

Električni krugovi

Električni krugovi -Kratki pregled kolegija

Nositelji	Ured: ZESOI	E-mail	Konzultacije
Prof. dr. Neven Mijat	D-117 Tel: 6129966	neven.mijat@fer.hr	
Doc. dr. Dražen Jurišić	D-109 Tel:6129949	drazen.jurismic@fer.hr	
Predavači			
Dr. Igor Lacković	D-129 Tel:6129808	igor.lackovic@fer.hr	
Dr. Mirko Dozet		mirko.dozet@tvz.hr	

Sve informacije o predmetu i predavačima mogu se dobiti na **ZAVODU ZA ELEKTRONIČKE SUSTAVE I OBRADBU INFORMACIJA (ZESOI)**

Električni krugovi -Kratki pregled kolegija

- Satnica: 5 sati predavanja i vježbi + 1 sat laboratorija
- Raspored:

Grupa	Predavači	Termini	
E1	Dozet	Pon. 11,00-13,00	Sri. 10,00-13,00
E2	Mijat	Pon. 17,00-19,00	Sri. 16,00-19,00
E3	Lacković	Pon. 08,00-10,00	Sri. 08,00-11,00
EK2	Jurišić	Pon. 14,00-16,00	Sri. 14,00-17,00

N → termini za nadoknade

Električni krugovi -Kratki pregled kolegija

- Električni krugovi
 - temeljni predmet studija Elektrotehnika i informacijska tehnologija
 - upoznaje studente s osnovnim principima električnih krugova, njihovim svojstvima i postupcima rješavanja problema
- Sadržaj:
 - Osnovne definicije, pojmovi i svojstva električnih krugova; elementi;
 - modeliranje elemenata; postupci analize električnih krugova
 - mrežne transformacije; teoremi mreža;
 - električni signali; definicija i podjela; Laplaceova transformacija;
 - jednađbe mreža ; grafovi;
 - prijenosne funkcije; frekvencijske karakteristike; funkcije imitancije;
 - četveropoli; osnovni filtarski krugovi;
 - električne linije; vremenska i prostorna raspodjela signala na liniji; refleksije

Električni krugovi -Kratki pregled kolegija

■ Provjere znanja:

■ Predavanja	2%	
■ Domaće zadaće	8%	10 domaćih zadaća
■ Laboratorij	15%	6 laboratorijskih vježbi
■ 1. međuispit	15%	od 22- 26.10.07.
■ 2. međuispit	25%	od 03-07. 12. 2006
■ Završni ispit	35%	od 25.01- 01.02.07

■ Na međuispitima i završnome ispitu dopušteno je koristiti skripte, bilješke i ostalu literaturu.

■ Uvjeti za prolaz:

- uspješno obavljene laboratorijske vježbe
- postignuto najmanje 50% od ukupnog doprinosa na provjerama znanja.

Električni krugovi -Kratki pregled kolegija

Literatura:

- V. Naglić, Osnovi teorije mreža, 1982.
- M. Plohl, Teorija četveropolnih sistema, 1987.
- M. Plohl, Osnovi teorije linija, 1982.
- V. Čosić, N. Mijat, N. Stojković, Teorija mreža i linija-zbirka zadataka, 1992.
- Dodatna literatura:
- J. Vlach: Basic Network Theory with Computer Applic., Van Nostrand, 1992.
- A. M. Davis: Linear Circuit Analysis, Brooks/Cole, Pacific Grove, CA, 1998.
- A. B. Carlson: Circuits, Brooks/Cole, Pacific Grove, CA, USA, 2000.
- PPT materijali će biti objavljeni na WEBu Zavoda prije svakog predavanja.

Električni krugovi -Kratki pregled kolegija

Laboratorij

- Laboratorijske vježbe su obavezne.
- Za pristup vježbi nužno je proučiti i razumjeti pripremni materijal.
- Tjedni u kojima se održavaju laboratorijske vježbe:

Grupa	Termini
Lab. 1	01-05. 10. 2007
Lab. 2	15-19. 10. 2007
Lab. 3	12-16. 11. 2007
Lab. 4	26-30. 11. 2007
Lab. 5	07-11. 01. 2008
Lab. 6	21-25. 01. 2008

Pravila ponašanja u predavaoni:

- Molimo ne kasnite na predavanja
- Isključite mobitele, radio, CD i DVD playere
- Ne ometajte ostale studente u slušanju predavanja

