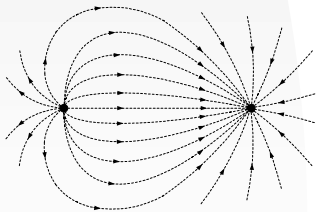


Elektrostatika

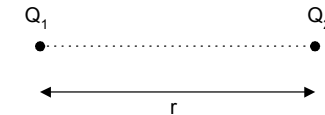
- Coulombov zakon.
- Homogeno i nehomogeno električno polje.
- Električno polje nabijene beskonačne ravnine.
- Električno polje točkastog naboja.
- Električno polje vrlo dugog ravnog vodiča.
- Električno polje nabijene kugle.
- Električno polje nabijenog valjka.



1. zadatak

Dva točkasta naboja istog predznaka nalaze se u zraku na udaljenosti r jedan od drugoga. Odrediti iznos, smjer i orijentaciju djelovanja sile između naboja.

- $Q_1 = 85 \text{ } [\mu\text{C}]$
- $Q_2 = 16.6 \text{ } [\text{nC}]$
- $r = 6.5 \text{ } [\text{cm}]$


[Početna stranica](#)


Uvodni pojmovi

- Dva točkasta naboja, istog predznaka, djeluju jedan na drugoga odbojnom električnom silom i to:

- Naboj Q_1 djeluje na naboj Q_2 odbojnom silom F_{12} .
- Naboj Q_2 djeluje na naboj Q_1 odbojnom silom F_{21} .



- Dva točkasta naboja različitog predznaka, djeluju jedan na drugoga privlačnom električnom silom i to:

- Naboj Q_1 djeluje na naboj Q_2 privlačnom silom F_{12} .
- Naboj Q_2 djeluje na naboj Q_1 privlačnom silom F_{21} .


[Početna stranica](#)


- Po iznosu sile F_{12} i F_{21} su jednake po iznosu:

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

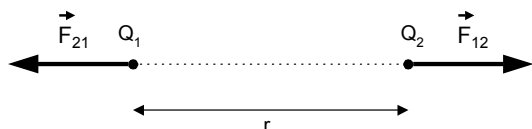
- ϵ - dielektrčna konstanta medija u kojem se problem promatra. $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$; ϵ_0 je tzv. apsolutna dielektrčna konstanta (vrijednost $8.854 \times 10^{-12} \text{ } [\text{As/Vm}]$) i predstavlja dielektrčnost vakuumu, dok ϵ_r predstavlja relativnu dielektrčnu konstantu koja ovisi o samom mediju (za vakuum $\epsilon_r = 1$).
- r - udaljenost između naboja Q_1 i Q_2

- Električna sila je veličina koja je predstavljana vektorom koji ima svoj iznos, smjer i orijentaciju.


[Početna stranica](#)


Rješenje zadatka

- Naboji su istog predznaka tako da su sile odbojne:



- Po iznosu sile su jednake i iznose:

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}| = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1} \cdot \frac{85 \cdot 10^{-6} \cdot 16.6 \cdot 10^{-9}}{(6.5 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$|\vec{F}| = 3 \text{ [N]}$$



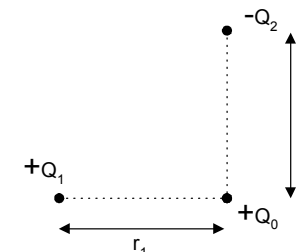
Početna stranica



2. zadatak

Pozitivni točkasti naboj Q_1 i negativni točkasti naboj Q_2 nalaze se od pozitivnog točkastog naboja Q_0 na udaljenosti $r_1 = r_2$. Njihov međusobni položaj prikazan je na slici. Odredite iznos rezultantne sile na naboj Q_0 te skicirajte vektorski dijagram sila za taj naboj.

