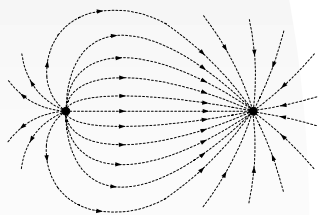


Elektrostatika

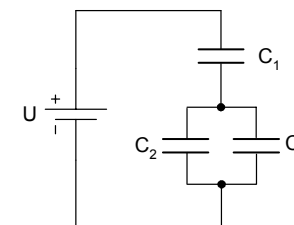
- Spojevi kondenzatora.



1. zadatak

Na kondenzatorsku mrežu na slici priključen je izvor napajanja koji daje istosmjerni napon od 1200 [V]. Potrebno je odrediti ekvivalentni (ukupni) kapacitet mreže, napone koji vladaju na pojedinim elementima (kondenzatorima) kao i pripadne naboje. Zadano je:

- $C_1 = 4 [\mu\text{F}]$
- $C_2 = 6 [\mu\text{F}]$
- $C_3 = 2 [\mu\text{F}]$
- $U = 1200 [\text{V}]$


[Početna stranica](#)

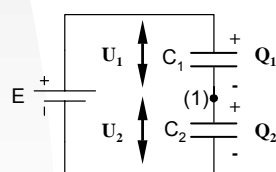

Uvodni pojmovi

- Priključivanjem skupine kondenzatora na istosmjerni izvor (ili izvore) električne energije uspostavljaju se naponske i nabojske prilike na pojedinim kondenzatorima u skladu s dva osnovna zakona i to:

$$\text{alg} \sum_i Q_{i\text{kon}} = \text{alg} \sum_i Q_{i\text{poč}} \quad \text{za svaki čvor}$$

$$\text{alg} \sum_j E_j = \text{alg} \sum_i \frac{Q_i}{C_i} \quad \text{za svaku konturu}$$

- U slučaju **serijskog** spoja dva prethodno nenabijena kondenzatora vrijedi:



$$E = U_1 + U_2$$

$$\text{za čvor (1)} \quad -Q_1 + Q_2 = 0$$

$$C_{12} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1}$$


[Početna stranica](#)


Uvodni pojmovi

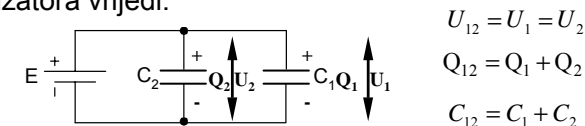
- Za seriju prethodno nenabijenih kondenzatora općenito vrijedi:

$$U_S = \sum_{i=1}^n U_i$$

$$Q_S = Q_1 = Q_2 = \dots = Q_n$$

$$\frac{1}{C_S} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

- U slučaju **paralelnog** spoja dva prethodno nenabijena kondenzatora vrijedi:



$$U_{12} = U_1 = U_2$$

$$Q_{12} = Q_1 + Q_2$$

$$C_{12} = C_1 + C_2$$

- Za paralelu prethodno nenabijenih kondenzatora općenito vrijedi:

$$U_P = U_1 = U_2 = \dots = U_n$$

$$Q_P = \sum_{i=1}^n Q_i$$

$$C_P = \sum_{i=1}^n C_i$$


[Početna stranica](#)


Rješenje

- Ukupni (ekvivalentni) kapacitet mreže:

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 6 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 10^{-6} = 8 \cdot 10^{-6} = 8 [\mu\text{F}]$$

$$C = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{4 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{8 \cdot 10^{-6}} \right)^{-1} = 2.67 \cdot 10^{-6} = 2.67 [\mu\text{F}]$$

- Naponi na kondenzatorima:

$$Q_1 = Q_{23} = Q = C \cdot U$$

$$U_1 = U \cdot \frac{C}{C_1} = 1200 \cdot \frac{2.67 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-6}} = 800 [\text{V}]$$

$$U_{23} = U \cdot \frac{C}{C_{23}} = 1200 \cdot \frac{2.67 \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 10^{-6}} = 400 [\text{V}]$$

$$U_2 = U_3 = U_{23} = 400 [\text{V}]$$


[Početna stranica](#)