Električni krugovi

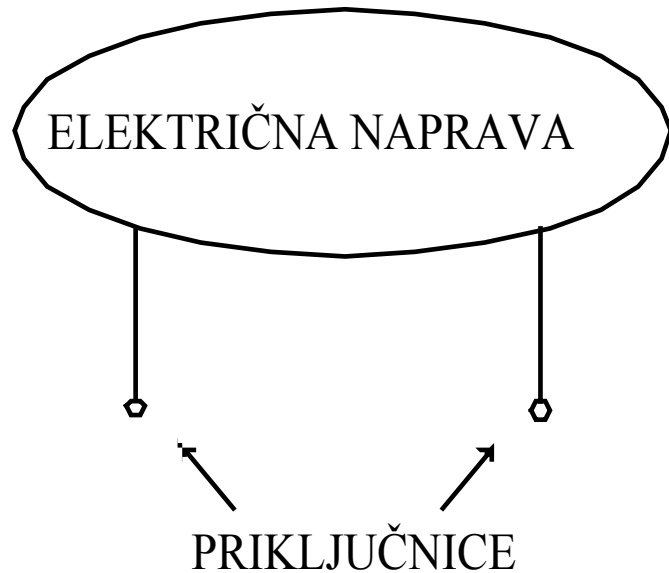
Osnovni pojmovi i definicije

Lit.: V. Naglič: Osnovi teorije mreža, p. 1.1-1.5

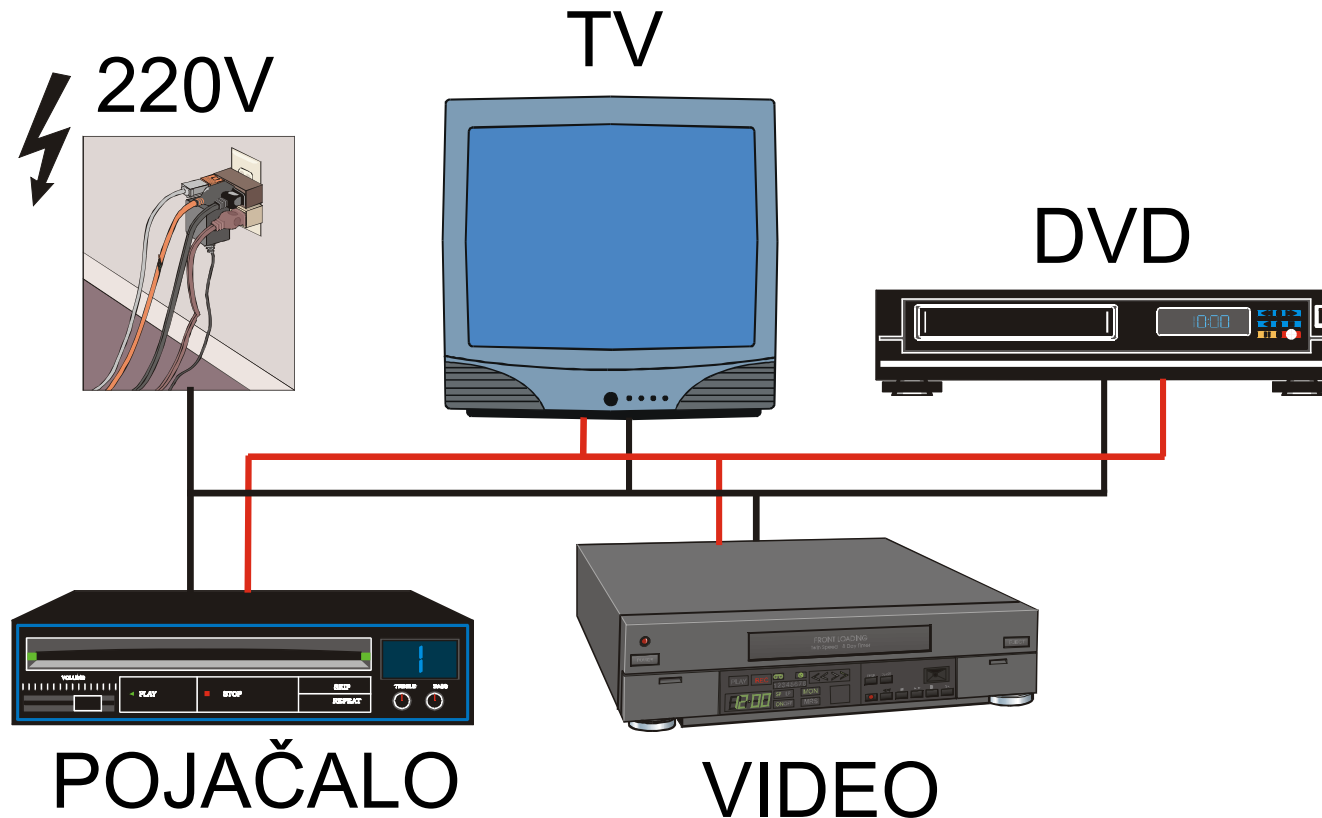
Teorija električnih krugova

- Grana elektrotehnike čiji objekti proučavanja su
ELEKTRIČNI KRUGOVI (Electrical circuits)
odnosno
ELEKTRIČNE MREŽE (Electrical networks)
- **ELEKTRIČNA MREŽA** je skup smisleno povezanih električnih naprava, koje međusobno djelujući obavljaju određenu funkciju.

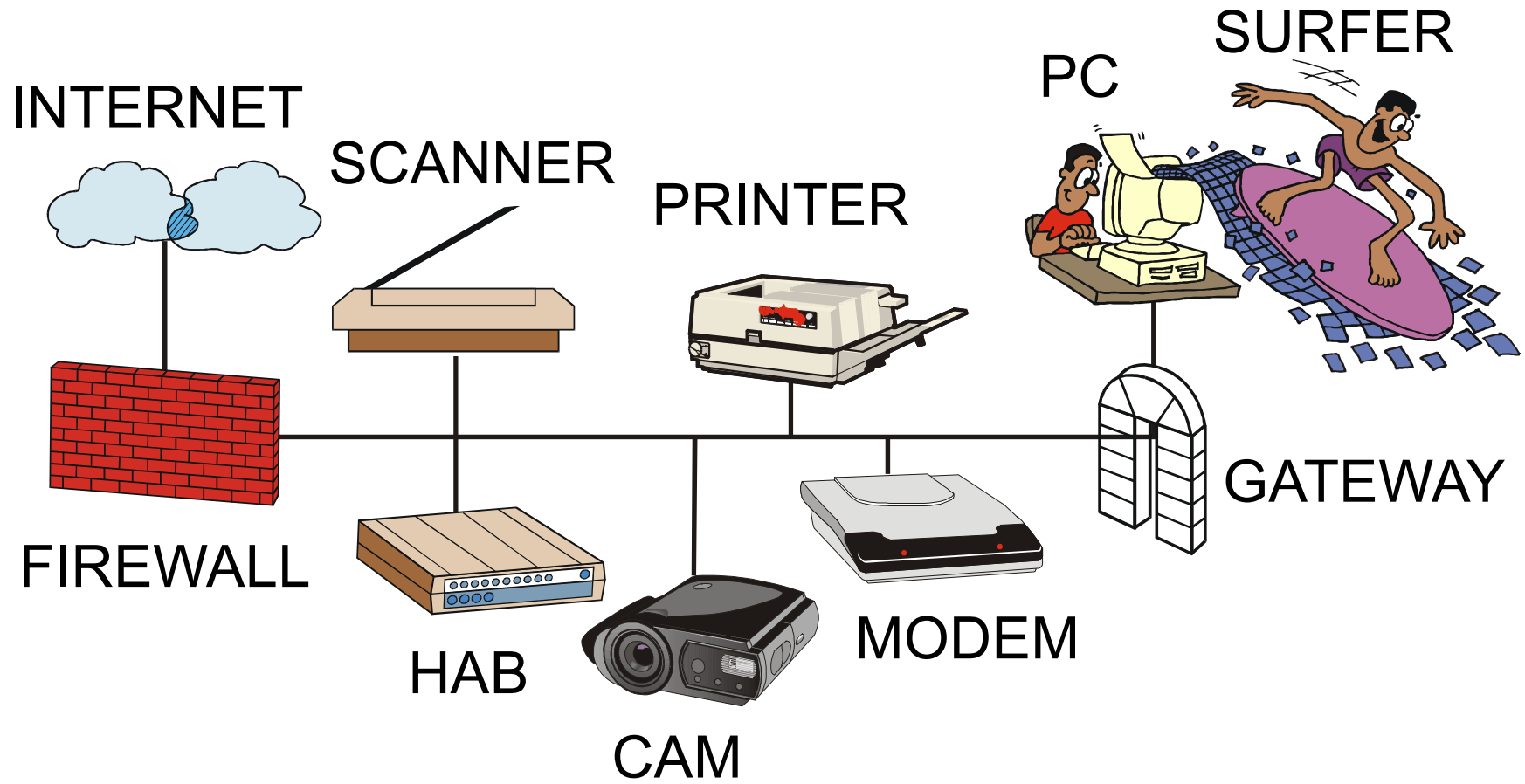
- Osnovna funkcija električne mreže
 - Oblikovanje ili prijenos signala
 - Oblikovanje ili prijenos energije
- Svaka električna naprava ima najmanje **dvije priključnice**.



