Bezmemorijski sustav

ima svojstvo da odziv sustava ovisisamo o trenutnoj vrijednosti ulaznog signala, a ne onjihovim prethodnim ili buducim vrijednostima.

Memorijski signal

oznakau(-inf;t]kazuje kako je u odredivanju odziva y, utrenutku t, potrebno poznavati ulazni signal, ne samo utrenutku t, vec i na cijelom intervalu (-inf;t]

Nekauzualni sustav

trenutni odziv sustava je bio posljedica trenutne i proslih vrijednosti ulaznog signala.

Vremenski stalan sustav

su sustavi koji nemijenjaju parametre tijekom vremena.

Linearan sustav

linearne sustave obiljezava i vazno svojstvo po kojem je zaulaz jednak nula i izlaz jednak nula

y1=S(u1); y2=S(u2)

S(a*u1) +S(b*u2) =a*y1+b*y2

BIBO stabilnost

sustav je BIBO stabilan ako je za svaki omedeni ulaz njegov odziv takoder omeden.

$|u(t)| =< M_u <\text{inf}$ -> $|y(t)| =< M_y < \text{inf}$

$|u(n)| =< M_u <\text{inf}$ -> $|y(n)| =< M_y < \text{inf}$

Konvolucijski zbroj

Y(n)=(u*h)(n)=$\sum_{m=-\infty}^{\infty} u(m)h(n-m)$

-svojstva:

1) y(n)=(u*(h1+h2))(n)=(u*h1)(n)+(u*h2)(n)
2) komutativnost (x1*x2)(n)=(x2*x1)(n)
3) komutativnost (x1*(x2*x3))(n)=((x1*x2)*x3)(n)
4) (E^{-p}(x1)*E^{-q}(x2))(n)=y(n-p-q)=$\sum_{j=-\infty}^{\infty} x1(j)x2(n-p-q-j)$
5) (x*δ)(n)=$\sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)\delta(n-m) = x(n)$

Konvolucijski integral

$$y(t) = (u * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t-\tau) d\tau$$

-svojstva: 1)komutativnost (x1*x2)(t)=(x2*x1)(t)

2)distributivnost (x1*(x2+x3))(t)=(x1*x2)(t)+(x1*x3)(t)

3)asocijativnost (x1*(x2*x3))(t)=((x1*x2)*x3)(t)

4)pomak $(E^{-1}_{t1}(x1)*E^{-1}_{t2}(x2))(t)=y(t-t1-t2)$

5)

$$(f * \delta)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(t-\tau) d\tau = f(t)$$

Jednadžba diferencije(diskretni)

Nepobuđeni sustav-> je komponenta totalnog odziva koja je posljedica samo djelovanja pocetnih uvjeta $y_0(n)= y_h(n)$

Mirni sustav-> je komponenta odziva koja je posljedica djelovanja pobude uz pocetne uvjete jednake nuli $y_m(n)= y_h(n)+y_p(n)$

Prirrodni sustav-> $y_{prirodni}(n)=y(n)-y_p(n)$

Prislini-> $y_{prisilni}(n)=y_p(n)$

Totalni odaziv:

1) odaziv nepobuđenog sustava +odaziv mirnog sustava $[y(n)=y_0(n)+y_m(n)]$

2) homogeno + partikularno $[\ Y(n)=y_h(n)+y_p(n)\ ]$

-partikularno riješenje:

u(n)	y(n)
A (konst)	K
Ar^n	Kr^n
Ar^n, $r=q_i$	Knr^n
An^M	$K_0+nK_1+.....+n^MK_M$
r^nn^M	$r^n(K_0+nK_1+.....+n^MK_M)$
$A\cos(\omega_0 n)$	$K_1 \cos(\omega_0 n)+K_2 \sin(\omega_0 n)$
$A\sin(\omega_0 n)$	$K_1 \cos(\omega_0 n)+K_2 \sin(\omega_0 n)$

Dif jedn.(kontinuirani)

Nepobuđeni sustav-> je komponenta totalnog odziva koja je posljedica samo djelovanja pocetnih uvjeta $y_0(t)= y_h(t)$

Mirni sustav-> je komponenta odziva koja je posljedica djelovanja pobude uz pocetne uvjete jednake nuli $y_m(t)= y_h(t)+y_p(t)$

Prirrodni sustav-> $y_{prirodni}(t)=y(t)-y_p(t)$

Prislini-> $y_{prisilni}(t)=y_p(t)$

Totalni odaziv:

1) odaziv nepobuđenog sustava +odaziv mirnog sustava [$y(t)=y_0(t)+y_m(t)$]

2) homogeno + partikularno [$Y(t)=y_h(t)+y_p(t)$]

-partikularno riješenje:

u(t)	y(t)
A (konst)	K
Ar^t	Kr^t
Ar^t, $r=q_i$	Knr^t
At^M	$K_0+tK_1+.....+t^mK_M$
r^tt^M	$r^t(K_0+tK_1+.....+t^MK_M)$
$A\cos(\omega_0 t)$	$K_1 \cos(\omega_0 t)+K_2 \sin(\omega_0 t)$
$A\sin(\omega_0 t)$	$K_1 \cos(\omega_0 t)+K_2 \sin(\omega_0 t)$