- $Q_1 = 10^{-6} \text{ [C]}$
- $Q_2 = -2 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}$
- $Q_0 = 10^{-6} \text{ [C]}$
- $r_1 = r_2 = 3 \text{ [cm]}$

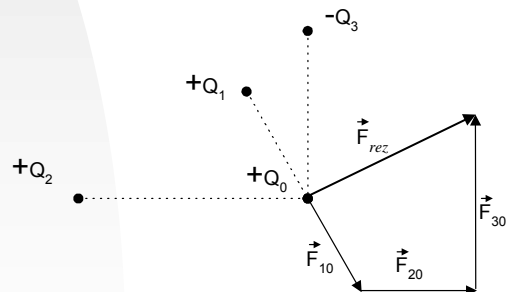


Početna stranica



Uvodni pojmovi

- Ako na točkasti naboj djeluje više naboja tada se za izračunavanje ukupne sile primjenjuje princip superpozicije.
- Princip superpozicije kaže da je rezultatno djelovanje svih naboja jednako zbroju doprinosa pojedinih naboja.
- Ukupna sila na naboj Q_0 jednaka je vektorskom zbroju svih sila koje djeluju na naboj Q_0 :



$$\vec{F}_{rez} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

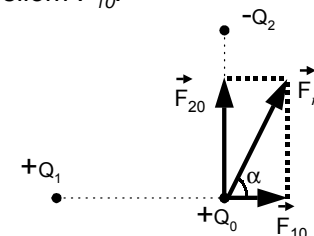


Početna stranica



Rješenje zadatka

- Na naboj Q_0 djeluju dva naboja, Q_1 i Q_2 . Naboj Q_1 djeluje odbojnom silom F_{10} .



- Naboj Q_2 djeluje privlačnom silom F_{20} .
- Rezultantna sila jednaka je vektorskom zbroju sila F_{10} i F_{20} .

$$\vec{F}_{rez} = \sum_{i=1}^2 \vec{F}_i = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} = |\vec{F}_{rez}| \angle \alpha$$



Početna stranica



- Budući da su vektori sile F_{10} i F_{20} međusobno okomiti vrijedi:

$$|\vec{F}_{rez}| = \sqrt{|\vec{F}_{10}|^2 + |\vec{F}_{20}|^2}$$

- Iznos sile F_{10} i F_{20} :

$$|\vec{F}_{10}| = F_{10} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1} \cdot \frac{10^{-6} \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} = 10 \text{ [N]}$$

$$|\vec{F}_{20}| = F_{20} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} = 20 \text{ [N]}$$

- Iznos rezultantne sile F_{rez} :

$$F_{rez} = \sqrt{F_{10}^2 + F_{20}^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} = 22.4 \text{ [N]}$$

- Budući da je sila vektor njen smjer i orijentacija se određuje iz pravokutnog trokuta, odnosno:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_{20}}{F_{10}} \Rightarrow \alpha = 63^\circ$$

$$\vec{F}_{rez} = 22.4 \angle 63^\circ \text{ [N]}$$

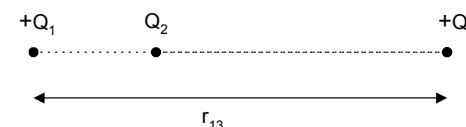
Početna stranica



3. zadatak

Tri mala tijela, električnih naboja $Q_1 = +4 \cdot 10^{-11} \text{ [C]}$, nepoznati električni naboj Q_2 i $Q_3 = +10^{-11} \text{ [C]}$, zauzimaju u vakuumu položaj kao što je prikazano na slici. Odredite položaj i električni naboj Q_2 tako da se sva tijela pod djelovanjem Coulomb-ovih sila nalaze u mirovanju. Zadáno:

- $r_{13} = 5 \text{ [cm]}$

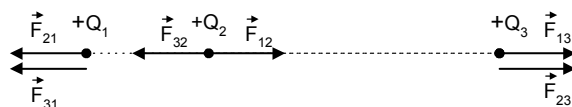


Početna stranica

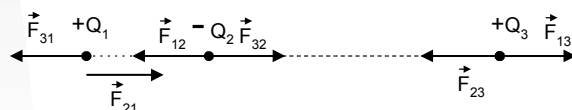


Rješenje zadatka

- Da bi električni naboj bio u mirovanju ukupna električna sila koja na njega djeluje mora biti jednaka 0.
- Pretpostavimo predznak naboja $Q_2 > 0$.



- Iz slike je vidljivo da se uvjet mirovanja može ispuniti za naboj Q_2 , ali uz pozitivan naboj Q_2 naboji Q_1 i Q_3 neće biti u mirovanju. Zbog toga naboj Q_2 mora biti negativan.



