

Elektromagnetska polja



MATERIJALI U ELEKTRIČNOM POLJU

- Proširujemo studij električnog polja na makroskopsko ponašanje materijala
- Koristimo jednostavne klasične modele
 - Materijali:
 - Atomi, subatomske čestice
 - Pozitivno i negativno nabijene
- Materijali → dodatni izvori EM polja
- U zakone statičkog električnog polja za slobodni prostor uvodimo dodatne gustoće izvora svojstvene materijalu

Odziv materijala na električno polje

- Vodiči
 - Elektroni su makroskopski pokretni
 - Metali → slobodni elektroni → dobri vodiči
- Poluvodiči
 - Elektroni u vanjskoj ljusci su makroskopski pokretni kad svladaju energetska barijeru
 - Tijek negativnih (elektroni) i pozitivnih (šupljine) naboja
- Izolatori
 - Vezani elektroni
 - Polarizacija

2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

3

Metalni vodiči u el. polju

- Sila na slobodni elektron: $\vec{F} = -e\vec{E}$
- Brzina strujanja: $\vec{v} = \mu\vec{E}$
- Gustoća naboja: $\rho_s = -Ne$
- Gustoća struje: $\vec{J}_s = \rho_s \vec{v} = -Ne\vec{v} = -Ne\mu\vec{E} = \kappa\vec{E}$
 - N – koncentracija elektrona (broj elektrona u jedinici volumena)
 - κ – električna provodnost
 - Ohmov zakon u elementarnom obliku

2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

4

Georg S. Ohm (1789-1854)

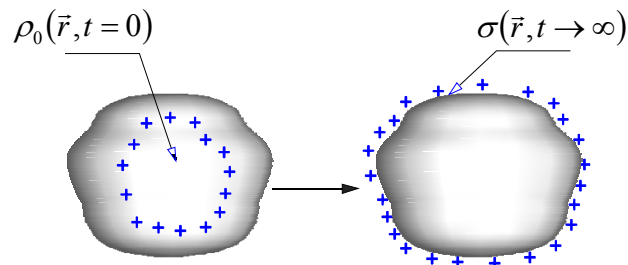


- Njemački fizičar
- Eksperimentalno otkrio linearnu vezu napona, struje i otpora
- *“profesor koji propovijeda takvu herezu ne smije podučavati znanost”*
Pruski ministar obrazovanja 1830.

Dodatni postulat:

- Električno polje u vodiču je određeno jednačbama u slobodnom prostoru kojima dodajemo dvije nove gustoće izvora:
 - Gustoću provodnih struja: $\vec{J}_s = \kappa \vec{E}$
 - Gustoću slobodnih naboja: ρ_s
- Jednadžba kontinuiteta: $\nabla \cdot \vec{J}_s + \frac{\partial \rho_s}{\partial t} = 0$
- Slijedi: $\frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{\kappa}{\epsilon_0} \rho_s = 0 \Rightarrow \rho_s = \rho_{s0} e^{-\frac{\kappa}{\epsilon_0} t} = \rho_{s0} e^{-\frac{t}{\tau}}$
- Bakar: $\tau \approx 10^{-19}$ s, destilirana voda: $\tau \approx 10^{-6}$ s, kremen: $\tau \approx 10^6$ s – *konstanta relaksacije*

- Unutar vodiča naboj eksponencijalno iščezava



- Budući da naboj mora ostati očuvan pojavljuje se plošni naboj
- Električno polje unutar vodiča

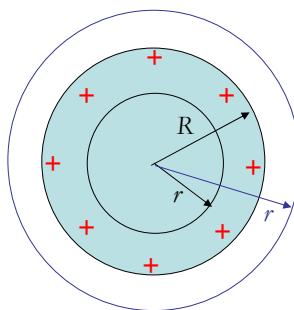
$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} = 0 \Rightarrow \vec{E} = 0$$

