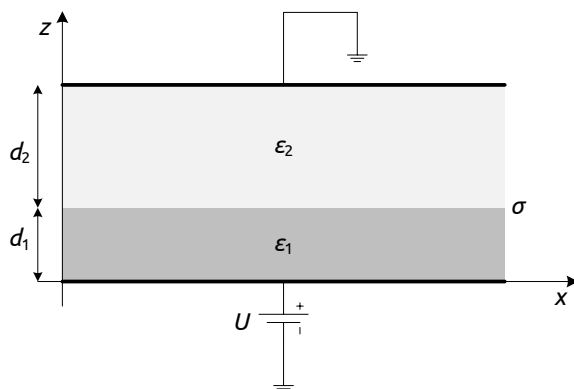


Elektromagnetska polja

Međuispit - 26.4.2013.

Zadatak 2. Unutar ploča pločastog kondenzatora nalaze se dva sloja dielektrika prema slici. Na granici dva dielektrika nalazi se naboj plošne gustoće $\sigma = 2 \text{ nC/m}^2$. Zadano je $U = 200 \text{ V}$, $\epsilon_1 = 9\epsilon_0$, $\epsilon_2 = 4\epsilon_0$, $d_1 = 6 \text{ cm}$ i $d_2 = 10 \text{ cm}$.



(a) Odredite iznos jakosti električnog polja u V/m u dielektriku dielektričnosti ϵ_2 .

Najprije nađemo vektore električnih polja i normale:

$$\vec{E}_1 = E_1 \vec{a}_z$$

$$\vec{E}_2 = E_2 \vec{a}_z$$

$$\vec{n}_{12} = \vec{a}_z$$

Uvrstimo u uvjet na granici:

$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \sigma \rightarrow \epsilon_2 E_2 - \epsilon_1 E_1 = \sigma$$

Također, na granici je neki iznos potencijala $\varphi_{granica}$ pa možemo dobiti vezu za napone i električna polja:

$$E_1 = \frac{U - \varphi_{granica}}{d_1} \rightarrow \varphi_{granica} = U - E_1 d_1$$

$$E_2 = \frac{\varphi_{granica} - 0}{d_2} \rightarrow \varphi_{granica} = E_2 d_2$$

$$U - E_1 d_1 = E_2 d_2 \rightarrow E_2 = \frac{U - E_1 d_1}{d_2}$$

Uvrštavanjem izraza za E_2 u izraz za uvjet na granici slijede iznosi za E_1 i E_2 :

$$\epsilon_2 E_2 - \epsilon_1 E_1 = \sigma \rightarrow \epsilon_2 \frac{U - E_1 d_1}{d_2} - \epsilon_1 E_1 = \sigma \rightarrow E_1 = \frac{\frac{\epsilon_2}{d_2} U - \sigma}{\epsilon_1 + \frac{d_1}{d_2} \epsilon_2}$$

$$E_1 = \frac{\frac{4\epsilon_0}{0,1} \cdot 200 - 2 \cdot 10^{-9}}{9\epsilon_0 + \frac{0,06}{0,1} \cdot 4\epsilon_0} = 681,94 \text{ V/m}$$

$$E_2 = \frac{U - E_1 d_1}{d_2} = \frac{200 - 681,94 \cdot 0,06}{0,1} = 1590,84 \text{ V/m}$$

(b) Odredite iznos vektora polarizacije u dielektriku dielektričnosti ε_1 u nC/m².

$$\vec{P}_1 = \vec{D}_1 - \varepsilon_0 \vec{E}_1 = \varepsilon_1 \vec{E}_1 - \varepsilon_0 \vec{E}_1 = 9\varepsilon_0 \vec{E}_1 - \varepsilon_0 \vec{E}_1 = 8\varepsilon_0 \vec{E}_1$$

$$P_1 = 8 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 681,94 = 48,3 \text{ nC/m}^2$$

(c) Odredite potencijal u V u dielektriku dielektričnosti ε_2 za $z = d_1 + \frac{d_2}{2}$.

$$\Delta\varphi = 0$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

$$\varphi(z) = C_1 z + C_2$$

Rubni uvjeti:

$$\varphi(z = d_1) = \varphi_{granica} = E_2 d_2 = 1590,84 \cdot 0,1 = 159,084 \text{ V}$$

$$\varphi(z = d_1 + d_2) = 0 \text{ V}$$

Uvrštavanjem u izraz za potencijal slijedi:

$$\varphi(z = d_1) = C_1 d_1 + C_2 = 159,084$$

$$\varphi(z = d_1 + d_2) = C_1 (d_1 + d_2) + C_2 = 0$$

Iz toga se dobiju konstante $C_1 = -1590,84 \text{ m}^{-1}$ i $C_2 = 254,5344 \text{ V}$. Konačno slijedi:

$$\varphi\left(z = d_1 + \frac{d_2}{2}\right) = -1590,84 \left(0,06 + \frac{0,1}{2}\right) + 254,5344 = 79,54 \text{ V}$$