Početna stranica



- Uvjeti mirovanja:

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = 0 \Rightarrow |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{31}|$$

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = 0 \Rightarrow |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{32}|$$

$$\vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 0 \Rightarrow |\vec{F}_{13}| = |\vec{F}_{23}|$$

odnosno:

$$\left| k \cdot \frac{Q_2 \cdot Q_1}{r_{12}^2} \right| = \left| k \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_1}{r_{13}^2} \right| \Rightarrow Q_2 \cdot r_{13}^2 = Q_3 \cdot r_{12}^2$$

$$\left| k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} \right| = \left| k \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_2}{r_{23}^2} \right| \Rightarrow Q_1 \cdot r_{23}^2 = Q_3 \cdot r_{12}^2$$

$$\left| k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_3}{r_{13}^2} \right| = \left| k \cdot \frac{Q_3 \cdot Q_2}{r_{23}^2} \right| \Rightarrow Q_1 \cdot r_{23}^2 = Q_2 \cdot r_{13}^2$$

$$r_{13} = r_{12} + r_{23}$$

Početna stranica



- Rješenjem ovog sustava jednažbi kao rješenja dobije se:

$$r_{12} = 3.33 [\text{cm}]$$

$$r_{23} = 1.67 [\text{cm}]$$

$$Q_2 = 4.4 [\text{pC}]$$

- Budući da znamo da je naboj Q_2 negativan, vrijedi:

$$Q_2 = -4.4 [\text{pC}]$$



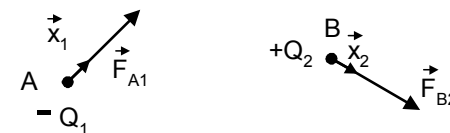
Početna stranica



4. zadatak

U točke A i B nekog već formiranog polja unešeni su naboji Q_1 i Q_2 . Pri tome je na naboj Q_1 opažena sila F_{A1} u smjeru jediničnog vektora x_1 , dok je na naboj Q_2 opažena sila F_{B2} u smjeru jediničnog vektora x_2 (kao na slici). Ako naboji Q_1 i Q_2 zamijene mjesta u prostoru (Q_1 dođe u točku B, a Q_2 u točku A), odredite iznose i smjerove sila na njih. Međusobno djelovanje naboja Q_1 i Q_2 i obrnuto zanemarujemo.

- $Q_1 = -2 [\mu\text{C}]$
- $Q_2 = 5 [\mu\text{C}]$
- $F_{A1} = 0.04 [\text{N}]$, u smjeru vektora x_1
- $F_{B2} = 0.05 [\text{N}]$, u smjeru vektora x_2



Početna stranica

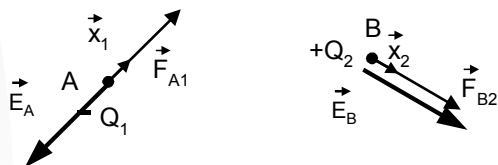


Rješenje zadatka

- Ako se točkasti naboj stavi u prostor u kojem djeluje električno polje, na naboj će djelovati električna sila. Veza između vektora električnog polja i električne sile je:

$$\vec{F}_{el} = Q \cdot \vec{E}$$

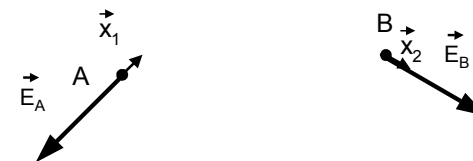
- U zadatku iz poznatih vektora sila na naboje Q_1 i Q_2 mogu se odrediti vektori električnog polja u točkama A i B.
- Kod pozitivnog naboja vektor sile i polja su u istom smjeru, a kod negativnog naboja vektor sile i polja su u suprotnom smjeru:



Početna stranica



- Formirano električno polje u točkama A i B ima smjer prema slici:



- Zapisano pomoću vektora smjera:

$$\vec{E}_A = \frac{\vec{F}_{A1}}{Q_1} = \frac{0.04 \cdot \vec{x}_1}{-2 \cdot 10^{-6}} = -20 \cdot \vec{x}_1 [\text{kV/m}]$$

$$\vec{E}_B = \frac{\vec{F}_{B2}}{Q_2} = \frac{0.05 \cdot \vec{x}_2}{5 \cdot 10^{-6}} = 10 \cdot \vec{x}_2 [\text{kV/m}]$$

- Nakon što naboji zamijene mjesta, na njih djeluju sile :

$$\vec{F}_{A2} = \vec{E}_A \cdot Q_2 = -20 \cdot 10^3 \cdot \vec{x}_1 \cdot 5 \cdot 10^{-6} = -0.1 \cdot \vec{x}_1 [\text{N}]$$