- Naboji na kondenzatorima:

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1 = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 800 = 3.2 \cdot 10^{-3} [\text{C}]$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U_2 = 6 \cdot 10^{-6} \cdot 400 = 2.4 \cdot 10^{-3} [\text{C}]$$

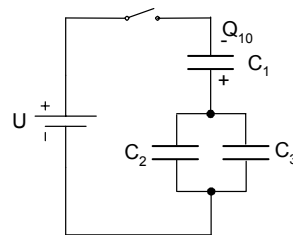
$$Q_3 = C_3 \cdot U_3 = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 400 = 0.8 \cdot 10^{-3} [\text{C}]$$


[Početna stranica](#)


2. zadatak

Na kondenzatorsku mrežu priključuje se izvor napajanja koji daje istosmjerni napon od 1200 [V]. Potrebno je odrediti napone koji vladaju na pojedinim elementima (kondenzatorima) kao i pripadne naboje, ako je kondenzator C_1 prethodno nabijen nabojem Q_{10} prikazanog polariteta. Zadano je:

- $C_1 = 4 [\mu\text{F}]$
- $C_2 = 6 [\mu\text{F}]$
- $C_3 = 2 [\mu\text{F}]$
- $Q_{10} = 1 [\text{mC}]$
- $U = 1200 [\text{V}]$


[Početna stranica](#)

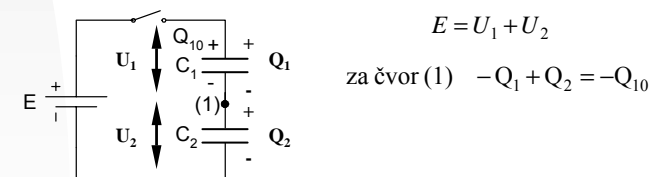

Uvodni pojmovi

- Priključivanjem skupine kondenzatora na istosmjerni izvor (ili izvore) električne energije uspostavljaju se naponske i nabojske prilike na pojedinim kondenzatorima u skladu s dva osnovna zakona i to:

$$\text{alg} \sum_i Q_{ikon} = \text{alg} \sum_i Q_{ipoč} \quad \text{za svaki čvor}$$

$$\text{alg} \sum_j E_j = \text{alg} \sum_i \frac{Q_i}{C_i} \quad \text{za svaku konturu}$$

- U slučaju priključenja **serijskog** spoja dva kondenzatora na istosmjerni izvor, pri čemu je prije toga kondenzator C_1 nabijen na Q_{10} , vrijedi:



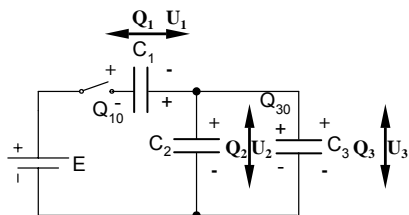
$$E = U_1 + U_2$$

$$\text{za čvor (1)} \quad -Q_1 + Q_2 = -Q_{10}$$


[Početna stranica](#)


Uvodni pojmovi

- U slučaju priključivanja na izvor istosmjernog napajanja **serijsko-paralelnog** spoja tri kondenzatora, gdje su oba kondenzatora prethodno nabijena prema slici vrijedi:



$$U_2 = U_3 = U_{23}$$

$$E = U_1 + U_{23}$$

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} \quad U_2 = \frac{Q_2}{C_2} \quad U_3 = \frac{Q_3}{C_3}$$

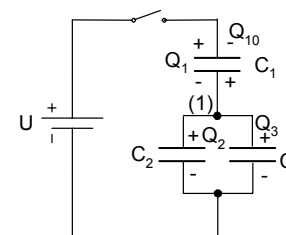
$$-Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_{10} + Q_{30}$$

Početna stranica



Rješenje

- Nakon zatvaranja sklopke u mreži se kondenzatori nakon nekog vremena nabiju nabojima prikazanim na slici:



