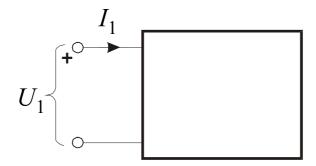
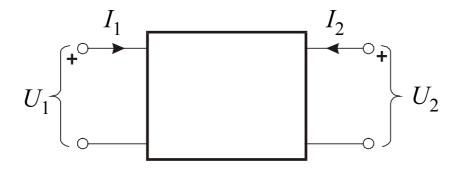
## Električni krugovi

Elementi električnih krugova

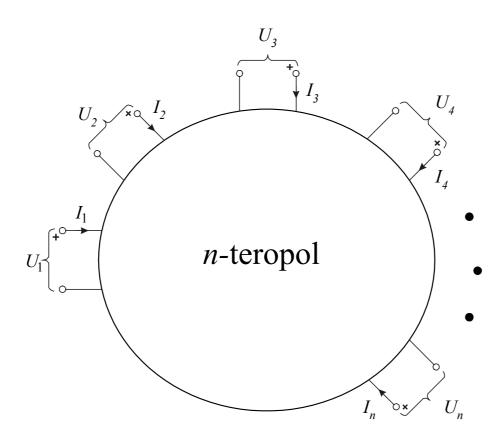
- Elementi električnih krugova mogu biti:
  - jednostavni elementi s dvije priključnice → dvopoli



mreže s 4 priključnice ili četveropoli

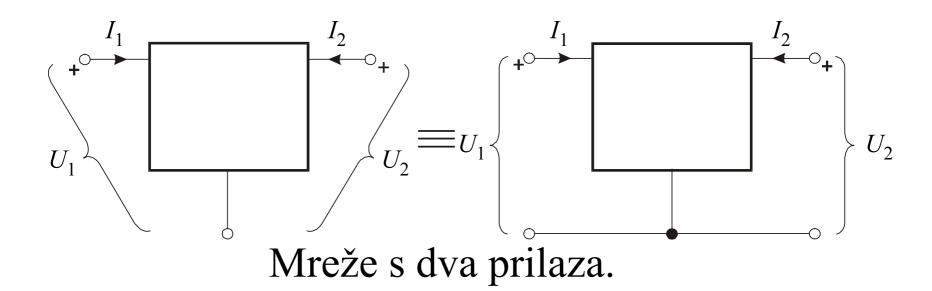


ali i vrlo složeni podsistemi s više priključnica ili polova



- Broj prilaza ne mora biti jednak polovini broja polova.
  - Npr. mreža s 3 priključnice (tropol)

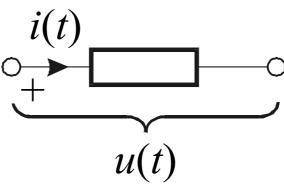




Jedna od priključnica je zajednička za oba prilaza.

## Dvopolni elementi

- Osnovni dvopolni pasivni elementi električnih krugova:
  - otpor R
  - kapacitet C i
  - induktivitet *L*.
- Njihovi simboli i odnosi između napona u(t) i struje i(t), definirani su za *združena referentna usmjerenja*.



#### OTPOR

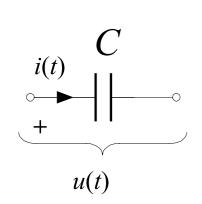
$$\begin{array}{ccc}
 & R & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & & \\
 & &$$

Ako nisu zadovoljena združena referentna usmjerenja

$$i(t) \frac{R}{u(t)} \qquad i(t) = -\frac{u(t)}{R} \qquad u(t) = -R \cdot i(t)$$

• OTPOR je pasivni element jer vrijedi E(t) > 0

#### KAPACITET



$$i(t) = C \frac{\mathrm{d} u(t)}{\mathrm{d} t}$$

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t} i(\tau) \, \mathrm{d}\tau = u_{C}(0) + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^{t} i(\tau) \, \mathrm{d}\tau$$