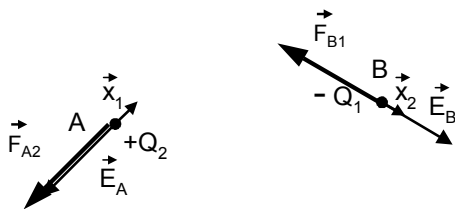
$$\vec{F}_{B1} = \vec{E}_B \cdot Q_1 = 10 \cdot 10^3 \cdot \vec{x}_2 \cdot (-2 \cdot 10^{-6}) = -0.02 \cdot \vec{x}_2 [\text{N}]$$



Početna stranica



- Vektori sila na naboje u točkama A i B:



- Iz slike je vidljivo da je sila na negativan naboj Q_1 suprotnog smjera od polja u točki B, a na pozitivan naboj Q_2 istog smjera kao i polje u točki A.



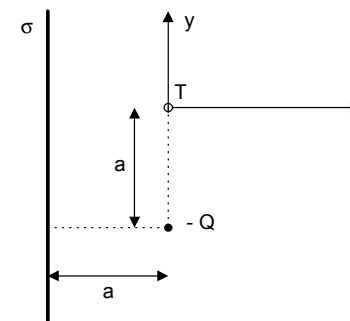
Početna stranica



5. zadatak

Ispred ravnine nabijene nabojem plošne gustoće σ nalazi se na udaljenosti a , a negativan točkasti naboj Q . Odredite izraz za vektor jakosti električnog polja E (koordinatne osi zadane prema slici) koje ravnina i točkasti naboj stvaraju u točki T, a također odredite i iznos polja E . Zadano:

- $\sigma = +2 \text{ [nC/m}^2\text{]}$
- $Q = -4 \cdot \pi \text{ [nC]}$
- $a = 1 \text{ [m]}$



Početna stranica

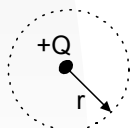


Uvodni pojmovi

- HOMOGENO ELEKTRIČNO POLJE** je polje koje u svim točkama prostora ima jednak iznos i smjer (primjer; ravnomjerno nabijena beskonačna ravnina).
- NEHOMOGENO ELEKTRIČNO POLJE** je polje koje u svim točkama prostora ima različit iznos i/ili smjer (primjer; točkasti naboj, kugla, valjak, itd.).
- Gauss-ov teorem:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_i Q_i$$

- Primjena Gauss-ovog teorema za izračunavanje el. polja točkastog naboja:



$$D \cdot \oint_S d\vec{S} = E \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = Q$$

$$E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r^2}$$



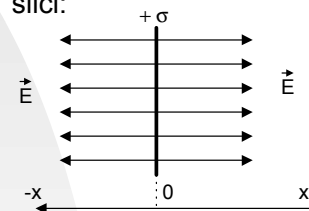
Početna stranica



Primjeri homogenog električnog polja

Beskonačna ravnina nabijena plošnim nabojem σ .

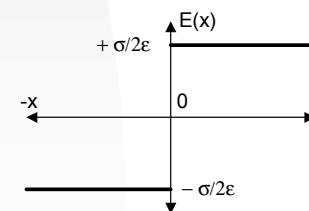
- U okolini pozitivno nabijene ravnine polje izgleda kao na slici:



- Po iznosu polje je:

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}$$

- Funkcija ovisnosti polja o udaljenosti od ravnine izgleda kao na slici:

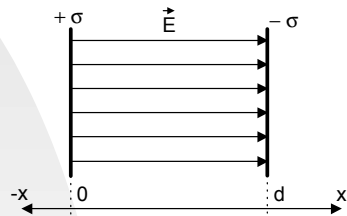


Početna stranica



Dvije suprotno nabijene paralelne ravnine

- Za ovaj slučaj polje izgleda kao:

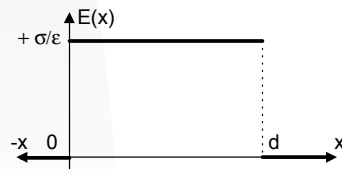


- Po iznosu polje između dvije ravnine je,

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}$$

dok izvan nema polja.