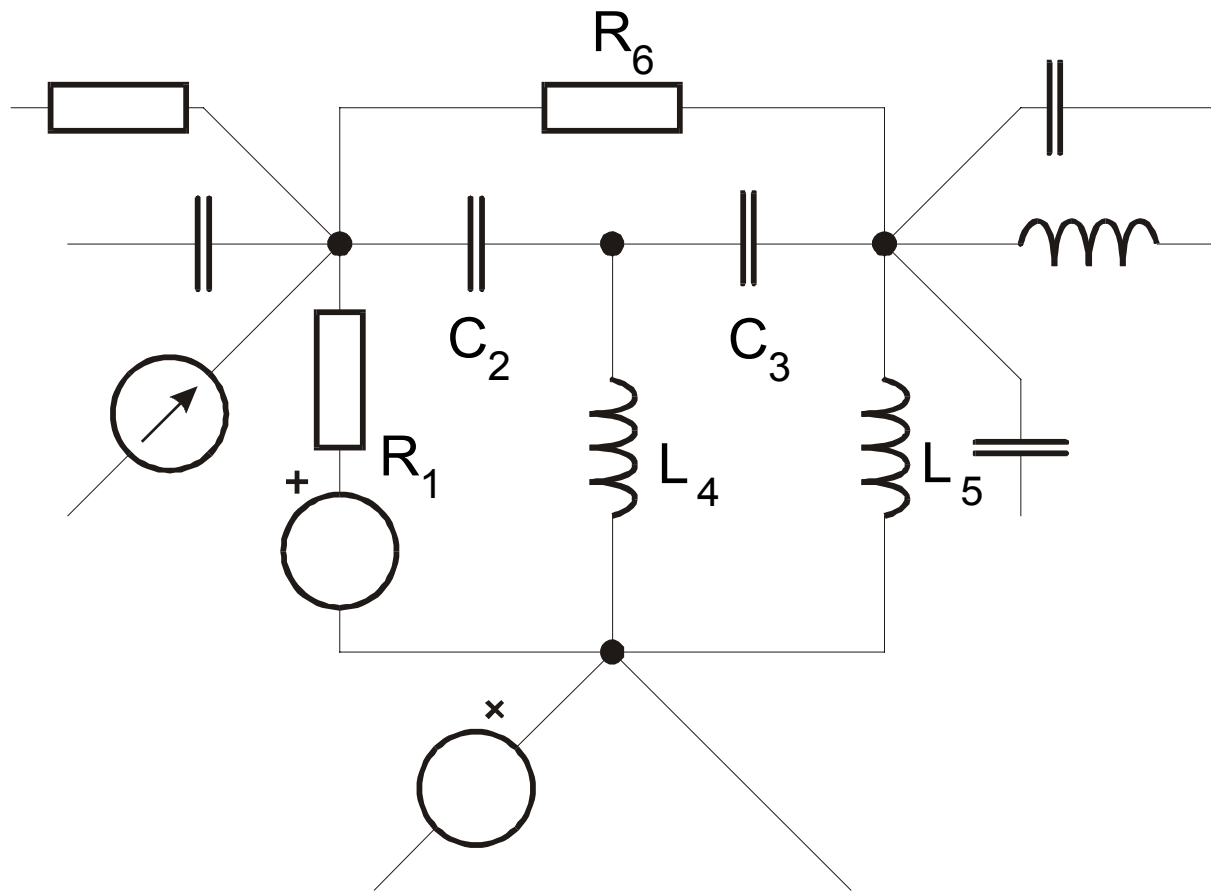
Primjer: mreža kućanskih aparata



Primjer: računalna mreža

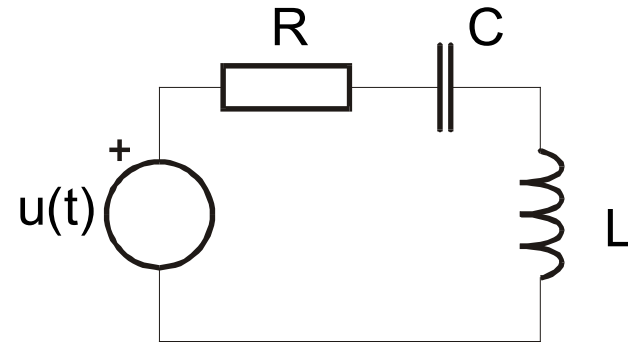


Primjer: električna mreža



- **ELEKTRIČNI KRUG-** (Electrical circuit)
- Električna mreža sastavljena od električnih naprava, koje su povezane tako da čine zatvorenu cjelinu.

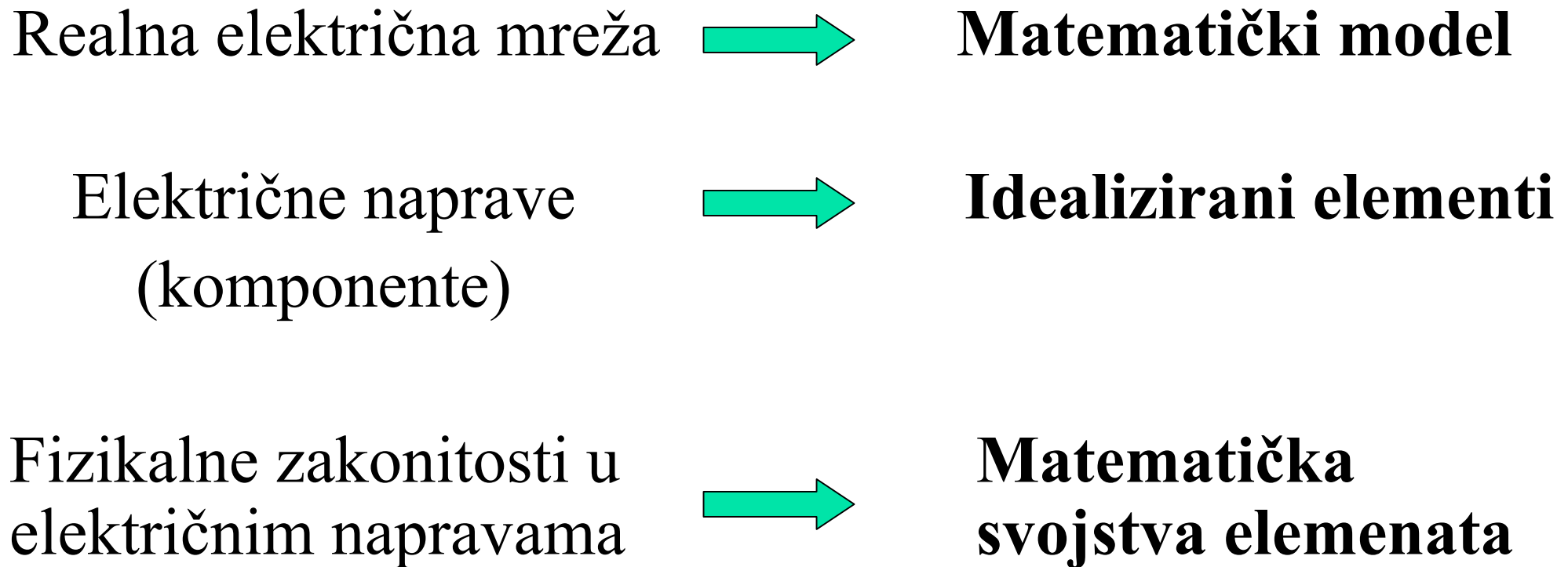
primjer: RLC krug



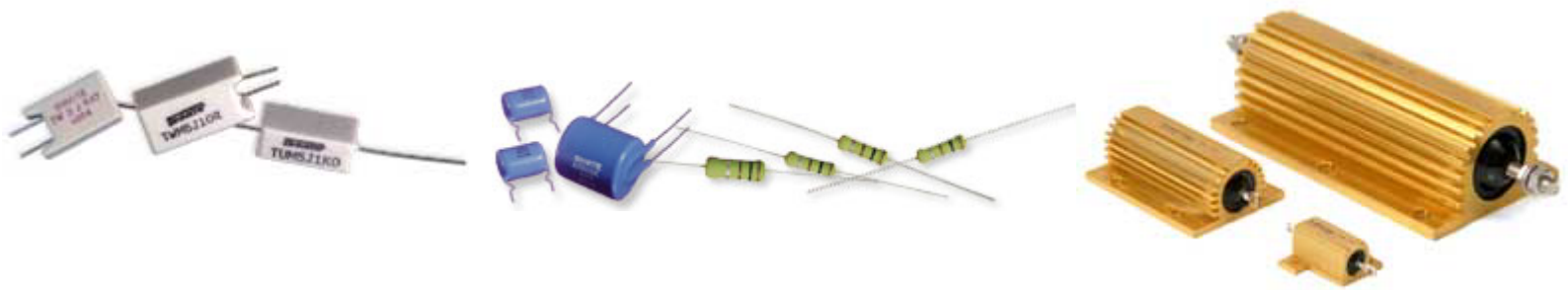
O

Modeliranje električnih krugova

Za potrebe analize električne mreže nužno je definirati njen **matematički model**.



