



Sveučilište u Zagrebu
Fakultet elektrotehnike i računarstva
Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija

Svojstva sustava

Druga laboratorijska vježba iz Signala i sustava (FER-2)

Tomislav Petković, Ana Sović, Zvonko Kostanjčar

1. Uvod

Svrha druge laboratorijske vježbe je pojasniti odabrane dijelove gradiva te upoznati vas s upotrebom MATLAB-a kao alata za rješavanje zadataka iz područja analize sustava. Od vas se očekuje da ćete nakon ove vježbe moći uz pomoć MATLAB-a izraditi simulacijske modele sustava te ispitati njihova svojstva.

Po završetku vježbe potrebno je predati rukom pisanu pripremu, te izvještaj s vježbe. Koje zadatke je potrebno napisati u izvještaju reći će vam vaš asistent na početku vježbe. Izvještaj se ne boduje, već se ili **prihvaća** ili **odbija**. Student kojemu je izvještaj odbijen može još jednom predati popravni izvještaj. **U slučaju odbijanja popravnog izvještaja student pada predmet.** Za vrijeme vježbe pisat će se kontrolni test o samoj vježbi. Zato nemojte samo sjediti i prepisivati - razmislite o tome što radite.

2. Priprema

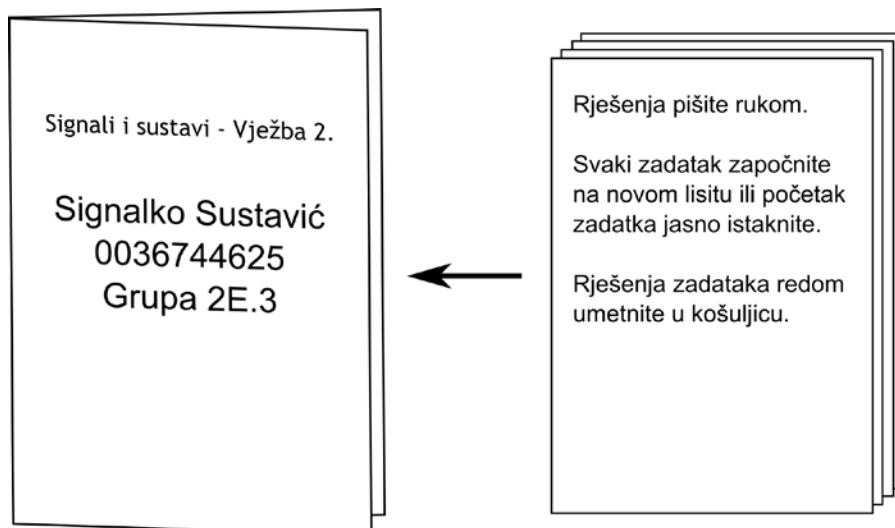
Prije svake vježbe potrebno se pripremiti za vježbu tako da ponovite teoriju s predavanja vezanu uz gradivo vježbe. Za drugu vježbu prisjetite se svega što ste naučili o svojstvima sustava. Za pripremu je potrebno na papir rukom riješiti zadatke obilježene sa **(PRIPREMA)**. Ova priprema se predaju na kraju vježbe zajedno sa izvještajem.

Ako niste upoznati sa Simulinkom prisjetite se kako se isti koristi (vježba [4. sa LiV-a MATLAB](#)). Kao podsjetnik vam osim materijala korištenih na [LiV-u MATLAB](#) može poslužiti i priručnik [Kratke upute za korištenje MATLAB-a](#) koji je dostupan na [stranicama predmeta](#).

3. Izvještaj s vježbe

Izvještaj s vježbe se piše rukom. U zaglavlje svakog papira kojeg ćete koristiti napišite vaše ime i prezime, matični broj (JMBAG) i grupu. Po završetku vježbe sve papire s rješenjima zadataka redom stavite u košuljicu (sredina A4 bilježnice ili presavijeni A3 papir). Na prednjoj strani košuljice napišite redom velikim tiskanim slovima ime predmeta i redni broj vježbe, ime i prezime, matični broj (JMBAG) i grupu kako je prikazano na slici 1. Molimo vas da izvještaje ne stavljate u dodatne fascikle ili plastificirane folije.

