

## Odabrana djela i formule za 2. međuispit iz Elektromagnetskih polja

**„Jesi l' mala spavala do sada? Jesi, jesi, al' zbog polja nisi“**

ili na engleski

**„I'm too sexy for my fields“**

Skupio, obradio i upedeefčio Apoljon. Pomogao david guetta.

\*Napomena prva: Svi koji pročitaju djela i iskoriste ih sutra, imat će više od 10 bodova. Prosjek će biti iznad 10 bodova. Ako ne bude, niste čitali između redaka :P

\*Napomena druga: Sve koji downloadaju ovaj pdf, molio bih neka uplate koliko mogu kolegi davidu guetti za odmor na Barbadosu. Zauzvrat će svim curama koje imaju dečka napraviti i curicu. A za one slobodne, daje i instrukcije iz ViS-a. Link na profil u nastavku: <http://www.fer2.net/member.php?u=4658>

\*Napomena treća: Isprintajte sve ispite i zadatke koji su porješavani na fer2.netu!!! Ovdje su popisani svi tipovi zadataka koji su se pojavili na prethodnim međuispitima, koji bi se mogli pojaviti na ispitu, navedeno je gdje se nalaze u Berberovićevoj zbirci i gdje se nalaze na pdf-ovima Magnetostatika 1, 2 i 3! Ovdje zadaci nisu rješavani, nego su samo navedene smjernice kako se što lakše snaći i koje formule upotrijebiti pri rješavanju.

Sadržaj:

1. Kako pristupiti zadatku
2. Tipovi zadataka (sa formulama)
3. Zaključak

# 1. Kako pristupiti zadatku

Daklem, kako pristupiti zadatku? Algoritam je sljedeći:

1. Pročitaj zadatak
2. Popiši sve veličine koje su zadane i koje se traže. Ako je u zadatak uključena slika, precrtaj ju.
3. Pogledaj formule i pronadi onu koja povezuje tvoje veličine.
4. Riješi zadatak i osvoji 4 poena

## 2. Tipovi zadataka (sa formulama)

2. 1. Vektorski magnetski potencijal  $\vec{A}$ , magnetska indukcija  $\vec{B}$ , jakost magnetskog polja  $\vec{H}$ , magnetski tok  $\Phi$  kroz  $dS$ , gustoća struje  $\vec{j}$ , jakost struje  $I$

Ovi zadaci bi trebali biti dosta jednostavni. Samo pogledate u formule i vidite što sve povezuje zadane veličine. Tu je obično zadana jedna veličina, i treba naći ostale, ili u nekoj točki, ili opći oblik. Također, ponekad se znaju tražiti neke konstante u izrazu koji je zadan na početku. Pri tome morate paziti koji uvjeti vrijede. Ujedno, nemojte zaboraviti dobro postaviti granice integracije! Isto tako, obratite pažnju gdje vam se traži zadana veličina – ako je po nekoj zatvorenoj plohi, pogledajte uvjete koji zadovoljavaju to! (Obično je tad rezultat 0.)

1) Zadan vektorski magnetski potencijal  $\vec{A}$ . Naći  $\vec{B}$ ,  $\Phi$ ,  $\vec{j}$ ,  $I$ , konstantu.

$\vec{B}$  nađemo preko formule za rotaciju vektorskog magnetskog potencijala.

$\Phi$  nađemo ili preko magnetske indukcije ili preko vektorskog magnetskog potencijala.

$\vec{j}$  nađemo ili preko magnetske indukcije ili preko vektorskog magnetskog potencijala.

$I$  nađemo preko Ampereovog kružnog zakona najlakše (bilo koja od formula vezana za Ampereov kružni zakon).

Konstantu tražimo ovisno o tome koja nam je veličina zadana kao početna (ali vrlo vjerojatno preko temeljnih zakona u statičkog mag. polja u vakuumu).