Ako nisu zadovoljena združena referentna usmjerenja

$$\begin{array}{c|c}
C \\
\downarrow \\
\downarrow \\
u(t)
\end{array}$$

$$i(t) = -C \frac{\mathrm{d} u(t)}{\mathrm{d} t}$$

$$u(t) = -\frac{1}{C} \int i(\tau) \, \mathrm{d}\tau = -u_C(0) - \frac{1}{C} \int i(\tau) \, \mathrm{d}\tau$$

■ KAPACITET je pasivni element jer vrijedi  $E(t) = C \frac{u^2}{2} \ge 0$ 

#### INDUKTIVITET

$$U(t)$$

$$U(t)$$

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} u(\tau) d\tau = i_{L}(0) + \frac{1}{L} \int_{0}^{t} u(\tau) d\tau$$
$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

Ako nisu zadovoljena združena referentna usmjerenja

$$U(t)$$

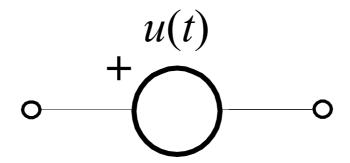
$$U(t)$$

$$i(t) = -\frac{1}{L} \int_{-\infty}^{t} u(\tau) d\tau = -i_{L}(0) - \frac{1}{L} \int_{0}^{t} u(\tau) d\tau$$
$$u(t) = -L \frac{di(t)}{dt}$$

Induktivitet je pasivni element jer vrijedi  $E(t) = \frac{1}{2}L \cdot i^2(t) \ge 0$ 

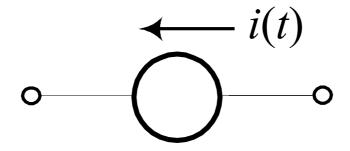
- Aktivni dvopoli → izvori funkcija pobude:
  - NAPONSKI i STRUJNI IZVOR.

*Naponski izvor* → element na čijim priključnicama djeluje napon iznosa u(t), bez obzira na iznos struje.



Naponski izvor

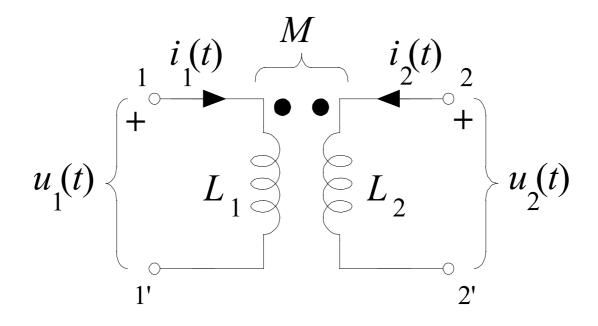
■ *Strujni izvor*  $\rightarrow$  element, koji definira struju grane i(t), bez obzira na napon između njenih čvorišta.



Strujni izvor

# Četveropolni elementi

■ *Transformator* → dva induktiviteta koji su međuinduktivno vezani



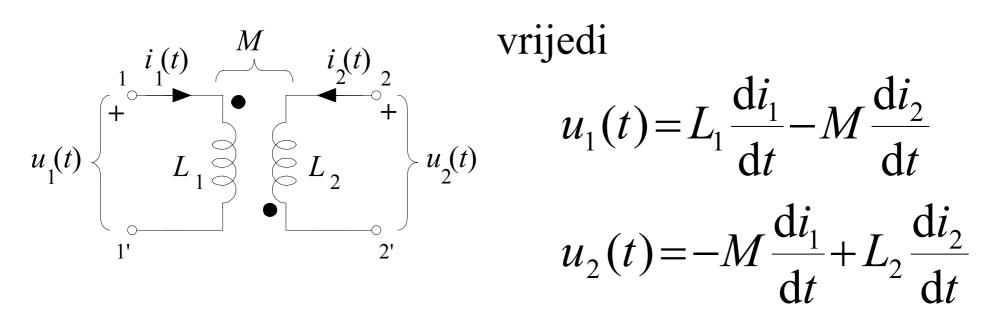
 Veze među naponima i strujama na njegovim prilazima određene su izrazima

$$u_1(t) = L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + M \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2(t) = +M \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + L_2 \frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$$

- $L_1$  i  $L_2$  → induktiviteti
  - $\rightarrow$  međuinduktivitet.