- Za mrežu vrijedi:

$$\text{za čvor (1)} \quad -Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_{10}$$

$$U_2 = U_3 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q_3}{C_3}$$

$$U = U_1 + U_{23} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_3}{C_3}$$

Početna stranica



- Rješenjem sustava tri jednačbe s tri nepoznanice i uvrštenjem poznatih vrijednosti konačni naboji na kondenzatorima iznose:

$$Q_1 = 2.86 [\text{mC}]$$

$$Q_2 = 2.90 [\text{mC}]$$

$$Q_3 = 0.96 [\text{mC}]$$

- Naponi na kondenzatorima:

$$U_2 = U_3 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{Q_3}{C_3} = 480 [\text{V}]$$

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 720 [\text{V}]$$

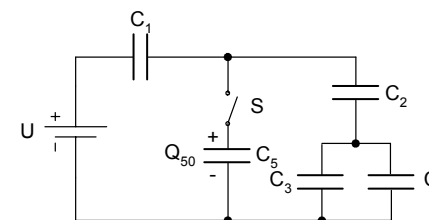
Početna stranica



3. zadatak

U mreži prema slici kondenzator C_5 ima početni naboj Q_{50} naznačenog predznaka. Koliku će promjenu napona ΔU_1 na kondenzatoru C_1 uzrokovati zatvaranje sklopke S? Zadano:

- $C_1 = 18 [\mu\text{F}]$
- $C_2 = 20 [\mu\text{F}]$
- $C_3 = 14 [\mu\text{F}]$
- $C_4 = 16 [\mu\text{F}]$
- $C_5 = 5 [\mu\text{F}]$
- $U = 12 [\text{V}]$

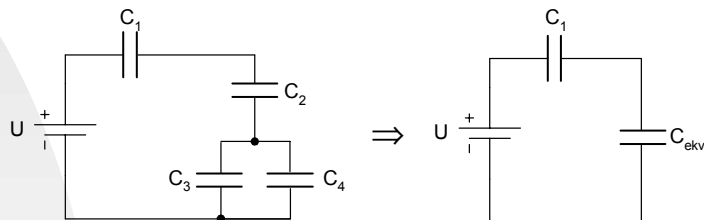


Početna stranica



Rješenje zadatka

- Mreža prije zatvaranja sklopke može se pojednostaviti (kondenzatori nisu prethodno nabijeni):



$$\frac{1}{C_{ekv}} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3 + C_4}$$

$$C_{ekv} = \frac{C_2 \cdot (C_3 + C_4)}{C_2 + C_3 + C_4} = 12[\mu F]$$

- Budući da kondenzatori nisu prethodno nabijeni vrijedi:

$$Q_{10} = Q_{ekv0}$$

$$U = U_{C10} + U_{C_{ekv}0} = \frac{Q_{10}}{C_1} + \frac{Q_{ekv0}}{C_{ekv}}$$

Početna stranica



$$Q_{10} = \frac{U \cdot C_1 \cdot C_{ekv}}{C_1 + C_{ekv}} = \frac{12 \cdot 18 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 10^{-6}}{18 \cdot 10^{-6} + 12 \cdot 10^{-6}}$$

$$Q_{10} = 86.4[\mu C]$$

- Prije zatvaranja sklopke kondenzatori C_1 i C_{ekv} su nabijeni početnim nabojem Q_{10} , a kondenzator C_5 nabojem Q_{50} prikazanih polariteta.

Za mrežu nakon zatvaranja sklopke vrijedi:

za čvor (A)

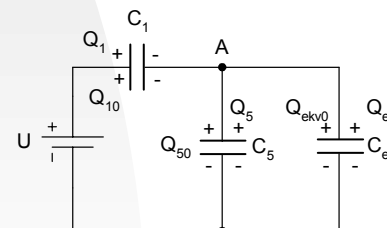
$$-Q_1 + Q_5 + Q_{ekv} = -Q_{10} + Q_{50} + Q_{ekv0}$$

$$-Q_1 + Q_5 + Q_{ekv} = Q_{50}$$

$$U_{C5} = U_{C_{ekv}} \Rightarrow \frac{Q_5}{C_5} = \frac{Q_{ekv}}{C_{ekv}}$$

$$U = U_{C1} + U_{C5} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_5}{C_5}$$

