

Z1 2014

① Izvor proizvodi u vakuumu ravni val valne dužine $2\sqrt{3}\text{m}$ kada se taj val prostire u idealnom dielektriku nepoznatih značajki, valna dužina se smanji 2 puta, a omjer max. vrijednosti jakosti elek. i mag. polja $\frac{E_m}{H_m}$ se poveća $\sqrt{3}$ puta.

Odredi relativnu dielektričnu konst., relativnu perma. dielek., krugov. frekv. vala i faznu konstantu u dielektriku

$$\lambda_1 = 2\sqrt{3}\text{m}$$

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\frac{E_m}{H_m} = \sqrt{3} \frac{E_0}{H_0}$$

$$\epsilon_r, \mu_r, \omega, \beta = ?$$

$$\beta_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = \frac{2\pi}{2\sqrt{3}} = 1\text{ m}^{-1} \quad \beta = \frac{\omega}{c} \quad \omega = c = 3 \cdot 10^8 \text{ ostaje isti}$$

$$\beta_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} = 2\text{ m}^{-1}$$

$$\beta_2 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r \mu_r} \Rightarrow \frac{\beta_2}{\omega} \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

$$\sqrt{\epsilon_r \mu_r} = 2$$

$$\epsilon_r = \frac{4}{\mu_r}$$

$$\frac{E_m}{H_m} = Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sqrt{3} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \epsilon_r}} \Rightarrow \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} = \sqrt{3}$$

$$\mu_r = 3 \epsilon_r = \frac{12}{\mu_r} \rightarrow \mu_r = 2\sqrt{3}$$

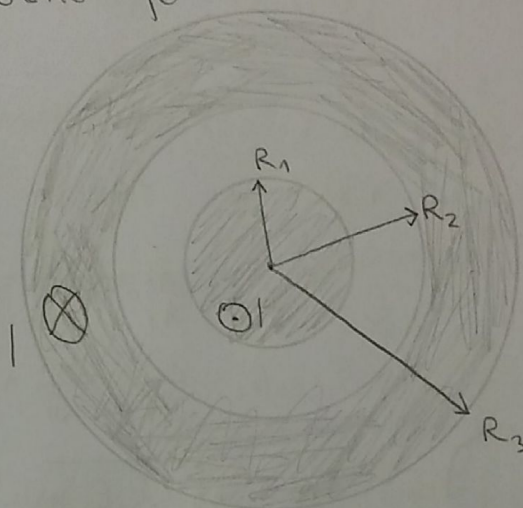
$$\epsilon_r = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

- ② Beskonačno dugi suvni vodič sastoji se od dva koncentrična metalna cilindra kojima teče struja $I=2A$ prema slici. Odredite jakost mag. polja u cijelom prostoru uz pretpostavku jednolike raspodjele gustoće struje po presjeku vodiča. Skicirajte raspodjelu mag. polja u radijalnom smjeru. Zadano je:

$$R_1 =$$

$$R_2 =$$

$$R_3 = 2,5 \text{ cm}$$



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$$

$$1^\circ \quad r < R_1$$

$$H 2\pi r = I_{\text{obuhvaćena}}$$

$$H = \frac{r}{R_1^2} I \quad \frac{1}{2\pi r}$$

$$H = I \frac{1}{2\pi R_1^2}$$



$$\frac{I_{\text{obuhvaćena}}}{r^2 \pi} = \frac{I}{R_1^2 \pi}$$

$$I_{\text{obuhvaćena}} = \frac{r^2}{R_1^2} I$$

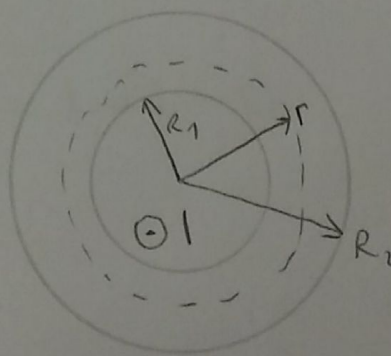
$$2^\circ \quad R_1 < r < R_2$$

$$H 2\pi r = I_{\text{obuhvaćena}}$$

↓
je jednak I

jer u prostoru

od R_1 do R_2 nema drugih struja, a struja I je cijela obuhvaćena



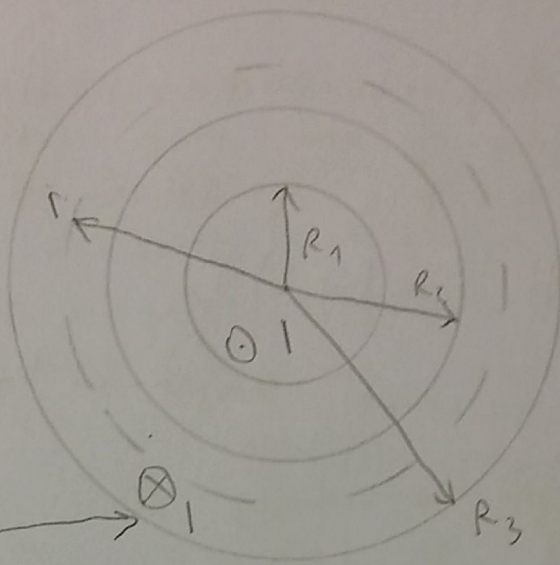
$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$3^{\circ} \quad R_2 < r < R_3$$