- Međuinduktivitet *M* može imati + ili predznak.
- Pozitivni predznak → ako se smjer struje i položaj točke nalaze u istom odnosu na oba prilaza četveropola.
- U suprotnom, predznak međuinduktiviteta je negativan.
- Za slučaj prema slici



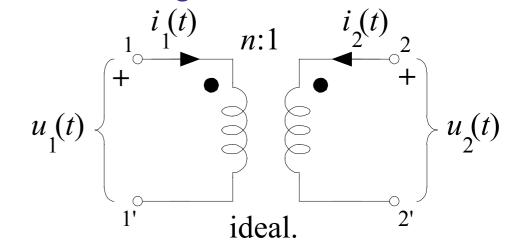
■ Ponekad umjesto međuinduktiviteta → koeficijent veze:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

 $\mathbf{k}$  je po apsolutnome iznosu uvijek manji od jedinice

- ■Transformator s k=1 naziva  $\rightarrow$  perfektni transformator
- •U praksi ne postoji transformator sa k=1, ali postoje slučajevi kada je k vrlo blizu jedinice.

Idealni transformator



- po nazivu, a i po simbolu sličan transformatoru
- $\blacksquare$  u potpunosti definiran bezdimenzionalnim parametrom n.
- $n \rightarrow omjer\ transformacije \rightarrow realan\ i\ pozitivan\ broj$

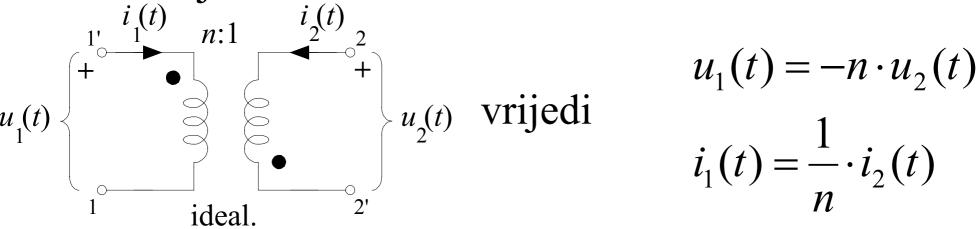
Definicijske jednadžbe idealnog transformatora

$$u_1(t) = n \cdot u_2(t)$$

$$i_1(t) = -\frac{1}{n} \cdot i_2(t)$$

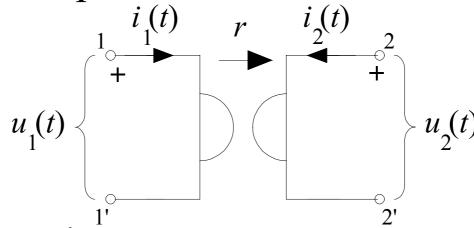
#### Idealni transformator

- Predznak parametra n određuje odnos položaja točaka i smjerova struja primara i sekundara
- Za slučaj na slici



- Idealni transformator → pasivni četveropol bez gubitaka.
  - E(t)=0 za svaki t, → nije u stanju ni spremiti energiju.

■ Girator je četveropol određen simbolom

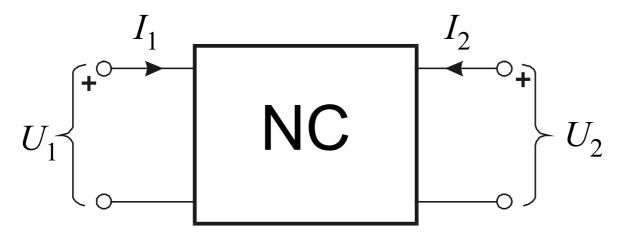


i definicijskim izrazima

$$u_1(t) = r \cdot i_2(t)$$
$$u_2(t) = -r \cdot i_1(t)$$

- $r \rightarrow$  pozitivna i realna konstanta, koja ima dimenziju  $\Omega$ .
- Girator → pasivni četveropol bez gubitaka
- E(t)=0 za svaki  $t \rightarrow$  nije u stanju ni spremiti energiju.

