

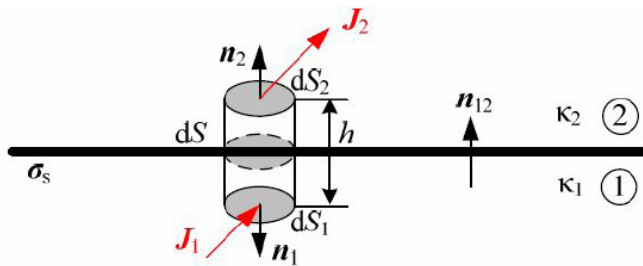
1. Jednadžbe statičkog strujnog polja i uvjeti na granici dvaju vodiča.

Prema analogiji strujnog polja i statičkog električnog polja jednadžbe strujnog polja glase:

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0 \Rightarrow \oiint_S \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS = 0 \quad \vec{J} = \kappa \cdot \vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \Rightarrow \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad \vec{E} = -\nabla \varphi$$

Uvjeti na granici:



$$n_{12} = -n_1 = n_2 \quad dS = dS_1 = dS_2 \quad \vec{n}_{12} \cdot (\vec{J}_2 - \vec{J}_1) = -\frac{d\sigma_s}{dt}$$

Normalna komponenta vektora gustoće struje \vec{J} mijenja se na granici za iznos vremenske promjene gustoće plošnog slobodnog naboja na granici. Ako na granici nema slobodnog naboja $\sigma_s = 0$ ili se on ne mijenja u vremenu $d\sigma_s/dt = 0$, onda su normalne komponente vektora gustoće struje \vec{J} s obje strane granice jednake.

$$\oiint_S \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS = 0 \Rightarrow \vec{n}_{12} \cdot (\vec{J}_2 - \vec{J}_1) = 0 \quad J_{1n} = J_{2n} \Rightarrow \kappa_1 E_{1n} = \kappa_2 E_{2n} \Rightarrow \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1}$$

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow \vec{n}_{12} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0 \quad E_{1t} = E_{2t} \Rightarrow \frac{J_{1t}}{\kappa_1} = \frac{J_{2t}}{\kappa_2} \Rightarrow \frac{J_{1t}}{J_{2t}} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2}$$

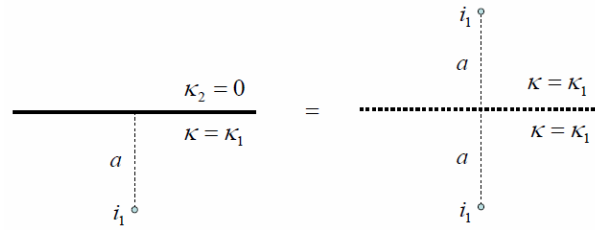
2. Analogija statičkog strujnog polja i statičkog električnog polja i odslikavanje u statičkom strujnom polju.

$$D \rightarrow J; \quad \varepsilon \rightarrow \kappa; \quad \Phi \rightarrow I; \quad E \rightarrow E; \quad \varphi \rightarrow \varphi$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \Rightarrow \oiint_S \vec{D} \cdot \vec{n} \cdot dS = 0 \quad \vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad \Phi = D \cdot S$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0 \Rightarrow \oiint_S \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS = 0 \quad \vec{J} = \kappa \cdot \vec{E} \quad I = J \cdot S$$

Metoda odslikavanja statičkog strujnog polja je analogna metodi odslikavanja statičkog električnog polja, jedino što je u ovom slučaju odslikana vrijednost istog predznaka kao i originalna.