Druga vježba se sastoji od šest. Svaki zadatak je podijeljen u podzadatke u kojima je napisano što morate napraviti. U izvještaju ne navodite rješenje svakog zadatka i podzadatka **već samo ono što vam kaže asistent na početku vježbe.**



Slika 1. Izvještaj s vježbe

Početak rješenja svakog zadatka i podzadatka jasno označite tako da uz lijevi rub papira napišete i zaokružite broj zadatka i podzadatka. Također preporučamo da svaki zadatak započnete rješavati na novom listu.

Ako se od vas zahtijeva da skicirate ili nacrtate signal onda svaka skica mora sadržavati jasno označene koordinatne osi i označene karakteristične dijelove signala: minimume, maksimume, prolaskе kroz nulu i točke prekida. Signale koji su diskretni po nezavisnoj varijabli za koje više od 5 uzoraka ima vrijednost različitu od nule skicirajte kao da su kontinuirani te zatim preko nacrtanog kontinuiranog signala točkama označite kako su uzorci raspoređeni oko karakterističnih točaka signala (minimumi, maksimumi, prolasci kroz nulu). Peteljasti prikaz diskretnog signala koristite samo ako signal sadrži 5 ili manje uzoraka.

Ako se od vas zahtijeva da napišete naredbu, prepisete rezultat neke naredbe ili prepisete kod m-skripte u izvještaju napišite što se traži u neizmijenjenom obliku.

Ako se od vas zahtijeva da nacrtate simulacijski blokovski dijagram istog je potrebno precrtati. Prilikom precrtavanja je unutar svakog bloka potrebno označiti njegovu funkciju. Unutar bloka za integriranje ili sumiranje uz oznaku bloka obavezno upisujete korištenu početnu vrijednost. Unutar bloka za pojačanje signala (trokut) dovoljno je upisati vrijednost pojačanja. Nije potrebno prepisivati imena blokova koja se u Simulinku vide ispod blokova.

U računskim zadacima od vas se može tražiti da konačno rješenje istaknete. U tom slučaju konačno rješenje ističete tako da ga zaokružite, podcrtate ili napišete drugom bojom.

Molimo vas da pišete uredno jer izvještaj možemo pregledati i prihvatiti samo ako ga možemo pročitati.