Negativni konvertor je četveropolni element definiran općim simbolom na slici



i izrazima

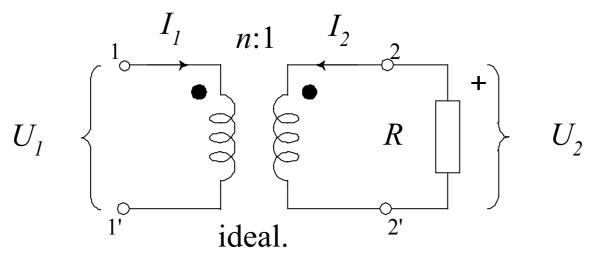
$$u_1(t) = k_1 \cdot u_2(t) i_2(t) = k_2 \cdot i_1(t)$$
  $k = k_1 \cdot k_2$ 

 $k \rightarrow omjer\ konverzije \rightarrow$  realna konstanta

 Važno svojstvo idealnog transformatora, giratora i negativnoga konvertera jest

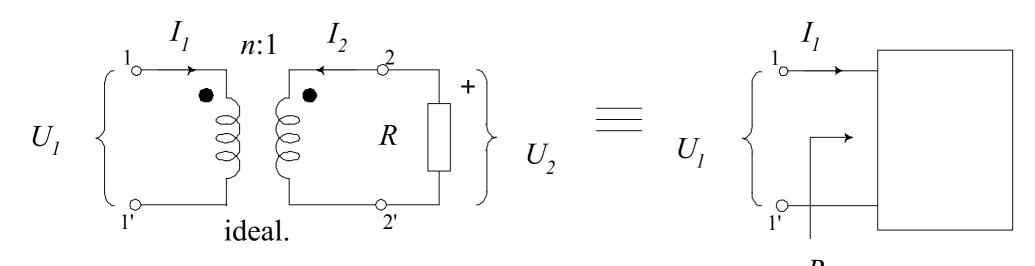
### transformacija otpora (impedancije).

■ Ako npr. se na priključnice 2-2' idealnoga transformatora spoji otpor *R*, dobiva se mreža



Prof. Neven Mijat

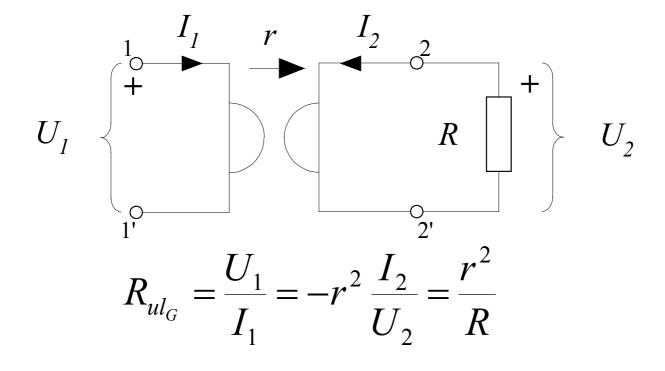
 Cijelu mrežu moguće je razmatrati kao dvopol s priključnicama 1-1'.



• Otpor  $R_{ulT}$  gledan sa priključnica 1-1' jednak je

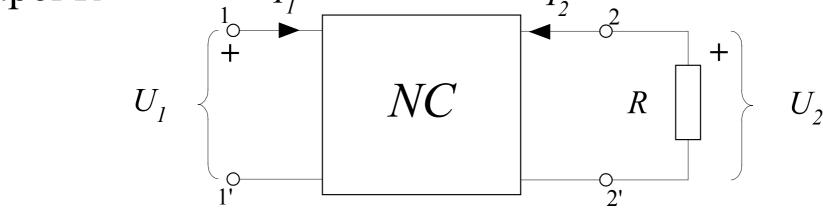
$$R_{ul_T} = \frac{U_1}{I_1} = -n^2 \frac{U_2}{I_2} = n^2 R$$

 Zaključak: Idealnim transformatorom je moguće promijeniti vrijednost otpora. Ako se isti postupak primjeni na girator



- → transformator mijenja vrijednost otpora
- →girator je invertira.

