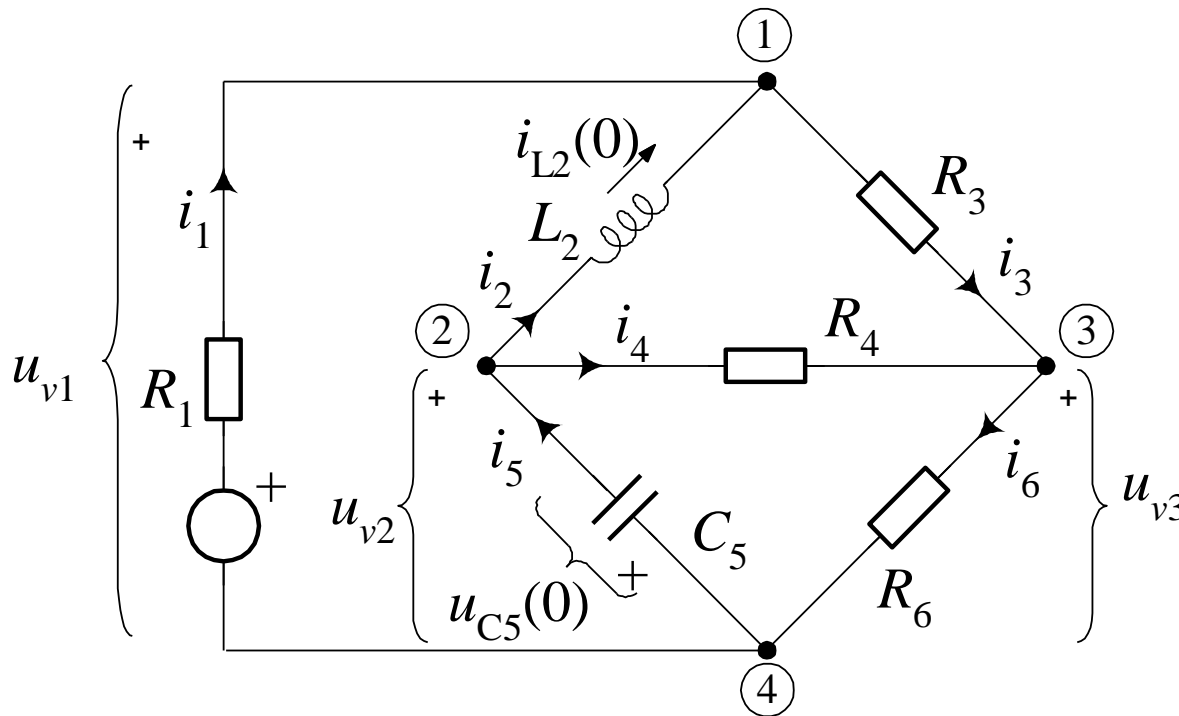
$$u_4 + u_5 + u_6 = 0$$

- Nove varijable \rightarrow *naponi čvorišta*



- u_{v1} napon između čvorišta 1 i referentnoga čvorišta 4
- u_{v2} napon između čvorišta 2 i referentnoga čvorišta 4
- u_{v3} napon između čvorišta 3 i referentnoga čvorišta 4

- Primjenom KZN napone grana izraziti naponima čvorišta



$$u_1 = -u_{v1}$$

$$u_2 = u_{v2} - u_{v1}$$

$$u_3 = u_{v1} - u_{v3}$$

$$u_4 = u_{v2} - u_{v3}$$

$$u_5 = -u_{v2}$$

$$u_6 = u_{v3}$$

■ Strujno naponske relacije za grane:

$$i_1 = \frac{u_{g1} + u_1}{R_1} = \frac{u_{g1} - u_{v1}}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{1}{L_2} \int_0^t u_2(\tau) d\tau + i_{L2}(0) = \frac{1}{L_2} \int_0^t (u_{v2} - u_{v1}) d\tau + i_{L2}(0)$$

$$i_3 = \frac{u_3}{R_3} = \frac{u_{v1} - u_{v3}}{R_3}$$

$$i_4 = \frac{u_4}{R_4} = \frac{u_{v2} - u_{v3}}{R_4}$$

$$i_5 = C_5 \frac{du_5}{dt} = -C_5 \frac{du_{v2}}{dt}$$

$$i_6 = \frac{u_6}{R_6} = \frac{u_{v3}}{R_6}$$

- Supstitucijom u jednadžbe KZS:

$$\begin{aligned}
 -\frac{u_{g1} - u_{v1}}{R_1} - \frac{1}{L_2} \int_0^t (u_{v2} - u_{v1}) d\tau - i_{L2}(0) + \frac{u_{v1} - u_{v3}}{R_3} &= 0 \\
 \frac{1}{L_2} \int_0^t (u_{v2} - u_{v1}) d\tau + i_{L2}(0) + \frac{u_{v2} - u_{v3}}{R_4} + C_5 \frac{du_{v2}}{dt} &= 0 \\
 \frac{u_{v1} - u_{v3}}{R_3} - \frac{u_{v2} - u_{v3}}{R_4} + \frac{u_{v3}}{R_6} &= 0
 \end{aligned}$$

- odnosno

$$\begin{aligned}
 \frac{u_{v1}}{R_1} + \frac{1}{L_2} \int_0^t u_{v1} d\tau + \frac{u_{v1}}{R_3} - \frac{1}{L_2} \int_0^t u_{v2} d\tau - \frac{u_{v3}}{R_3} &= \frac{u_{g1}}{R_1} + i_{L2}(0) \\
 -\frac{1}{L_2} \int_0^t u_{v1} d\tau + \frac{1}{L_2} \int_0^t u_{v2} d\tau + \frac{u_{v2}}{R_4} + C_5 \frac{du_{v2}}{dt} - \frac{u_{v3}}{R_4} &= -i_{L2}(0) \\
 -\frac{u_{v1}}{R_3} - \frac{u_{v2}}{R_4} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) u_{v3} &= 0
 \end{aligned}$$

- Primjena Laplaceove transformacije \rightarrow sustav od tri algebarske jednadžbe čvorišta

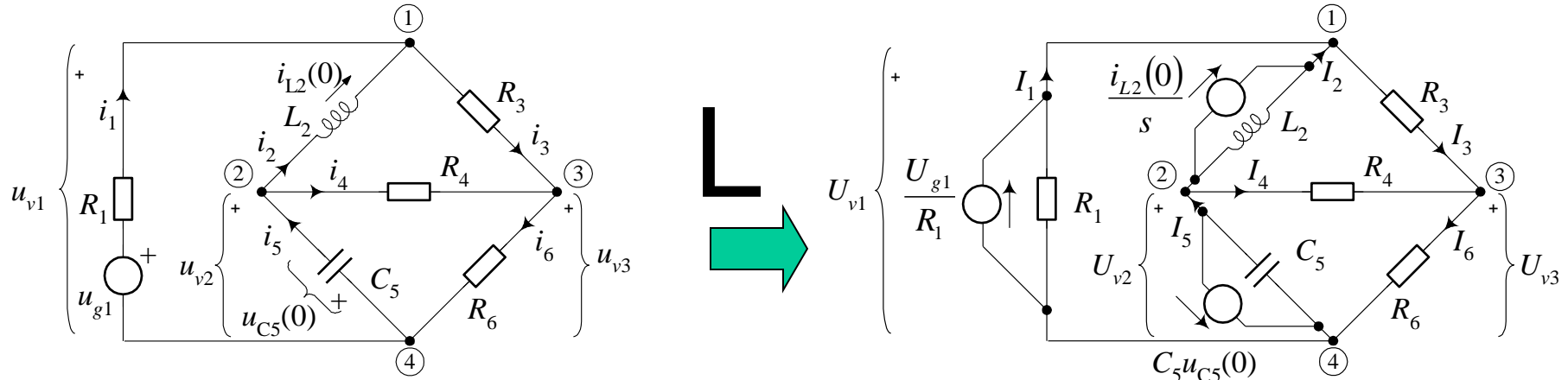
$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{sL_2} + \frac{1}{R_3}\right)U_{v1}(s) - \frac{1}{sL_2}U_{v2}(s) - \frac{1}{R_3}U_{v3}(s) = \frac{U_{g1}(s)}{R_1} + \frac{i_{L2}(0)}{s}$$

$$-\frac{1}{sL_2}U_{v1}(s) + \left(\frac{1}{sL_2} + \frac{1}{R_4} + sC_5\right)U_{v2}(s) - \frac{1}{R_4}U_{v3}(s) = -\frac{i_{L2}(0)}{s} - C_5u_{C5}(0)$$

$$-\frac{1}{R_3}U_{v1}(s) - \frac{1}{R_4}U_{v2}(s) + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6}\right)U_{v3}(s) = 0$$

gdje je $u_{C5}(0) = -u_{v2}(0)$.

