

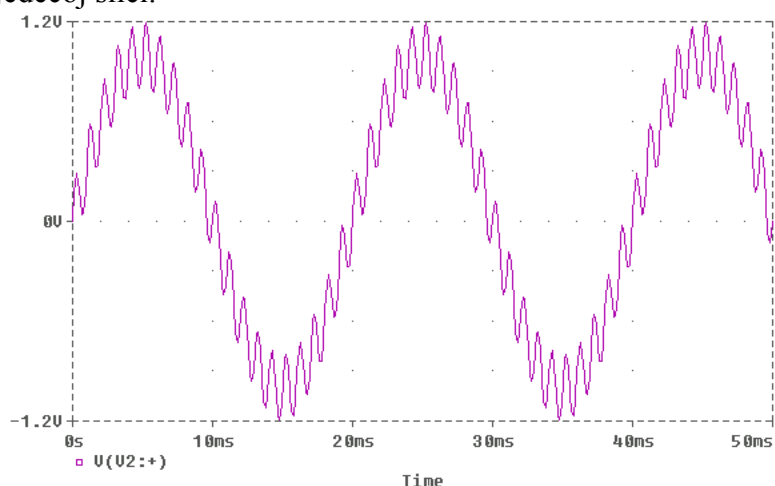
Električni filtri:

Napomena: navedeni primjer je prvenstveno edukativnog karaktera mada dijelovi ovog dosta opširnog zadatka mogu biti kao primjer ispitnog zadatka. Na predavanjima je prikazan isti zadatak koji je riješen pomoću primjera pasivnog RLC filtra.

Ciljevi:

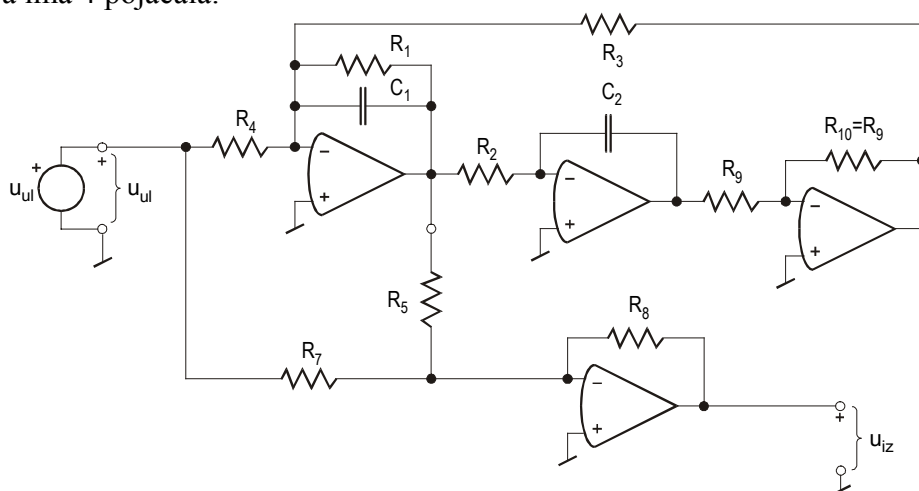
1. Upoznavanje sa osnovnim principima rada filtara,
2. korištenje metode superpozicije u izračunavanju odziva i fazorskog računa u predstavljanju signala pobude,
3. dobivanje predodžbe o prijenosnoj funkciji, značenju nula prijenosne funkcije,
4. dobivanje predodžbe o a-f i f-f karakteristikama filtra,
5. postupak proračuna naočigled kompliciranog filtarskog električnog kruga,
6. uočavanje da navedeni električni krug sadrži operacijska pojačala, te otpore i kapacitete, a ne sadrži induktivitete (kažemo da je to aktivni-RC filter).

Zadatak: Telefonski prijenosni sistem sadrži osim korisnoga signala i smetnju od gradske mreže frekvencije 50 Hz. Za ilustraciju neka je ulazni napon sastavljen od sinusnoga signala frekvencije 1000 Hz i smetnje frekvencije 50 Hz : $u_{ul}(t) = \sin(2\pi \cdot 50t) + 0.2 \cdot \sin(2\pi \cdot 1000t)$ i prikazan je na slijedećoj slici.