2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

7

1. Odredite električno polje jednoliko nabijene metalne kugle primjenom Gaussovog zakona.

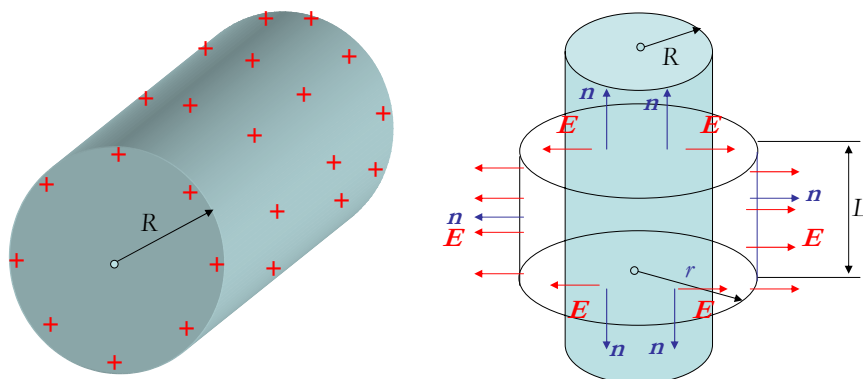


2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

8

2. Odredite električno polje jednoliko nabijenog metalnog valjka primjenom Gaussovog zakona.

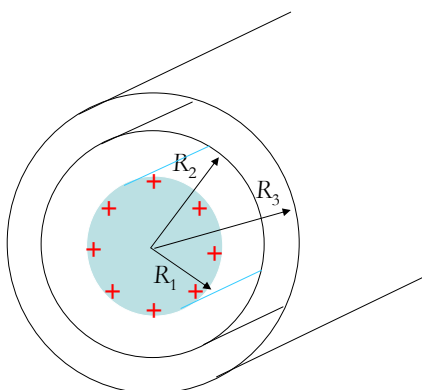


2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

9

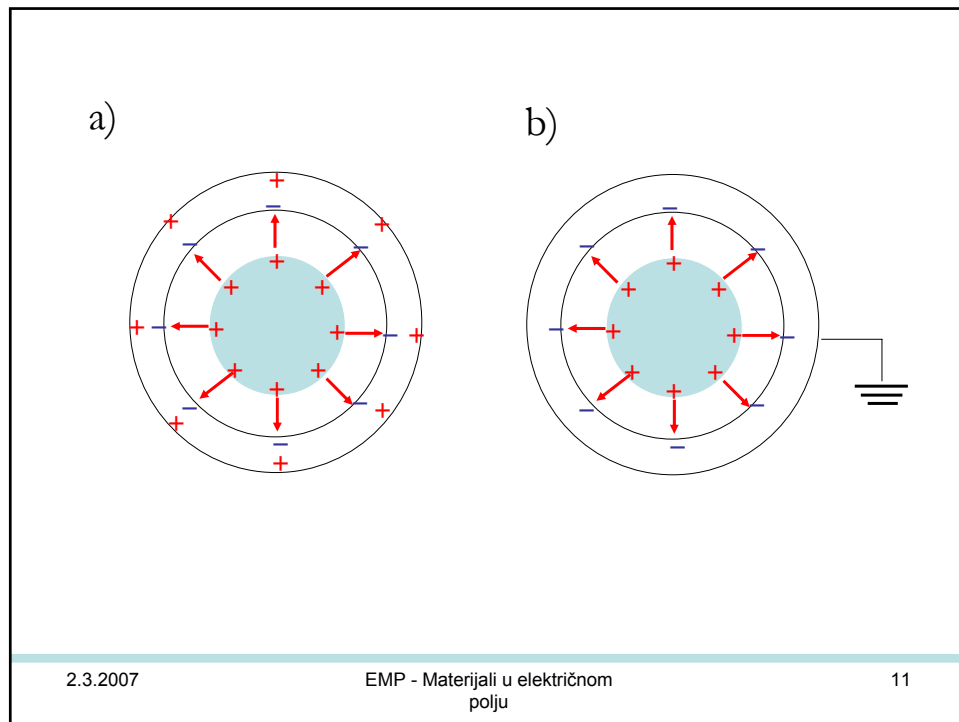
3. Odredite električno polje koaksijalnog kabela primjenom Gaussovog zakona: a) vanjski vodič neuzemljen; b) vanjski vodič uzemljen.