- Jednadžbe čvorišta je moguće pisati i direktno u domeni kompleksne frekvencije s , uz prethodnu pripremu :
 - transformirati mrežu u frekvencijsku domenu
 - neovisne izvore i početne veličine prikazati kao strujne izvore



- Za čvorišta 1, 2 i 3 moguće je direktno pisati jednadžbe KZS.
- Jedna strana svake jednadžbe \rightarrow suma ulazećih struja strujnih izvora
- Druga strana \rightarrow suma struja pasivnih elemenata

$$\frac{U_{g1}(s)}{R_1} + \frac{i_{L2}(0)}{s} = \frac{1}{R_1} U_{v1}(s) + \frac{1}{sL_2} (U_{v1}(s) - U_{v2}(s)) + \frac{1}{R_3} (U_{v1}(s) - U_{v3}(s))$$

$$-\frac{i_{L2}(0)}{s} - C_5 u_{C5}(0) = \frac{1}{sL_2} (U_{v2}(s) - U_{v1}(s)) + \frac{1}{R_4} (U_{v2}(s) - U_{v3}(s)) + sC_5 U_{v2}(s)$$

$$0 = \frac{1}{R_3} (U_{v3}(s) - U_{v1}(s)) + \frac{1}{R_4} (U_{v3}(s) - U_{v2}(s)) + \frac{1}{R_6} U_{v3}(s)$$

Nakon sređivanja:

$$\frac{U_{g1}(s)}{R_1} + \frac{i_{L2}(0)}{s} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{sL_2} + \frac{1}{R_3} \right) U_{v1}(s) - \frac{1}{sL_2} U_{v2}(s) - \frac{1}{R_3} U_{v3}(s)$$

$$-\frac{i_{L2}(0)}{s} - C_5 u_{C5}(0) = -\frac{1}{sL_2} U_{v1}(s) + \left(\frac{1}{sL_2} + \frac{1}{R_4} + sC_5 \right) U_{v2}(s) - \frac{1}{R_4} U_{v3}(s)$$

$$0 = -\frac{1}{R_3} U_{v1}(s) - \frac{1}{R_4} U_{v2}(s) + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) U_{v3}(s)$$

- Konačna forma jednadžbi čvorišta:
- Orijentacije napona čvorišta \rightarrow znak + na čvorištu koje nije referentno.
- Lijeva strana jednadžbe \rightarrow suma strujnih izvora čije struje ulaze u čvorište
- Desna strana \rightarrow suma struja u granama s pasivnim elementima:
 - struja nastala djelovanjem napona promatranoga čvorišta i
 - sume struja suprotnih smjerova nastalih djelovanjem napona ostalih čvorišta.
- Ovakav način pisanja jednadžbi \rightarrow *jednadžbe čvorišta*.

■ U matričnoj formi $\mathbf{I}_g = \mathbf{Y}_v \cdot \mathbf{U}_v$

■ $\mathbf{U}_v \rightarrow$ vektor napona čvorišta

$$\mathbf{U}_v = \begin{bmatrix} U_{v1} \\ U_{v2} \\ U_{v3} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{I}_g \rightarrow$ vektor strujnih izvora

$$\mathbf{I}_g = \begin{bmatrix} \frac{U_{g1}(s)}{R_1} + \frac{i_{L2}(0)}{s} \\ -\frac{i_{L2}(0)}{s} - C_5 u_{C5}(0) \\ 0 \end{bmatrix}$$

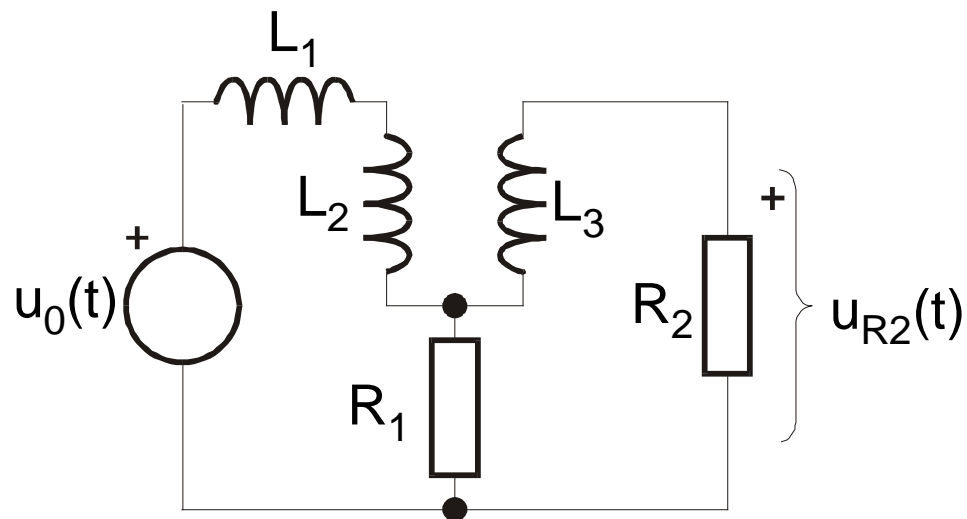
$$\mathbf{I}_g = \mathbf{Y}_v \cdot \mathbf{U}_v$$

\mathbf{Y}_v kvadratna matrica \rightarrow **matrica admitancija čvorišta.**

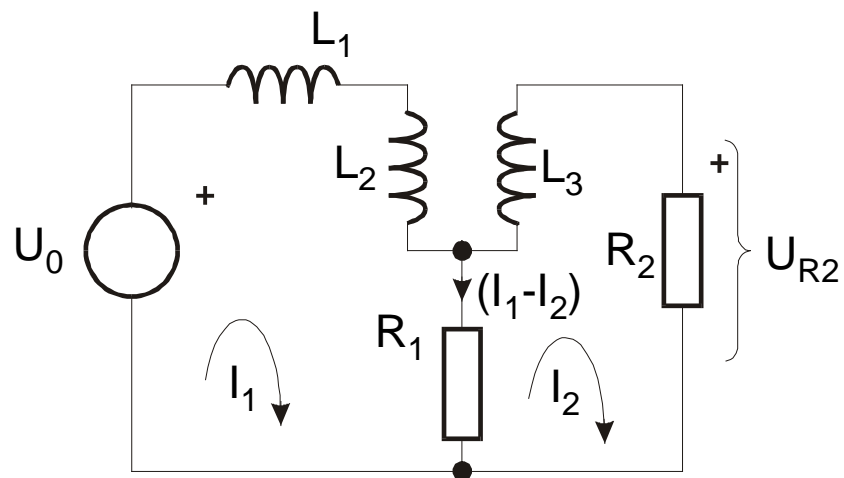
$$\mathbf{Y}_v = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{sL_2} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{sL_2} & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{sL_2} & \frac{1}{sL_2} + \frac{1}{R_4} + sC_5 & -\frac{1}{R_4} \\ -\frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_4} & \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \end{bmatrix}$$

- Element glavne dijagonale matrice
- \rightarrow suma admitancija grana vezanih na promatrano čvorište.
- Elementi izvan glavne dijagonale
- \rightarrow admitancije grana, spojenih na dva promatrana čvorišta.
- Negativni predznaci elemenata izvan glavne dijagonale
 \rightarrow posljedica odabira orijentacija napona čvorišta.

