

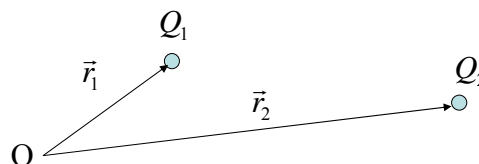
Elektromagnetska polja



ENERGIJA I KAPACITET

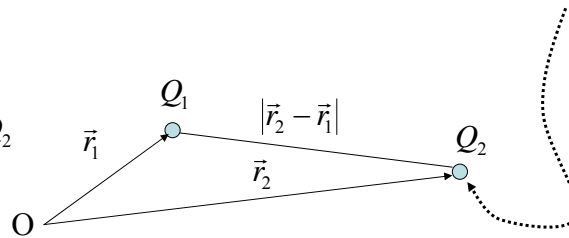
Energija pohranjena u statičkom električnom polju

- Formiranje statičke raspodjele naboja
 - Nužan dinamički proces dovođenja naboja
- Najjednostavniji slučaj
 - Formiranje sustava dva točkasta naboja



- Oba naboja su u početku beskonačno udaljena
- Dovođenje naboja Q_1 u prostor ne zahtijeva utrošak rada na savladavanje električne sile jer ne postoji polje
- Dovođenje naboja Q_2 u prostor zahtijeva utrošak energije da se savlada električna sila kojom djeluje polje naboja Q_1 :

$$W_2 = \varphi_{12} Q_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} Q_2$$



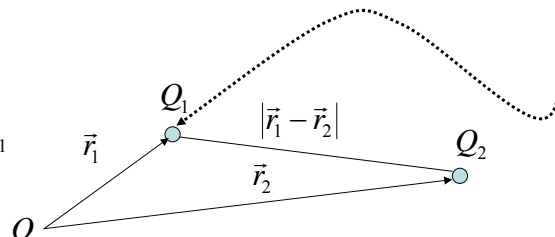
9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

3

- Možemo zamisliti i obrnuti postupak
- Dovođenje naboja Q_2 u prostor ne zahtijeva utrošak rada na savladavanje električne sile jer ne postoji polje
- Dovođenje naboja Q_1 u prostor zahtijeva utrošak energije da se savlada električna sila kojom djeluje polje naboja Q_2 :

$$W_1 = \varphi_{21} Q_1 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} Q_1$$



9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

4

- Vrijedi $W_1 = W_2 = W (|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|)$
- Zbrajanjem izraza za W_1 i W_2 dobivamo:

$$2W = W_1 + W_2 = \varphi_{12}Q_2 + \varphi_{21}Q_1 \Rightarrow W = \frac{1}{2}(\varphi_{12}Q_2 + \varphi_{21}Q_1)$$

- To je energija interakcije
- Za sustav N točkastih naboja vrijedi:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \varphi_i Q_i \quad ; \quad \varphi_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \varphi_{ki}$$

- Potencijal φ_i je potencijal koji stvaraju svi ostali naboji na mjestu i -tog naboja

9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

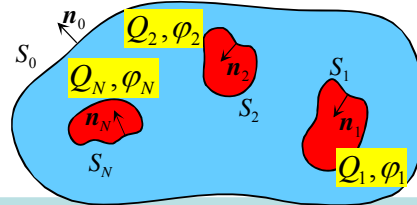
5

- Energiju prostorne raspodjele naboja $\rho(\vec{r}')$ određujemo superpozicijom diferencijalno malih točkastih naboja $\rho(\vec{r}')dV$:

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \varphi(\vec{r}') \rho(\vec{r}') dV$$

- Potencijal $\varphi(\vec{r}')$ je ukupni potencijal koji stvaraju svi naboji, uključujući i $\rho(\vec{r}')dV$, pa je to izraz za ukupnu energiju
- N idealno vodljivih tijela