$$H 2\pi \tilde{r} = I_{\text{obuhvaćeno}}$$

↓
cipeli 1 i još
oduzimamo dio
struje 1

↓
jer
ide u
suprotnom
smjeru



$$I_{\text{obuhvaćeno}} = I_{\text{obuhvaćeno}_1} - I_{\text{obuhvaćeno}_2}$$

$$\frac{I_{\text{obuhvaćeno}_2}}{(r - R_2)^2 \sqrt{1}} = \frac{1}{(R_3 - R_2)^2}$$

$$H 2\pi \tilde{r} = 1 - 1 \frac{(r - R_2)^2}{(R_3 - R_2)^2}$$

$$H = \frac{(1 - \frac{(r - R_2)^2}{(R_3 - R_2)^2})}{2\pi \sqrt{1}}$$

$$4^{\circ} \quad r = R_3$$

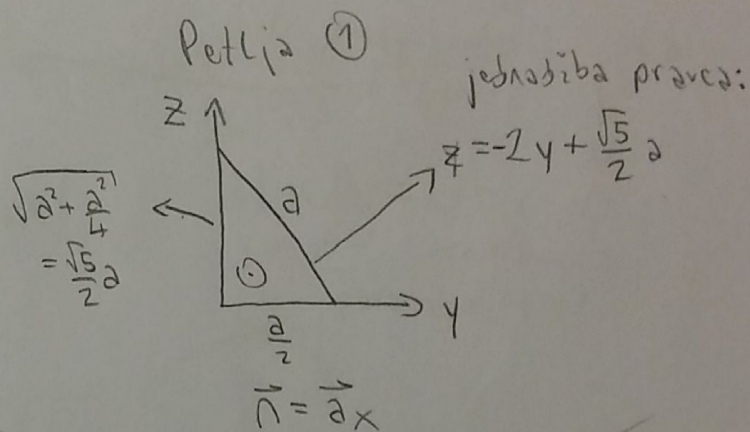
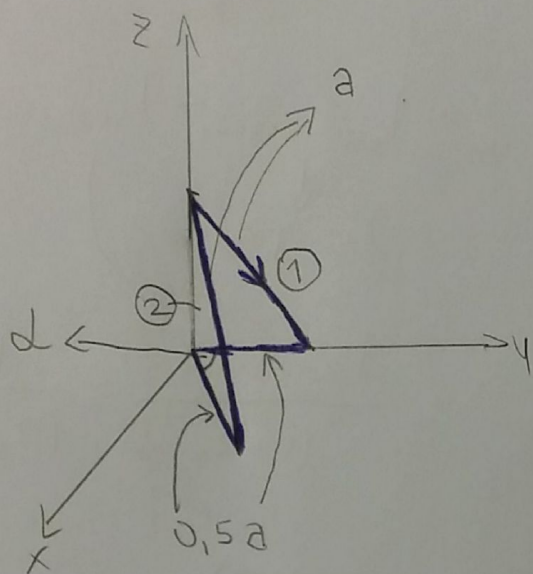
$$H 2\pi \tilde{r} = I_{\text{obuhvaćeno}} = 1 - 1 = 0$$

$$H = 0$$

3. Vodljiva kontura oblika jednakostraničnog trokuta stranice a savijena je oko svoje visine pod kutem α , prema slici. Kontura se nalazi u mag. polju

$$H = H_0 \sin(\omega t) \vec{a}_x$$

Odredi inducivani napon u konturi. Referentni smjer je zadan slikom.



$$\begin{aligned} U_{ind_1} &= -\frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS = -\frac{d}{dt} \int \mu_0 \vec{H} \cdot \vec{n} \, dS \\ &= -\int_0^{\frac{a}{2}} \int_0^{-2y + \frac{\sqrt{5}}{2}a} \mu_0 H_0 \frac{d}{dt} \sin(\omega t) \vec{a}_x \cdot \vec{a}_x \, dy \, dz \\ &= \frac{\mu_0 H_0}{\omega} \cos(\omega t) \frac{a}{2} \left(-2y + \frac{\sqrt{5}}{2}a \right) \end{aligned}$$