Treba projektirati filter koji eliminira smetnju. Takav filter bi trebao biti pojasna brana s frekvencijom nule $f_z=50\text{Hz}$, i sa velikim Q-faktorom polova $q_p=10$ koji osigurava visoku selektivnost filtra (odn. uski pojas gušenja).

Rješenje: U ovom zadatku ćemo za realizaciju koristiti slijedeću aktivnu RC filtarsku sekciju 2. reda koja ima 4 pojačala:



Prijenosna funkcija se da lako izračunati, npr. pomoću metode napona čvorova, i ona za navedeni električni krug (filtar) glasi:

$$T(s) = \frac{U_{iz}(s)}{U_{ul}(s)} = -\frac{R_8}{R_7} \cdot \frac{s^2 + s \frac{\omega_p}{q_p} \left(1 - \frac{R_7}{R_5} \cdot \frac{R_1}{R_4}\right) + \omega_p^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{q_p} s + \omega_p^2} = -k \cdot \frac{s^2 + s \frac{\omega_z}{q_z} + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{q_p} s + \omega_p^2},$$

gdje su:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{R_2 R_3 C_1 C_2}}, \quad q_p = R_1 \sqrt{\frac{C_1}{R_2 R_3 C_2}}, \quad \omega_z = \omega_p, \quad k = \frac{R_8}{R_7}.$$

Srednji član u brojniku je: $\frac{\omega_z}{q_z} = \frac{\omega_p}{q_p} \left(1 - \frac{R_7}{R_5} \cdot \frac{R_1}{R_4}\right)$ i on mora biti jednak nuli da bismo ostvarili

prijenosnu karakteristiku pojasne brane na frekvenciji $\omega_z = \omega_p = 2\pi \cdot 50 = 100\pi$.

Da bismo izračunali elemente filtra provedimo slijedeći postupak proračuna:

1. Odaberimo vrijednosti elemenata $R_2 = R_3 = R_4 = R_7 = R_9 = R_{10} = R$, $C_1 = C_2 = C$. Tada gornje jednadžbe poprimaju jednostavan oblik:

$$\omega_p = \frac{1}{RC}, \quad q_p = \frac{R_1}{R}, \quad \frac{q_p}{\omega_p} = \frac{1}{R_1 C}, \quad \omega_z = \omega_p, \quad k = \frac{R_8}{R}$$

2. Ako odaberemo kapacitete vrijednosti $C = 1\mu\text{F}$ izračunajmo $R = 1/(C \omega_p) = 1/(10^{-6} 100\pi) = 3183.1 \Omega = 3.183 \text{ k}\Omega$

3. Iz $\omega_p/q_p = (R_1 C)^{-1}$ izračunajmo $R_1 = q_p/(\omega_p C) = 10/(10^{-6} 100\pi) = 31831 \Omega = 31.831 \text{ k}\Omega$

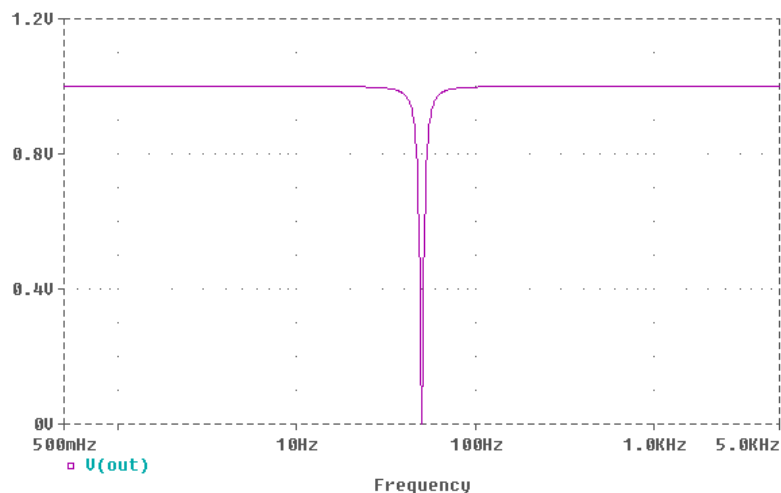
4. Izjednačimo $R_5 = R_1 = 31.831 \text{ k}\Omega$, da bismo ostvarili $q_z = \infty$,

5. Izračunajmo $R_8 = k \cdot R = 1 \cdot 3.183 \text{ k}\Omega = 3.183 \text{ k}\Omega$ da bismo realizirali jedinično pojačanje u području propuštanja.

