

Elektromagnetska polja



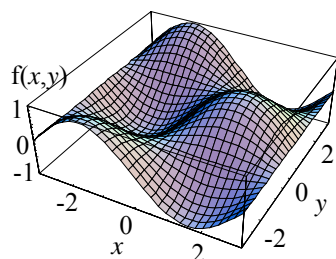
TEMELJNI POSTULATI ELEKTROMAGNETIZMA

Temeljni zakoni

- Eksperimentalno utvrđeni zakoni
 - Coulombov zakon (1785.)
 - Biot – Savartov zakon (1820.)
 - Ohmov zakon (1826.)
 - Ampèreov zakon (1820.)
 - Faradayev zakon (1831.)
 - Kirchhoffovi zakoni (1847.)
- Maxwell – jedinstvena teorija EM polja (1862.)

Skalarna i vektorska polja

- Skalarna funkcija $f(x,y,z)$ u svakoj točki $P(x,y,z)$ definira skalar. Sveukupnost točaka P i skalara $f(P)$ nazivamo skalarno polje.
- Primjer: $f(x,y) = \sin x \cos y$

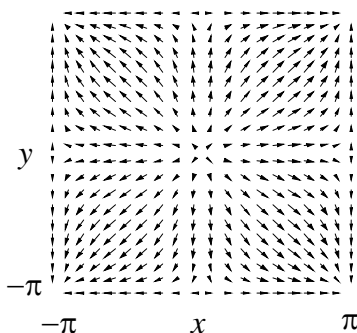


15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

3

- Vektorska funkcija $\vec{F}(x,y,z)$ definira vektor u svakoj točki $P(x,y,z)$. Sveukupnost točaka P i vektora $\vec{F}(P)$ nazivamo vektorsko polje.
- Primjer: $\vec{F}(x,y) = \sin(x)\vec{a}_x + \sin(y)\vec{a}_y$



15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

4

Temeljni postulati

- Postojanje električnog naboja
Postoje *pozitivni i negativni* naboji, svi su višekratnici naboja elektrona $e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Očuvanje električnog naboja
U svakom izoliranom sustavu algebarska suma naboja je konstantna
Stoga je naboj temeljna fizikalna veličina u elektromagnetskoj teoriji.

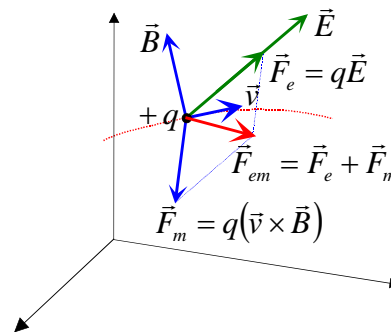
15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

5

- Zakon Lorentzove sile – elektromagnetska sila na ispitni naboj q koji se giba brzinom \vec{v}

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$



- Definicije \vec{E} i \vec{B}

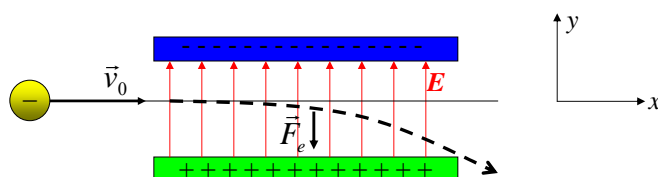
$$\vec{E} = \lim_{q \rightarrow 0} \left(\frac{\vec{F}}{q} \right) ; \quad \vec{v} = 0 \quad \vec{v} \times \vec{B} = \frac{\vec{F}}{q} - \vec{E}$$

15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

6

1. Elektron upada u područje u kojem vlada električno polje \vec{E} s početnom brzinom \vec{v}_0 prema slici. Odredite putanju elektrona, ako se zanemari gravitacijska sila!



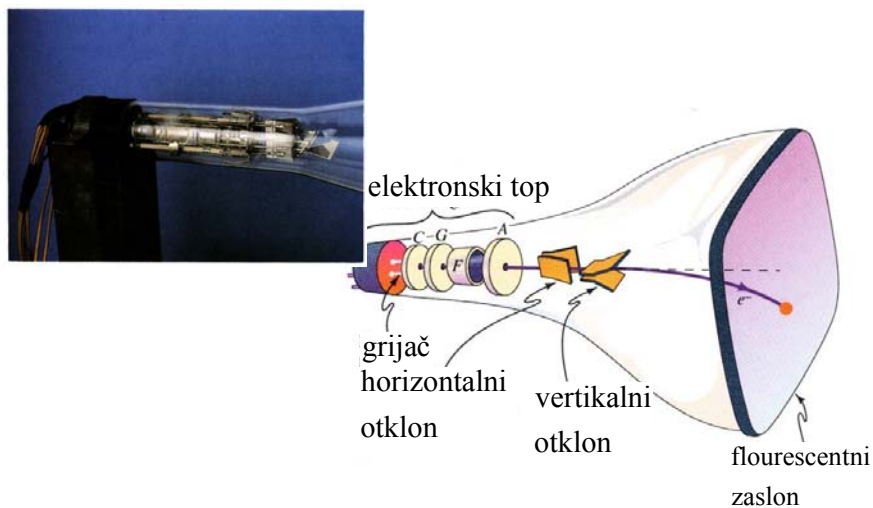
- Ravnoteža sila: $m\vec{a} = -e\vec{E}$