1° $\vec{n} = \vec{a}_x$

$$\Phi_1 = B \cdot S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{8} B$$

2° $\vec{n} = \vec{a}_x \cos(\alpha) + \vec{a}_y \sin(\alpha)$

$$\Phi_2 = \int \vec{n} \cdot \vec{B} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{8} \cos(\alpha) \cdot B$$

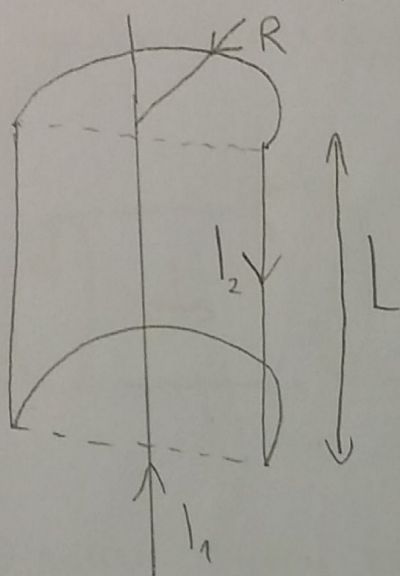
$$\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$$

$$\Phi = H_0 \mu_0 \sin(\omega t) \frac{a^2 \sqrt{3}}{8} (1 - \cos(\alpha))$$

$$U = \frac{d\Phi}{dt} = H_0 \mu_0 \frac{a^2 \sqrt{3}}{8} \cos(\omega t) (1 - \cos(\alpha))$$

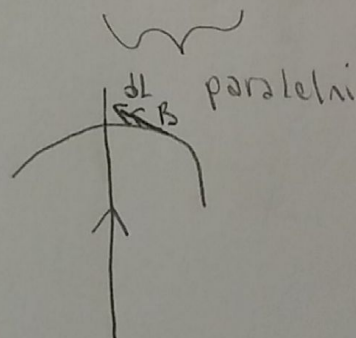
(4)

Bestkonačno dugi ravni vodič kojim teče struja $I_1 = 1A$ postavljen je u os petlje duljine $L = 2m$ i radijusa $R = 1m$ kojom teče struja $I_2 = 2A$, prema slici. Odredite iznos i smjer sile kojom bestkonačno dugi vodič djeluje na petlju i međuinukativitet vodiča i petlje.



Na polukružine djeluje sila je 0

$$d\mathbf{L} \times \mathbf{B} = 0$$



Na dva ravna vodiča duljine L

$$F = 2 I_1 (L \times B) = 2 I_1 L \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R}$$

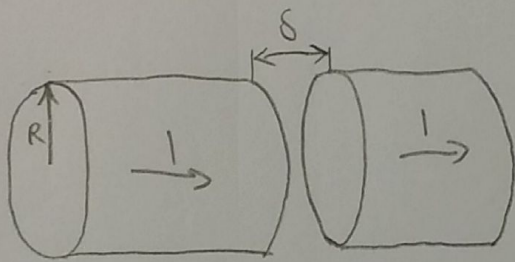
$$= \frac{I_1 I_2 \mu_0 L}{\pi R}$$

$$M = \frac{\Psi_{12}}{I_2}$$

$$\Psi_{12} = \iint \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{\hat{n}} dS = 0$$

jer je polje tangencijalno na plohu

5. Vodič radijusa R nalazi se u vakuumu i presječen je okomito na os tako da su krajevi razmaknuti za s ($R \gg s$), čime je u rasporu formiran pločasti kondenzator. Vodičem teče struja I , a u trenutku $t=0$ gustoća naboja na krajevima vodiča $\sigma=0$. Odredite iznos el. polja i mag. indukciju u rasporu, kao funkcije udaljenosti od osi vodiča i vremena, te gustocu energije i Poyntingov vektor u rasporu.



$$E = \frac{D}{\epsilon_0}$$

$$D = \frac{Q}{s} = \frac{It}{R^2 \sqrt{\pi}}$$

$$E = \frac{It}{R^2 \sqrt{\pi} \epsilon_0}$$

Proširen Amperov zakon: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I t}{R^2 \sqrt{\pi}}$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{d\Phi_e}{dt}$$

$$2\pi R H = \frac{\mu_0 I t}{R^2 \sqrt{\pi}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H = \frac{I t}{2 R^2 \sqrt{\pi}} \\ B = \mu_0 \frac{I t}{2 R^2 \sqrt{\pi}} \end{array} \right\} \text{uvrstiti}$$

Gustoca energije

$$w = \frac{1}{2} \mu H^2 + \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

$$\vec{N} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{I^2 t^2}{2 R^4 \sqrt{\pi} \epsilon_0} (-\vec{a}_r)$$