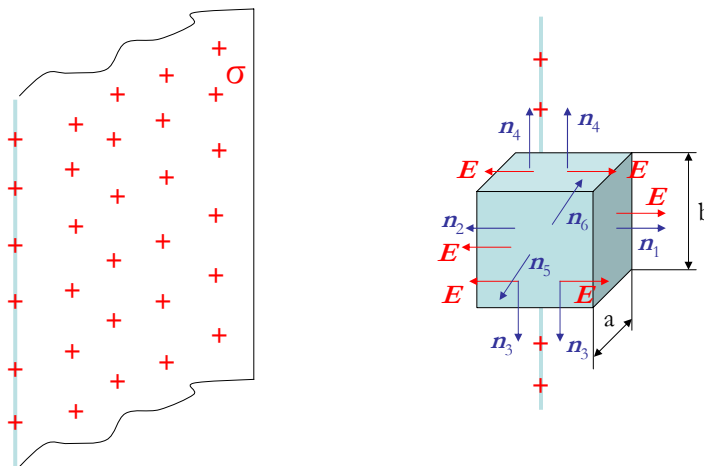
2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

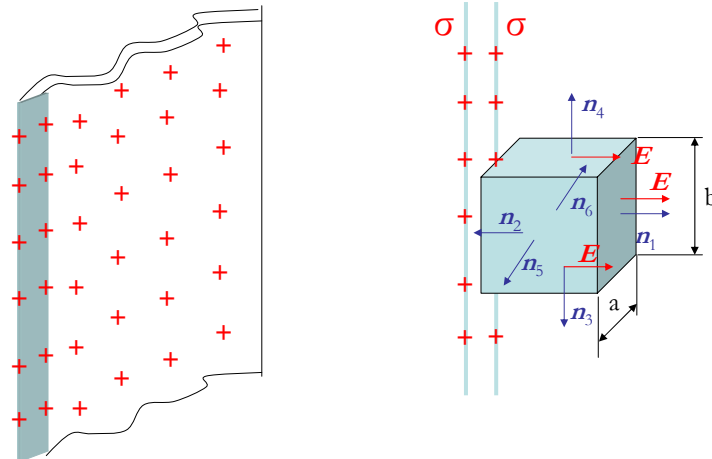
10



4. Odredite električno polje jednoliko nabijene ravnine primjenom Gaussovog zakona.



5. Odredite električno polje jednoliko nabijene metalne ploče primjenom Gaussovog zakona.



2.3.2007

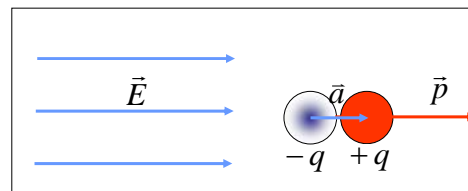
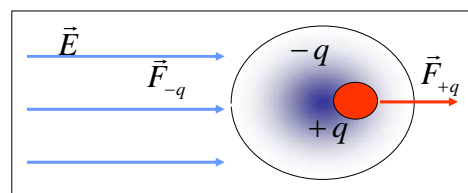
EMP - Materijali u električnom polju