-početni uvjeti su objašnjeni na službenom šalabahteru

Frekvencijska karakteristika sustava(kontinuirani)

$u(t)=Ue^{st}=U(\cos(\omega t)+\sin(\omega t))$

$y_p(t)=Ye^{st}=H(j\omega)Ue^{j\omega t}$

$H(-j\omega)= H^*(j\omega)$

$s=j\omega$

-amplitudna frekvencijska karakteristika : $|H(j\omega)|=\sqrt{(Re[H(j\omega)])^2 + (Im[H(j\omega)])^2}$

-fazna frekvencijska karakteristika : $kut[H(j\omega)] = \text{arctg}(\frac{(Re[H(j\omega)])}{(Im[H(j\omega)])})$

1) $\text{arctg}(\frac{a}{b})$

2) $\text{arctg}(\frac{-a}{b})$=- $\text{arctg}(\frac{a}{b})$

3) $\text{arctg}(\frac{a}{-b})=\pi-\text{arctg}(\frac{a}{b})$

4) $\text{arctg}(\frac{-a}{-b})=\pi+\text{arctg}(\frac{a}{b})$

-prisilni odaziv: $y_p(t)=|H(j\omega))|U\cos(\omega_0 n+\text{kut}[H(j\omega)])$ -> umjesto cos moze biti sin ako je je on na ulazu, a cos je ako njega imamo na ulazu

-sustav je stabilan ako je realni dio pola negativan

-Re[H(jω)] parna funkcija od ω

-Im[H(jω)] neparna funkcija od ω

-| H(jω))| parna funkcija od ω

- kut[H(jω)] neparna funkcija od ω

Frekvencijska karakteristika sustava(diskretni)

$u(n)=Uz^n$

$y(n)=H(z)Uz^n$

$H(z)=\sum_{m=-inf}^{inf} h(m)z^{-m}$

$z=e^{j\Omega}$

-amplitudna frekvencijska karakteristika : $|H(e^{j\Omega})|=\sqrt{(Re[H(e^{j\Omega})])^2+(Im[H(e^{j\Omega})])^2}$

-fazna frekvencijska karakteristika : $kut[H(e^{j\Omega})]=\text{arctg}(\frac{(Re[H(e^{j\Omega})])}{(Im[H(e^{j\Omega})])})$

1) $\text{arctg}(\frac{a}{b})$

2) $\text{arctg}(\frac{-a}{b})=-\text{arctg}(\frac{a}{b})$

3) $\text{arctg}(\frac{a}{-b})=\pi-\text{arctg}(\frac{a}{b})$

4) $\text{arctg}(\frac{-a}{-b})=\pi+\text{arctg}(\frac{a}{b})$

-prisilni odaziv: $y_p(n)=|H(e^{j\Omega}))|U\cos(\Omega_0 n+\text{kut}[H(e^{j\Omega})])$ -> umjesto cos moze biti sin ako je je on na ulazu, a cos je ako njega imamo na ulazu

-sustav je stabilan ako su realni dio polova negativan

-Re[H($e^{j\Omega}$)] parna funkcija od Ω

-Im[H($e^{j\Omega}$)] neparna funkcija od Ω

-| H($e^{j\Omega}$))| parna funkcija od Ω

- kut[H($e^{j\Omega}$)] neparna funkcija od Ω

Z transformacija

X(z)=$\sum_{n=0}^{inf} x(n)z^{-n}$

z=$re^{j\Omega}$

-apsolutna konvergencija sume garantira i konvergenciju X(z)

-osnovne z transformacije:

x(n)	X(z)
δ(n)	1
δ(n-m)	z^{-m}
μ(n)	$\frac{z}{z-1}$
n μ(n)	$\frac{z}{(z-1)^2}$
n^2 μ(n)	$\frac{z(z+1)}{(z-1)^3}$
n^3 μ(n)	$\frac{z(z^2+4z+1)}{(z-1)^4}$
a^n μ(n)	$\frac{z}{z-a}$
na^n μ(n)	$\frac{az}{(z-a)^2}$
n^2 a^n μ(n)	$\frac{az(z+a)}{(z-a)^3}$
$\frac{\boldsymbol{n(n-1)(n-2)\dots(n-m+1)}}{\boldsymbol{a^m m!}}$	$\frac{z}{(z-a)^{m+1}}$
cos(Ω_0n)μ(n)	$\frac{z(z-\cos(\Omega_0))}{z^2-2\cos(\Omega_0)\,z+1}$
sin(Ω_0n) μ(n)	$\frac{\sin(\Omega_0)\,z}{z^2-2\cos(\Omega_0)\,z+1}$
a^n cos(Ω_0n)μ(n)	$\frac{z(z-a\cos(\Omega_0))}{z^2-2\,a\cos(\Omega_0)\,z+a^2}$
a^n sin(Ω_0n) μ(n)	$\frac{a\sin(\Omega_0)\,z}{z^2-2a\cos(\Omega_0)\,z+a^2}$