Primjer: Otpornik – komponenta realne mreže



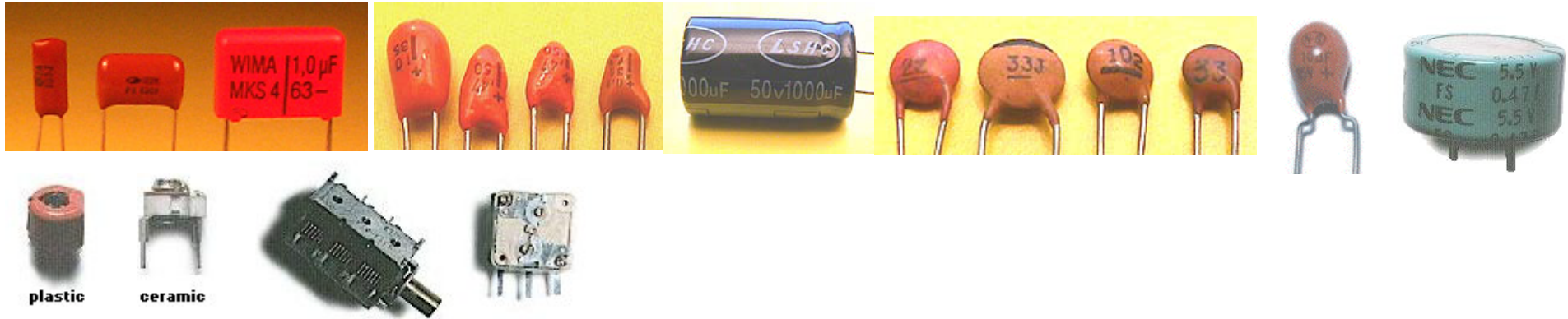
U nadomjesnoj mreži - modelu

R



otpor - element idealizirane mreže

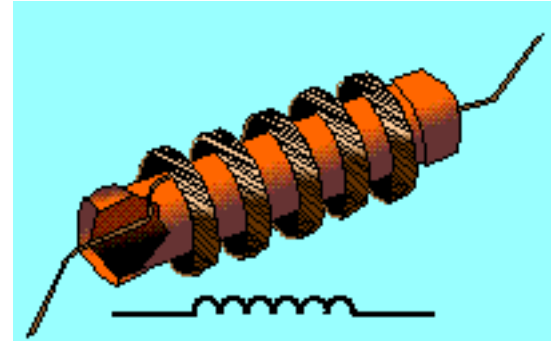
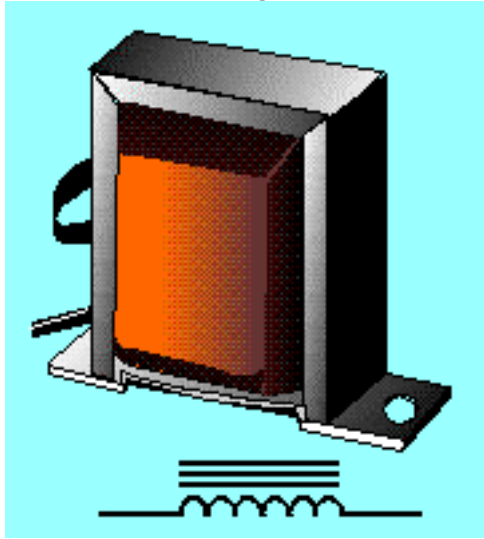
Primjer: Kondenzator - komponenta realne mreže



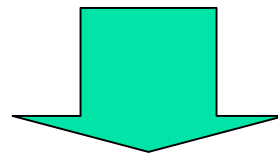
U nadomjesnoj mreži - modelu



Primjer: Zavojnica ili svitak - komponenta realne mreže



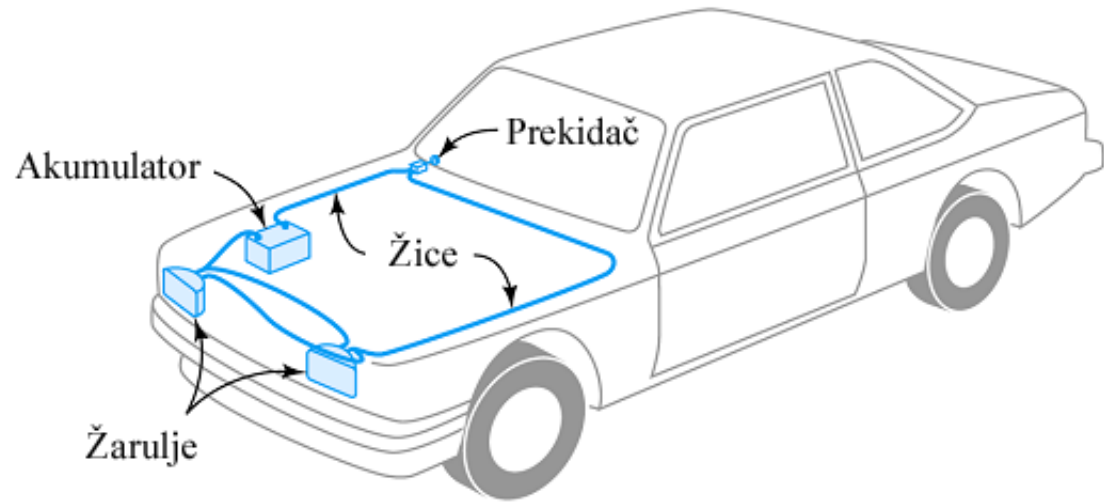
U nadomjesnoj mreži - modelu \rightarrow L



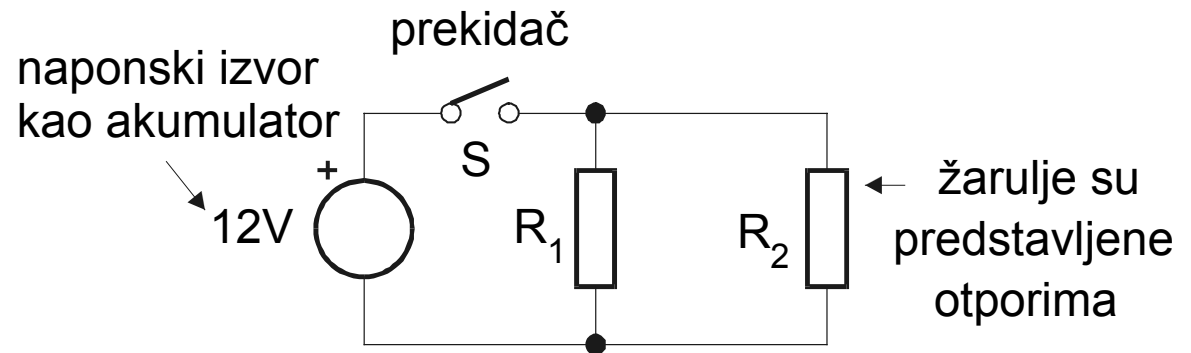
induktivitet - element idealizirane mreže

primjer:

Automobil-stvarni
fizički položaj
električnog kruga



Električki model



električna mreža kao model

- Komponente realnih električnih krugova karakterizirane su :
 - **fizičkim dimenzijama**
 - **fizikalnim svojstvima**
- U nadomjesnoj mreži ili modelu:
 - **koncentrirani elementi bez fizičkih dimenzija**

Svaka komponenta el. kruga ima dvije ili više priključnica preko kojih je povezana s ostalim komponentama.

U nadomjesnoj mreži priključnice nazivamo
polovima.

Teorija električnih krugova obuhvaća postupke

- **analize i**
 - **projektiranja**
- električnih krugova.

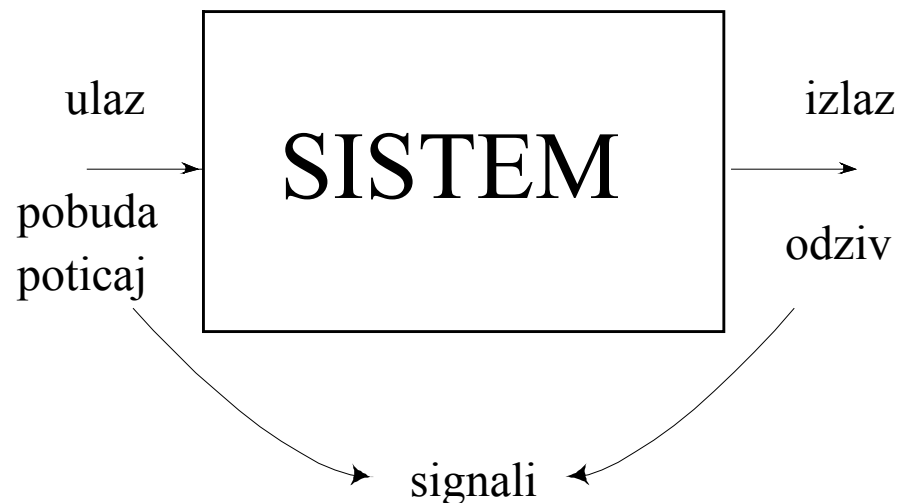
Objekti proučavanja su
matematički modeli realnih krugova,
odnosno njihove nadomjesne ili ekvivalentne mreže.

