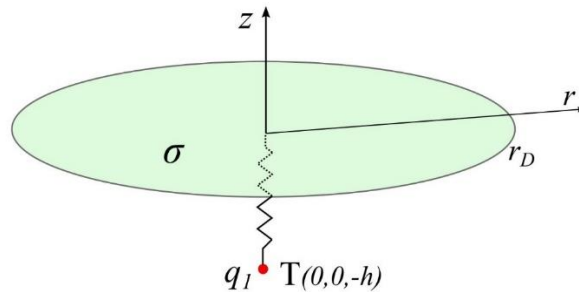


Međuispit iz Elektromagnetskih polja

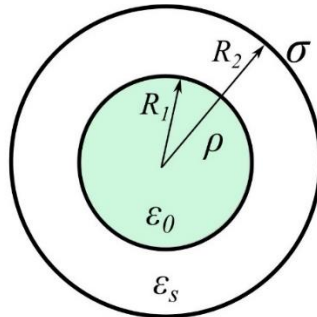
25.11.2020.

1. U ishodištu koordinatnog sustava pričvršćena je opruga na čijem je dnu obješena kuglica mase m . Kuglica je nabijena nabojem q_1 koji možemo smatrati točkastim nabojem. U ravnini $z = 0$ leži okrugli disk radijusa r_D nabijen plošnom gustoćom naboja σ . Plošna gustoća naboja σ na disku ovisi o varijabli r , ali i o naboju kuglice q_1 te o z -koordinati točke $T(0,0,-h)$ u kojoj kuglica miruje, tj. vrijedi da je $\sigma = \frac{-q_1 h}{2\pi(r^2 + h^2)^{1.5}}$.
 - a) Odredite električnu silu kojom disk privlači kuglicu nabijenu nabojem q_1 koja se nalazi u točki $T(0,0,-h)$. Konstanta h je pozitivan broj.
 - b) Odredite masu m kuglice, ako točka T u kojoj kuglica miruje ima koordinate $T(0,0,-h)$, a radijus diska r_D teži u beskonačnost. Sila opruge se može zanemariti.



Rješenje: $E_z = \frac{h^2}{16\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{h^4} - \frac{1}{(r_D^2 + h^2)^2} \right], m = \frac{q_1^2}{16\pi\epsilon_0 h^2 g}$

2. Vrlo dugačka šuplja staklena cijev unutarnjeg radijusa R_1 i vanjskog radijusa R_2 ispunjena je volumnim nabojem ρ koji je opisan funkcijom $\rho = -kr$, za $r < R_1$, gdje je k pozitivna konstanta. Dielektrična konstanta stakla iznosi ϵ_s . Vanjska stijenka staklene cijevi je prema slici nabijena konstantnim plošnim nabojem σ , gdje je $\sigma > 0$. Odredite jakost električnog polja u cijelom prostoru $0 < r < \infty$.



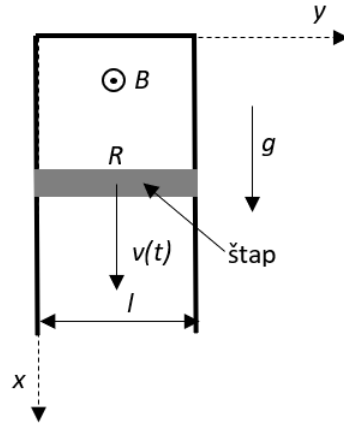
Rješenje: $r < R_1 \rightarrow E = -\frac{kr^2}{3\epsilon_0}, R_1 < r < R_2 \rightarrow E = -\frac{kR_1^3}{3r\epsilon_s}, r > R_2 \rightarrow E = -\frac{kR_1^3}{3r\epsilon_0} + \frac{\sigma R_2}{r\epsilon_0}$

3. Dva magnetska materijala razdvaja ravnina $-x - 2y + z = 0$. Ishodište $O(0,0,0)$ se nalazi u sredstvu s relativnom permeabilnosti $\mu_{r1} = 6$, gdje je magnetska indukcija zadana s $\vec{B}_1 = 3\vec{a}_x + 3\vec{a}_y - 2\vec{a}_z$. Odredite magnetsku indukciju \vec{B}_2 u sredstvu s relativnom magnetskom permeabilnosti $\mu_{r2} = 2$.

Rješenje: $\vec{B}_2 = \frac{20}{9}\vec{a}_x + \frac{31}{9}\vec{a}_y - \frac{17}{9}\vec{a}_z$

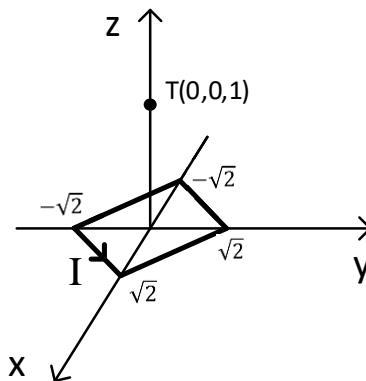
4. Vodljivi štap duljine l , mase m i otpora R se može gibati slobodnim padom duž okomito postavljenih tračnica. Homogeno magnetsko polje B okomito na ravninu tračnica vlada između njih. U trenutku $t=0$ je brzina štapa jednaka ničici i tada ga pustimo da slobodno pada. Ako zanemarimo otpor tračnica i trenje između tračnica i štapa odredite:

- funkciju brzine štapa u ovisnosti o vremenu,
- funkciju struje kroz štap u ovisnosti o vremenu i smjer struje kroz štap,
- maksimalnu brzinu koju štap u ovim uvjetima može postići.



Rješenje: $v(t) = \frac{mgR}{B^2 l^2} (1 - e^{-t \frac{B^2 l^2}{mR}})$, $i(t) = \frac{mg}{Bl} (1 - e^{-t \frac{B^2 l^2}{mR}})$, smjer struje u smjeru kazaljke na satu, $v_{max} = \frac{mgR}{B^2 l^2}$

5. Strujnica u obliku kvadrata nalazi se u x-y ravnini prema slici. Ako je strujnica protjecana strujom $I = 1$ A odredite magnetsku indukciju \vec{B} u točki $T(0,0,1)$.



Rješenje: $\vec{B} = 2,31 \times 10^{-7} \vec{a}_z$