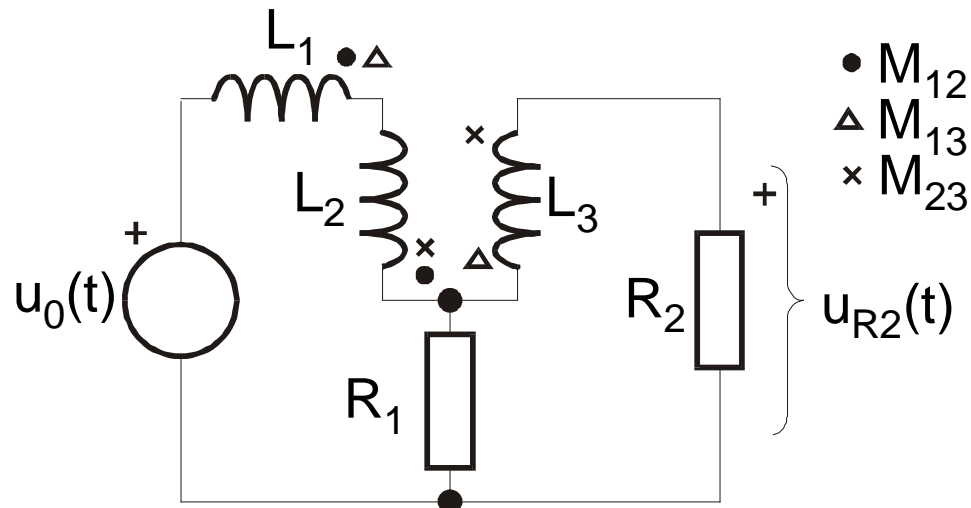
1.A. Za mrežu prikazanu slikom izračunati napon $u_{R2}(t)$ ako su zadane normalizirane vrijednosti elemenata: $R_1=1$, $R_2=1$, $L_1=1$, $L_2=2$, $L_3=4$ te napon generatora $u_0(t)=S(t)$.



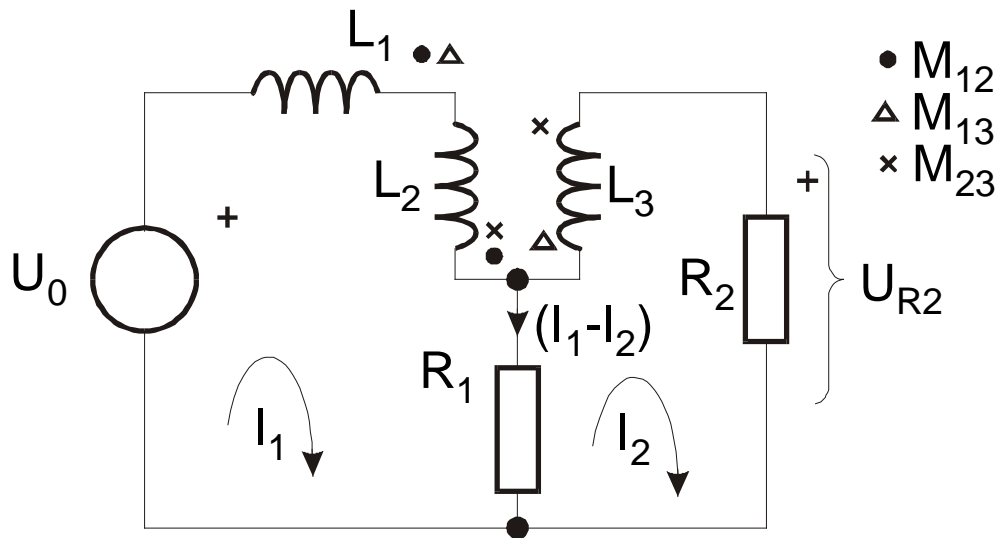
Rješenje:



1.B. Za mrežu prikazanu slikom izračunati napon $u_{R2}(t)$ ako su zadane normalizirane vrijednosti elemenata: $R_1=1$, $R_2=1$, $L_1=1$, $L_2=2$, $L_3=4$, $M_{12}=1/2$, $M_{13}=2$, $M_{23}=3$ te napon generatora $u_0(t)=S(t)$.



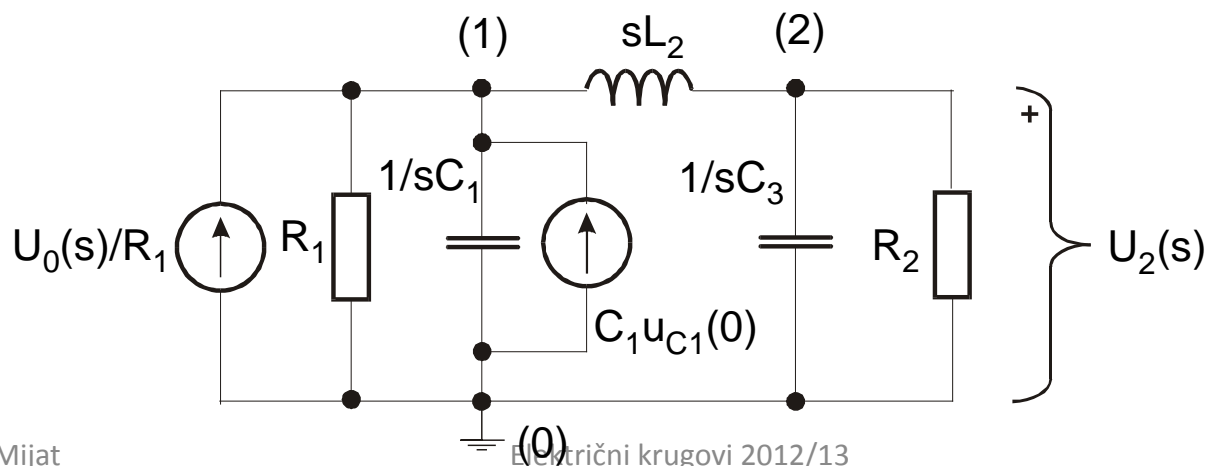
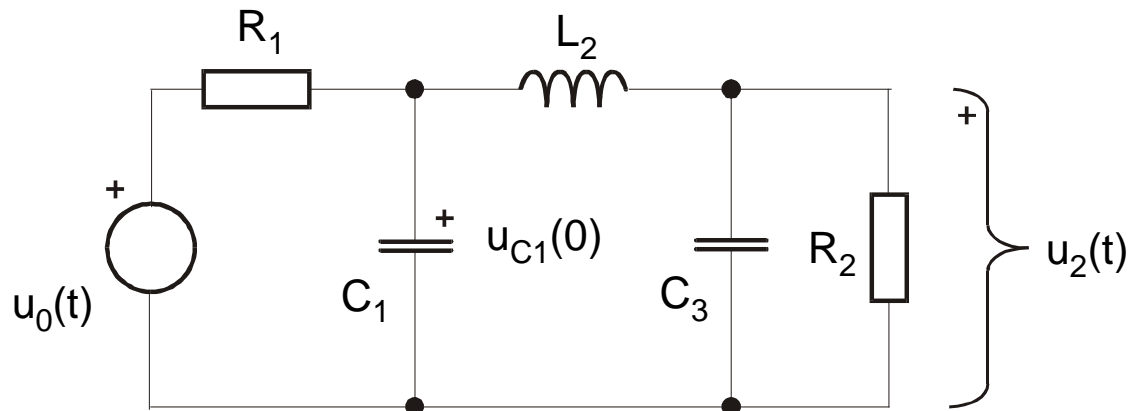
Rješenje:



2. Izračunati odziv napona $u_2(t)$ na otporu R_2 za mrežu prikazanu slikom. Zadana je pobuda, početni napon na kapacitetu C_1 i normalizirane vrijednosti elemenata.