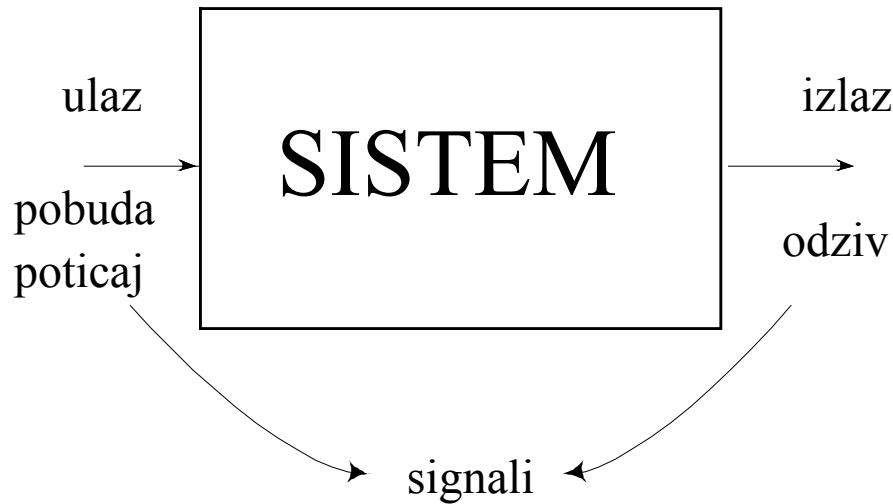
ELEKTRIČNA MREŽA



SISTEM

- Sistem obično simbolički predočavamo kao zatvorenu kutiju koja ima svoje ulaze i izlaze





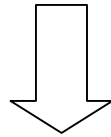
- Sistem → skup povezanih komponenti koje međusobno djelujući obavljaju propisanu funkciju.
 - Svaki sistem ima jedan ili više ulaza i jedan ili više izlaza, koje nazivamo signalima.
 - Ulaz = pobuda ili poticaj sistema
 - Izlaz = odziv sistema
- } ■ **SIGNALI**

- **SISTEMI mogu biti vrlo raznolikoga karaktera**
 - Električni
 - Mehanički
 - Hidraulički
 - Kemijski
 - Ekonomski
 - Biološki
 - ...

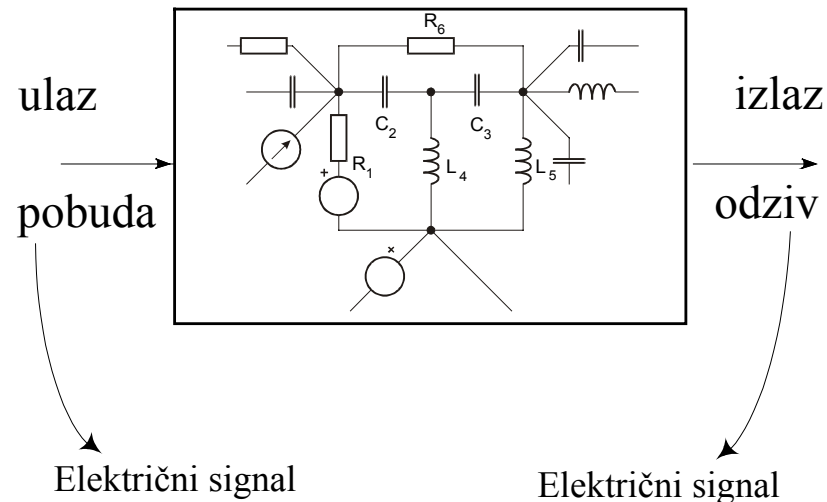
■ Karakter sistema određuju signali na ulazima i izlazima

Ako su signali električne veličine ➡ **ELEKTRIČNI SISTEM**

ELEKTRIČNI SISTEM sastavljen od električnih komponenti



Električna mreža

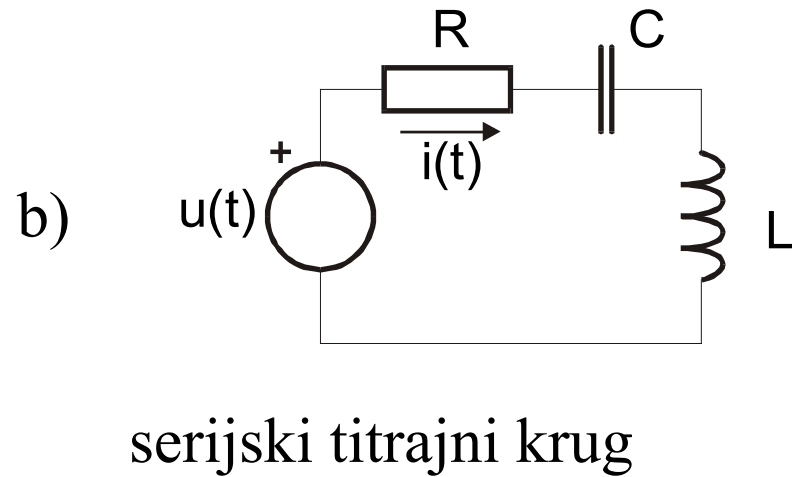
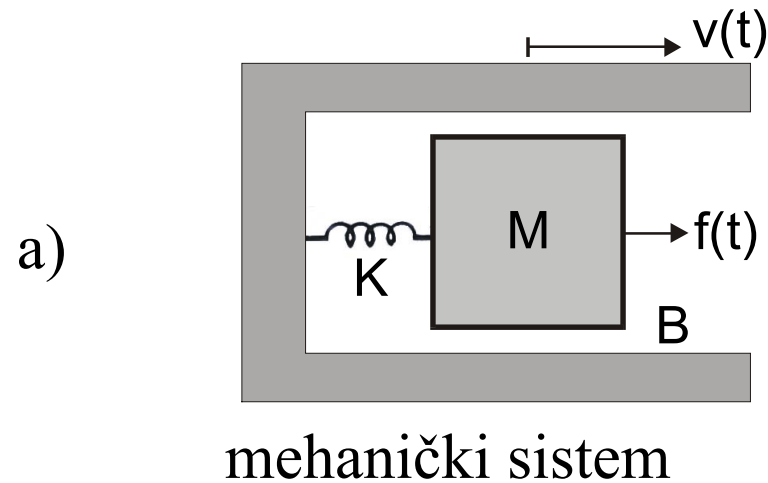


Temeljne električne veličine

- Napon u
- Struja i
- Energija E
- Snaga p
- Naboj q
- Magn. tok φ

- Mnoge je neelektrične sisteme moguće prikazati modelom električnoga sistema ili električnom mrežom.
- Uvjet \rightarrow analogija odnosa među veličinama tih sistema s odnosima među veličinama električnih sistema.
- Npr. \rightarrow analogija među veličinama mehaničkih i električnih sistema.

<i>Električne veličine</i>	<i>Mehaničke veličine</i>
Napon u [V]	Sila F [N]
Struja i [A]	Brzina v [m/s]
Naboj q [C]	Pomak d [m]
Induktivitet L [H]	Masa m [kg]
Kapacitet C [F]	Elastičnost K [N/m]
Otpor R [W]	otpor trenja B



- Za mehanički sustav na slici a), \rightarrow vrijedi jednačba

$$\underbrace{M \frac{dv(t)}{dt}}_{\text{sila inercije}} + \underbrace{Bv(t)}_{\text{sila trenja}} + \underbrace{K \int v(t) \cdot dt}_{\text{sila opruge}} = \underbrace{f(t)}_{\text{vanjska sila}}$$

- \rightarrow Formalno jednaka jedn. električnoga kruga na slici b).