3.1. Simulacijski blokovski dijagrami

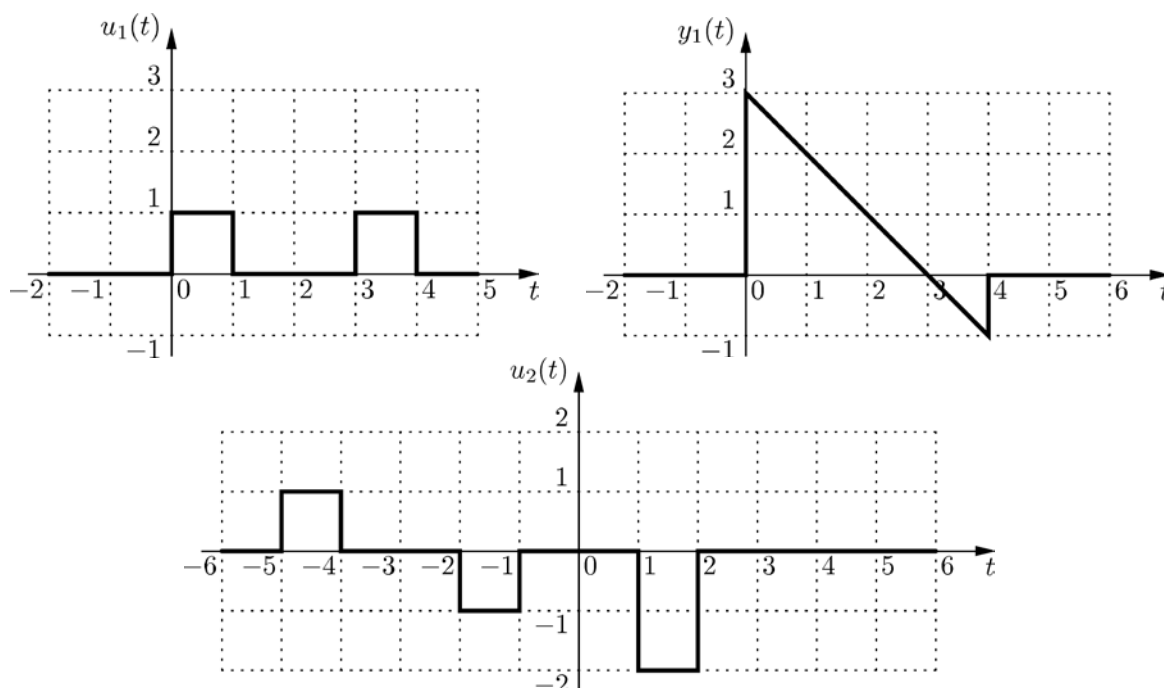
Prvi dio prve laboratorijske vježbe se bavi simulacijskim blokovskim dijagramima.

Zadatak 1. Simulacijski dijagram integratora

(PRIPREMA) Napišite definiciju pojma SIGNAL.

- a) Za sva tri signala sa slike 2. napišite m-funkcije koje kao ulazni argument primaju vrijednost nezavisne varijable te koje vraćaju izračunatu vrijednosti signala.

Korištenjem tih funkcija nacrtajte sva tri zadana signala. Neka se tri datoteke koje sadrže napisane funkcije zovu **u1. m**, **u2. m** i **y1. m**.



Slika 2. Tri kontinuirana signala. Vrijednosti koje nisu nacrtane su jednake nuli.

Kao pomoć navodimo jednu moguću izvedbu funkcije **u1**:

```

1. function y=u1(t)
2. % SIS - Laboratorijske vježbe - zadatak 3. 1-1
3. % Funkcija racuna vrijednost signala u1 za zadani t
4.
5. % Ulazni argument moze biti vektor pa za svaki t racunamo izlaz.
6. for i = 1 : numel(t)
7.     % Vrijednost funkcije je nula za sve zadane t.
8.     y(i) = 0;
9.     % Osim na dva intervala, prvom [0, 1] i drugom [3, 4].
10.    if (0 <= t(i)) & (t(i) <= 1)
11.        y(i) = 1;
12.    end
13.    if (3 <= t(i)) & (t(i) <= 4)
14.        y(i) = 1;
15.    end
16. end

```

Kada smo napisali tražene m-funkcije za crtanje se koristi naredba **plot**. Tako možemo jednostavno usporedbom dobivenih slika i slike 2. provjeriti je li napisani kod ispravan:

```

» t=[ -2: 0.01: 5]; % definiramo trenutke u kojima računamo u1
» plot(t, u1(t))    % crtamo u1 za definirane trenutke t

```

(PRIPREMA) Napišite definiciju pojma SUSTAV.