- Funkcija ovisnosti polja o udaljenosti od pozitivno nabijene ravnine izgleda kao na slici:



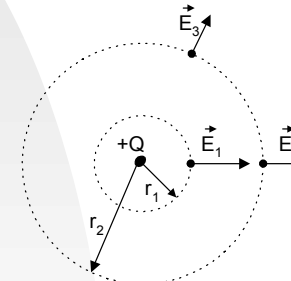
Početna stranica



Primjeri nehomogenog električnog polja

Točkasti naboj

- U okolini pozitivno nabijenog točkastog naboja električno polje za označene točke ima prikazane smjerove:



- Električno polje ovisi o udaljenosti od točkastog naboja:

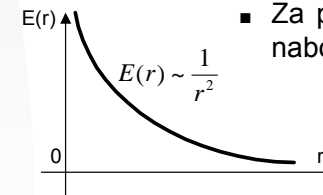
$$|\vec{E}| = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{1}{r^2}$$

- r - udaljenost od naboja Q do promatrane točke.

- Za prikazano polje točkastog naboja vrijedi:

$$|\vec{E}_2| = |\vec{E}_3|$$

$$|\vec{E}_1| > |\vec{E}_2|$$

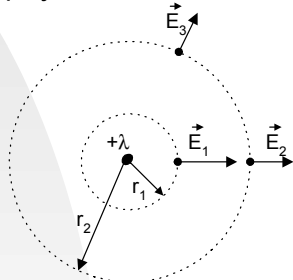


Početna stranica



Vrlo dugi ravni vodič nabijen linijskim nabojem λ

- U okolini pozitivno nabijenog ravnog vodiča električno polje za označene točke ima prikazane smjerove:



- Električno polje ovisi o udaljenosti od vodiča

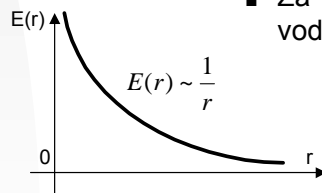
$$|\vec{E}| = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{1}{r}$$

- r - udaljenost od vodiča do promatrane točke.

- Za prikazano polje ravnog vodiča:

$$|\vec{E}_2| = |\vec{E}_3|$$

$$|\vec{E}_1| > |\vec{E}_2|$$

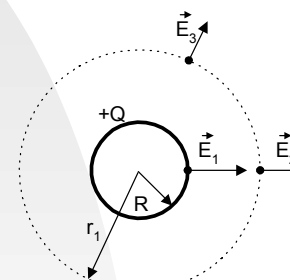


Početna stranica



Pozitivno nabijena kugla

- U okolini pozitivno nabijene kugle polumjera R električno polje za označene točke ima prikazane smjerove:



- Unutar kugle nema polja, a izvan se mijenja po zakonu:

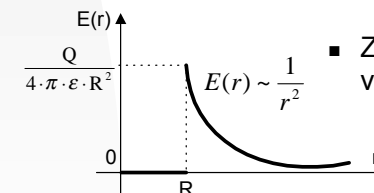
$$|\vec{E}| = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{1}{r^2}$$

- r - udaljenost od središta kugle

- Za prikazano polje kugle vrijedi:

$$|\vec{E}_2| = |\vec{E}_3|$$

$$|\vec{E}_1| > |\vec{E}_2|$$

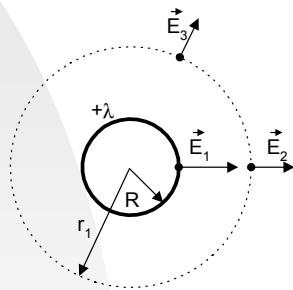


Početna stranica



Pozitivno nabijeni valjak

- U okolini pozitivno nabijenog valjka polumjera R električno polje za označene točke ima prikazane smjerove:



- Unutar valjka nema polja, a izvan se mijenja po zakonu:

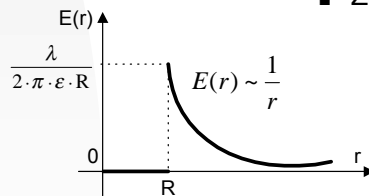
$$|\vec{E}| = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{1}{r}$$

- r - udaljenost od središta valjka

- Za prikazano polje valjka :

$$|\vec{E}_2| = |\vec{E}_3|$$

$$|\vec{E}_1| > |\vec{E}_2|$$



Početna stranica



Rješenje zadatka

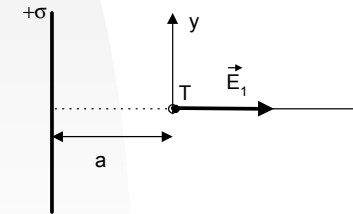
- Polje u točki T stvaraju dva nabijena tijela, pozitivno nabijena ravnina i negativni točkasti naboj.