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt = u(t)$$

- Električni krug \rightarrow model mehaničkoga sustava.

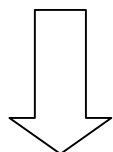
Postupak ekvivalentne mreže

- Analizu sistema moguće je provesti primjenom ekvivalentne mreže u sljedećim koracima:

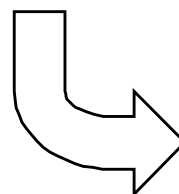
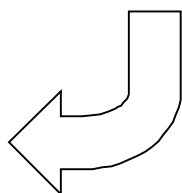
- 1. Izvesti odgovarajuću ekvivalentnu mrežu
- 2. Napisati jednađbe mreže
- 3. Riješiti jednađbe mreže
- 4. Primijeniti rješenje na stvarni sistem

TEORIJA ELEKTRIČNIH KRUGOVA

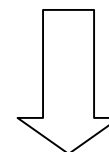
ANALIZA



**Određivanje
matematičkih
funkcija koje
definiraju odnos
odziva i pobude ako
je zadan oblik mreže**



SINTEZA



**Određivanje
komponenti i
oblika mreže za
zadan odnos
matematičkih
veličina mreže**

ANALIZA → jednoznačan postupak

Analizom mreže dobiva se jednoznačan matematički izraz.

SINTEZA → višeznačan postupak

Za zadani matematički izraz moguće je ostvariti više različitih mreža koje će ga zadovoljavati.

■ Zaključak

- Teorija električnih krugova je područje elektrotehnike, koje obuhvaća postupke **analize** i **projektiranja** električnih krugova, korištenjem njihovih **matematičkih modela** odnosno **nadomjesnih** ili **ekvivalentnih krugova**.
- Matematička svojstva tih elemenata odgovaraju fizikalnim zakonitostima koje karakteriziraju odgovarajuće električne naprave.
- Najčešće je to postignuto samo u ograničenom pojasu frekvencija i veličina primijenjenih signala, pa se, ovisno o tome koliko su vjerno njena svojstva prikazana nadomjesnom mrežom, realna mreža u većoj ili manjoj mjeri ponaša u skladu s rezultatima analize.

- U analizi električnoga kruga služimo se njegovim grafičkim prikazom.
- Elementi → grafički simboli s matematičkim svojstvima.

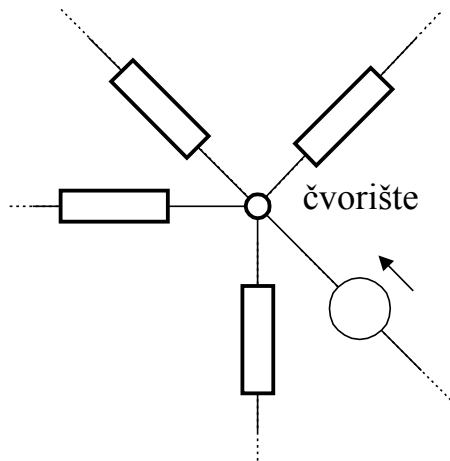
Definicija: ELEKTRIČNA MREŽA JE
GEOMETRIJSKA STRUKTURA MEĐUSOBNO
POVEZANIH IDEALIZIRANIH ELEMENATA, OD
KOJIH SVAKI IMA DEFINIRAN ODNOS IZMEĐU
DVIJE OVISNE VARIJABLE.

OSNOVNE DEFINICIJE

- Signali: napon i struja
- Elementi: otpor, induktivitet i kapacitet

ČVORIŠTE

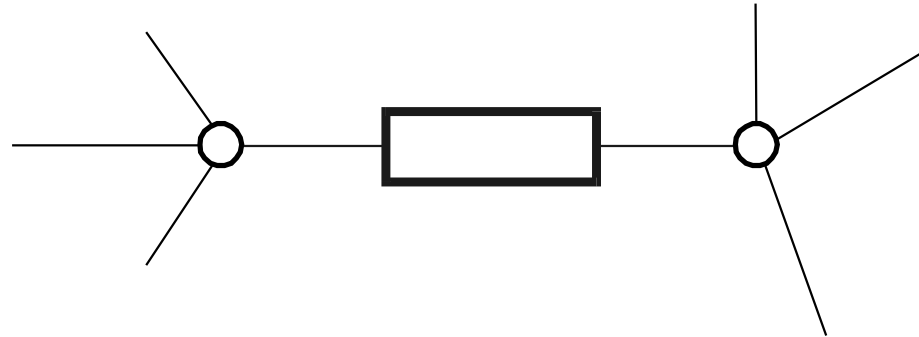
- Točka u mreži na koju su spojene dvije ili više priključnica



O

GRANA

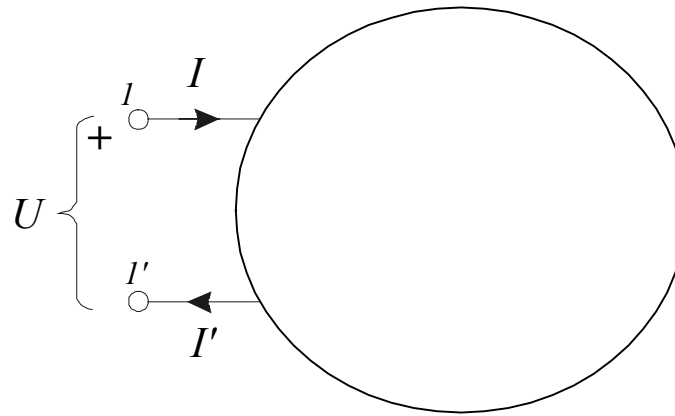
- Element s dvije priključnice spojen na dva čvorišta mreže



Grana električne mreže

■ PRILAZ

- Par priključnica ili polova sa svojstvom:
- struja, koja ulazi na jedan pol jednaka je struji koja izlazi kroz drugi.



- Ako je $I=I'$ \rightarrow polovi 1 i 1' čine *prilaz*.

0

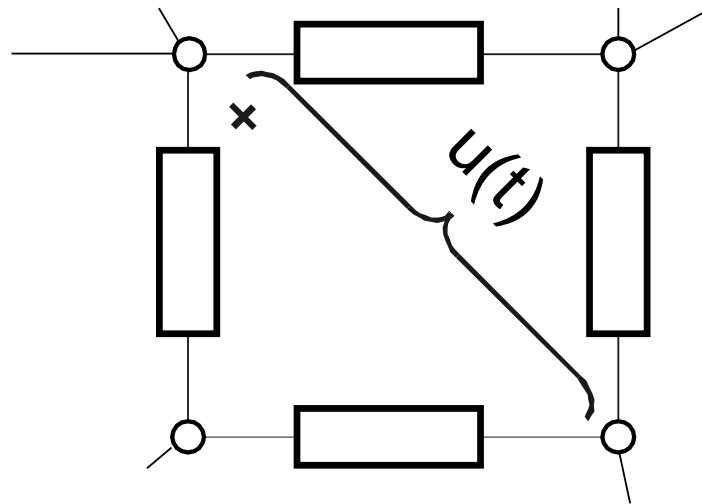
- Svakoj grani električne mreže pridružena je funkcija $i(t)$:
 - $i(t)$ je vremenski ovisna
 - definirana je valnim oblikom \rightarrow matematičkim izrazom i
 - smjerom

i naziva se **strujom grane**.
- Smjer struje grane označava se strelicom.