Početna stranica



- Rješenjem sustava tri jednačbe dobije se Q_5 :

$$Q_5 = \frac{Q_{50} + U \cdot C_1}{\frac{C_1}{C_5} + 1 + \frac{C_{ekv}}{C_5}} = \frac{36 \cdot 10^{-6} + 12 \cdot 18 \cdot 10^{-6}}{\frac{18}{5} + 1 + \frac{12}{5}}$$

$$Q_5 = 36[\mu As]$$

- Napon na C_5 :

$$U_{C5} = \frac{Q_5}{C_5} = \frac{36 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-6}} = 7.2[V]$$

- Prije zatvaranja sklopke kondenzatori C_1 nabijen je na napon U_{C10} :

$$U_{C10} = \frac{Q_{10}}{C_1} = \frac{86.4 \cdot 10^{-6}}{18 \cdot 10^{-6}} = 4.8[V]$$

- Nakon zatvaranja sklopke kondenzator C_1 nabijen je na napon U_{C1} :

$$U_{C1} = U - U_{C5} = 12 - 7.2 = 4.8[V]$$

- Razlika napona na C_1 prije i poslije zatvaranja sklopke:

$$\Delta U = U_{C1} - U_{C10} = 4.8 - 4.8 = 0[V]$$

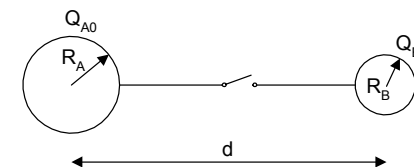
Početna stranica



4. zadatak

Središta dviju usamljenih metalnih kugli A i B polumjera R_A i R_B razmaknuta su d metara, s tim da je $d \gg R_A$. Na kugle su dovedeni naboji Q_{A0} i Q_{B0} , a nakon toga one se međusobno povezuju vrlo tankom metalnom niti. Odredite, za taj slučaj, iznose polja E_A i E_B tik uz površinu kugli ako je $\varepsilon = \varepsilon_0$.

- $R_A = 9$ [cm]
- $R_B = 1$ [cm]
- $Q_{A0} = -2.4$ [nC]
- $Q_{B0} = +3.2$ [nC]



Početna stranica



Rješenje zadatka

- Nakon zatvaranja sklopke potencijali kugli se izjednačavaju (dolazi do preraspodjele naboja):

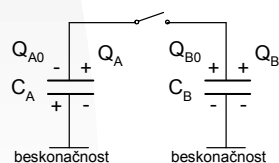


$$\varphi_A = \varphi_B$$

Uz referentnu točku u beskonačnosti:

$$\frac{Q_A}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R_A} = \frac{Q_B}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R_B}$$

- Kugle čine sustav prikazan na slici, za koji vrijedi:



$$-Q_{A0} + Q_{B0} = Q_A + Q_B$$

Početna stranica



- Rješenjem sustava jednačbi:

$$Q_B = Q_A \frac{R_B}{R_A}$$

$$Q_A = \frac{-Q_{A0} + Q_{B0}}{1 + \frac{R_B}{R_A}} = \frac{-2.4 \cdot 10^{-9} + 3.2 \cdot 10^{-9}}{1 + \frac{1}{9}}$$

$$Q_A = 720 \text{ [pAs]}$$

$$Q_B = 80 \text{ [pAs]}$$

- Budući da je $d \gg R_A$ el. polja nakon zatvaranja sklopke iznose:

$$E_A = \frac{Q_A}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R_A^2} = \frac{720 \cdot 10^{-12}}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot (9 \cdot 10^{-2})^2} = 800 \text{ [V/m]}$$

$$E_B = \frac{Q_B}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot R_B^2} = \frac{80 \cdot 10^{-12}}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot (1 \cdot 10^{-2})^2} = 7.2 \text{ [kV/m]}$$

Početna stranica