13

Polarizacija materijala

- Dielektrički materijali
- Formiranje električnih dipola
- Dva jednaka naboja suprotnih predznaka na maloj udaljenosti
- Dipolni moment:

$$\vec{p} = q\vec{a}$$



2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

14

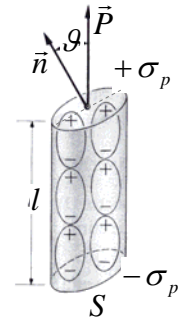
- Definiramo polarizaciju:

$$\vec{P}(\vec{r}) = \lim_{\substack{\Delta V \rightarrow 0 \\ \text{oko } \vec{r}}} \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V} = \frac{d\vec{p}}{dV} \Rightarrow d\vec{p} = \vec{P} dV$$

- Elementarni cilindar

- Jednoliko polariziran
- Plošne gustoće naboja $+\sigma_p$ i $-\sigma_p$
- Dipolni moment: $\vec{p} = q\vec{l} = \sigma_p S \vec{l}$
- Polarizacija:

$$P = \frac{p}{V} = \frac{\sigma_p S l}{S \cos \vartheta l} \Rightarrow \sigma_p = P \cos \vartheta = \vec{P} \cdot \vec{n}$$



2.3.2007

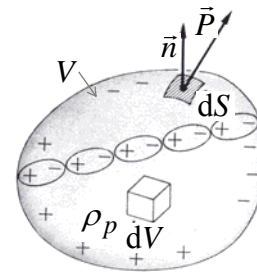
EMP - Materijali u električnom polju

15

- Nejednoliko polarizirano tijelo
 - Promatramo volumen V unutar tijela
 - Gustoća polariziranih naboja u V
 - Pri polarizaciji se dešava interno pomicanje vezanog naboja

- Naboj na dS je $\sigma_p dS = \vec{P} \cdot \vec{n} dS$
- Naboj koji izlazi iz volumena V je: $Q_{izl} = \oint_S \vec{P} \cdot \vec{n} dS$
- Tijelo ostaje električki neutralno pa vrijedi:

$$Q_{pol} = \iiint_V \rho_p dV = -Q_{izl} = -\oint_S \vec{P} \cdot \vec{n} dS \Rightarrow \rho_p = -\nabla \cdot \vec{P}$$



2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

16

- Pri pomacima naboja javlja se polarizacijska struja \vec{J}_p
- Jednadžba kontinuiteta: $\nabla \cdot \vec{J}_p + \frac{\partial \rho_p}{\partial t} = 0 \Rightarrow \vec{J}_p = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$
- Proces polarizacije modeliramo s dva nova izvora: $\rho_p = -\nabla \cdot \vec{P}$ i $\vec{J}_p = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$

2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

17

- Izolatori u EM polju \rightarrow polarizacija, dodatni izvori polja: ρ_p i \vec{J}_p
- EM polje u materijalu = EM polje u vakuumu + dodatni izvori
- Uvodimo dodatni vektor: gustoća električnog toka \vec{D}
- Unošenje dielektrika u polje \vec{E}_0 uzrokovano s ρ_s djeluje na vezane naboje u dielektriku \rightarrow induciranje dipola \rightarrow polarizacija \rightarrow gustoća vezanih naboja ρ_p

2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

18

- Ukupno polje je superpozicija pa u Gaussov zakon uvodimo dodatni izvor:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_p \Rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = \nabla \cdot \vec{E}_0 + \nabla \cdot \vec{E}_p = \frac{\rho_s}{\epsilon_0} + \frac{\rho_p}{\epsilon_0} \Rightarrow \nabla \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_s$$

- Uvodimo $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$
- Empirijski pokazano: $\vec{P} = \epsilon_0 \tilde{\chi}_e \vec{E}$
 - $\tilde{\chi}_e$ tenzor električne susceptibilnosti
 - Najčešće je $\tilde{\chi}_e$ skalar pa vrijedi $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$
 - Odnosno $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$
- Gaussov zakon u materijalima:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_s \Rightarrow \oint_S \vec{D} \cdot \vec{n} dS = \iiint_V \rho_s dV$$

2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

19

- Jednadžba: $\nabla \times \vec{E} = 0 \Rightarrow \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

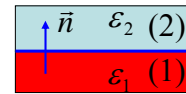
ne uključuje izvore polja i ne mijenja se s prisutnošću materijala.