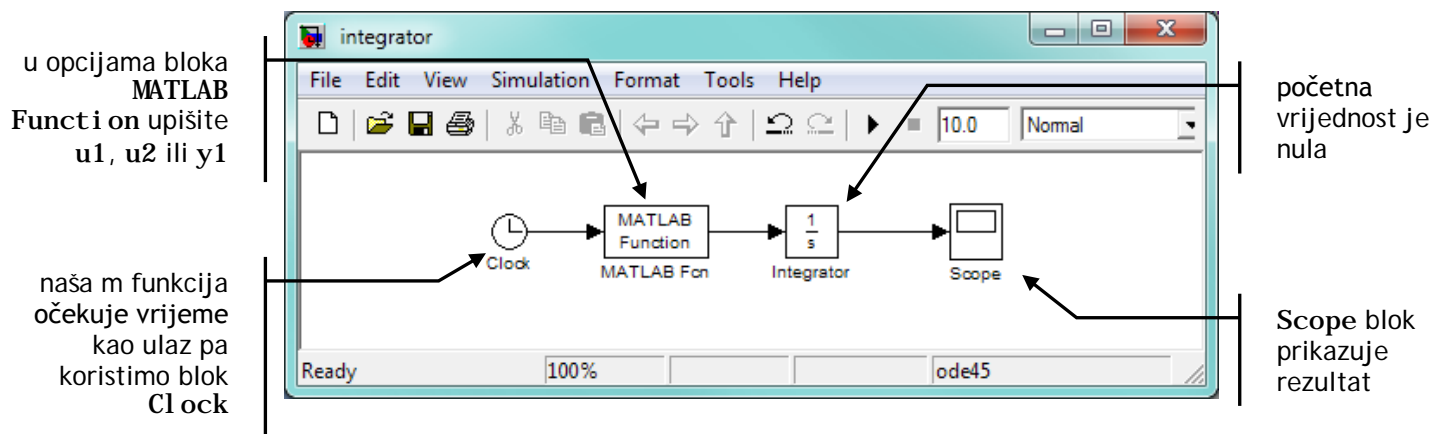
b) Izračunajte integrale sva tri signala sa slike 2., odnosno izračunajte $\int_{-\infty}^t u_1(\tau) d\tau$, $\int_{-\infty}^t u_2(\tau) d\tau$ i $\int_{-\infty}^t y_1(\tau) d\tau$.

(PRIPREMA) Napišite postupak računanja integrala iz podzadatka a), te ih skicirajte.

c) Korištenjem Simulinka nacrtajte simulacijski blokovski dijagram sustava uz pomoć kojega možete provjeriti ispravnost skica iz podzadatka b).

Skicirajte tri signala dobivena integriranjem.

Za rješavanje podzadatka c) se koristi Simulink i m-funkcije **u1**, **u2** i **y1** koje ste napisali u a) dijelu zadatka. Potrebno je unutar Simulinka nacrtati sustav za integriranje koji se sastoji od jednog integratora. Izlaz integratora ćemo spojiti na Scope blok koji služi za prikaz signala, a kao ulaz koristimo napisanu m-funkciju koju ćemo u Simulink dodati pomoću bloka **MATLAB Function** koji se pak nalazi u skupini **User-Defined Functions**. Ulaz u napisanu m-funkciju je vrijeme pa na njen ulaz spajamo izlaz bloka **Clock**. Početna vrijednost integratora neka bude nula.



Slika 3. Simulacijski blokovski dijagram integratora

Ne zaboravite promijeniti vrijeme simulacije tako da počinje u -10 i završava u 10 jer zadane funkcije imaju vrijednosti različite od nule prije nultog trenutka. Vrijeme simulacije se može promijeniti odabirom stavke **Configure Parameters** iz **Simulati on** izbornika.

Nakon pokretanja simulacije rezultat je integral onog signala kojeg ste upisali u **MATLAB Function** blok.

3.2. Svojstva sustava

Drugi dio druge laboratorijske vježbe bavi se svojstvima sustava. Svojstva koja ćemo analizirati su svojstvo memorije, svojstvo kauzalnosti, svojstvo vremenske stalnosti, svojstvo linearnosti i svojstvo stabilnosti.

