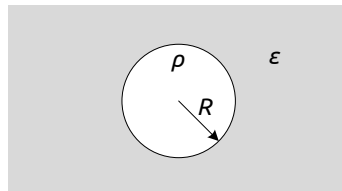


Elektromagnetska polja

Međuispit - 26.4.2013.

Zadatak 4. Metalna kugla radijusa $R = 3 \text{ cm}$ nabijena nabojem 7 nC nalazi se u dielektriku čija dielektričnost u prostoru oko kugle varira o udaljenosti r od središta kugle prema jednadžbi $\varepsilon = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{R}{r}\right)^2$.



(a) Odredite kapacitet C metalne kugle u pF.

Ovaj zadatak možemo riješiti pomoću silocijevi. Pretpostavimo da imamo kuglasti kondenzator čija je jedna elektroda sfera polumjera R , dok se druga nalazi u beskonačnosti. Najprije računamo otpor (kako ne bi bilo zabune s oznakom za polumjer sfere, za otpor koristimo R'):

$$dR' = \frac{1}{\varepsilon} \frac{dl}{S} = \frac{1}{\varepsilon_0 \left(1 + \frac{R}{r}\right)^2} \frac{dr}{4r^2\pi} = \frac{dr}{4\pi\varepsilon_0 (r+R)^2}$$

Sada gornji izraz integriramo od R do ∞ :

$$R' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_R^\infty \frac{dr}{(r+R)^2} = \dots = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

Kapacitet kugle je jednak:

$$C = \frac{1}{R'} = 8\pi\varepsilon_0 R = 8\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 0,03 = 6,7 \text{ pF}$$

(b) Odredite energiju W u elektrostatskom polju u prostoru oko kugle u μJ .

(c) Odredite potencijal φ kugle u V.

Odredimo najprije potencijal kugle. Vrijedi:

$$U = \frac{Q}{C} \rightarrow \varphi - \varphi(\infty) = \frac{Q}{C} \rightarrow \varphi = \frac{Q}{C}$$

jer je $\varphi(\infty) = 0$. Sada je:

$$\varphi = \frac{7 \cdot 10^{-9}}{6,7 \cdot 10^{-12}} = 1049 \text{ V}$$

(U kalkulator se za kapacitet uvrštava $6,6757587 \text{ pF}$, a to je pravi rezultat iz prethodnog zadatka, dok je odgovor $6,7 \text{ pF}$ zaokružen na jednu decimalu.)

Sada je jednostavno dobiti i energiju:

$$W = \frac{U^2 C}{2} = \frac{\varphi^2 C}{2} = 3,7 \mu\text{J}$$