

Elektromagnetska polja

Međuispit - 26.4.2013.

Zadatak 1. Granica dva dielektrika je ravnina $z = 0$. U poluprostoru $z > 0$ nalazi se dielektrik relativne dielektričnosti $\varepsilon_{r1} = 5$, a u poluprostoru $z < 0$ nalazi se dielektrik relativne dielektričnosti $\varepsilon_{r2} = 3$. U poluprostoru $z > 0$ zadano je električno polje jakosti $\vec{E}_1 = 2\vec{a}_x + 5\vec{a}_y - 4\vec{a}_z$ kV/m.

- (a) Odredite jakost električnog polja u kV/m u smjeru osi x u prostoru $z < 0$.
- (b) Odredite jakost električnog polja u kV/m u smjeru osi y u prostoru $z < 0$.
- (c) Odredite jakost električnog polja u kV/m u smjeru osi z u prostoru $z < 0$.

Najprije odredimo normalu:

$$\vec{n}_{12} = -\vec{a}_z$$

Sada odredimo normalnu komponentu vektora \vec{E}_1 :

$$\vec{E}_{1n} = (\vec{E}_1 \vec{n}_{12}) \vec{n}_{12} = -4\vec{a}_z \text{ kV/m}$$

Nakon toga odredimo tangencijalnu komponentu vektora \vec{E}_1 :

$$\vec{E}_{1t} = \vec{E}_1 - \vec{E}_{1n} = 2\vec{a}_x + 5\vec{a}_y \text{ kV/m}$$

S obzirom na to da su tangencijalne komponente vektora električnog polja jednake u oba sredstva, slijedi:

$$\vec{E}_{2t} = \vec{E}_{1t} = 2\vec{a}_x + 5\vec{a}_y \text{ kV/m}$$

S obzirom na to da su normalne komponente vektora električne indukcije jednake u oba sredstva, slijedi:

$$\vec{D}_{2n} = \vec{D}_{1n} \rightarrow \vec{E}_{2n} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} \vec{E}_{1n} = -\frac{20}{3}\vec{a}_z \text{ kV/m}$$

Konačno je:

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{2t} + \vec{E}_{2n} = 2\vec{a}_x + 5\vec{a}_y - \frac{20}{3}\vec{a}_z \text{ kV/m}$$

odnosno:

$$E_{2x} = 2 \text{ kV/m} \quad E_{2y} = 5 \text{ kV/m} \quad E_{2z} = -\frac{20}{3} \text{ kV/m} = -6,67 \text{ kV/m}$$

- (d) Odredite energiju u pJ pohranjenu u kocki stranice 1 m koja ima središte u točki (3; 2; 2).

$$W = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \iiint_V |\vec{E}_1|^2 dV = \frac{1}{2} \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot [2^2 + 5^2 + (-4)^2] \cdot 1^3 = 996 \text{ pJ}$$