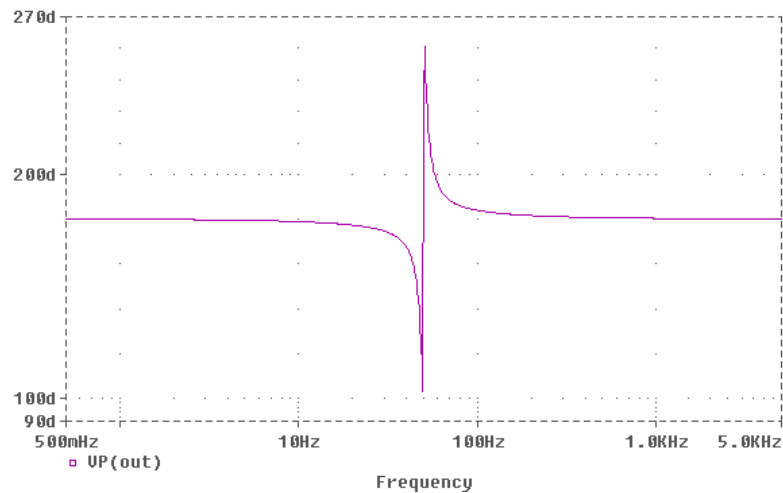
Naponska prijenosna funkcija glasi: $T(s) = -\frac{s^2 + 98696}{s^2 + 31.4159 \cdot s + 98696}$

Za sinusoidalno stacionarno stanje (uvrstimo $s = j\omega$): $T(j\omega) = \frac{98696 - \omega^2}{-\omega^2 + 31.4159 \cdot j\omega + 98696}$

a-f karakteristika: $|T(j\omega)| = \frac{|98696 - \omega^2|}{\sqrt{(98696 - \omega^2)^2 + (31.4159 \cdot \omega)^2}}$



f-f karakteristika : $\varphi(\omega) = \pi \cdot S(\omega - 100\pi) - \arctan \frac{31.4159 \cdot \omega}{98696 - \omega^2}$



Koliki je izlazni napon ?

Ulazni napon je $u_{ul}(t) = \sin(2\pi \cdot 50t) + 0.2 \cdot \sin(2\pi \cdot 1000t)$, dakle ima dvije komponente :
 $u_{ul}(t) = u_{ul1}(t) + u_{ul2}(t)$, gdje su

$$u_{ul1}(t) = \sin(2\pi \cdot 50t);$$

$$u_{ul2}(t) = 0.2 \cdot \sin(2\pi \cdot 1000t).$$

Tim komponentama su pridruženi fazori :

$$U_{ul1}(j\omega) = 1 \angle 0^\circ, \text{ uz frekvenciju } \omega = 2\pi \cdot 50 \text{ rad/s};$$

$$U_{ul2}(j\omega) = 0.2 \angle 0^\circ, \text{ uz frekvenciju } \omega = 2\pi \cdot 1000 \text{ rad/s}.$$

Metodom superpozicije možemo izračunati valni oblik izlaznog signala:

$$u_{iz}(t) = u_{iz1}(t) + u_{iz2}(t).$$

Pritom je svaka komponenta u izlaznom signalu :

i) Odziv $u_{iz1}(t)$ uslijed prvog signala (poticaja) $u_{ul1}(t)$:

Amplituda signala $u_{iz1}(t)$:

$$|U_{iz1}(j\omega)| = |T(j\omega)| \cdot |U_{ul1}(j\omega)| = \frac{|98696 - \omega^2|}{\sqrt{(98696 - \omega^2)^2 + (31.4159 \cdot \omega)^2}} \cdot 1, \text{ te uz uvrštenu}$$

$$\text{frekvenciju } \omega = 2\pi \cdot 50 \text{ rad/s dobivamo da je } |U_{iz1}(j\omega)| = 4.45924 \cdot 10^{-6} \approx 0.$$

Fazni kut signala $u_{iz1}(t)$: $\varphi_{iz1}(\omega) = \varphi(\omega) + \varphi_{ul1}(\omega)$, gdje je :

$$\varphi(\omega) = \pi \cdot S(\omega - 100\pi) - \arctan \frac{31.4159 \cdot \omega}{98696 - \omega^2}.$$

Fazni kut signala na izlazu jednak je kutu prijenosne funkcije jer je kut signala na ulazu jednak nula.

