

Elektrostatika 2/3

1. Unutar sfere radijusa 5m nalazi se naboj gustoće $\rho = 1,2(5 - 2r) \left[\frac{\mu\text{C}}{\text{m}^3}\right]$. Odredite gustoću električnog toka na udaljenosti 100m od centra sfere.
Rj. $-12,5 \text{ nC/m}^2$.
2. Optičko vlakno nabijeno je nabojem linijske gustoće $|x| \text{ nC/m}$. Ukoliko je segment nabijenog optičkog vlakna postavljen između $(-2\text{m}, 0, 0)$ i $(2\text{m}, 0, 0)$ u kartezijevom koordinatnom sustavu, odredite potencijal u točki T $(0, 2\text{m}, 0)$.
Rj. $14,89 \text{ V}$
3. Odredite jakost električnog polja u točki T iz zadatka 2.
Rj. $5,26 \text{ V/m}$.
4. Električno je polje zadano izrazom $\mathbf{E} = 4x\mathbf{a}_x + 2\mathbf{a}_y \left[\frac{\text{V}}{\text{m}}\right]$. Odredite rad potreban za pomicanje jediničnog pozitivnog naboja po krivulji $x \cdot y = 4$ od točke $(2\text{m}, 2\text{m})$ do točke $(4\text{m}, 1\text{m})$.
Rj. -22 J
5. Šuplja sfera nabijena je nabojem gustoće σ . Odredite jakost električnog polja na udaljenosti $r > R$ od sfere, pri čemu je R radijus sfere.
Rj. $\mathbf{E} = \frac{\sigma}{\epsilon} \left(\frac{R}{r}\right)^2 \mathbf{a}_r$
6. Odredite raspodjelu potencijala za sferu iz zadatka 5.
Rj. $\varphi = \begin{cases} \frac{\sigma R^2}{\epsilon \cdot r} & r > R \\ \frac{\sigma R}{\epsilon} & r < R \end{cases}$
7. Beskonačno dugački cilindar radijusa 1m ispunjen je nabojem gustoće ρ . Ako je potencijal na površini cilindra $\phi_0 = 1\text{V}$, odredite raspodjelu potencijala unutar cilindra.
Rj. $\varphi = 1 + \frac{\rho}{4\epsilon} (1 - r^2)$
8. Naboj linijske gustoće $5 \mu\text{C/m}$ leži na z osi cilindričnog koordinatnog sustava. Odredite razliku potencijala između točaka A(1 m, π , 4 m) i B(3 m, π , 4 m).
Rj. $-98,74 \text{ kV}$

9. Za zadanu funkciju potencijala $\varphi = 2x + 4y$ [V] u slobodnom prostoru odredite energiju pohranjenu u kocki $0 \leq x, y, z \leq 1\text{m}$.
Rj. $\frac{10^{-8}}{36\pi}$ J
10. Električno polje između dva suosna cilindrična vodiča radijusa $R_1 = 1\text{ cm}$ i $R_2 = 5\text{ cm}$ zadano je izrazom $\mathbf{E} = \frac{10^5}{r} \mathbf{a}_r \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$. Odredite energiju pohranjenu u 0,5m dužine vodiča.
Rj. 0,224 J
11. U prostoru je jakost električnog polja zadana u cilindričnom koordinatnom sustavu jednadžbom $\mathbf{E} = -5 e^{-\frac{r}{a}} \mathbf{a}_r$. Odredite energiju pohranjenu u volumenu određenom s $0 \leq r \leq 2a, 0 \leq z \leq 5a$.
Rj. $7,89 \cdot 10^{-10} a^3$
12. Za zadanu funkciju potencijala $\varphi = 3x^2 + 4y^2$ [V] u slobodnom prostoru odredite energiju pohranjenu u prostoru $1 \leq x, y, z \leq 3\text{m}$.
Rj. 15,3 nJ
13. Uz zadano električno polje $\mathbf{E}_1 = 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z$ [V/m] u materijalu (1), dielektričnosti $\varepsilon_{r1} = 2$, koji se nalazi u prostoru $z > 0$, odredite jakost električnog polja u materijalu 2, u prostoru $z < 0$ dielektričnosti $\varepsilon_{r2} = 5$.
Rj. $\mathbf{E}_2 = 2\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_y + 2\mathbf{a}_z$ [V/m]
14. Odredite kuteve ϑ_1 i ϑ_2 koje vektori iz zadatka 13. \mathbf{E}_1 i \mathbf{E}_2 zatvaraju s ravninom xy .
Rj. $\vartheta_1 = 54,2^\circ$; $\vartheta_2 = 29^\circ$
15. Odredite polarizaciju \mathbf{P} u dielektriku relativne dielektričnosti $\varepsilon_r = 3,2$ ako je iznos vektora električne indukcije $\mathbf{D} = 2 \cdot 10^{-6} \mathbf{a}_x \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right]$.
Rj. $\mathbf{P} = 1,375 \cdot 10^{-6} \mathbf{a}_x \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right]$
16. Granica dielektrika i slobodnog prostora određena je jednadžbom $3x + 2y + z = 12\text{ m}$. Ako je u području u kojem se nalazi ishodište relativne dielektričnosti $\varepsilon_r = 3$, zadana jakost električnog polja $\mathbf{E}_1 = 2\mathbf{a}_x + 5\mathbf{a}_z$ [V/m], odredite jakost električnog polja u slobodnom prostoru.
Rj. $\mathbf{E}_2 = 6,72\mathbf{a}_x + 3,14\mathbf{a}_y + 6,58\mathbf{a}_z$ [V/m]