### VEKTORSKI MAGNETSKI POTENCIJAL $\mathbf{A}$ I INDUKCIJA $\mathbf{B}$

- KARTEZIJEV:  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \text{rot } \mathbf{A}$

$$\mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

- CILINDRIČNI:

$$\mathbf{B} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \alpha} - \frac{\partial A_\alpha}{\partial z} \right) \mathbf{a}_r + \left( \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{a}_\alpha + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r A_\alpha)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \alpha} \right) \mathbf{a}_z$$

- SFERNI:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{r \sin \theta} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} (A_\alpha \sin \theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \alpha} \right) \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \alpha} - \frac{\partial}{\partial r} (r A_\alpha) \right) \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r A_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \mathbf{a}_\alpha$$

### AMPEROV KRUŽNI ZAKON:

$$\oint_C \mathbf{B} d\mathbf{l} = \mu_0 \iint_S \mathbf{J} n dS = \mu_0 I$$
$$\oint_C \mathbf{H} d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{J} n dS = I$$
$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$
$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

### TEMELJNI ZAKONI STATIČNOG MAGNETSKOG POLJA U VAKUUMU:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$
$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$$

### MAGNETSKI TOK:

$$\phi = \iint_S \mathbf{B} n dS = \oint_C \mathbf{A} d\mathbf{l}$$

1. zadatak – 2. MI – 2006/07

1. zadatak – 2. MI – 2007/08

1. zadatak – 2. MI – 2008/09

Magnetostatika 1 – zadaci 1., 2., 4., 6., 7.

Magnetostatika 2 – zadaci 1., 2., 3.

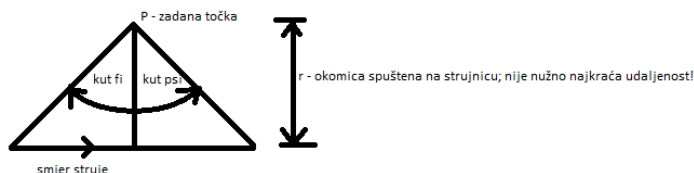
### 2) Zadana je slika, treba naći vektorski magnetski potencijal $\vec{A}$

Ovakvih zadataka ima u Berberoviću, točnije primjeri 3.2.9., 3.2.10., 3.2.11 i 3.2.12. I pripazite na kojim stranicama su slike vezane uz te zadatke!

### 2. 2. Strujnice, jakost magnetskog polja u zadanoj točki u smjeru koordinatnih osi, zbroj struja, apsolutna vrijednost magnetskog polja u zadanoj točki; ili to sve isto sa indukcijom

Kod ovakvih zadataka obično se podijeli zadanu strujnicu na nekoliko segmenata. Pri tome morate paziti:

1) ravni dijelovi strujnice se rješavaju preko osnovnog trokuta zadanog sljedećom slikom, pri čemu morate obavezno paziti na smjer zadane struje!



2) zakrivljeni dijelovi, npr. petlja, polukružna petlja, četvrtina petlje, se rješavaju preko formula navedenih u nastavku. Pripazite na veličine kutova koje uvrštavate!

Smjer indukcije  $\mathbf{B}$  ili jakosti polja  $\mathbf{H}$  je isti! Određuje se pravilom desne ruke – palac je smjer struje, prsti savinuti pod pravim kutem pokazuju smjer indukcije/polja! Vektori smjera indukcije i jakosti polja su isti! Ti vektori su jedinični vektori! Ako ih ne možete odrediti pravilom desne ruke i „zamisliti“ to sebi u prostoru, odaberite tri točke: jednu u kojoj tražite polje i dvije na strujnici! Nađete jednadžbu ravnine kroz tri točke i iz toga očitajte normalu! Tu normalu podijelite s njenom duljinom kako biste dobili vektor smjera indukcije/jakosti polja!

STRUJNICE: (ovo ide uz sliku trokuta)

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\sin \varphi + \sin \varphi) \mathbf{a}_B$$
$$\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi r} (\sin \varphi + \sin \varphi) \mathbf{a}_H$$

KRUŽNA PETLJA:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\alpha} \frac{z \mathbf{a}_r + r_0 \mathbf{a}_z}{(r_0^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} r_0 d\alpha$$

Ako imate punu kružnu petlju, nema radijalne komponente! Ako nemate kružnu petlju, nego polovicu ili četvrtinu, postoje i radijalna i z-komponenta! Integrira se po kutu alfa, što znači da granice ovise o kutu a ne o radijusu ili nečemu.  $r_0$  je polumjer petlje,  $z$  je udaljenost točke u kojoj tražimo polje, od središta petlje.

BESKONAČNA DUGA STRUJNICA:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{a}_B$$
$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi r} \mathbf{a}_H$$

3. zadatak – 2. MI – 2006/07

3. zadatak – 2. MI – 2007/08

Magnetostatika 1 – zadaci 9., 10., 13., 14., 15., 16., 17., 18

Magnetostatika 2 – zadaci 9., 10., 11., 12., 13.