$$u_0(t) = \delta(t) \quad R_1 = R_2 = 1 \quad C_1 = C_3 = 1$$

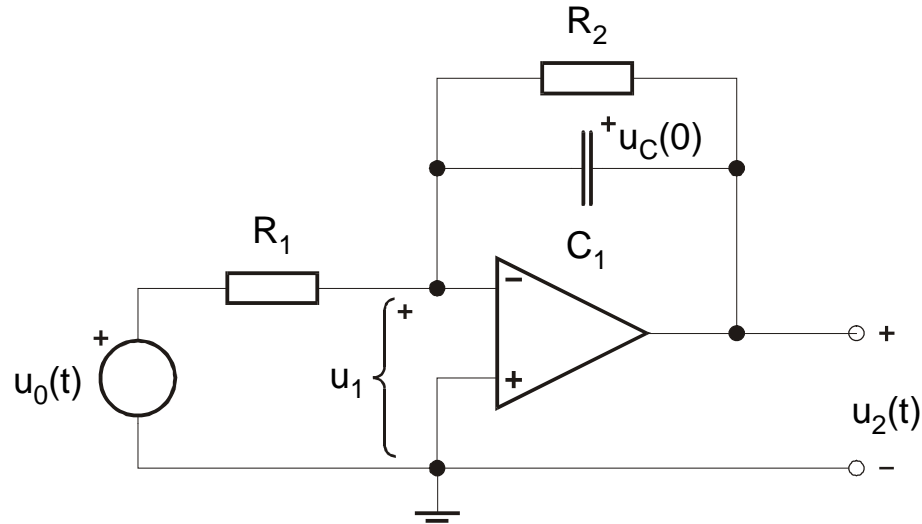
$$u_{C_1}(0) = 1 \quad L_2 = 2$$



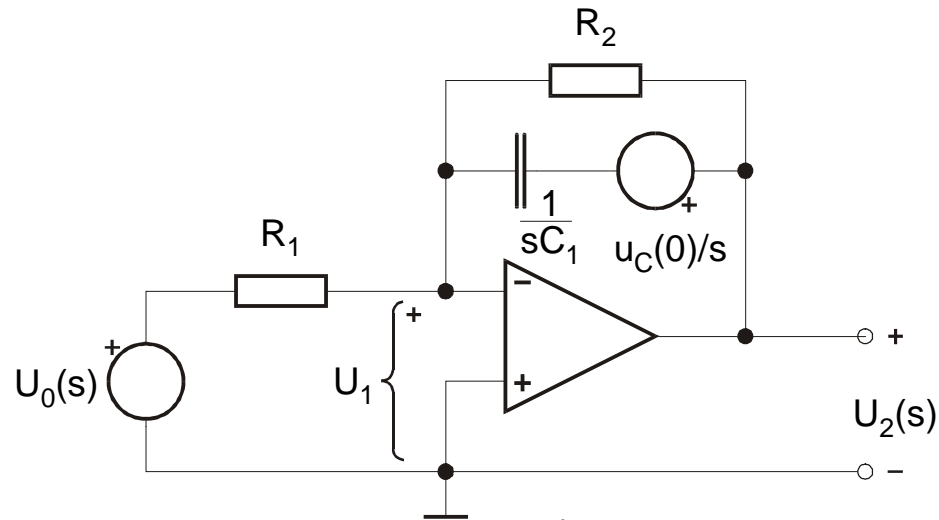
3. Za mrežu na slici odrediti i skicirati odziv napona $u_2(t)$ ako je zadano:

$$u_0(t) = S(t), R_1 = 1, R_2 = 1, C_1 = 1, u_C(0) = 1$$

Odziv izračunati primjenom Laplaceove transformacije.

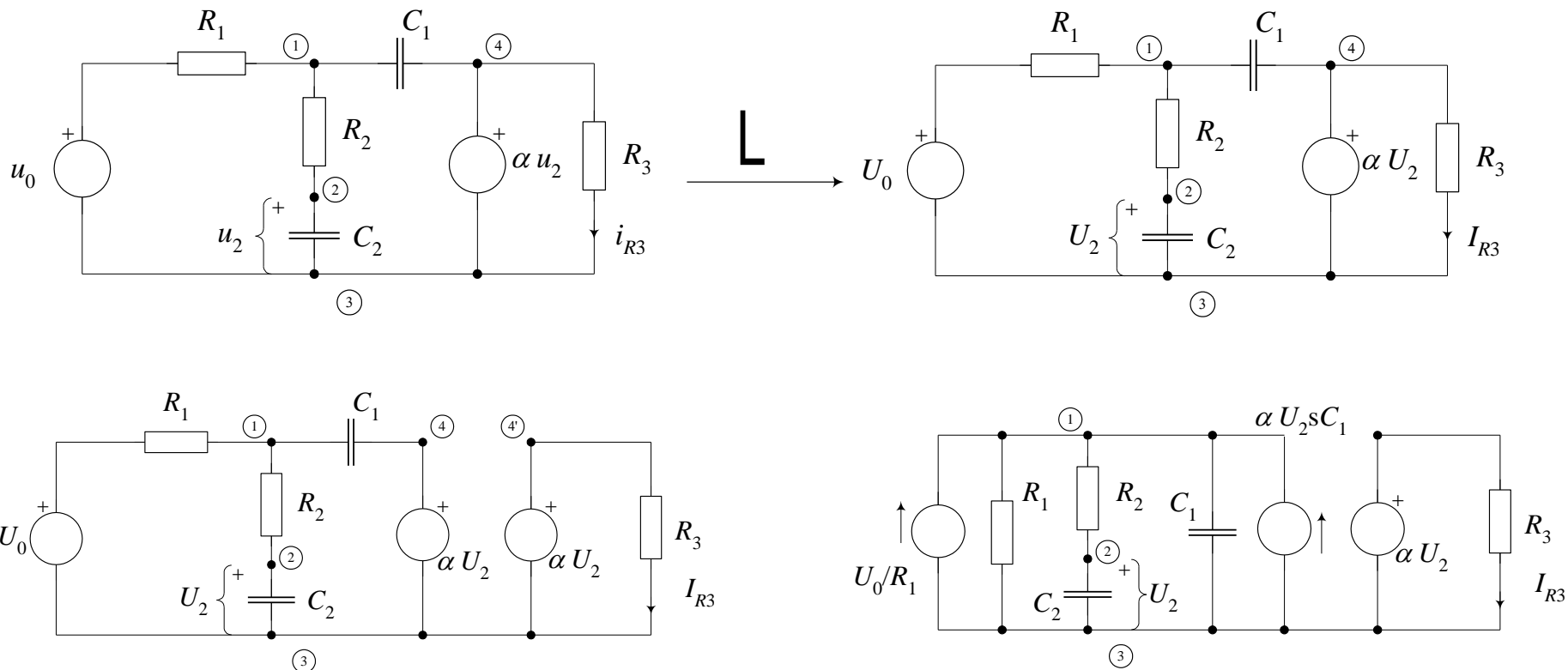


Rješenje:

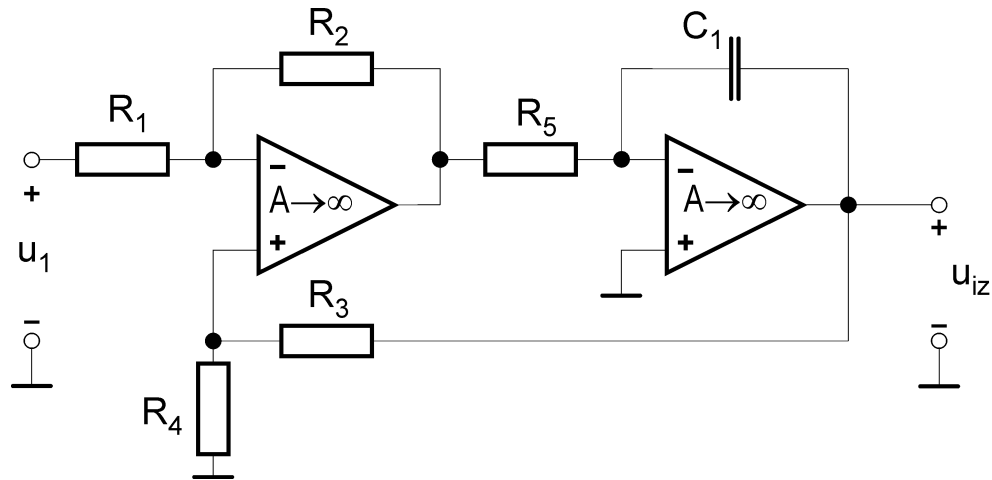


4. Odredite odziv $i_{R3}(t)$ mreže na slici ako je pobuda $u_0(t) = \delta(t)$.

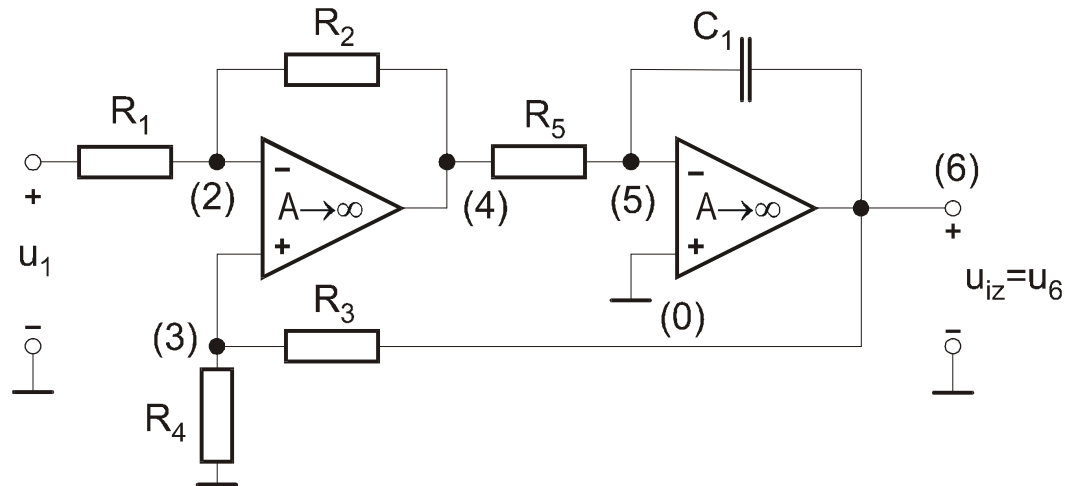
Zadano je: $R_1 = R_2 = 1$, $C_1 = C_2 = 2$, $\alpha = 2$, $R_3 = 2$



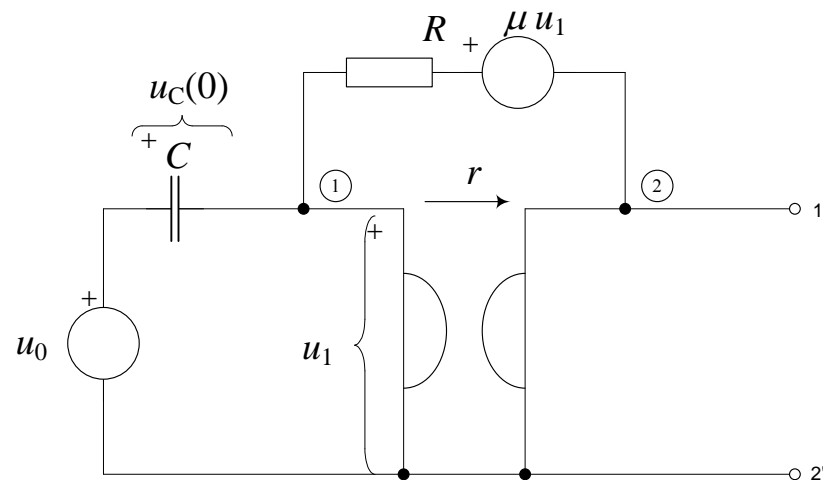
5. Odrediti odziv $U_{iz}(s)$ za mrežu prikazanu slikom ako je pobuda $U_1(s) = \frac{1}{s}$.
 Zadano je $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=1$, $C_1=1$.



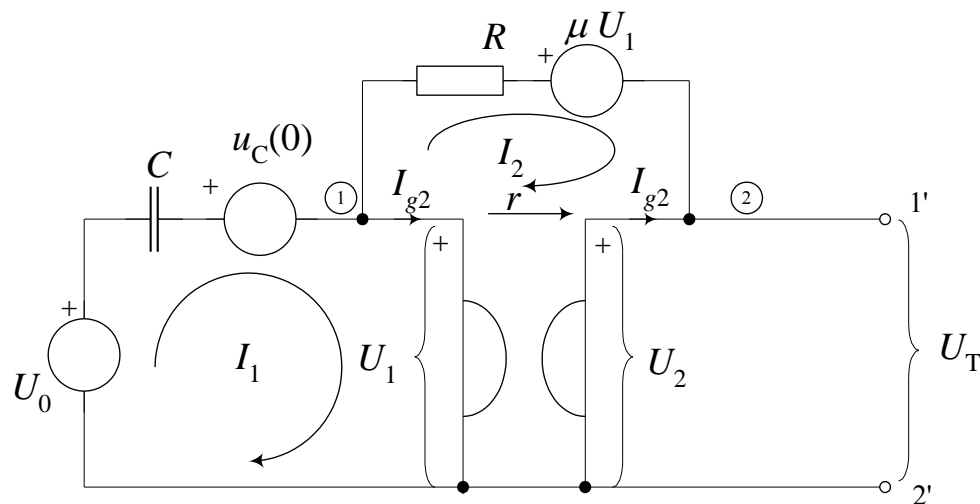
Rješenje:



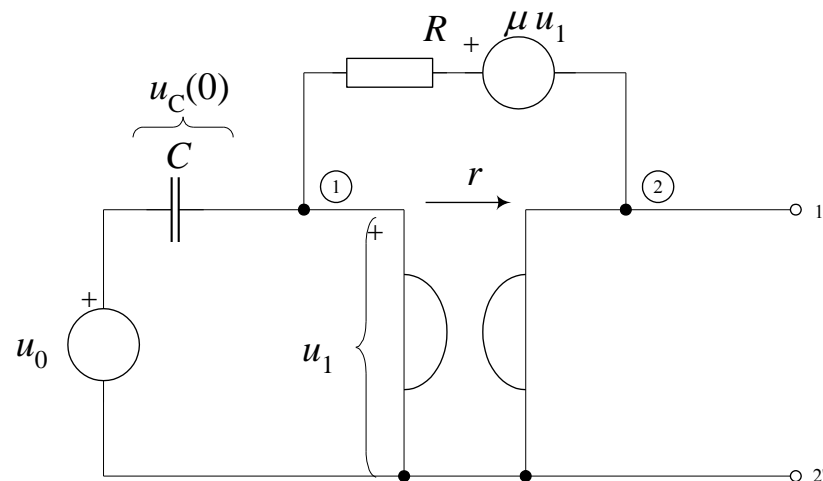
6. Za mrežu prikazanu slikom odrediti nadomjesnu shemu po Theveninu obzirom na priključnice 1-1', primjenom jednađžbi petlji, ako je pobuda $u_0(t)=S(t)$. Zadane su normirane vrijednosti elemenata: $R=0.5$, $r=0.5$, $\mu=0.5$, $C=1$ i početni napon na kapacitetu $u_C(0)=2$.



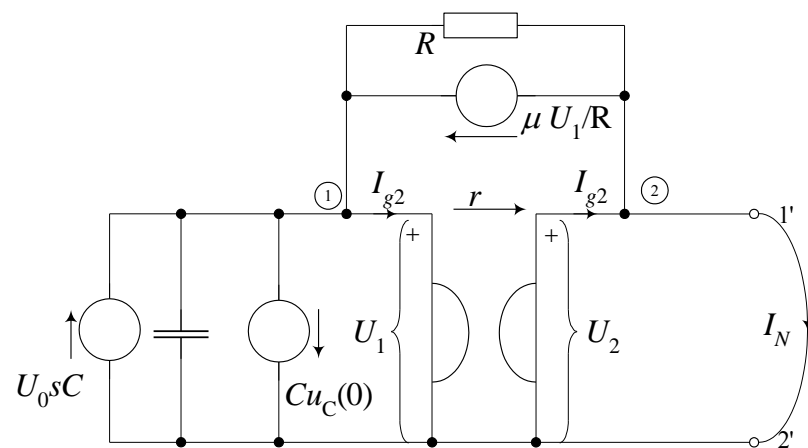
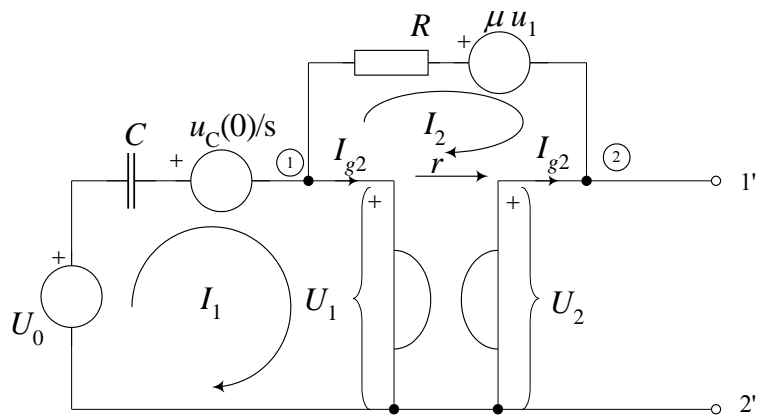
Rješenje:



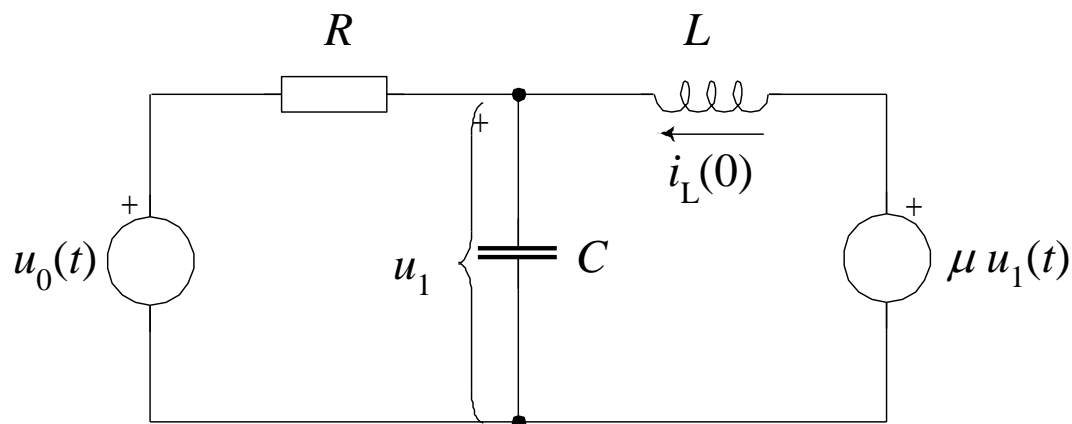
7. Za mrežu prikazanu slikom odrediti nadomjesnu shemu po Nortonu obzirom na priključnice 1-1', koristeći postupak jednažbi čvorišta, ako je pobuda $u_0(t)=S(t)$. Zadane su normirane vrijednosti elemenata: $R=0.5$, $r=0.5$, $m=0.5$, $C=1$ i početni napon na kapacitetu $u_C(0)=2$.



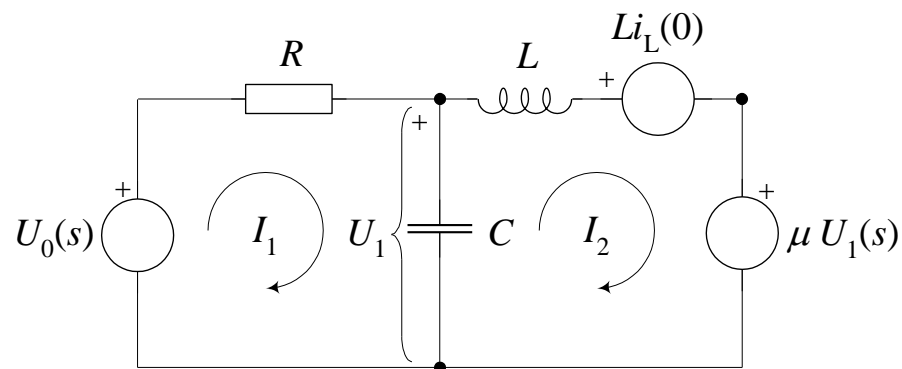
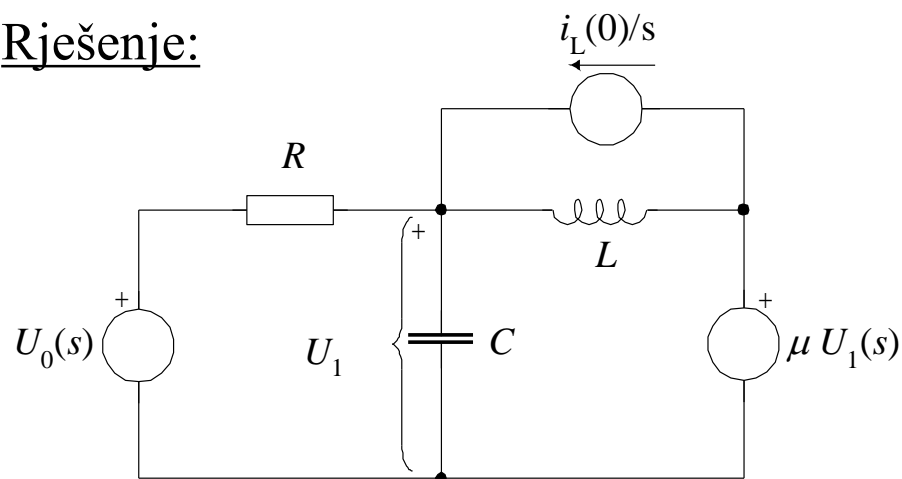
Rješenje:



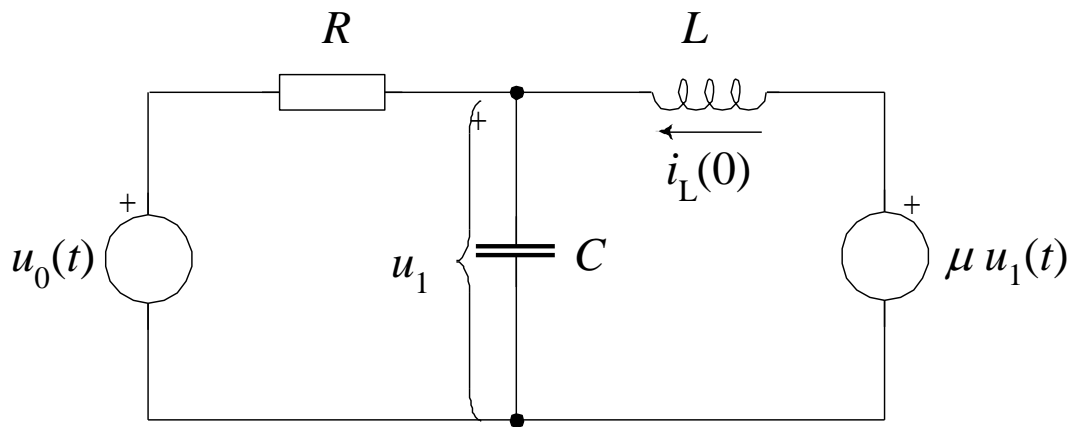
8. Za mrežu prikazanu slikom napisati jednadžbe petlji. Konačni oblik jednadžbi prikazati u formi matrične jednadžbe. Izračunati napon $U_1(s)$, ako je zadana pobuda $u_0(t) = S(t)$, $\mu = 2/3$, početna struja kroz induktivitet $i_L(0) = 1$ i normirane vrijednosti elemenata: $R=1$, $L=1/2$ i $C=1/3$.