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N Q_k \varphi_k$$



9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

6

Energija prikazana preko vektora polja

- Koristimo Gaussov zakon $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_s$ i vektorski identitet $\nabla \cdot (f \vec{A}) = f(\nabla \cdot \vec{A}) + \vec{A}(\nabla f)$

- Slijedi:

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \varphi \rho \, dV = \frac{1}{2} \iiint_V \nabla \cdot (\varphi \vec{D}) \, dV + \frac{1}{2} \iiint_V (\vec{D} \cdot \vec{E}) \, dV$$

- Primjena Gaussova teorema o divergenciji rezultira s

$$W = \frac{1}{2} \iint_S (\varphi \vec{D}) \cdot \vec{n} \, dS + \frac{1}{2} \iiint_V (\vec{D} \cdot \vec{E}) \, dV$$

9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

7

- Ako V obuhvaća cijeli prostor polja vrijedi:

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V (\vec{D} \cdot \vec{E}) \, dV = \frac{1}{2} \iiint_V \epsilon |\vec{E}|^2 \, dV$$

- Gustoća energije električnog polja je:

$$w_e = \frac{\epsilon |\vec{E}|^2}{2}$$

9.3.2007

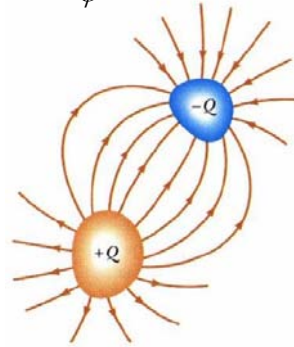
EMP - Energija i kapacitet

8

Kapacitet

- Jedno usamljeno metalno tijelo $C = \frac{Q}{\varphi}$
- Kondenzator:
 - Dva vodljiva tijela
 - Kapacitet $C = \frac{Q}{U}$
 - Pohrana električne energije

$$W_e = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$



9.3.2007

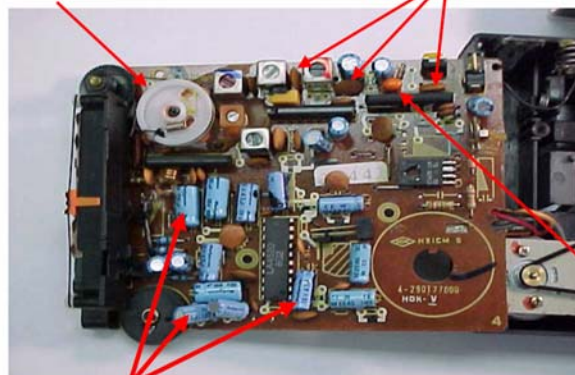
EMP - Energija i kapacitet

9

Unutrašnjost walkmana

Promjenjivi kondenzator

Keramički kondenzatori

Tantal
kondenzator

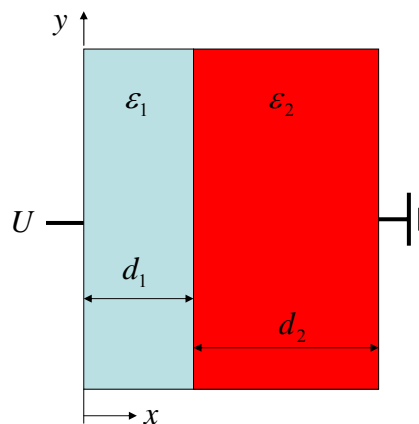
Elektrolitski kondenzatori

9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

10

1. Odredite kapacitet dvoslojnog pločastog kondenzatora prema slici. Površina ploča je S , $\epsilon_1 > \epsilon_2$ i $d_2 = 2d_1$.