2.3.2007

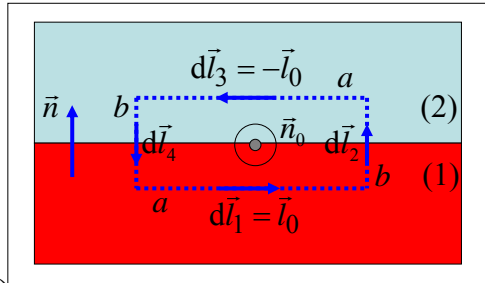
EMP - Materijali u električnom polju

20

Uvjeti na granici



- Električno polje na granici dvaju materijala



$$\vec{l}_0 = \vec{n} \times \vec{n}_0$$

$$\lim_{b \rightarrow 0} \left(\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} \right) = \lim_{b \rightarrow 0} (a\vec{E}_1 \cdot \vec{l}_0 - a\vec{E}_2 \cdot \vec{l}_0 + \text{doprinos na } b) = (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \cdot \vec{l}_0 = 0$$

$$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \cdot (\vec{n} \times \vec{n}_0) = \vec{n}_0 \cdot [(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \times \vec{n}] = 0 \Rightarrow \vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0$$

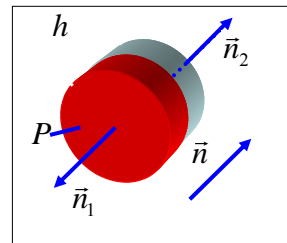
2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

21

- Uočimo elementarni cilindar na granici:

- Vrijedi: $\iiint_V \vec{D} \cdot \vec{n} dS = \iiint_V \rho_s dV$



$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\oiint_S \vec{D} \cdot \vec{n} dS \right) = \lim_{h \rightarrow 0} (P\vec{D}_2 \cdot \vec{n} - P\vec{D}_1 \cdot \vec{n} + \text{doprinos plašta}) = \vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1)P$$

$$\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ \rho_s \rightarrow \infty}} \left(\iiint_V \rho_s dV \right) = \sigma_s P \Rightarrow \vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma_s$$

2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

22

Uvjeti na granici vodič-dielektrik

- Neka je sredstvo 1 vodič nabijen nabojem plošne gustoće σ_s a sredstvo 2 dielektrik s ε
- U vodiču nema polja $D_1=0$ pa je:

$$\vec{n}(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma_s \Rightarrow \vec{n}\vec{D}_2 = \sigma_s \Rightarrow D_{2n} = \sigma_s \Rightarrow E_{2n} = \frac{\sigma_s}{\varepsilon}$$

$$\vec{n} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \Rightarrow \vec{n} \times \vec{E}_2 = 0 \Rightarrow E_{2t} = 0$$

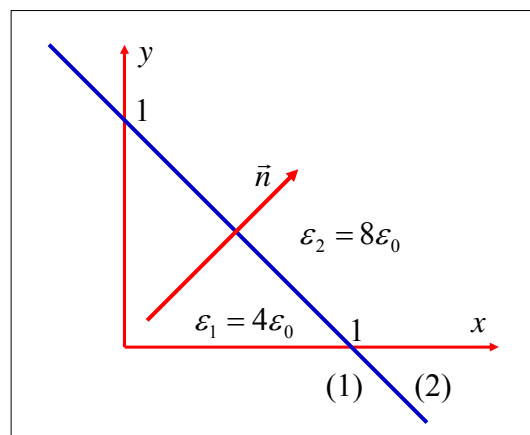
- Na površini nabijenog vodiča postoji samo normalna komponenta polja

2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

23

6. U području (1) vlada homogeno električno polje $\vec{E}_1 = 2\vec{a}_y + 3\vec{a}_z$ (V/m). Odredite jakost električnog polja u području (2)!



2.3.2007

EMP - Materijali u električnom polju

24