- Ukupno polje određuje se metodom superpozicije:

Za svako pojedinačno tijelo određuje se njegov doprinos (polje koje bi stvorilo bez drugih nabijenih tijela u blizini).

Ukupno polje jednako je vektorskoj sumi pojedinih polja.

- Pozitivna nabijena ravnina stvara polje u točki T:



Polje je u smjeru osi x i iznosi:

$$\vec{E}_1 = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \vec{i}$$

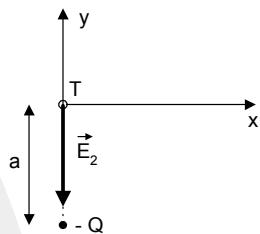
Početna stranica



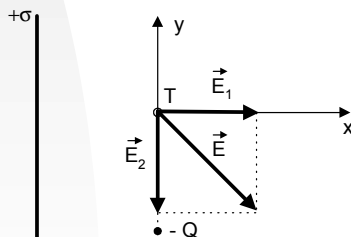
- Negativno nabijeni točkasti naboj stvara polje u točki T:

Polje je u smjeru osi -y i iznosi:

$$\vec{E}_2 = -\frac{|Q|}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot a^2} \cdot \vec{j}$$



- Ukupno polje jednako je vektorskom zbroju polja:



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Početna stranica



- Uvrstivši vrijednosti za pojedina polja dobiva se ukupno polje u točki T:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \vec{i} + \left(-\frac{|Q|}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot a^2} \cdot \vec{j} \right)$$

$$\vec{E} = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1} \cdot \vec{i} - \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-9}}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 1^2} \cdot \vec{j}$$

$$\boxed{\vec{E} = 113 \cdot \vec{i} - 113 \cdot \vec{j} \text{ [V/m]}}$$

- Iznos vektora polja određuje se kao:

$$|\vec{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{113^2 + 113^2}$$

$$\boxed{|\vec{E}| = 160 \text{ [V/m]}}$$

- Na drugi način zapisan vektor polja:

$$\vec{E} = |\vec{E}| \angle \alpha$$

$$\boxed{\vec{E} = 160 \angle -45^\circ \text{ [V/m]}}$$

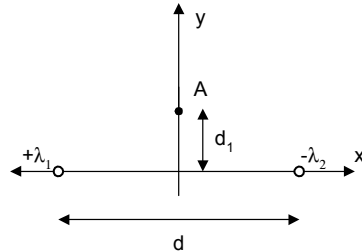
Početna stranica



6. zadatak

Dva duga ravna vodiča, polumjera r_0 zanemarivo malog u odnosu na njihov međusobni razmak, nabijena su linijskim nabojima λ_1 i λ_2 , predznaka prikazanih na slici. Ako se u točku A postavi negativan točkasti naboj Q, odredite silu koja djeluje na taj naboj. Zadano:

- $\lambda_1 = +2$ [nAs/m]
- $\lambda_2 = -4$ [nAs/m]
- $Q = -4$ [pAs]
- $d = 1$ [m]
- $d_1 = 0.25$ [m]

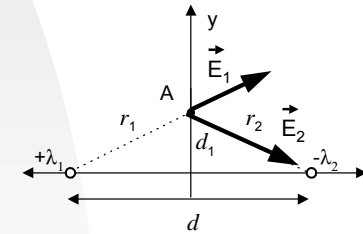

[Početna stranica](#)


Rješenje zadatka

- Na naboj Q djeluje el. polje koje stvaraju dva vodiča.

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E}_A$$

- Električno polje E_A određuje se metodom superpozicije.
- Lijevi vodič stvara el. polje E_1 , a desni vodič el. polje E_2 :



$$|\vec{E}_1| = \frac{\lambda_1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_1}$$

$$|\vec{E}_2| = \frac{\lambda_2}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_2}$$

$$r_1 = r_2 = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + d_1^2}$$

- Ukupno el. polje u točki A, E_A :

$$\vec{E}_A = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

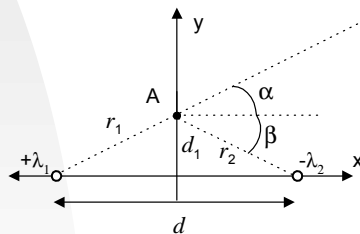
[Početna stranica](#)