-svojstva: 1)linearnost w(n)=a x(n)+b y(n) -> W(z)=a X(z)+b Y(z)

2)pomak Z{x(n+p)}=$z^p[X(z)-\sum_{m=0}^{p-1} x(m)z^{-m}]$

3) Z{x(n-p)}=$z^{-p}[X(z)-\sum_{m=-p}^{-1} x(m)z^{-m}]$

4)konvolucijski zbroj h(n)*u(n)<-^{z}->H(z)U(z)

5)množenje s 'a^n' Y(z)=Z{y(n)}=Z{a^nx(n)}=X($\frac{z}{a}$)

Npr. y(n)=x(n)cos(Ω_0n)=x(n)0.5[$e^{-j\Omega n}$ + $e^{j\Omega n}$]

Z{ x(n)cos(Ω_0n)}=0.5[X(z$e^{j\Omega}$)+X(z $e^{-j\Omega}$)]

6)množenje s 'n' Y(z)=Z{n^p x(n)}=$(-z\frac{d}{dz})^p$X(z)

7)početna vrijednost niza x(0)=$\lim_{z\to\infty} X(z)$

8)konačna vrijednost niza $\lim_{z\to 1}(1-z^{-1})X(z) = \lim_{N\to\infty} x(N)$

-inverzna z transformacija:

1)razvoj u red X(z) =x(0) +x(1)z^{-1}+x(2)z^{-2}+x(3)z^{-3}+... ->
-> x(n) =x(0)δ(n)+x(1)δ(n 1)+x(2)δ(n 2)+x(3)δ(n -3)+...

- razvoj u red za X(z) postizemo dijeljenjem brojnika s nazivnikom

2)rastavom na parcijalne razlomke

-brojnik treba biti polinom veceg reda nego nazivnik, ako nije tako onda se mora dijelit brojnik s nazivnikom

-rastavimo na parcijalne razlomke(postupak ima objasnjen u 14. cijelini 52. slajd) i prepoznamo oblik te ga pretvorimo iz frekvencijske domene u vremensku

Laplaceova transformacija

X(s)=$\int_{0^-}^{\infty} x(t)e^{-st}dt$

s= σ +jω

- L transformacija postoji za sve signale koji ne rastu brze od nekog eksponencijalnog signala Ce^{at} i vrijedi : $\int_{0^-}^{\infty}|x(t)e^{-\sigma t}|dt < \infty$; |x(t)|≤$Ce^{at}$; σ>a

-osnovne L transformacije:

x(t)	X(s)
δ(t)	1
δ(t-τ)	$e^{-s\tau}$

μ(t)	$\frac{1}{s}$
tμ(t)	$\frac{1}{s^2}$
t^j μ(t)	$\frac{j!}{s^{j+1}}$
e^{at}μ(t)	$\frac{1}{s-a}$
te^{at}μ(t)	$\frac{1}{(s-a)^2}$
t^j e^{at}μ(t)	$\frac{j!}{(s-a)^{j+1}}$
cos(bt)μ(t)	$\frac{s}{s^2+b^2}$
sin(bt)μ(t)	$\frac{b}{s^2+b^2}$
e^{-at}cos(bt)μ(t)	$\frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$
e^{-at}sin(bt)μ(t)	$\frac{b}{(s+a)^2+b^2}$
re^{-at}sin(bt+θ)μ(t)	$\frac{(r\cos(\theta)s+(ar\cos(\theta)-br\sin(\theta)}{s^2+2as+(a^2+b^2)}$
re^{-at}sin(bt+θ)μ(t)	$\frac{0.5re^{j\theta}}{s+a-jb}+\frac{0.5re^{-j\theta}}{s+a+jb}$

-svojstva: 1) linearnost w(t)=a x(t)+b y(t) -> W(s)=a X(s)+b Y(s)

2)vremenski pomak L{x(t-τ)μ(t-τ)}=$e^{-s\tau}$X(s)

3)fazni pomak L{x(t)e^{at}}=X(s-a)

4) L{x(at)}=$\frac{1}{a}$x($\frac{s}{a}$)

5)konvolucija L{[x1(t)μ(t)* x2(t)μ(t)]}=X1(s)X2(s)

6)vremenska derivacija L{$\frac{d^j x(t)}{dt^j}$}=s^jX(s)-$\sum_{m=1}^{j} s^{j-m} x^{m-1}(0^-)$

7)integracija u vremenu L{$\int_{0^-}^{t} x(\tau)d\tau$}=$\frac{1}{s}$X(s)

8)frekvencijska derivacija L{$(-t)^j$x(t)}=$\int_{0^-}^{\infty}[(-t)^j\, x(t)e^{-st}dt$=$\frac{d^j}{ds^j}(X(s))$

-inverzna L transformacija:

-rastavom na parcijalne razlomke:

- nazivnik treba biti polinom veceg reda nego brojnik, ako nije tako onda se mora dijelit brojnik s nazivnikom

-rastavimo na parcijalne razlomke(postupak ima objasnjen u 15. cijelini 34. slajd) i prepoznamo oblik te ga pretvorimo iz frekvencijske domene u vremensku