U svim zadacima je prvo potrebno definirati zadano svojstvo te ga zatim analitički ispitati za zadane sustave. Zatim je potrebno samo za jedan od zadanih sustava nacrtati simulacijski blokovski dijagram kojeg ćete koristiti za provjeru vašeg analitičkog rezultata. Provjera se svodi na ispitivanje vrijedi li neka tvrdnja ili ne korištenjem računala. Najjednostavniji način korištenja računala za dokazivanje odabrane tvrdnje jest traženje protuprimjera kojim pokazujete da tvrdnja ne vrijedi. Da bi mogli koristiti ovaj pristup vašu tvrdnju o sustavu morate iskazati na način da pronalazak protuprimjera bude moguć. Prostor pretraživanja unutar kojeg tražite protuprimjer uključuje sve dozvoljene vrijednosti ulaznih signala i konstanti.

Oznake koje se koriste u zadacima su sljedeće: sa $S[\cdot]$ označavamo sustav, s $u(t)$ ili $u(n)$ označavamo ulazne signale dok s $y(t)$ i $y(n)$ označavamo izlazne signale.

Zadatak 2. Memorija i kauzalnost

U ovom zadatku razmatramo četiri sustava od koji su prva dva vremenski kontinuirana, a druga dva vremenski diskretna:

1. $S_1[u(t)] = 5u(t)$
2. $S_2[u(t)] = 2u(t - 2)$

$$3. S_3[u(n)] = u(n - 2)$$

$$4. S_4[u(n)] = u(n + 2)$$

(PRIPREMA) Napišite definiciju memorijskog sustava.

(PRIPREMA) Napišite definiciju kauzalnog sustava.

a) Za svaki od zadanih sustava analitički ispitajte ima li sustav memoriju ili nema.

b) Za svaki od zadanih sustava analitički ispitajte je li sustav kauzalan ili nije.

(PRIPREMA) Za drugi (S_2) i četvrti (S_4) od zadana četiri sustava napišite postupak ispitivanja kojeg ste koristili u podzadacima a) i b).

c) Za drugi (S_2) od zadana četiri sustava nacrtajte simulacijski blokovski dijagram u Simulinku. Blok za kašnjenje signala se zove **Transport Delay**.

Skicirajte nacrtani simulacijski blokovski dijagram.

d) Korištenjem simulacijskog blokovskog dijagrama iz prethodnog podzadatka ispitajte (dakle dokažite ili opovrgnite) vaš tvrdnju o tome posjeduje li sustav S_2 memoriju ili ne.

(PRIPREMA) Opišite kako ćete korištenjem računala ispitati ima li sustav memoriju. Možete li korištenjem računala ispitati je li sustav bezmemorijski? Objasnite!

Precrtajte simulacijski blokovski dijagram kojeg ste koristili prilikom ispitivanja svojstva memorije. Za ovu skicu nije potrebno precrtavati unutrašnji izgled sustava S_2 već izvedbu sustava S_2 u vašoj skici možete zamijeniti jednim blokom unutar kojeg upišete oznaku sustava S_2 . Ostale elemente koje koristite za ispitivanje je potrebno precrtati.

Skicirajte ulazne signale koje ste koristili i izlazne signale koji ste dobili. Temeljem tih signala objasnite zašto ste zaključili da sustav ima ili nema memoriju.

Zadatak 3. Vremenska stalnost

U ovom zadatku razmatramo četiri sustava od koji su prva dva vremenski kontinuirana, a druga dva vremenski diskretna:

$$1. S_1[u(t)] = 5u(t)$$

$$2. S_2[u(t)] = \sin(t)u(t)$$

$$3. S_3[u(n)] = (-1)^n u(n)$$

$$4. S_4[u(n)] = e^{j\pi n} u(n)$$

(PRIPREMA) Napišite definiciju vremenski stalnog (nepromjenjivog) sustava.

a) Za svaki od zadanih sustava analitički ispitajte je li sustav vremenski stalan ili nije.

(PRIPREMA) Za drugi (S_2) i treći (S_3) od zadana četiri sustava napišite postupak ispitivanja kojeg ste koristili u podzadatku a).

b) Za treći (S_3) od zadana četiri sustava nacrtajte simulacijski blokovski dijagram u Simulinku.