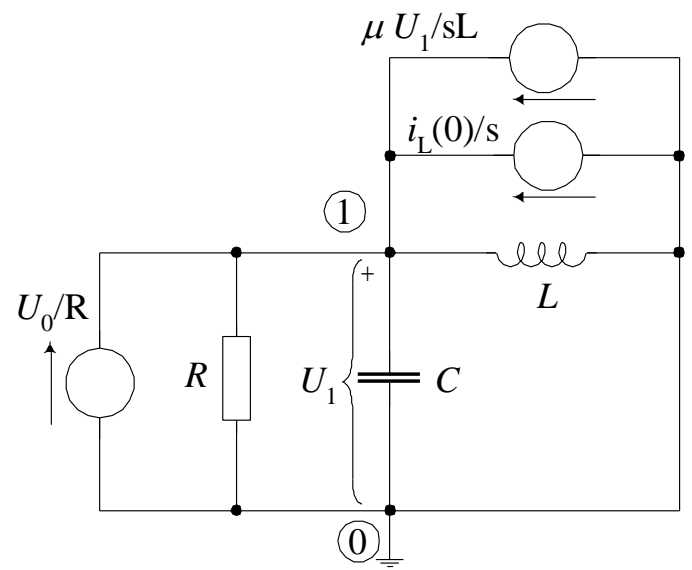
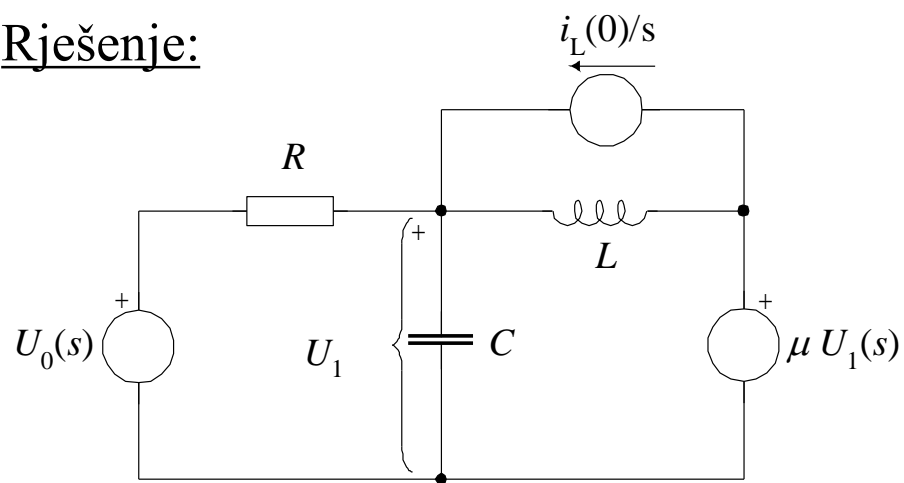
Rješenje:



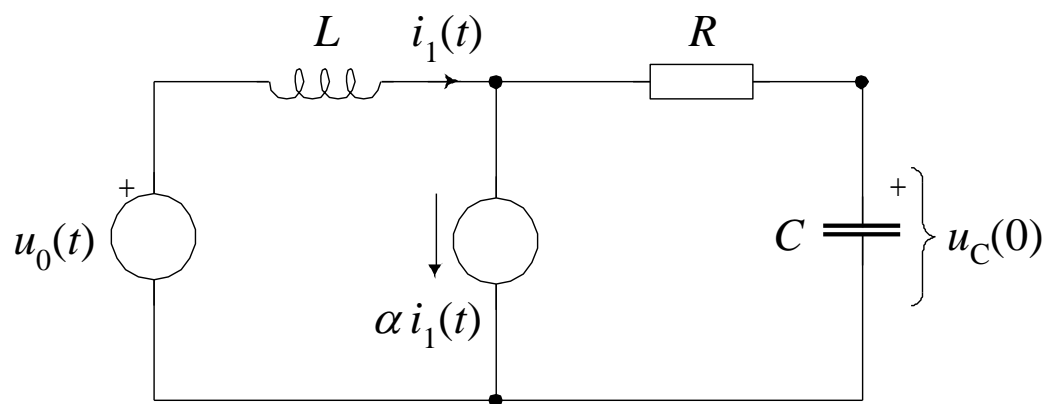
9. Za mrežu prikazanu slikom napisati jednadžbe čvorišta . Izračunati napon $U_1(s)$, ako je zadana pobuda $u_0(t)= S(t)$, $\mu=2/3$, početna struja kroz induktivitet $i_L(0)=1$ i normirane vrijednosti elemenata: $R=1$, $L=1/2$ i $C=1/3$.



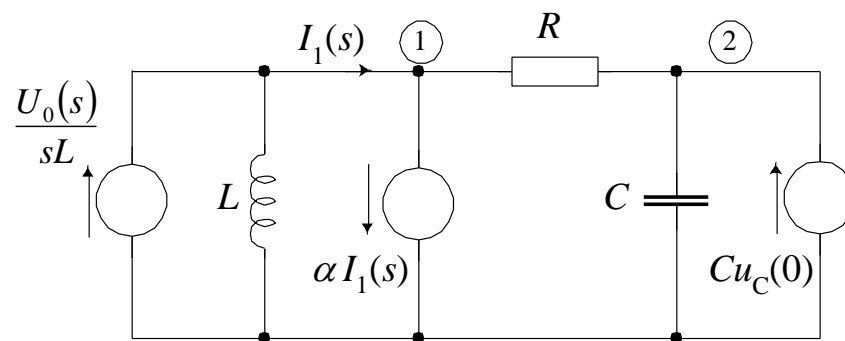
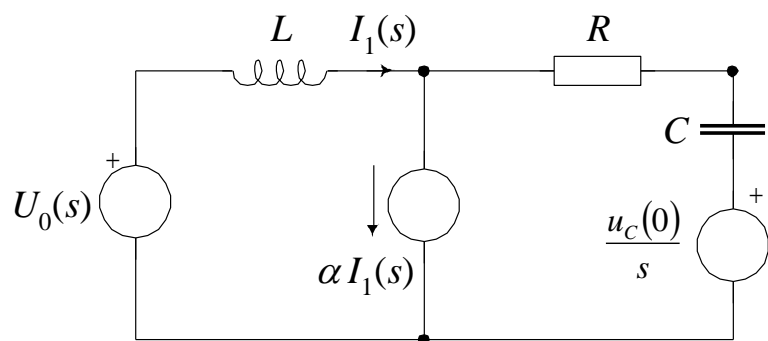
Rješenje:



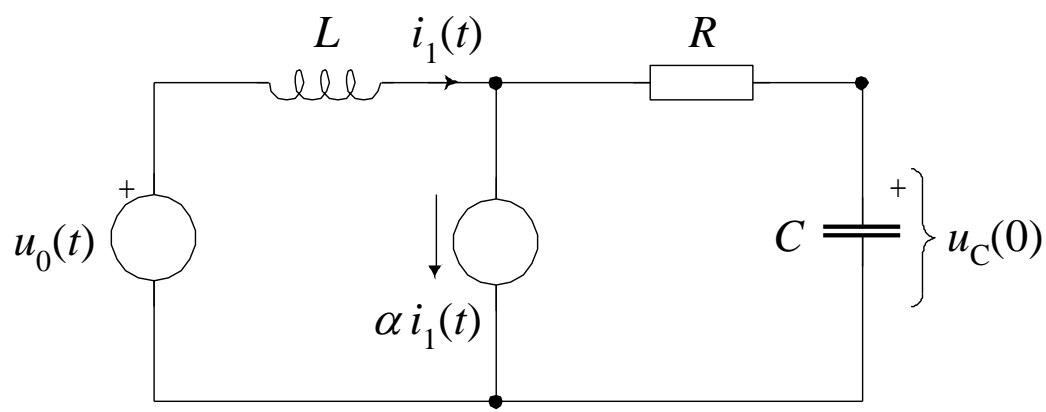
10. Za mrežu prikazanu slikom napisati jednadžbe čvorišta. Konačni oblik jednadžbi prikazati u formi matrične jednadžbe. Izračunati struju $I_1(s)$, ako je zadana pobuda $u_0(t) = S(t)$, $\alpha = 1/2$, početni napon na kapacitetu $u_C(0) = 1/2$ i normirane vrijednosti elemenata: $R=2$, $L=1$ i $C=1$.