- Ukupno polje najlakše je odrediti ako oba vektora polja prikažemo pomoću jediničnih vektora:

$$\vec{E}_1 = |\vec{E}_1| \cdot \cos \alpha \cdot \vec{i} + |\vec{E}_1| \cdot \sin \alpha \cdot \vec{j}$$

$$\vec{E}_2 = |\vec{E}_2| \cdot \cos \beta \cdot \vec{i} + |\vec{E}_2| \cdot \sin \beta \cdot \vec{j}$$

- Kuteve α i β određujemo iz slike:



$$\cos \alpha = \frac{d}{r_1}; \sin \alpha = \frac{d_1}{r_1}; \alpha > 0$$

$$\cos \beta = \frac{d}{r_2}; \sin \beta = \frac{d_1}{r_2}; \beta < 0$$

- Ukupno el. polje u točki A, E_A :

$$\vec{E}_A = |\vec{E}_1| \cdot \cos \alpha \cdot \vec{i} + |\vec{E}_1| \cdot \sin \alpha \cdot \vec{j} + |\vec{E}_2| \cdot \cos \beta \cdot \vec{i} + |\vec{E}_2| \cdot \sin \beta \cdot \vec{j}$$

[Početna stranica](#)


$$\vec{E}_A = (|\vec{E}_1| \cdot \cos \alpha + |\vec{E}_2| \cdot \cos \beta) \cdot \vec{i} + (|\vec{E}_1| \cdot \sin \alpha + |\vec{E}_2| \cdot \sin \beta) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{E}_A = \left(\frac{|\lambda_1|}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_1} \cdot \frac{d}{r_1} + \frac{|\lambda_2|}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_2} \cdot \frac{d}{r_2} \right) \cdot \vec{i} + \left(\frac{|\lambda_1|}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_1} \cdot \frac{d_1}{r_1} - \frac{|\lambda_2|}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_2} \cdot \frac{d_1}{r_2} \right) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{E}_A = \frac{d}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \left(\frac{|\lambda_1|}{r_1^2} + \frac{|\lambda_2|}{r_2^2} \right) \cdot \vec{i} + \frac{d_1}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \left(\frac{|\lambda_1|}{r_1^2} - \frac{|\lambda_2|}{r_2^2} \right) \cdot \vec{j}$$

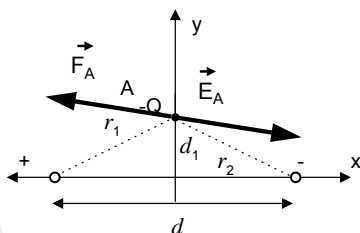
$$\vec{E}_A = \frac{d \cdot (|\lambda_1| + |\lambda_2|)}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \left(\left(\frac{d}{2} \right)^2 + d_1^2 \right)} \cdot \vec{i} + \frac{d_1 \cdot (|\lambda_1| - |\lambda_2|)}{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \left(\left(\frac{d}{2} \right)^2 + d_1^2 \right)} \cdot \vec{j}$$

- Ako se uvrste poznate vrijednosti dobije se:

$$\vec{E}_A = 173 \cdot \vec{i} - 29 \cdot \vec{j} \text{ [V/m]} = 175 \angle -9^\circ \text{ [V/m]}$$

[Početna stranica](#)


- Sila na negativan naboj Q u točki A onda ima smjer kao na slici:



- Vektor sile je:

$$\vec{F}_A = Q \cdot \vec{E}_A = -4 \cdot 10^{-12} \cdot (173 \cdot \vec{i} - 29 \cdot \vec{j}) = -0.69 \cdot \vec{i} + 0.11 \cdot \vec{j} \text{ [nN]}$$

$$\vec{F}_A = 0.7 \angle 171^\circ \text{ [nN]}$$



Početna stranica



7. zadatak

Točkasti naboj nalazi se u središtu šuplje metalne nenabijene kugle vanjskog polumjera R_2 i unutrašnjeg polumjera R_1 . Odredite el. polje u točkama A i B za sljedeće slučajeve:

- točkasti naboj Q u središtu nenabijene kugle
- kugla nabijena nabojem Q bez točkastog naboja u središtu
- točkasti naboj Q u središtu kugle nabijene nabojem Q
- točkasti naboj Q u središtu kugle nabijene nabojem Q istog iznosa, ali suprotnog predznaka

Zadano:

- $Q = +9 \text{ [nAs]}$
- $R_1 = 14 \text{ [mm]}$
- $R_2 = 17 \text{ [mm]}$
- $r_A = 1 \text{ [cm]}$
- $r_B = 2 \text{ [cm]}$

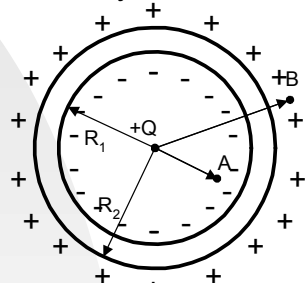


Početna stranica



Rješenje zadatka

Prvi slučaj: točkasti naboj Q u središtu nenabijene kugle.