15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

7

Primjer: Katodna cijev

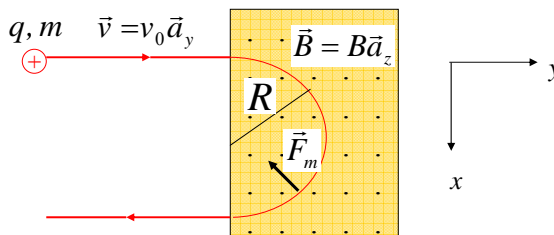


15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

8

2. Čestica mase m i naboja $+q$ upada u područje u kojem vlada magnetsko polje \vec{B} s početnom brzinom \vec{v}_0 prema slici. Odredite putanju čestice!

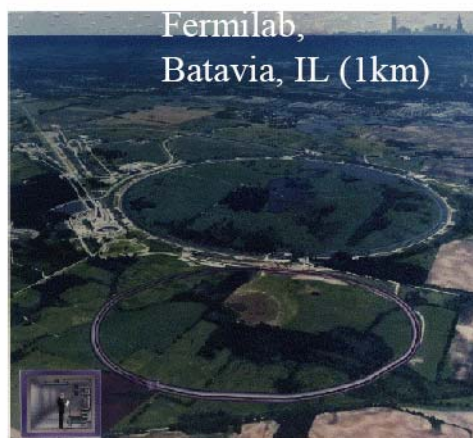
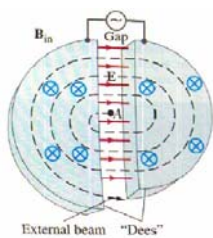


15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

9

Primjer: Ciklotron

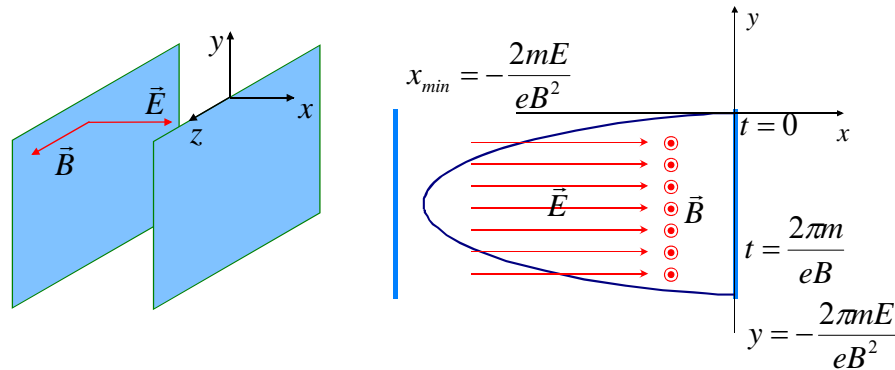


15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

10

3. Elektron se iz stanja mirovanja emitira iz ploče pločastog kondenzatora unutar kojeg vlada homogeno električno polje. Kondenzator se nalazi u homogenom magnetskom polju prema slici. Odredite putanju elektrona!



15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

11

Mikroskopska i makroskopska teorija

- Međuatomski prostori: kvantna teorija polja
- Nas zanimaju srednje vrijednosti polja unutar vremenskih intervala i volumena koji su jako veliki u atomskim mjerilima
- Makroskopska teorija: približan pristup stvarnosti
- Često ćemo koristiti izraze tipa $\int \rho dV$ i $\frac{\partial}{\partial t}$ gdje je ρ gustoća izvora polja

$$\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \sum_n \rho_n \Delta V_n = \int_V \rho dV \quad ; \quad V = \sum_n dV_n \quad \text{i} \quad \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \rho}{\Delta t} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

12

- Makroskopski pristup: dV i dt mali ali različiti od nule
- Mjerila volumena i intervala:
 - Srednji polumjer putanje elektrona je reda 10^{-10} m
 - “Volumen atoma” je reda 10^{-30} m^3
 - Ako dV iznosi 10^{-18} m^3 , tj. $(\mu\text{m})^3$, tada je dV jednak 10^{12} volumena jednog atoma
 - Ako dt iznosi 10^{-12} s i u tako malom intervalu će elektron načiniti tisuće obilazaka oko jezgre atoma
- Makroskopsko polje: srednja vrijednost učinaka velikog broja atoma i srednja vrijednost vrlo brzih vremenskih promjena u prostoru



15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

13

Izvori polja: naboji i struje

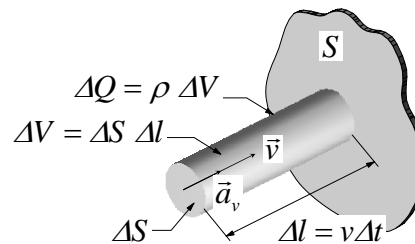
- Neprekinute raspodjele naboja i struja