Ako se na priključnice 2-2' negativnog konvertora spoji otpor R  $I_{I_{1}}$   $I_{2}$ 



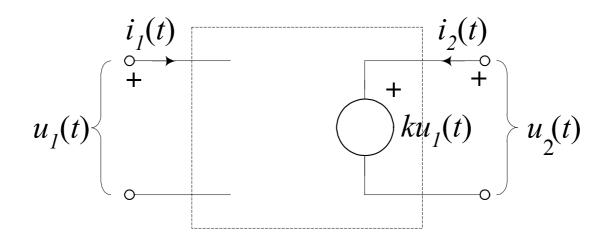
tada je otpor 
$$R_{\text{ul}}$$
 gledan sa 1-1'  $R_{ul_{NK}} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{k_1 \cdot U_2}{k_2^{-1} \cdot I_2} = -k_1 k_2 R$ 

- Ulazni otpor negativnog konvertora proporcionalan je negativnome iznosu otpora priključenog na njegov izlaz.
- Funkcija negativnog konvertora je promjena predznaka ootporu *R*.

### Ovisni izvori

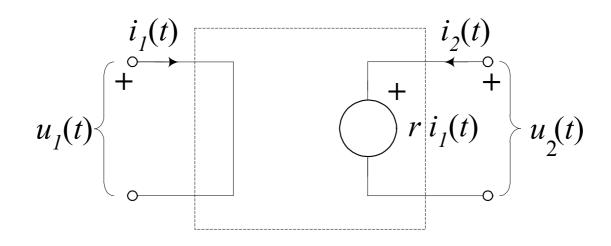
- Ovisni izvori su aktivni četveropoli, koji sadrže strujni ili naponski izvor ovisan o nekoj struji ili naponu u mreži.
- Postoje četiri vrste ovisnih izvora.

Naponski ovisni naponski izvor (NONI) → aktivni četveropol, koji sadrži naponski izvor ovisan o nekome naponu u mreži



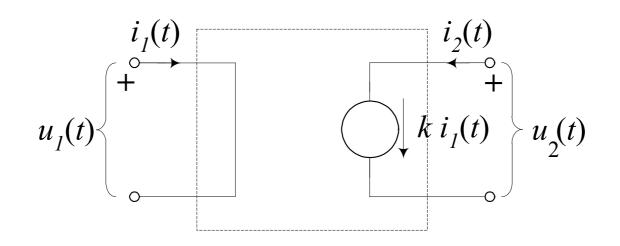
$$u_2 = ku_1$$
 ;  $i_1 = 0$ 

Strujno ovisni naponski izvor (SONI) → aktivni četveropol, koji sadrži naponski izvor ovisan o nekoj struji u mreži,



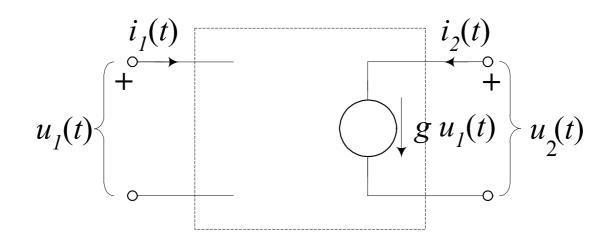
$$u_2 = r \cdot i_1 \quad ; \quad u_1 = 0$$

Strujno ovisni strujni izvor (SOSI) → aktivni četveropol, koji sadrži strujni izvor ovisan o nekoj struji u mreži,



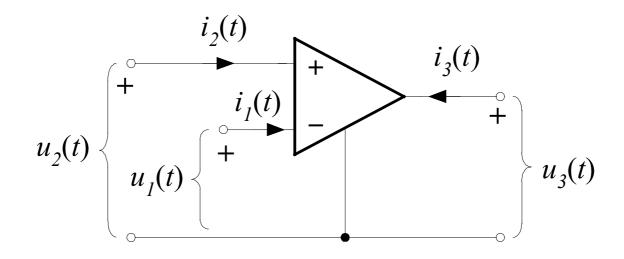
$$i_2 = k \cdot i_1 \quad ; \quad u_1 = 0$$

Naponski ovisni strujni izvor (NOSI) → aktivni četveropol, koji sadrži strujni izvor ovisan o nekome naponu u mreži,



$$i_2 = g \cdot u_1 \quad ; \quad i_1 = 0$$

■ Operacijsko pojačalo → element sa 3 prilaza.