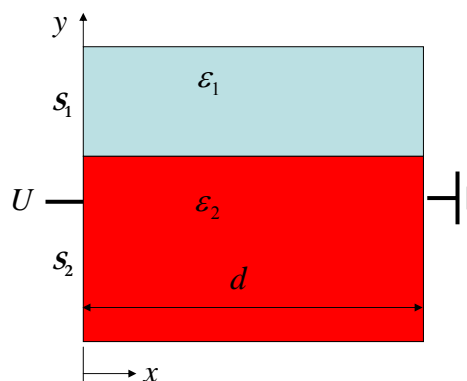


9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

11

2. Odredite kapacitet dvoslojnog pločastog kondenzatora prema slici. Površina ploča je $S_1 + S_2$, $\epsilon_1 > \epsilon_2$.



9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

12

Sile u električnom polju

- Sile možemo odrediti pomoću energije
 - Načelo virtualnog pomaka – mehanika
 - Određivanje resultantne sile
- Naboji u sustavu vodiča ostaju konstantni
 - Sila u smjeru pomaka s je: $\vec{F}_s = -\frac{\delta W_e}{\delta s} \vec{a}_s$
- Potencijali u sustavu vodiča ostaju konstantni
 - Sila u smjeru pomaka s je:

$$\vec{F}_s = \frac{\delta W_e}{\delta s} \vec{a}_s$$

9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

13

- Sile u smjeru os s u kondenzatoru jesu:

- Za izolirani kondenzator:

$$|\vec{F}_s| = -\left\{ \frac{\delta W_e}{\delta s} \right\}_{Q=\text{konst.}} = -\frac{\partial}{\partial s} \left\{ \frac{Q^2}{2C} \right\}_{Q=\text{konst.}} = -\frac{Q^2}{2} \frac{\partial}{\partial s} \left\{ \frac{1}{C} \right\}$$

- Za kondenzator priključen na stalnu razliku potencijala

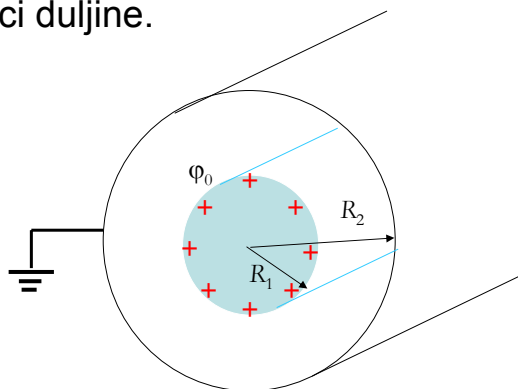
$$|\vec{F}_s| = \left\{ \frac{\delta W_e}{\delta s} \right\}_{U=\text{konst.}} = \frac{\partial}{\partial s} \left\{ \frac{CU^2}{2} \right\}_{U=\text{konst.}} = \frac{U^2}{2} \frac{\partial C}{\partial s}$$

9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

14

3. Unutarnji vodič cilindričnog kondenzatora polumjera R_1 nalazi se na potencijalu φ_0 a vanjski polumjera R_2 je uzemljen. Odrediti energiju, kapacitet i silu na vanjsku elektrodu po jedinici duljine.

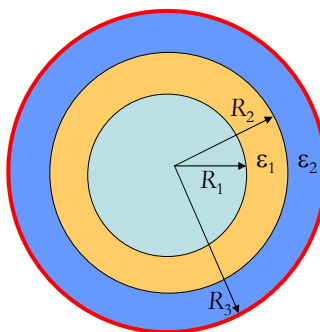


9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

15

4. Odredite kapacitet kuglastog dvoslojnog kondenzatora prema slici.



9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

16

Numerički proračun polja

- Korištenje računala
 - Najraširenija Metoda konačnih elemenata (MKE)
 - Minimiziranje energije pohranjene u polju
 - PDJ se svode na sustav linearnih algebarskih jednažbi

9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

17

- Koraci u rješenju
 - Zadavanje geometrije i materijala
 - Podjela domene na konačne elemente
 - Formiranje sustava jednažbi
 - Rješavanje sustava
 - Prikaz polja
 - Dodatni proračuni (kapaciteti, sile ...)

9.3.2007

EMP - Energija i kapacitet

18