Skicirajte nacrtani simulacijski blokovski dijagram.

c) Korištenjem simulacijskog blokovskog dijagrama iz prethodnog podzadatka ispitajte (dakle dokažite ili opovrgnite) vaš tvrdnju o tome je li sustav S_3 vremenski stalan ili nije.

(PRIPREMA) Opišite kako ćete korištenjem računala ispitati je li sustav vremenski stalan ili nije. Možete li korištenjem računala ispitati je li sustav vremenski stalan? Objasnite!

Precrtajte simulacijski blokovski dijagram kojeg ste koristili prilikom ispitivanja vremenske stalnosti sustava. Za ovu skicu nije potrebno precrtavati unutrašnji izgled sustava S_3 već izvedbu sustava S_3 u vašoj skici možete zamijeniti jednim blokom unutar

kojeg upišete oznaku sustava S_3 . Ostale elemente koje koristite za ispitivanje je potrebno precrtati.

Skicirajte ulazne signale koje ste koristili i izlazne signale koji ste dobili. Temeljem tih signala objasnite zašto ste zaključili da sustav jest ili nije vremenski stalan.

Zadatak 4. Linearnost

U ovom zadatku razmatramo četiri sustava od koji su prva dva vremenski kontinuirana, a druga dva vremenski diskretna:

1. $S_1[u(t)] = 5u(t)$
2. $S_2[u(t)] = tu(t) + 3$
3. $S_3[u(n)] = u(n) + 2u(n-1)$
4. $S_4[u(n)] = \exp(u(n))$

(PRIPREMA) Napišite definiciju linearnosti sustava. Objasnite što je aditivnost i što je homogenost.

- a) Za svaki od zadanih sustava analitički ispitajte je li sustav linearan ili nije.

(PRIPREMA) Za drugi (S_2) i treći (S_3) od zadana četiri sustava napišite postupak ispitivanja kojeg ste koristili u podzadatku a).

- b) Za drugi (S_2) od zadana četiri sustava nacrtajte simulacijski blokovski dijagram u Simulinku.

Skicirajte nacrtani simulacijski blokovski dijagram.

- c) Korištenjem simulacijskog blokovskog dijagrama iz prethodnog podzadatka ispitajte (dakle dokažite ili opovrgnite) vaš tvrdnju o tome je li sustav S_2 linearan ili nije.

(PRIPREMA) Opišite kako ćete korištenjem računala ispitati je li sustav nelinearan ili nije. Možete li korištenjem računala ispitati je li sustav linearan? Objasnite!

Precrtajte simulacijski blokovski dijagram kojeg ste koristili prilikom ispitivanja linearnosti sustava. Za ovu skicu nije potrebno precrtavati unutrašnji izgled sustava S_2 već izvedbu sustava S_2 u vašoj skici možete zamijeniti jednim blokom unutar kojeg upišete oznaku sustava S_2 . Ostale elemente koje koristite za ispitivanje je potrebno precrtati.

Skicirajte ulazne signale koje ste koristili i izlazne signale koji ste dobili. Temeljem tih signala objasnite zašto ste zaključili da sustav jest ili nije linearan.

Zadatak 5. Vanjska (BIBO) stabilnost sustava

U ovom zadatku razmatramo četiri sustava od koji su prva dva vremenski kontinuirana, a druga dva vremenski diskretna:

1. $S_1[u(t)] = \begin{cases} \int_{0^-}^t u(t)e^{-2t} dt, & 0 \leq t \\ 0, & 0 > t \end{cases}$
2. $S_2[u(t)] = \begin{cases} \int_{0^-}^t u(t) dt, & 0 \leq t \\ 0, & 0 > t \end{cases}$
3. $S_3[u(n)] = \begin{cases} \sum_{k=0}^n u(k)2^k, & 0 \leq n \\ 0, & 0 > n \end{cases}$
4. $S_4[u(n)] = \begin{cases} \sum_{k=0}^n u(k)2^{-k}, & 0 \leq n \\ 0, & 0 > n \end{cases}$

(PRIPREMA) Napišite definiciju vanjske (odnosno BIBO) stabilnosti sustava. Što znači kratica BIBO?