- Gustoća naboja: $\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{dQ}{dV} \quad \frac{\text{C}}{\text{m}^3}$

- Struja: $I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} \quad \text{A}$

- Gustoća struje:

$$\vec{J} = \vec{a}_v \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} = \vec{a}_v \frac{dI}{dS} \quad \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$



- Veza gustoća sa nabojima i strujama

$$Q(t) = \iiint_V \rho(\vec{r}, t) dV \quad ; \quad I(t) = \iint_S \vec{J}(\vec{r}, t) \cdot \vec{n} dS$$

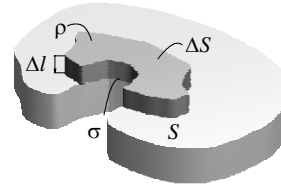
15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

14

Singularne gustoće izvora

- Plošni naboj $\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta S} = \frac{dQ}{dS}$
 $\sigma = \lim_{\substack{\rho \rightarrow \infty \\ \Delta l \rightarrow 0}} (\rho \Delta l)$

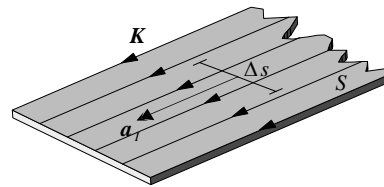


- Ukupni naboj $Q = \iint_S \sigma dS$

- Plošna struja

$$\vec{K} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left[\vec{a}_l \frac{\Delta I}{\Delta s} \right] = \vec{a}_l \frac{dI}{ds}$$

$$\vec{K} = \lim_{\substack{J \rightarrow \infty \\ \Delta l \rightarrow 0}} (\vec{J} \Delta l)$$



- Ukupna struja $I = \int_c \vec{K} \cdot \vec{a}_l ds$

15.2.2007

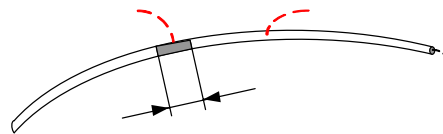
EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

15

- Linijski naboj

$$\lambda = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta l} = \frac{dQ}{dl}$$

$$\lambda = \lim_{\substack{\rho \rightarrow \infty \\ \Delta S \rightarrow 0}} (\rho \Delta S)$$

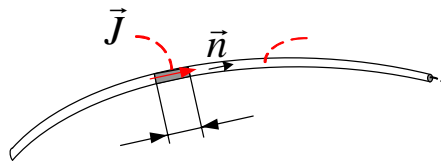


- Ukupni naboj $Q = \int_l \lambda dl$

- Linijska struja

$$\vec{J} dV = i d\vec{l}$$

$$i = \lim_{\substack{J \rightarrow \infty \\ \Delta S \rightarrow 0}} (\vec{J} \cdot \vec{n} dS)$$



- Točkasti naboj

$$\rho(\vec{r}) = q\delta(\vec{r} - \vec{r}') ; \quad \iiint_V \rho(\vec{r}) dV = \iiint_V q\delta(\vec{r} - \vec{r}') dV = q$$

15.2.2007

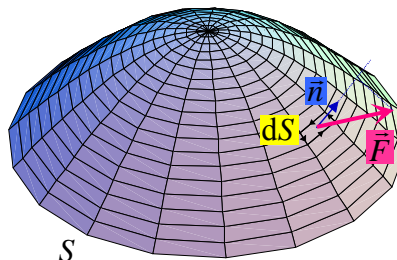
EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

16

Tok i divergencija vektorskog polja

- Tok Φ vektorskog polja \vec{F} kroz površinu S jest

$$\Phi = \iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dS$$



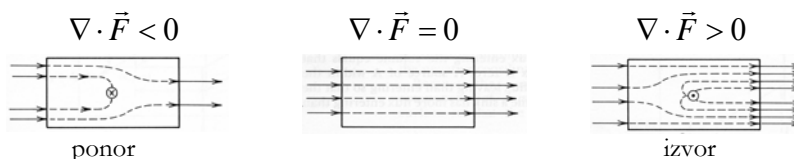
15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

17

- Divergencija \vec{F} jednaka je srednjem toku \vec{F} koji istječe kroz zatvorenu površinu S po jedinici volumena koju obuhvaća S kad taj volumen teži ništici

$$\nabla \cdot \vec{F} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oiint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dS}{\Delta V} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$



- Gaussov teorem o divergenciji

$$\iiint_V \nabla \cdot \vec{F} dV = \oiint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dS$$

15.2.2007

EMP - Temeljni postulati
elektromagnetizma

18

Jednadžba kontinuiteta

- Posljedica stavka o očuvanju naboja
- Struja iz V može teći samo na račun promjene naboja unutar V :

$$\oint_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS = -\frac{dQ}{dt} =$$

$$= -\frac{d}{dt} \iiint_V \rho dV = -\iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

- Gaussov teorem:

$$\oint_S \vec{J} \cdot \vec{n} dS = \iiint_V \nabla \cdot \vec{J} dV$$

- Jednadžba kontinuiteta:

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