Dakle, za frekvenciju $\omega = 2\pi \cdot 50 \text{ rad/s}$ dobivamo dva rješenja odnosno da je fazni kut $\varphi_{iz1}(\omega) = 180^\circ - 89.9997^\circ \approx 90^\circ$ ili $\varphi_{iz1}(\omega) = -89.9997^\circ \approx -90^\circ$ (odnosno $+270^\circ$). Ili, jednostavnije, možemo prikazati kut izlaznog signala kao $\varphi_{iz1}(\omega) = \pm 90^\circ$. No taj signal ima amplitudu približno jednaku nuli pa njegov doprinos možemo zanemariti, stoga niti njegov fazni pomak nije od velikog interesa.

ii) Odziv $u_{iz2}(t)$ uslijed drugog signala $u_{ul2}(t)$:

Amplituda signala $u_{iz2}(t)$:

$$|U_{iz2}(j\omega)| = |T(j\omega)| \cdot |U_{ul2}(j\omega)| = \frac{|98696 - \omega^2|}{\sqrt{(98696 - \omega^2)^2 + (31.4159 \cdot \omega)^2}} \cdot 0.2,$$

te uz uvrštenu frekvenciju $\omega = 2\pi \cdot 1000$ rad/s dobivamo da je

$$|U_{iz2}(j\omega)| = 0.999987 \cdot 0.2 = 0.199997 \approx 0.2.$$

Fazni kut signala $u_{iz2}(t)$:

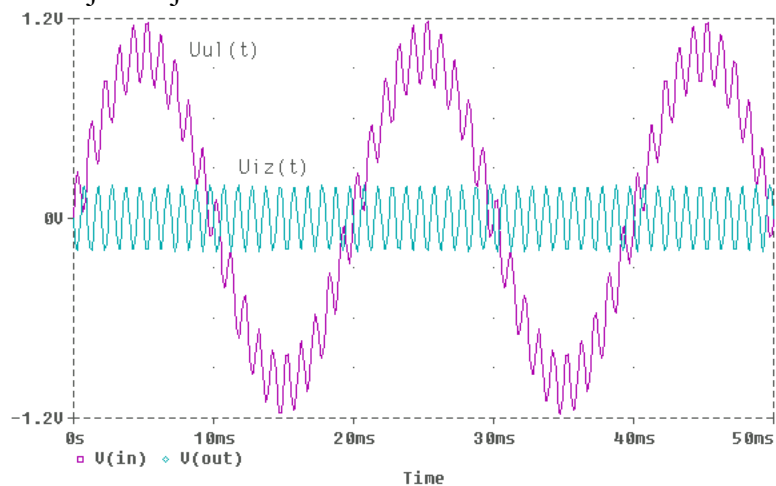
Za frekvenciju $\omega = 2\pi \cdot 1000$ rad/s dobivamo koristeći iste izraze za fazni kut kao u prvom slučaju $\varphi_{iz2}(\omega) = 180^\circ - 0.287194^\circ \approx 180^\circ$.

iii) Ukupni odziv $u_{iz}(t)$:

Konačno, izlazni napon ne sadrži više komponentu od 50 Hz pa je:

$$u_{iz}(t) = 0.2 \cdot \sin(2\pi \cdot 1000t + 180^\circ) = -0.2 \cdot \sin(2\pi \cdot 1000t)$$

Dakle, cijeli odziv je jednak izlaznom naponu jedino uslijed poticaja signala $u_{ul2}(t)$. Poticaj i odziv su prikazani na slijedećoj slici:



Sve slike su realizirane pomoću programa PSpice.