3. Gubici snage u vodiču u statičkom strujnom polju.

Gubitak energije u statičkom strujno polju od točke A do točke B:

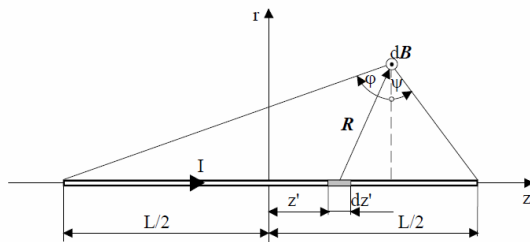
$$dW = dq \cdot [\varphi(A) - \varphi(B)] = \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS \cdot dt \cdot \vec{E} \cdot d\vec{s} = \vec{J} \cdot \vec{E} \cdot dV \cdot dt$$

Gubitak snage od točke A do točke B:

$$P = \frac{dW}{dt} = \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{E} \cdot dV \quad \nabla \cdot (\varphi \cdot \vec{J}) = \varphi \cdot \nabla \cdot \vec{J} + (\nabla \cdot \varphi) \cdot \vec{J} = 0 - \vec{E} \cdot \vec{J}$$

$$P = -\iiint_V \nabla \cdot (\varphi \cdot \vec{J}) \cdot dV = -\oint_S \varphi \cdot \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS = I \cdot \varphi_1 - I \cdot \varphi_2 = I \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = I \cdot U = I^2 \cdot R$$

4. Biot-Savartov zakon i magnetska indukcija kratke ravne strujnice.



$$\vec{r} = r \cdot \vec{a}_r + z \cdot \vec{a}_z$$

$$d\vec{l} = dz' \cdot \vec{a}_z$$

$$\vec{r}' = z' \cdot \vec{a}_z$$

$$d\vec{l} \times \vec{R} = r \cdot dz' \cdot \vec{a}_\alpha$$

$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}' = r \cdot \vec{a}_r + (z - z') \cdot \vec{a}_z$$

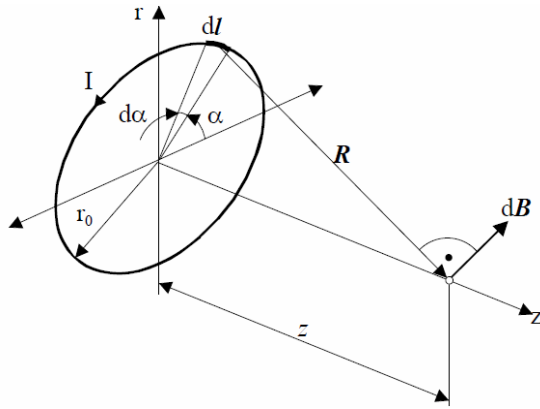
$$\text{Biot-Savart: } d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{R}}{|\vec{R}|^3}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{R}}{|\vec{R}|^3} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{r \cdot dz' \cdot \vec{a}_\alpha}{[r^2 + (z - z')^2]^{3/2}}$$

$$\vec{B} = \int_{z'=-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} d\vec{B} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{r \cdot dz \cdot \vec{a}_\alpha}{[r^2 + (z - z')^2]^{\frac{3}{2}}} = \vec{a}_\alpha \cdot \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \left[\frac{\frac{L}{2} + z}{\sqrt{\left(\frac{L}{2} + z\right)^2 + r^2}} + \frac{\frac{L}{2} - z}{\sqrt{\left(\frac{L}{2} - z\right)^2 + r^2}} \right]$$

$$\vec{B} = \vec{a}_\alpha \cdot \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} [\sin \varphi + \sin \psi]$$

5. Biot-Savartov zakon i magnetska indukcija na osi kružne strujnice.



$$\vec{r} = z \cdot \vec{a}_z \quad \vec{R} = z \cdot \vec{a}_z - r_0 \cdot \vec{a}_r$$

$$\vec{r}' = r_0 \cdot \vec{a}_r \quad d\vec{l} = \vec{a}_\alpha \cdot r_0 \cdot d\alpha$$

$$d\vec{l} \times \vec{R} = \vec{a}_\alpha \times (z \cdot \vec{a}_z - r_0 \cdot \vec{a}_r) \cdot r_0 \cdot d\alpha = (z \cdot \vec{a}_r + r_0 \cdot \vec{a}_z) \cdot r_0 \cdot d\alpha$$

$$\vec{B} = \int_0^{2\pi} d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{z \vec{a}_r + r_0 \cdot \vec{a}_z}{[r^2 + (z - z')^2]^{\frac{3}{2}}} \cdot r_0 \cdot d\alpha = B_r \cdot \vec{a}_r + B_z \cdot \vec{a}_z$$