### 3. 3. Uvjeti na granici

Tu imate samo nekoliko osnovnih formula i ubacujete zadane brojeve, ništa više.

UVJETI NA GRANICI:

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{K}$$

$$(\mathbf{H}_{2t} - \mathbf{H}_{1t}) = \mathbf{K} \rightarrow \text{tangencijalne komponente}$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0$$

$$B_{2n} = B_{1n}$$

$$\mathbf{B}_{2n} = B_{2n} \mathbf{n} \rightarrow \text{normalne komponente}$$

$$\mathbf{B}_{1n} = B_{1n} \mathbf{n} \rightarrow \text{normalne komponente}$$

Normala uvijek ide iz sredstva (1) u sredstvo (2). Normala mora biti jedinični vektor! Nemojte zaboraviti na relativne permeabilnosti!

2. zadatak – 2. MI – 2008/09 – zadatak iz Berberovića, pr. 2.2.3

Magnetostatika 1 – zadaci 3., 5., 8., 11., 12.

### 3. 4. Odslikavanje

Ovdje nema baš puno primjera, eventualno ovaj koji je Tywin riješio sa međuispita, i oni primjeri iz Berberovića.

4. zadatak – 2. MI – 2006/07

Berberović – pr. 5.2.1., 5.2.2., 5.2.3., 5.2.4.

### 3. 5. Zadatak sa cijevnim vodičem, jakost magnetskog polja u zadanim točkama, energija pohranjena oko vodiča

Ovdje je bitno koristiti Ampereov kružni zakon. Paziti na to da li je struja svugdje konstantna ili se mijenja radijalno (obično je tada zadana sa gustoćom struje  $J$ ). Formule su već navedene.

VODIČI:

$$\oint_C \mathbf{H} d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{J} n dS = I$$

$$W = \frac{\mu}{2} \iiint_V |\mathbf{H}|^2 dV$$

$$W = \frac{1}{2\mu} \iiint_V |\mathbf{B}|^2 dV$$

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \mathbf{B} \mathbf{H} dV$$

2. zadatak – 2. MI – 2007/08

Magnetostatika 1 – 19., 20.

Magnetostatika 2 – 4., 5., 6., 7., 8.

### 3. 5. Zadatak sa petljom i strujnicom, međuinduktivitet petlje i strujnice, sila na petlju u smjeru koordinatnih osi, promjena energije ako petlja promijeni položaj, energija međudjelovanja petlje i strujnice

SILA-VODIČ:

$$d\mathbf{F} = I(d\mathbf{l} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{F} = \int I(d\mathbf{l} \times \mathbf{B})$$

POMICANJE VODIČA PO PUTU:

$$W = \int \mathbf{F} d\mathbf{s}$$

Po pravilu desne ruke odredi se smjer magnetske indukcije koju stvara prvi vodič. Zatim se prema pravilu lijeve ruke (srednji prst indukcija  $B$ , kažiprst sila  $F$ , palac smjer struje  $I$ ), određuje smjer sile za svaki dio petlje.

Ako imate samo strujnicu, i neku petlju, i treba odrediti međuinduktivitet, onda jednostavnu nađete tok kroz petlju koju stvara prvi vodič, i podijelite sa strujom da bi dobili induktivitet.

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\iint_S \mathbf{B} n dS}{I}$$

Obično je ta strujnica beskonačno duga pa primijenite već navedenu formulu za indukciju beskonačno duge strujnice.

2. zadatak – 2. MI – 2006/07

4. zadatak – 2. MI – 2007/08

Magnetostatika 3 – 1., 2., 3., 4., 5., 6., 7., 8.

### 3. 6. Magnetski krugovi

Ovdje jedino mogu navesti zadatke koji su se dosad pojavljivali, i koje imate u Magnetostatici 3 i riješene na fer2.netu, i također reći da skinete pdf s masovnim instrukcijama od prošle godine gdje je Tywin naveo nekoliko tipova zadataka sa magnetskim krugom. <http://materijali.fer2.net/Folder.64.aspx>

I onda odete na mss i tamo skinete 2. mass od prošle godine ;)

5. zadatak – 2. MI – 2006/07

5. zadatak – 2. MI – 2007/08

5. zadatak – 2. MI – 2008/09

Magnetostatika 3 – 9., 10., 11., 12., 13., 14., 15.

## **3. Zaključak**

Sretno i rasturite!