Magnetostatika 2

by Vedax

1., 2.

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\nabla \times \left(\mu_0 \vec{H}\right) = \mu_0 \vec{J}$$

$$\mu_0 \nabla \times \vec{H} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

$$\vec{\boldsymbol{J}} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{a_x} & \overrightarrow{a_y} & \overrightarrow{a_z} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ y\cos ax & 0 & y + e^x \end{vmatrix} = \boldsymbol{\overrightarrow{a_x} - e^x \overrightarrow{a_y} - \cos ax\, \overrightarrow{a_z}}$$

$$\boldsymbol{J} = \left|\vec{J}\right| = \sqrt{1^2 + e^{2x} + \cos^2 ax} = \sqrt{1 + e^{2\cdot 0} + \cos^2 a \cdot 0} = \sqrt{3} = \mathbf{1.73}$$

3.

Isto kao 1.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

$$\vec{\boldsymbol{J}} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{a_x} & \overrightarrow{a_y} & \overrightarrow{a_z} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ 0 & k\sin x & 0 \end{vmatrix} = \boldsymbol{k \cos x\, \overrightarrow{a_z}}$$

4., 5.

Prema Ampereovom kružnom zakonu izračunamo kolika je struja obuhavećna unutar vodiča. Izvan vodiča će se smanjivati polje ovisno o *r*.

$$\oint_c \vec{H} d\vec{l} = \iint_S \vec{J}\vec{n} dS$$

$$H \cdot 2r\pi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^r K r e^{-ar} dr = 2\pi K \int_0^r r e^{-ar} dr$$

$$Hr = K\left(-\frac{re^{-ar}}{a}\Big|_0^r + \frac{1}{a}\int_0^r e^{-ar} dr\right) = K\left(-\frac{re^{-ar}}{a} - \frac{1}{a^2}e^{-ar} + \frac{1}{a^2}\right)$$

$$H = \frac{K}{a^2 r}\left(1 - (1 + ar)e^{-ar}\right)$$

$$\boldsymbol{\vec{H} = \frac{K}{a^2 r}\left(1 - (1 + ar)e^{-ar}\right)\overrightarrow{a_\alpha}}$$

Unutar vodiča će polje biti jednako ovisno koji *r* izaberemo. Neka je on r_0, gdje vrijedi $0 < r_0 < r$.

$$\boldsymbol{\vec{H} = \frac{K}{a^2 r}\left(1 - (1 + ar_0)e^{-ar_0}\right)\overrightarrow{a_\alpha}}$$

6., 7., 8.

Unutar vodiča 1, r<r1.

$$\oint_c \vec{H} d\vec{l} = \iint_S \vec{J}\vec{n}dS$$

$$H \cdot 2r\pi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^r J_0 r e^{-r_1+r} dr = 2\pi \int_0^r J_0 r e^{-r_1+r} dr$$

$$Hr = J_0 e^{-r_1} \int_0^r r e^r dr \rightarrow H = \frac{J_0 e^{-r_1}}{r}\left((r-1)e^r + 1\right)$$

$$\boldsymbol{\vec{H}} = \frac{\boldsymbol{J_0 e^{-r_1}}}{\boldsymbol{r}}\left((\boldsymbol{r}-\boldsymbol{1})\boldsymbol{e^r} + \boldsymbol{1}\right)\overrightarrow{\boldsymbol{a_\alpha}}$$

Izvan vodiča 1 više nema struje, pa smo obuhvatili svu struju, pa se mijenja granica u integralu, ide do r1.

$$H \cdot 2r\pi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{r_1} J_0 r e^{-r_1+r} dr = 2\pi \int_0^{r_1} J_0 r e^{-r_1+r} dr$$

$$Hr = J_0 e^{-r_1} \int_0^{r_1} r e^r dr \rightarrow H = \frac{J_0}{r}(r_1 - 1 + e^{-r_1})$$