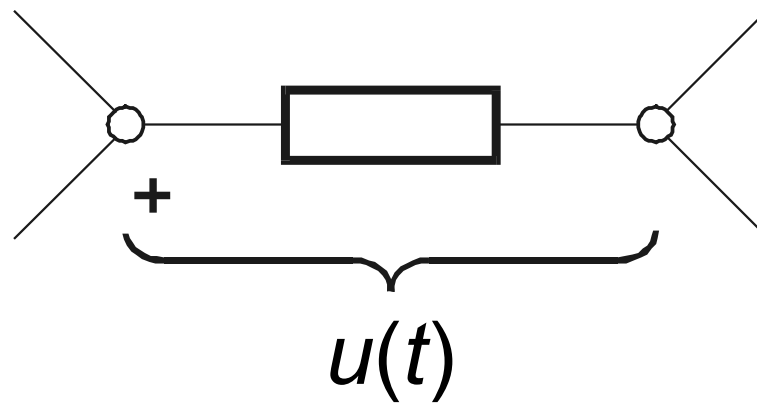
Struja grane električne mreže

- Svakom paru čvorišta mreže pridružena je funkcija $u(t)$:
 - $u(t)$ je vremenski ovisna funkcija napona
 - definirana valnim oblikom \rightarrow matematičkim izrazom i
 - smjerom.
- Orijentacija napona se označava znakom “+” na jednom od dvaju pridruženih čvorišta.



Napon para čvorišta električne mreže

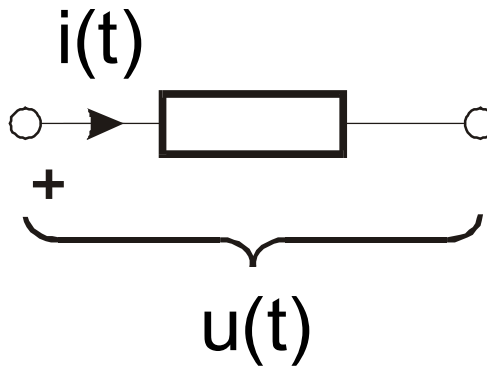
- Napon pridružen paru čvorišta na kraju grane mreže naziva se **naponom grane**.



Napon grane električne mreže

Združena referentna usmjerenja.

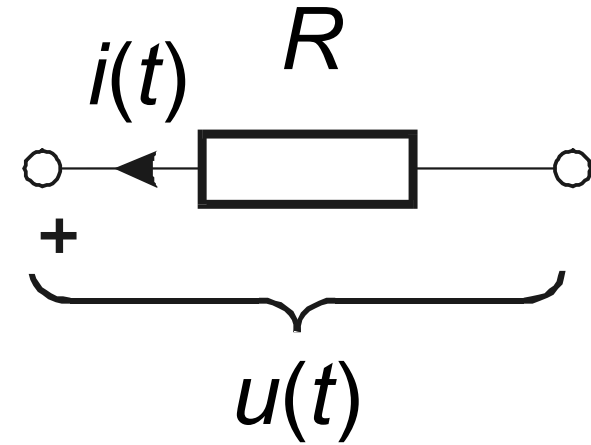
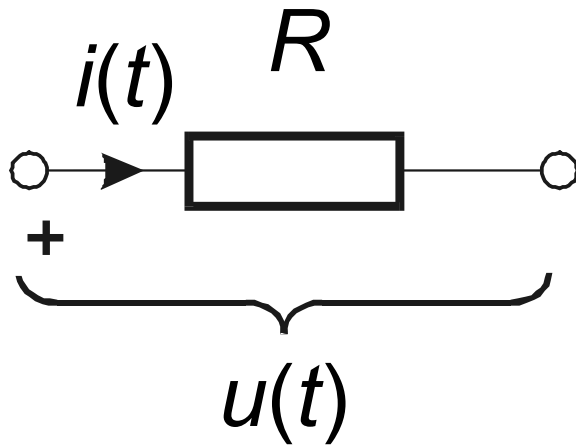
- Znak “+” napona grane na čvorištu kroz kojeg je strelica za oznaku smjera struje grane usmjerena prema elementu.



Združena referentna usmjerenja napona i struje

- U svrhu analize
 - Za svaku granu električne mreže mora biti poznat matematički odnos između struje i napona.
$$u=f(i) \quad \text{ili} \quad i=f(u)$$
- On vrijedi za združena referentna usmjerenja struje i napona grane.
- Oblik relacije ovisi o prirodi elementa promatrane grane
- Ako orijentacije struje i napona nisu u skladu sa združenim referentnim usmjerenjima, tada odgovarajuća matematička relacija ima suprotni predznak.

Primjer \rightarrow otpor



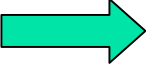
0

Svojstva i klasifikacije

■ KONCENTRIRANOST PARAMETARA

- Idealizirani elementi → elementi sa **zbijenim** ili **koncentriranim** parametrima.
- Električna svojstva ne ovise o njihovim fizičkim dimenzijama.
- Mreže ili elementi čija su električna svojstva ovisna o njihovim fizičkim dimenzijama, nazivaju se mrežama odnosno elementima s **raspodijeljenim** ili **distribuiranim** parametrima.

- U realnim krugovima

-  realne električne naprave karakterizirane su između ostalog i svojim fizičkim dimenzijama.

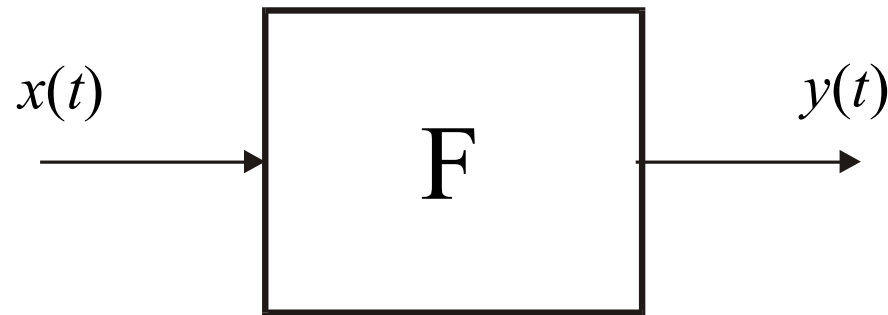
- U nadomjesnim krugovima - modelima

-  električne naprave su predstavljene koncentriranim elementima bez fizičkih dimenzija.

■ LINEARNOST

- Cilj analize neke električke mreže je određivanje jedne ili više nepoznatih veličina struja ili napona u njenim granama, koje se nazivaju
 - **odzivom,**
- uz jednu ili više poznatih veličina struja ili napona u drugim granama, koje se nazivaju
 - **pobudom ili poticajem.**
- Najčešće se radi o jednoj funkciji odziva i jednoj funkciji pobude.

- Mreža \rightarrow sistem s jednim ulazom ili pobudom $x(t)$ i jednim izlazom ili odzivom $y(t)$.



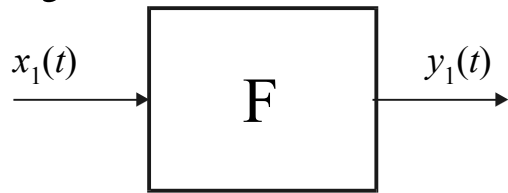
- Sistem \rightarrow operator koji djeluje na funkciju pobude

$$y(t) = F[x(t)]$$

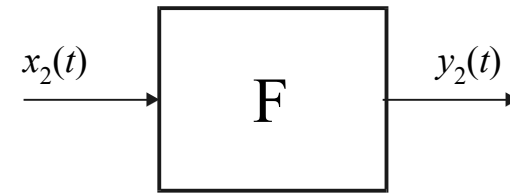
gdje je F operator.