- U točki A (unutar šuplje kugle) el. polje stvara točkasti naboj.

$$|\vec{E}_A| = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_A^2}$$

$$|\vec{E}_A| = \frac{9 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot (1 \cdot 10^{-2})^2} = 808 \text{ [kV/m]}$$

- Pod utjecajem el. polja koje stvara točkasti naboj dolazi do influencije naboja na kugli (-Q na unutarnjoj plohi kugle i +Q na vanjskoj plohi kugle).

- El. polje u točki B onda iznosi:

$$|\vec{E}_B| = \frac{Q - Q + Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_B^2} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_B^2} = \frac{9 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2}$$

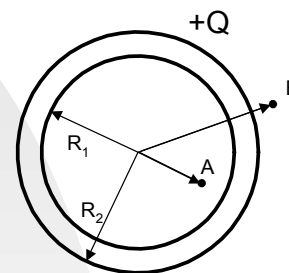
$$|\vec{E}_B| = 202 \text{ [kV/m]}$$



Početna stranica



Drugi slučaj: nabijena kugla bez točkastog naboja u središtu



- Unutar kugle nema naboja tako da nema ni polja u točki A:

$$|\vec{E}_A| = 0$$

- El. polje u točki B stvara nabijena kugla:

$$|\vec{E}_B| = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_B^2} = \frac{9 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2}$$

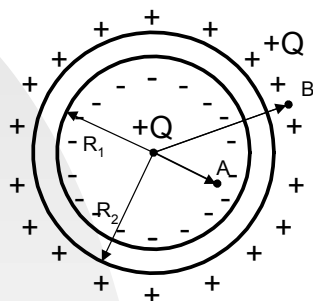
$$|\vec{E}_B| = 202 \text{ [kV/m]}$$



Početna stranica



Treći slučaj: točkasti naboj Q u središtu nabijene kugle (Q)



- Unutar kugle el. polje stvara točkasti naboj Q:

$$|\vec{E}_A| = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_A^2}$$

$$|\vec{E}_A| = \frac{9 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot (1 \cdot 10^{-2})^2} = 808 [\text{kV/m}]$$

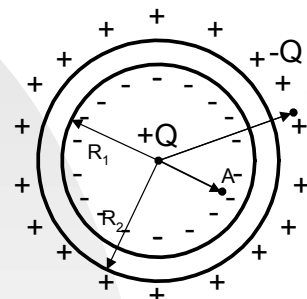
- Pod utjecajem el. polja koje stvara točkasti naboj dolazi do influencije naboja na kugli (-Q na unutarnjoj plohi kugle i +Q na vanjskoj plohi kugle).
- El. polje u točki B onda iznosi:

$$|\vec{E}_B| = \frac{Q - Q + Q + Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_B^2} = \frac{2 \cdot Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_B^2} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$|\vec{E}_B| = 404 [\text{kV/m}]$$

[Početna stranica](#)


Četvrti slučaj: točkasti naboj Q u središtu nabijene kugle (-Q)



- Unutar kugle el. polje stvara točkasti naboj Q:

$$|\vec{E}_A| = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_A^2}$$

$$|\vec{E}_A| = \frac{9 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot \pi \cdot 8.854 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot (1 \cdot 10^{-2})^2} = 808 [\text{kV/m}]$$

- Pod utjecajem el. polja koje stvara točkasti naboj dolazi do influencije naboja na kugli (-Q na unutarnjoj plohi kugle i +Q na vanjskoj plohi kugle).
- El. polje u točki B onda iznosi:

$$|\vec{E}_B| = \frac{Q - Q + Q - Q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_B^2} = \frac{0}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r_B^2}$$

$$|\vec{E}_B| = 0 [\text{kV/m}]$$

[Početna stranica](#)