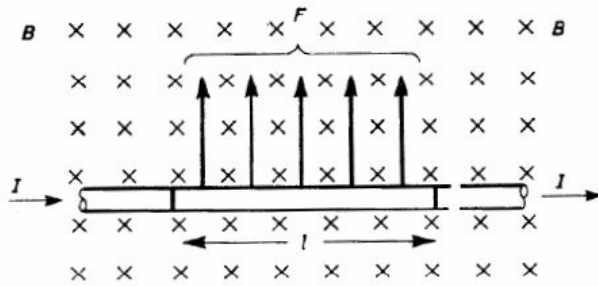
$$\vec{B}_z = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{r_0^2 \cdot \vec{a}_z}{[r^2 + (z - z')^2]^{\frac{3}{2}}} \int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot r_0^2}{2 \cdot [r^2 + (z + z')^2]^{\frac{3}{2}}} \cdot \vec{a}_z$$

$$\vec{B}_r = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{z}{[r^2 + (z - z')^2]^{\frac{3}{2}}} \cdot r_0 \int_0^{2\pi} \vec{a}_r \cdot d\alpha \quad \vec{a}_r = \vec{a}_x \cdot \cos \alpha + \vec{a}_y \cdot \sin \alpha$$

$$\vec{B}_r = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{z}{[r^2 + (z - z')^2]^{\frac{3}{2}}} \cdot r_0 \int_0^{2\pi} (\vec{a}_x \cdot \cos \alpha + \vec{a}_y \cdot \sin \alpha) \cdot d\alpha = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{z}{[r^2 + (z - z')^2]^{\frac{3}{2}}} \cdot (0 - 0) = 0$$

$$\vec{B} = B \cdot \vec{a}_z = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot r_0^2}{2 \cdot [r^2 + (z + z')^2]^{\frac{3}{2}}} \cdot \vec{a}_z$$

6. Sila na strujni element u magnetskom polju.



Za homogeno magnetsko polje vrijedi:

$$\vec{f} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$\vec{F} = N \cdot \vec{f} = n \cdot l \cdot S \cdot q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$dQ = N \cdot q = n \cdot l \cdot S \cdot q = n \cdot v \cdot dt \cdot S \cdot q$$

$$I = \frac{dQ}{dt} = n \cdot v \cdot S \cdot q$$

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

Ako magnetsko polje nije homogeno ili ako vodič nije ravan:

$$d\vec{F} = I \cdot (d\vec{l} \times \vec{B}) \quad \vec{F} = \int_l d\vec{F} = \int_l I \cdot (d\vec{l} \times \vec{B})$$

7. Jednadžbe statičkog magnetskog polja u diferencijalnom obliku i integralnom obliku.

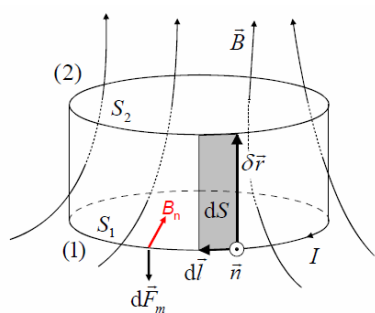
Gaussov zakon za magnetsko polje:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \oint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS = 0$$

Iz Biot-Savartovog zakona se dobije:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{J} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{R}}{R^3}$$

8. Energija pohranjena u magnetskom polju izražena pomoću magnetskog toka.



Pri pomaku strujne petlje iz položaja (1) u položaj (2) na $d\vec{l}$ djeluje sila:

$$d\vec{F} = I \cdot (d\vec{l} \times \vec{B})$$

Pri tome se obavi rad:

$$\delta W = d\vec{F} \cdot \delta\vec{r} = -I \cdot (d\vec{l} \times \vec{B}) \cdot \delta\vec{r} = -I \cdot \vec{B} \cdot (\delta\vec{r} \times d\vec{l}) = -I \cdot \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