- Električna mreža je linearna ako je F linearni operator, tj. ako zadovoljava princip superpozicije:

- Ako je $y_1(t)$ odziv na pobudu $x_1(t)$, a $y_2(t)$ odziv na pobudu $x_2(t)$, tj.



$$y_1(t) = F[x_1(t)]$$



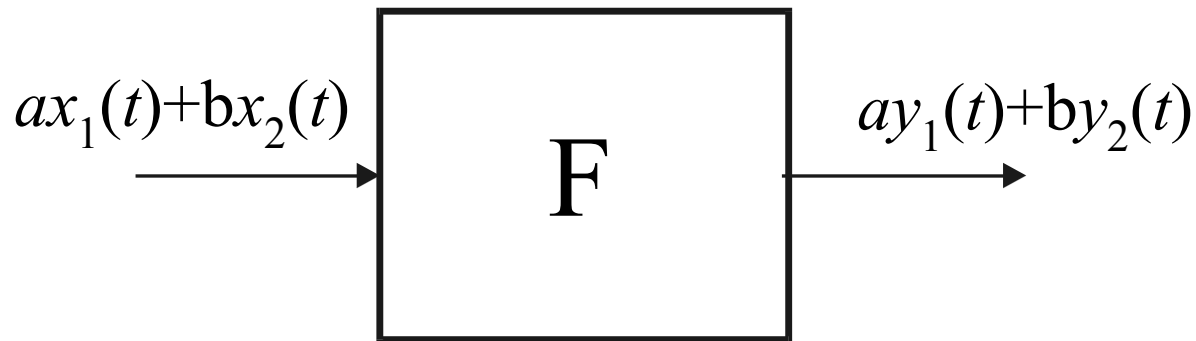
$$y_2(t) = F[x_2(t)]$$

- tada je odziv na linearnu kombinaciju dviju pobuda $x_1(t)$, i $x_2(t)$, jednak linearnoj kombinaciji odziva $y_1(t)$ i $y_2(t)$.

$$F[a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)] =$$

$$= a \cdot F[x_1(t)] + b \cdot F[x_2(t)] =$$

$$= a \cdot y_1(t) + b \cdot y_2(t)$$



za sve moguće x_1, x_2, y_1, y_2 , kao i konstante a i b . 0

■ VREMENSKA NEPROMJENJIVOST

■ Svojstvo vremenske nepromjenjivosti mreže :

- oblik odziva $y(t)$ na neku pobudu $x(t)$ ne ovisi o trenutku nastanka pobude.

- Za takvu mrežu vrijedi
$$y(t-T) = F[x(t-T)]$$

za svaki $x(t)$, $y(t)$, i za svaku realnu veličinu T .

■ Mreže koje su u nastavku razmatrane su:

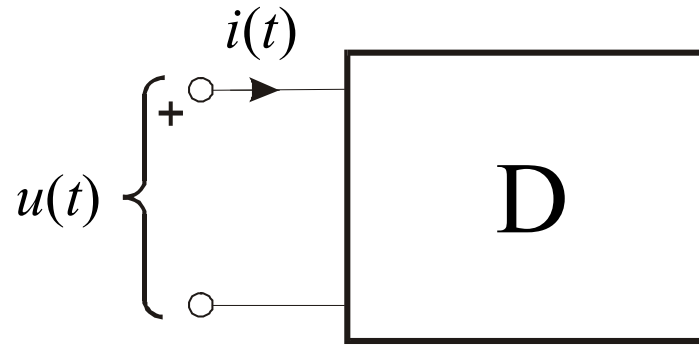
- **linearne,**
- **vremenski nepromjenjive i**
- **sadrže elemente s koncentriranim parametrima.**

■ PASIVNOST, AKTIVNOST I GUBICI U ELEKTRIČNIM KRUGOVIMA

■ PASIVNOST I AKTIVNOST

- Svojstvo mreže da apsorbira, ili isporučuje električnu energiju.

■ Primjer: dvopol



- Uz struju $i(t)$ i napon $u(t)$ \rightarrow trenutni iznos snage isporučen krugu

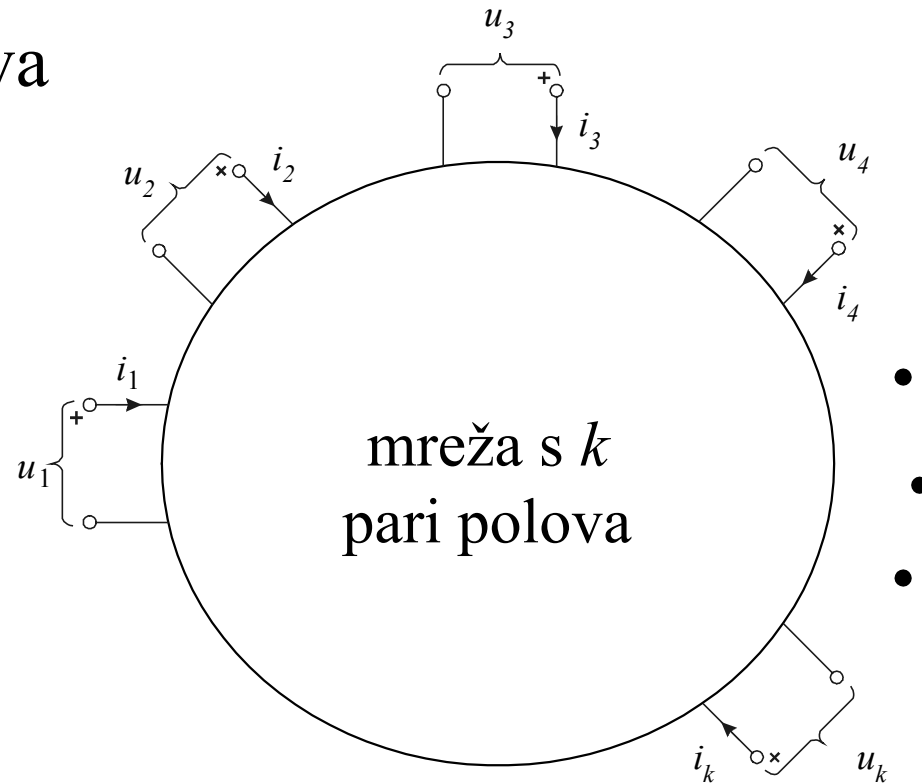
$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

Ukupni iznos energije $E(t)$ isporučene dvopolu do trenutka t

$$E(t) = \int_{-\infty}^t p(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t u(\tau) \cdot i(\tau) d\tau$$

- Ako je $E(t) > 0 \rightarrow$ mreža je apsorbirala pozitivnu energiju.
- Ako je $E(t) < 0 \rightarrow$ mreža je isporučila okolnom svijetu pozitivnu energiju, odnosno apsorbirala negativan iznos energije.
- **Pasivna mreža** \rightarrow mreža kod koje je ukupan iznos primljene energije veći ili jednak nuli, za svaki t i za bilo koji $u(t)$ i $i(t)$.
- **Aktivna mreža** \rightarrow mreža koja nije pasivna.

■ Za mrežu s više pari polova



■ Mreža sa K prilaza je pasivna ako je za bilo koji oblik $u_k(t)$ i $i_k(t)$ ($k=1,\dots,K$) ukupna bilanca energije apsorbirane do trenutka t , **pozitivna, tj.**

$$E(t) = \sum_{k=1}^K \int_{-\infty}^t u_k(\tau) \cdot i_k(\tau) d\tau > 0$$

- Ako su naponi $u_k(t)$ i struje $i_k(t) \rightarrow$ signali s konačnom energijom, tj. ako vrijedi

$$\int_{-\infty}^t u_k^2(\tau) d\tau < \infty \quad \text{i} \quad \int_{-\infty}^t i_k^2(\tau) d\tau < \infty$$

(Iznosi $u_k(t)$ i $i_k(t)$ za ekstremne iznose od t jednaki su nuli:

$$u_k(\infty)=u_k(-\infty)=0 \quad \text{i} \quad i_k(\infty)=i_k(-\infty)=0),$$

tada je mreža za koju vrijedi

$$E(\infty) = \sum_{k=1}^K \int_{-\infty}^{\infty} u_k(\tau) \cdot i_k(\tau) d\tau = 0 \quad \text{za svaki } u_k(t) \text{ i } i_k(t).$$

MREŽA BEZ GUBITAKA.

- Pasivne mreže bez gubitaka imaju sposobnost **spremanja energije**,
jer mogu svu primljenu energiju vratiti vanjskome svijetu.