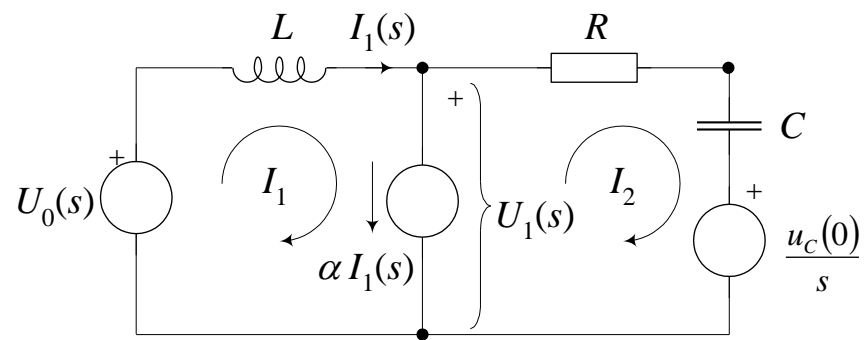
Rješenje:



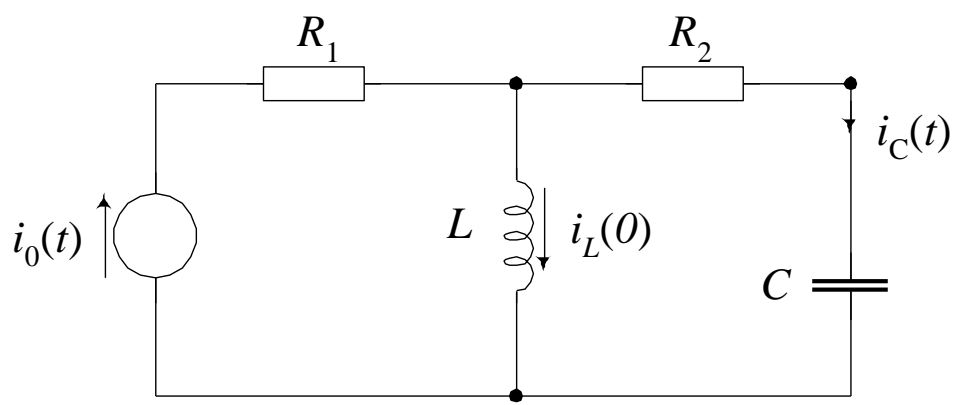
11. Za mrežu prikazanu slikom napisati jednadžbe petlji. Izračunati struju $I_1(s)$, ako je zadana pobuda $u_0(t)= S(t)$, $\alpha=1/2$, početni napon na kapacitetu $u_C(0)=1/2$ i normirane vrijednosti elemenata: $R=2$, $L=1$ i $C=1$.



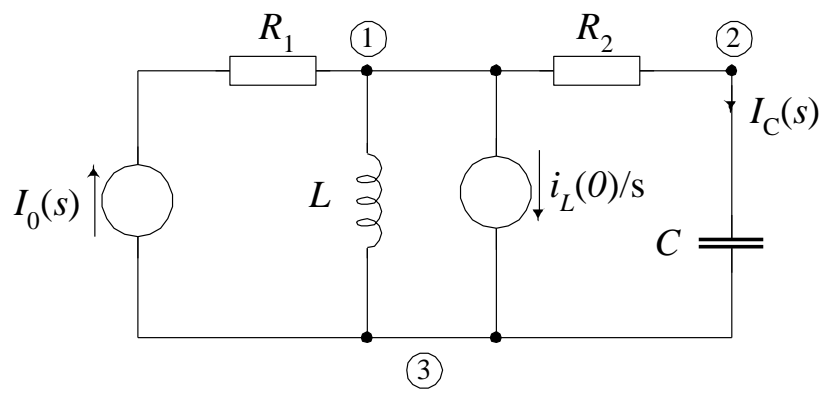
Rješenje:



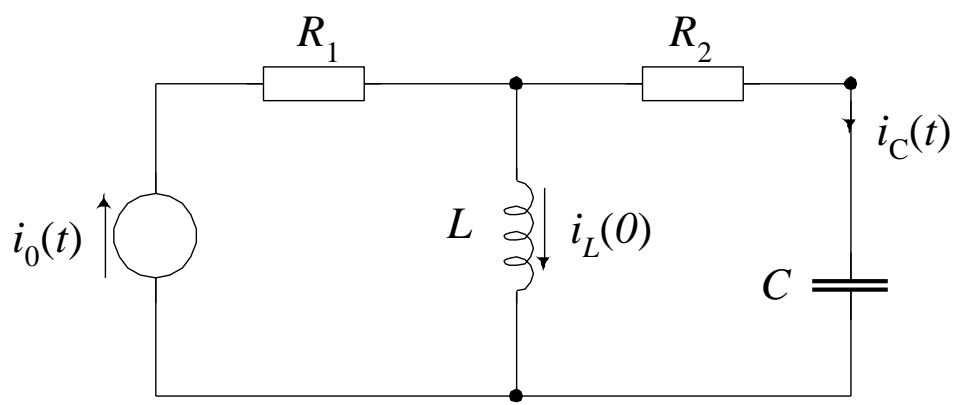
12. Za mrežu prikazanu slikom napisati jednadžbe čvorišta. Izračunati struju $i_C(t)$, ako je zadana pobuda $i_0(t)=\delta(t)$, početna struja kroz induktivitet $i_L(0)=1$ i normirane vrijednosti elemenata: $R_1=1$ $R_2=1$, $L=1$ i $C=1$.



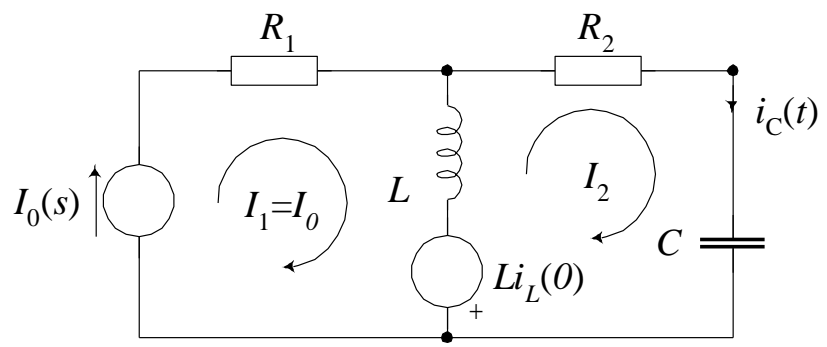
Rješenje:



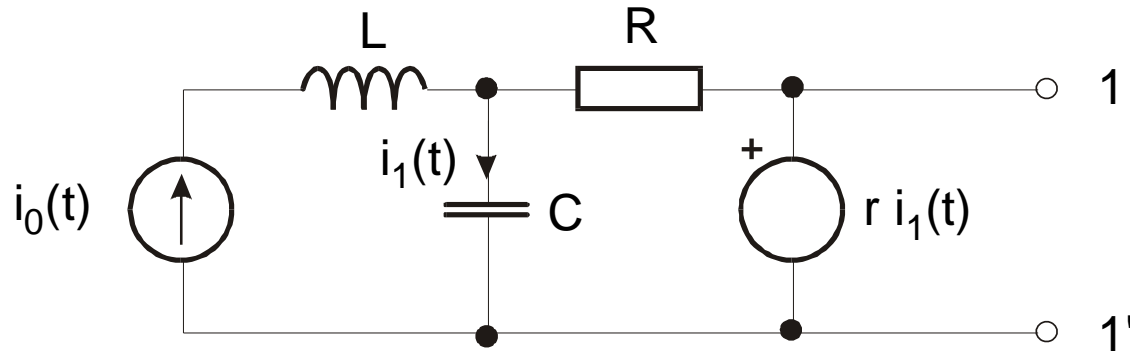
13. Za mrežu prikazanu slikom napisati jednadžbe petlji. Izračunati struju $i_C(t)$, ako je zadana pobuda $i_0(t)=\delta(t)$, početna struja kroz induktivitet $i_L(0)=1$ i normirane vrijednosti elemenata: $R_1=1$ $R_2=1$, $L=1$ i $C=1$.



Rješenje:



14. Za mrežu prikazanu slikom odrediti nadomjesne parametre mreže po Teveninu $U_T(s)$ i $Z_T(s)$ na stezaljkama 1-1'. Zadano je $R=2$, $r=1$, $C=1$, $i_0(t)=S(t)$.



Rješenje: