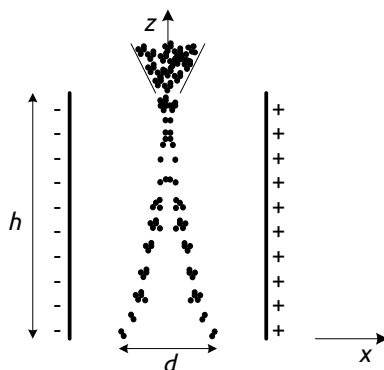


Elektromagnetska polja

Međuispit - 26.4.2013.

Zadatak 3. Smjesa pozitivnih i negativnih čestica, koje su jednake mase $m = 10^{-8}$ kg i naboja $Q = \pm 8$ pC, ulazi u elektrostatski separator čestica visine $h = 1,4$ m. Rubni uvjeti i Coulombova sila između čestica se mogu zanemariti. Sve čestice izlaze iz spremnika u točki $(0, 0, 0)$ s početnom brzinom $v_0 = 0$. Ubrzanje slobodnog pada iznosi $g = 9,81$ m/s².



(a) Odredite iznos jakosti homogenog električnog polja E u V/m između ploča potreban da se pozitivno i negativno nabijene čestice na izlazu iz separatora razmaknu na $d = 60$ cm.

Odaberimo naboj Q i neka je on pozitivan. Vrijedi:

$$m \left(\frac{d^2 x(t)}{dt^2} \vec{a}_x + \frac{d^2 y(t)}{dt^2} \vec{a}_y + \frac{d^2 z(t)}{dt^2} \vec{a}_z \right) = -QE \vec{a}_x - mg \vec{a}_z$$

Za x komponentu slijedi:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -QE$$

Nakon dvostruke integracije i uvrštavanja početnih uvjeta $v_x(0) = 0$ i $x(0) = 0$ slijedi:

$$v_x(t) = -\frac{QE}{m}t \quad x(t) = -\frac{QE}{2m}t^2$$

Za y komponentu slijedi:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = 0$$

Nakon dvostruke integracije i uvrštavanja početnih uvjeta $v_y(0) = 0$ i $y(0) = 0$ slijedi:

$$v_y(t) = 0 \quad y(t) = 0$$

Za z komponentu slijedi:

$$\frac{d^2 z(t)}{dt^2} = 0$$

Nakon dvostruke integracije i uvrštavanja početnih uvjeta $v_z(0) = 0$ i $z(0) = 0$ slijedi:

$$v_z(t) = -gt \quad z(t) = -\frac{gt^2}{2}$$

Vrijedi:

$$z(t_{izlaz}) = -h = -\frac{gt_{izlaz}^2}{2} \rightarrow t_{izlaz}^2 = \frac{2h}{g} \rightarrow t_{izlaz} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$
$$x(t_{izlaz}) = -\frac{d}{2} = -\frac{QE}{2m}t_{izlaz}^2 \rightarrow E = \frac{md}{Qt_{izlaz}^2} = E = \frac{gmd}{2Qh}$$

Sada je:

$$E = \frac{9,81 \cdot 10^{-8} \cdot 0,6}{2 \cdot 8 \cdot 10^{-12} \cdot 1,4} = 2628 \text{ V/m}$$

(b) Odredite iznos brzine čestica u m/s na izlazu iz separatora.

Brzina u x smjeru:

$$v_x(t_{izlaz}) = -\frac{QE}{m}t_{izlaz} = -\frac{gd}{2h}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Brzina u z smjeru:

$$v_z(t_{izlaz}) = -gt_{izlaz} = -g\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Brzina na izlazu:

$$v(t_{izlaz}) = \sqrt{v_x^2(t_{izlaz}) + v_z^2(t_{izlaz})} = \sqrt{\frac{g(d^2 + 4h^2)}{2h}} = 5,36 \text{ m/s}$$