Magnetski tok koji kroz dS uđe u valjak kroz plašt je:

$$\delta\Phi_{pl} = -\vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

Ukupno povećanje energije iz položaja (1) u položaj (2) je:

$$dW = I \cdot d\Phi_{pl} = I \cdot (\Phi_2 - \Phi_1)$$

9. Magnetska energija sustava strujnih petlji izražena pomoću vektorskog magnetskog potencijala.

Za skupinu n strujnica vrijedi:

$$W = \sum_{i=1}^n I_i \cdot \Phi_i$$

Za prostorno raspoređenu struju vrijedi:

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^N \oint_{\mathcal{C}_i} \vec{A}_j \cdot d\vec{l}_i \quad I_i = \iint_{S_i} \vec{J}_i \cdot \vec{n}_i \cdot dS_i$$

Konačno vrijedi:

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{A} \cdot dV$$

10. Magnetska energija sustava strujnih petlji izražena pomoću vektora magnetskog polja.

Kako vrijedi:

$$\nabla \cdot (\vec{H} \times \vec{A}) = \vec{A} \cdot (\nabla \times \vec{H}) - \vec{H} \cdot (\nabla \times \vec{A}) = \vec{J} \cdot \vec{A} - \vec{B} \cdot \vec{H}$$

Pa slijedi:

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{A} \cdot dV = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{B} \cdot \vec{H} \cdot dV + \frac{1}{2} \iiint_V \nabla \cdot (\vec{H} \times \vec{A}) dV$$

Ako V obuhvaća cijeli prostor polja:

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \vec{B} \cdot \vec{H} \cdot dV = \frac{\mu}{2} \iiint_V |\vec{H}|^2 \cdot dV$$

11. Magnetska energija u nelinearnim materijalima i gubici zbog histereze.

Za nelinearne materijale vrijedi:

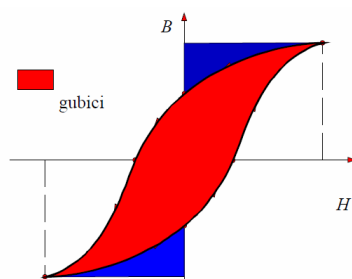
$$dW = i \cdot d\Phi = i \iint_S d\vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$$

Kako je:

$$i = \oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} \qquad \vec{n} \cdot d\vec{l} = dl \qquad dS \cdot dl = dV$$

Slijedi:

$$dW = \iiint_V \vec{H} \cdot d\vec{B} \cdot dV$$



Gubici nastaju zbog histereze, tj. pojave da B zaostaje za H , te da krivulja magnetiziranja nije ista za rastuće i padajuća polja.

12. Induktivitet strujne petlje.

Vrijedi:

$$W = \iiint_V \vec{H} \cdot \vec{B} \cdot dV = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 \Rightarrow L = \frac{1}{I^2} \iiint_V \vec{H} \cdot \vec{B} \cdot dV$$

Pomoću vektorskog magnetskog potencijala određuje se:

$$L = \frac{1}{I^2} \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{A} \cdot dV$$

Za tanke strujne petlje vrijedi:

$$\vec{J} \cdot dV = I \cdot d\vec{l} \Rightarrow L = \frac{\oint \vec{A} \cdot d\vec{l}}{I} = \frac{\Phi}{I}$$

Kod petlji sa N namotanih zavoja:

$$\psi = N \cdot \Phi \Rightarrow L = \frac{N \cdot \Phi}{I} = \frac{\psi}{I}$$

13. Međuinduktivitet.

Omjer magnetskog toka obuhvaćenog jednim strujnim krugom Φ_1 i struje drugog strujnog kruga I_2 koja je proizvela tok Φ_1 na prvom strujnom krugu naziva se **međuinduktivitet**.

$$M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_2}$$

14. Odnos međuinduktiviteta i samoinduktiviteta dviju strujnih petlji.

Ako se petlja prvog strujnog kruga sastoji od N_1 zavoja, tada će njen ukupni magnetski tok, kao i dio toka koji prelazi u drugu petlju biti N_1 puta veći:

$$\Phi_{1uk} = N_1 \cdot \Phi_1 \quad \Phi_{21uk} = N_1 \cdot \Phi_{21} = k_1 \cdot N_1 \cdot \Phi_1 = k_1 \cdot \Phi_{1uk}$$

Ako se petlja drugog strujnog kruga sastoji od N_2 zavoja, tada će ukupni magnetski tok kojeg ona obuhvaća biti N_2 puta veći:

$$\psi_{21uk} = N_2 \cdot \Phi_{21uk} = N_1 \cdot N_2 \cdot \Phi_{21} \quad M_{21} = \frac{\psi_{21uk}}{I_1} = \frac{N_1 \cdot N_2 \cdot \Phi_{21}}{I_1}$$

Analogno tome vrijedi za prvi i drugi strujni krug:

$$M_{12} = k_2 \cdot N_1 \cdot \frac{L_2}{N_2} \quad M_{21} = k_1 \cdot N_2 \cdot \frac{L_1}{N_1} \quad M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

15. Magnetski krug.

Prostor polja možemo podijeliti u sustav elementarnih cijevi (silocijevi). Magnetski tok kroz tu cijev je konstantan. Elementarna silocijev je zatvorena sama u sebe. Njena permeabilnost i presjek se mogu mijenjati duž cijevi.

Za zatvorenu krivulju kroz os te cijevi vrijedi:

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I = N \cdot I$$

16. Analogija magnetskog kruga i kruga istosmjernje struje.

U osi elementarne silocijevi su \vec{H} i $d\vec{l}$ kolinearni pa vrijedi:

$$\oint_c \frac{B}{\mu} \cdot dl = \oint_c \frac{B \cdot dS}{\mu \cdot dS} \cdot dl = \oint_c \frac{d\Phi}{\mu \cdot dS} \cdot dl = N \cdot I$$

Kako je tok u silocijevi konstantan vrijedi:

$$d\Phi \oint_c \frac{dl}{\mu \cdot dS} = N \cdot I \Rightarrow d\Phi = \frac{N \cdot I}{\oint_c \frac{dl}{\mu \cdot dS}}$$

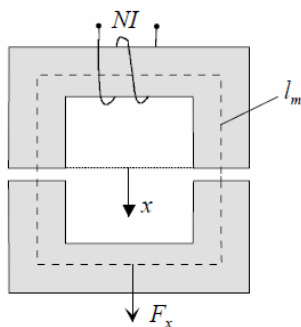
Za cijevi konačnog presjeka gdje je $N \cdot I$ magnetomotorna sila, a $\oint_c \frac{dl}{\mu \cdot S}$ magnetski otpor vrijedi:

$$\Phi = \frac{N \cdot I}{\oint_c \frac{dl}{\mu \cdot S}}$$

Ovaj izraz je analogan Ohmovom zakonu za istosmjerni krug gdje je U elektromagnetska sila, a $\oint_c \frac{dl}{\kappa \cdot S}$ električni otpor.

$$I = \frac{U}{\oint_c \frac{dl}{\kappa \cdot S}}$$

17. Magnetski krug elektromagneta.



$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = N \cdot I$$

$$H_m \cdot l_m + 2H_\delta \cdot \delta = N \cdot I$$

$$B = B_m = B_\delta$$

$$\frac{B}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot l_m + 2 \frac{B}{\mu_0} \cdot \delta = N \cdot I$$

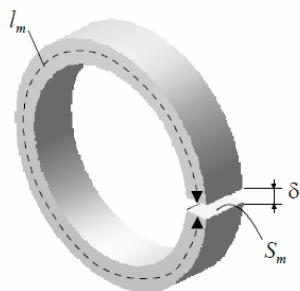
$$B = \frac{N \cdot I}{\frac{l_m}{\mu_0 \cdot \mu_r} + 2 \frac{\delta}{\mu_0}}$$

$$\Phi = B \cdot S = \frac{N \cdot I}{\frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r} \cdot \frac{l_m}{S} + \frac{2}{\mu_0} \cdot \frac{\delta}{S}}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot N \cdot I \cdot \Phi$$

$$\vec{F}_x = \vec{a}_x \cdot \frac{\partial}{\partial x} W_x = \vec{a}_x \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} W_x = \dots = -\vec{a}_x \cdot \frac{B^2}{2\mu_0} \cdot S$$

18. Magnetski krug permanentnog magneta.



$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = N \cdot I = 0$$

$$H_m \cdot l_m + H_\delta \cdot \delta = 0$$

$$B = B_m$$

$$B = \frac{-H_m \cdot \mu_0 \cdot l_m}{\delta}$$

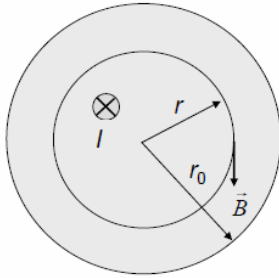
$$\Phi = B \cdot S = \frac{-H_m \cdot \mu_0 \cdot l_m \cdot S}{\delta}$$

$$\vec{F}_x = \vec{a}_x \cdot \frac{\partial}{\partial x} W_x = \vec{a}_x \cdot \frac{\partial}{\partial \delta} W_x = \dots = -\vec{a}_x \cdot \frac{H_m \cdot \mu_0 \cdot l_m \cdot S}{\delta^2}$$

19. Ampereov kružni zakon i polje beskonačno dugog ravnog vodiča polumjera R protjecanog strujom I jednoliko raspoređenom po presjeku vodiča.

Ampereov kružni zakon glasi:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{J} \Rightarrow \oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS = \mu_0 \cdot I$$



$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS \quad \vec{B} = B \cdot \vec{a}_\alpha \quad d\vec{l} = r \cdot d\alpha \cdot \vec{a}_\alpha$$

$$B \cdot 2\pi \cdot r = \mu_0 \cdot \vec{J} \cdot r^2 \cdot \pi \quad \vec{J} = \frac{I}{r_0^2 \cdot \pi} \quad \vec{B} = \vec{a}_\alpha \cdot \frac{\mu_0 \cdot I \cdot r}{2\pi \cdot r_0^2}$$

20. Vektorski magnetski potencijal, diferencijalna jednadžba i proračun tokova u magnetskom polju.

Temeljni zakoni statičkog magnetskog polja u vakuumu i opći identitet:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{J} \quad \nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0 \quad \vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

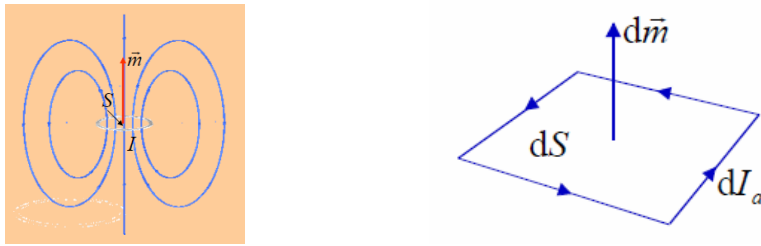
Korištenjem Coulombovog baždarenja dobivamo:

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0 \quad \nabla \times \vec{B} = \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{A}) - \Delta \vec{A} = \mu_0 \cdot \vec{J} \quad \Delta \vec{A} = -\mu_0 \cdot \vec{J}$$

Magnetski tok:

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS = \iint_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot \vec{n} \cdot dS = \oint_c \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

21. Magnetizacija i amperske struje.



Pomoću magnetskog momenta \vec{m} uvodimo magnetizaciju:

$$\vec{m} = \vec{n} \cdot S \cdot I \quad \vec{M}(\vec{r}) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum \vec{m}_i}{\Delta V} = \frac{d\vec{m}}{dV}$$

Elementarni volumen tijela dV možemo nadomjestiti magnetskim dipolom protjecanim strujom I_a , koju nazivamo amperska struja:

$$d\vec{m} = \vec{M} \cdot dV = \vec{M} \cdot d\vec{l} \cdot dS = (\vec{M} \cdot d\vec{l}) \cdot \vec{n} \cdot dS = dI \cdot \vec{n} \cdot dS \quad dI_a = \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

22. Jakost magnetskog polja i ponašanje materijala u magnetskom polju.

Iz ukupne amperske struje proizlazi Stokesov teorem:

$$I_a = \oint_c \vec{M} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{J}_a \cdot \vec{n} \cdot dS \quad \nabla \times \vec{M} = \vec{J}_a$$

Magnetska indukcija u materijalu \vec{B} jednaka je zbroju indukcije u vakuumu \vec{B}_0 stvorene slobodnim strujama vodiča \vec{J}_s i indukcije \vec{B}_a stvorene od dodatnog izvora amperskih struja \vec{J}_a :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_a \quad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{J}_s + \vec{J}_a) \quad \nabla \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) = \vec{J}_s$$

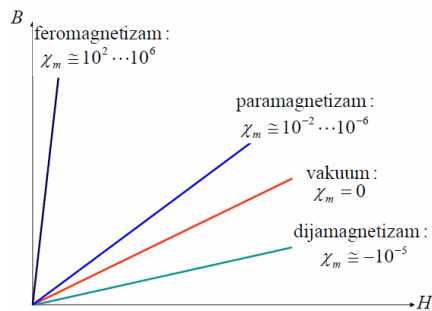
Uvodimo dodatni vektor jakosti magnetskog polja:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J}_s$$

Za magnetske materijale, gdje je χ_m magnetska susceptibilnost, vrijedi:

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H} + \vec{M} = \mu_0 \cdot (1 + \chi_m) \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}$$

Ponašanje materijala u magnetskom polju:



Feromagnet – susceptibilnost je veliki pozitivan broj

Paramagnet – susceptibilnost je mali pozitivan broj

Dijamagnet – susceptibilnost je mali negativan broj

23. Uvjeti za vektore magnetskog polja na granici dva materijala.

Postupak je analogan onom za statičko električno polje.

Tangencijalna komponenta \vec{H} :

$$\vec{n} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{K}_s$$

Okomita komponenta \vec{B} :

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0$$

24. Indirektno mjerenje magnetskog polja u feromagnetskoj torusnoj jezgri u pokusu snimanja dinamičke petlje histereze.

Ako primarna zavojnica ima N_1 zavoja, namotanih oko torusne jezgre načinjene od feromagnetskog materijala, za srednju duljinu silnica l_{sr} vrijedi Ampereov zakon:

$$l_{sr} = 2\pi \cdot R_{sr} \quad \oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I = N_1 \cdot I$$

Jakost magnetskog polja H možemo zbog simetrije smatrati stalnim u svim točkama na kružnici l_{sr} , pa vrijedi:

$$H \cdot l_{sr} = N_1 \cdot I \quad H = \frac{N_1 \cdot I}{2\pi \cdot R_{sr}}$$

25. Indirektno mjerenje magnetske indukcije u feromagnetskoj torusnoj jezgri u pokusu snimanja dinamičke petlje histereze.

Oko iste jezgre iz prethodnog zadatka namotana je i sekundarna zavojnica s N_2 zavoja, te će se oko nje na sekundarnoj strani inducirati elektromotorna sila, tj. napon:

$$e(t) = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -N_2 \cdot S \cdot \frac{dB(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = -e(t)$$

$$B(t) = \frac{1}{N_2 \cdot S} \int u_2(t) dt$$

$$i_2(t) = \frac{u_2(t)}{R_2} = \frac{N_2 \cdot S}{R_2} \cdot \frac{dB(t)}{dt}$$

$$B(t) = \frac{R_2}{N_2 \cdot S} \int i_2(t) dt$$

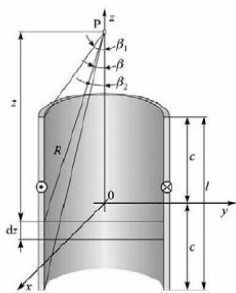
Napon i struja na kondenzatoru su povezani izrazom:

$$u_C = \frac{1}{C} \int i_2(t) dt$$

Konačno slijedi:

$$B(t) = \frac{R_2 \cdot C}{N_2 \cdot S} \cdot u_C(t)$$

26. Točni proračun magnetske indukcije na osi jednoslojne zavoynice.



Prema Biot-Savartovom zakonu magnetska indukcija u smjeru osi z u točki P je:

$$B_z = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot r^2}{2 \cdot (r^2 + z^2)^{3/2}}$$