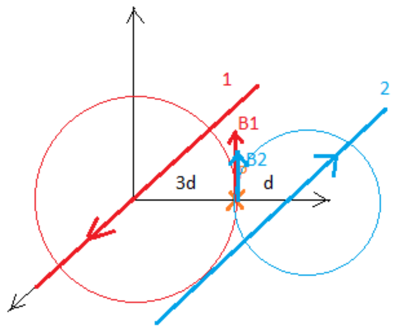
Oni su stavili da je $r_1 = a$, neka konstanta pa im je onakav rezultat.

$$\boldsymbol{\vec{H}} = \frac{\boldsymbol{J_0}}{\boldsymbol{r}}(\boldsymbol{r_1} - \boldsymbol{1} + \boldsymbol{e^{-r_1}})\overrightarrow{\boldsymbol{a_\alpha}}$$

Izvan koaksijalnog vodiča r ide u beskonačnost (valjda :D), pa je rješenje:

$$\boldsymbol{\vec{H}} = \lim_{r\to\infty} \frac{J_0}{r}(r_1 - 1 + e^{-r_1})\overrightarrow{a_\alpha} = \boldsymbol{\vec{0}}$$

9.



Evo, ovako ona slika izgleda kad ju zamislimo u prostoru.

1) Prvi vodič stvara sljedeću indukciju:

$$\vec{B}_{1P} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}\vec{a}_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi 3d}\vec{a}_z$$

2) Drugi vodič stvara indukciju:

$$\vec{B}_{2P} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}\vec{a}_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\vec{a}_z$$

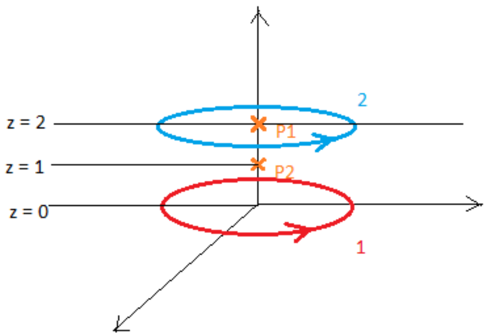
Ukupna indukcija:

$$\vec{B} = \vec{B}_{1P} + \vec{B}_{2P} = \frac{2\mu_0 I}{3\pi d}\vec{a}_z$$

Jakost magnetskog polja:

$$\boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{B}}{\boldsymbol{\mu_0}} = \frac{\boldsymbol{2I}}{\boldsymbol{3\pi d}}$$

10., 11.



Pogledajte u knjizi „Teorijska elektrotehnika“, izvedena je jakost polja/indukcija za kružnu petlju u cilindričnom sustavu.

Formula glasi:

$$H = \frac{I}{2}\frac{r^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

gdje je *r* polumjer petlje, a *z* visina na osi petlje. Ako je puna kružna petlja (kao u ovom slučaju), nema jakost/indukciju u radijlanom smjeru, nego samo u smjeru osi z.

Zadatak 10., za točku P1:

$$\vec{H_1} = \frac{I}{2}\frac{r^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{a_z} = \frac{1}{2 \cdot 5^{\frac{3}{2}}}\vec{a_z}$$

$$\vec{H_2} = \frac{I}{2}\frac{r^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{a_z} = \frac{1}{2}\vec{a_z}$$

$$\vec{\boldsymbol{H}} = \vec{H_1} + \vec{H_2} = \boldsymbol{0.545}\vec{\boldsymbol{a_z}}$$

Zadatak 11. , za točku P2:

$$\vec{H_1} = \frac{I}{2}\frac{r^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{a_z} = \frac{1}{2 \cdot 2^{\frac{3}{2}}}\vec{a_z}$$

$$\vec{H_2} = \frac{I}{2}\frac{r^2}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}\vec{a_z} = \frac{1}{2 \cdot 2^{\frac{3}{2}}}\vec{a_z}$$

$$\vec{\boldsymbol{H}} = \vec{H_1} + \vec{H_2} = \boldsymbol{0.353}\vec{\boldsymbol{a_z}}$$