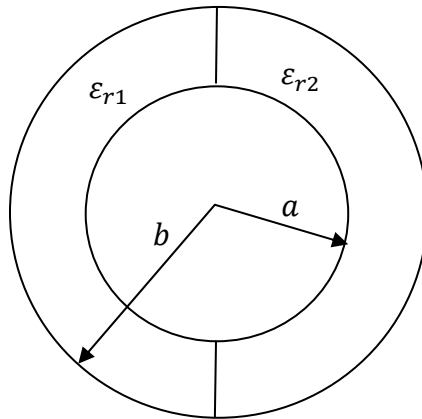
17. Granica dva dielektrika dana je jednađbom $3x + z = 5$. Na strani u kojoj se nalazi ishodište je električna indukcija $\mathbf{D}_1 = (4,5\mathbf{a}_x + 3,2\mathbf{a}_z) \cdot 10^{-7} [\text{C/m}^2]$ i $\varepsilon_{r1} = 4,3$, dok je za drugi dielektrik $\varepsilon_{r2} = 1,8$. Odredite iznos vektora \mathbf{D}_2 .

Rj. $D_2 = 5,37 \cdot 10^{-7} [\text{C/m}^2]$

18. Ploče kondenzatora su u cilindričnom koordinatnom sustavu zadane s $r_1 \leq r \leq r_2$ i $0 \leq z \leq Z$. Ako je kut između ploča $\alpha = 5^\circ$, a relativna dielektričnost ε_r odredite kapacitet kondenzatora.

Rj. $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r Z}{\alpha [\text{rad}]} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)$

19. Cilindrični kondenzator sadrži dva dielektrika $\varepsilon_{r1} = 1,3$ i $\varepsilon_{r2} = 3,7$ od kojih svaki zauzima polovicu volumena između ploča kondenzatora kao na slici. Ukoliko je potrebno zamijeniti dielektrike samo jednim nadomjesnim dielektrikom tako da kapacitet ostane jednak, odredite relativnu dielektričnost nadomjesnog dielektrika.



Rj. $\varepsilon_{r3} = 2,5$.

20. Odredite funkciju potencijala za prostor između dva suosna metalna cilindra, unutrašnjeg radijusa 1mm, na potencijalu $\varphi_u = 0$, i vanjskog radijusa 20 mm, koji je na potencijalu $\varphi_v = 150\text{V}$.

Rj. $\varphi = 50,1 \ln(r) + 345,9 [\text{V}]$

21. Odredite jakost električnog polja za zadatak 20.

Rj. $\mathbf{E} = \frac{50,1}{r} (-\mathbf{a}_r) \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$

22. Za kuglasti kondenzator zadani su unutrašnji radijus 10 cm, na potencijalu $\varphi_u = 0$, i vanjski radijus 2 m, koji je na potencijalu $\varphi_v = 100\text{V}$. Odredite funkciju potencijala u prostoru između elektroda.

Rj. $\varphi = \frac{-10,53}{r} + 105,3 [\text{V}]$

23. Odredite električnu indukciju u prostoru između elektroda prema primjeru 22.

$$\text{Rj. } \mathbf{D} = \frac{-9,32 \cdot 10^{-11}}{r^2} \mathbf{a}_r \left[\frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right]$$

24. Vodljive ravnine zadane su u cilindričnom koordinatnom sustavu s $\alpha = 0$, na kojoj je potencijal 0 V i $\alpha = 10^\circ$ na kojoj je potencijal 75V . Ukoliko je u prostoru između ravnina relativna dielektričnost $\epsilon_r = 1,65$, odredite električnu indukciju u prostoru između ravnina.

$$\text{Rj. } \mathbf{D} = \frac{-6,28}{r} \mathbf{a}_r \left[\frac{\text{nC}}{\text{m}^2} \right]$$

25. Dva suosna metalna cilindra nalaze se u slobodnom prostoru. Radijus unutrašnjeg vodiča, koji je uzemljen je 5mm, a vanjskog vodiča, koji je na potencijalu φ_0 je 25mm. Ako je jakost električnog polja $\mathbf{E} = -8,28 \cdot 10^3 \mathbf{a}_r \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$ na udaljenosti 15mm od osi, odredite φ_0 .

$$\text{Rj. } \varphi_0 = 200 \text{ V}$$

26. Odredite gustoću naboja na vanjskom vodiču za primjer 25.

$$\text{Rj. } \sigma = 44 \text{ nC/m}^2$$