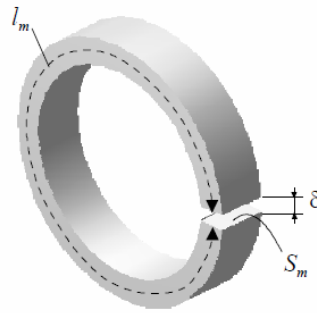
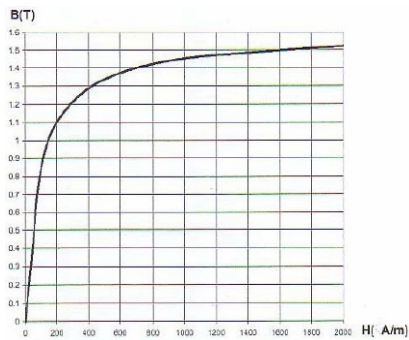
Ukupna magnetska indukcija na osi z dobiva se zbrajanjem polja pojedinih strujnica:

$$dB_z = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I \cdot r^2}{2 \cdot l \cdot (r^2 + z^2)^{3/2}} \cdot dz \Rightarrow B_z = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{2 \cdot l} \left[\frac{z+c}{\sqrt{(z+c)^2 + r^2}} - \frac{z-c}{\sqrt{(z-c)^2 + r^2}} \right]; \quad c = \frac{l}{2}$$

U središtu zavoynice ($z=0$) magnetska indukcija iznosi:

$$B_z = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{c^2 + r^2}}$$

27. Grafoanalitičko rješavanje magnetskog kruga sa zračnim rasporom.

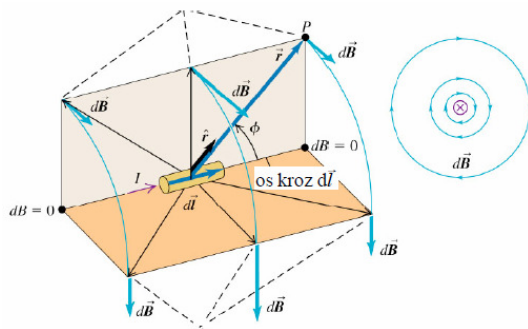


Grafički dio rješavanja magnetskog kruga se izvodi iščitavanjem iz krivulje magnetizacije.

$$H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0} \quad H_m = \frac{B_m}{\mu_0 \cdot \mu_m} \quad \Phi_m = \Phi_{\delta} \Rightarrow B_m \cdot S_m = B_{\delta} \cdot S_{\delta} \quad S_m = S_{\delta}$$

$$\Phi = N \cdot I = H_m \cdot l_m + H_{\delta} \cdot \delta \quad B_m = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot (N \cdot I - H_m \cdot l_m)$$

28. Slika statičkog magnetskog polja - linije.



29. Snaga gubitaka i gubitci u pokusu snimanja dinamičke petlje histereze.

Volumna gustoća energije gubitaka u jezgri po jednom ciklusu magnetiziranja određena je površinom koju zatvara petlja histereze:

$$w = \oint_B H \cdot dB$$

Pa ukupna snaga gubitaka, gdje je V volumen jezgre, l_{sr} srednja duljina stranica u jezgri, S poprečni presjek jezgre, a f frekvencija izmjenične struje magnetiziranja, iznosi:

$$P = V \cdot w \cdot f = l_{sr} \cdot S \cdot w \cdot f$$

Specifični gubici izražavaju se kao snaga gubitaka po jedinici mase jezgre:

$$P_s = \frac{P}{m} = \frac{w \cdot f}{\rho}$$

30. Mjerenje energije linearne zavojnice pomoću spoja zavojnice i otpornika.

Za krug sa serijskim spojem zavojnice i otpornika vrijedi:

$$i(t) = \frac{U}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \quad u_L(t) = U \cdot e^{-t/\tau} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

$$p_L(t) = u_L(t) \cdot i(t) = \frac{U^2}{R} (e^{-t/\tau} - e^{-2t/\tau})$$

$$W = \int_0^{\infty} p_L(t) \cdot dt = \frac{U^2}{R} \left[-\tau \cdot e^{-t/\tau} + \frac{\tau}{2} \cdot e^{-2t/\tau} \right] \Bigg|_0^{\infty} = \frac{LI^2}{2}$$