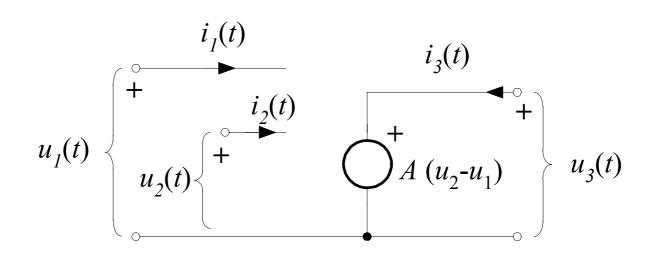
- ■Dva prilaza → ulazi
- treći prilaz → izlaz operacijskog pojačala
- Sva tri prilaza imaju jednu zajedničku priključnicu.

Definicijske jednadžbe

$$u_3 = A \cdot (u_2 - u_1) \quad ; \quad i_2 = i_1 = 0$$

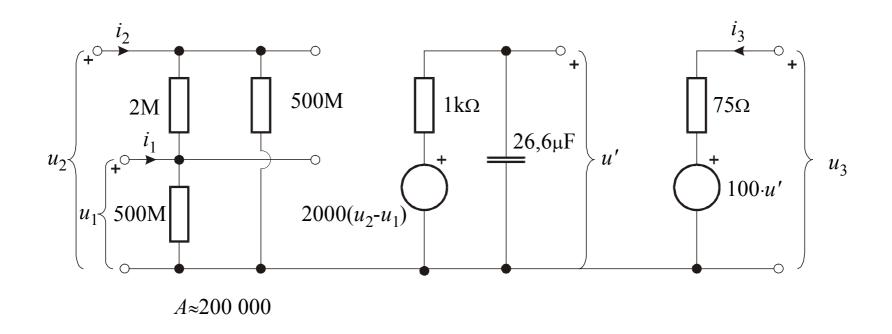
$$A \to \infty$$

 Operacijsko pojačalo je moguće prikazati modelom s ovisnim naponskim izvorom



- Model prikazuje idealiziranu koncepciju tog elementa.
- U praksi → samo približna verzija te koncepcije.
- Tipično operacijsko pojačalo u realnim uvjetima ima:
  - konačno naponsko pojačanje A reda veličine 10<sup>4</sup>
  - pojačanje A nije konstantno već je frekvencijski ovisno
  - ulazne struje  $i_1$  i  $i_2$  nisu jednake nuli  $\rightarrow$  konačan ulazni otpor
  - tipičan ulazni otpor je reda veličine  $5 \cdot 10^5 \Omega$
  - izlazni otpor je reda 300  $\Omega$ .

 Model koji uzima u obzir realne osobine operacijskoga pojačala



Realni model operacijskoga pojačala

### Princip prividnog kratkog spoja

- Pojednostavnjuje analizu krugova s operacijskim pojačalima
- Iz definicijskih izraza  $\rightarrow$  izlazni napon  $u_3$  je beskonačno mnogo puta veći od razlike napona na ulazima  $(u_2 u_1)$ .
- Napon  $u_3$  je konačan. Ako  $A \rightarrow \infty \rightarrow$ , razlika napona na ulazima je jednaka nuli

$$u_2 - u_1 = \frac{u_3}{4} \rightarrow 0$$

- Ulazne stezaljke su na istome potencijalu.
- To je prividni ili virtualni kratki spoj, jer su struje  $i_1$  i  $i_2$  jednake nuli.