- a) Za svaki od zadanih sustava analitički ispitajte je li sustav BIBO stabilan ili nije.

(PRIPREMA) Za drugi (S_2) od zadana četiri sustava napišite postupak ispitivanja kojeg ste koristili u podzadatku a).

- b) Za drugi (S_2) od zadana četiri sustava nacrtajte simulacijski blokovski dijagram u Simulinku.

Skicirajte nacrtani simulacijski blokovski dijagram.

- c) Korištenjem simulacijskog blokovskog dijagrama iz prethodnog podzadatka ispitajte (dakle dokažite ili opovrgnite) vaš tvrdnju o tome je li sustav S_2 BIBO stabilan ili nije.

(PRIPREMA) Opišite kako ćete korištenjem računala ispitati je li sustav BIBO nestabilan ili nije. Možete li korištenjem računala ispitati je li sustav stabilan? Objasnite!

Precrtajte simulacijski blokovski dijagram kojeg ste koristili prilikom ispitivanja BIBO stabilnosti sustava. Za ovu skicu nije potrebno precrtavati unutrašnji izgled sustava S_2 već izvedbu sustava S_2 u vašoj skici možete zamijeniti jednim blokom unutar kojeg upišete oznaku sustava S_2 . Ostale elemente koje koristite za ispitivanje je potrebno precrtati.

Skicirajte ulazne signale koje ste koristili i izlazne signale koji ste dobili. Temeljem tih signala objasnite zašto ste zaključili da sustav jest ili nije BIBO stabilan.

Zadatak 6. Linearni vremenski stalan sustav

Promatramo neki linearni vremenski stalan sustav (u daljnjem tekstu LTI sustav, od eng. *Linear Time Invariant*). Jedino što znamo o tom LTI sustavu jest da kada na ulaz tog sustava dovedemo signal $u_1(t)$ sa slike 2. iz zadatka 1., na izlazu sustava dobivamo signal $y_1(t)$ sa iste slike.

- a) Poznavanjem svojstava sustava (linearnost i vremenska stalnost) odredite odziv sustava na pobudu $u_2(t)$ sa slike 2. iz zadatka 1.
- b) Kreirajte model sustava u MATLAB-u ili Simulinku kojim ćete potvrditi vašu slutnju iz prvog dijela zadatka.

4. Literatura

1. John R. Buck, Michael M. Daniel, Andrew C. Singer, *Computer Explorations in Signals and Systems using Matlab*, 2nd edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2002.
2. H. Babić, *Signali i sustavi (zavodska skripta)*, FER, Zagreb 1996.,
http://sis.zesoi.fer.hr/predavanja/pdf/sis_2001_skripta.pdf
3. Edward A. Lee, Pravin Varaiya, *Structure and Interpretation of Signals and Systems*, Addison Wesley, 2003.
4. T. Petković, Z. Kostanjčar, M. Budišić, B. Jeren, *Upute za laboratorijske vježbe iz Signala i sustava*, FER, Zagreb, svibanj 2006.
http://sis.zesoi.fer.hr/laboratorij/pdf/upute_za_vjezbe_20060509.pdf
5. T. Petković, *Kratke upute za korištenje MATLAB-a*, FER, Zagreb, travanj 2005.
http://www.fer.hr/download/repository/matlab_upute.pdf
6. MATLAB Technical Documentation, The MathWorks,
<http://www.mathworks.com/help/techdoc/>
7. Simulink Technical Documentation, The MathWorks,
<http://www.mathworks.com/help/toolbox/simulink/>
8. Signal Processing Toolbox Technical Documentation, The MathWorks,
<http://www.mathworks.com/help/toolbox/signal/>