Pomocni salabahteri is SIS-a

Ovo je pisano za osobne svrhe

Ali mozda vam posluzi

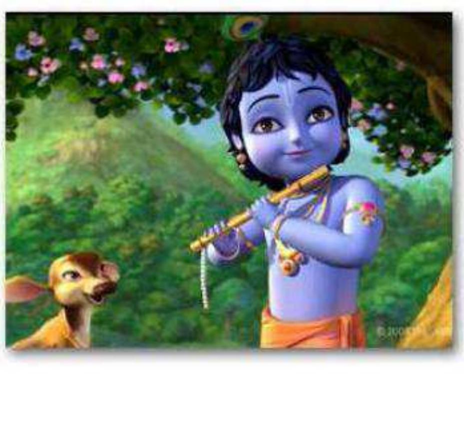
Uzivajte .. ako budete ista razumili ☺

P.S.

Neodgovaram za nekakve greske...

For help www.avadhuta.hr ☺

By bh.Filip



KAUZALNI - ovise o sadašnjoj ili pobudi iz prošlosti $\Rightarrow$ (BEZMEMORIJSKI AKO GLEDA U SADAŠNJOST)

NEKAUZALNI - ovise o pobudi iz budućnosti (MEMORIJSKI)

(uvrstimo broj u t, i gledamo gdje gleda odziv)

MEMORIJSKI - dali treba pamtit neku vrijednost (BEZMEMORIJSKI $\Rightarrow$ TRENUTNA POBUDA)

LINEARNOST $\Rightarrow$ MORA ZADOVOLJAVATI: ADITIVNOST & HOMOGENOST

$$S(\alpha u) = \alpha S(u) \qquad S(\alpha u_1 + \beta u_2) = S(\alpha u_1) + S(\beta u_2)$$

1. napišemo : $u(t) = \alpha u_1(t) + \beta u_2(t)$ (A)

$\rightarrow$ zatim u $u(t)$ uvrstimo $u(\ldots)$ iz zadatka

npr. $u(t^2) = \alpha u_1(t^2) + \beta u_2(t^2)$

$\rightarrow$ vratimo u $y(t)$ zadani

npr. $y(t) = t\,u(t^2) \Rightarrow y(t) = t\left[\alpha u_1(t^2) + \beta u_2(t^2)\right]$

$\rightarrow$ pomnožimo i rastavimo $\Rightarrow y(t) = \alpha t u_1(t^2) + \beta t u_2(t^2)$

2. zadanu jedn. napišem na 2. djela $y_1(t)$ & $y_2(t)$

npr $y_1(t) = t u_1(t^2)$, $y_2(t) = t u_2(t^2)$

$\rightarrow$ zatim ih pomnožimo sa konstantama i zbrojimo

$$y(t) = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t) \Rightarrow \alpha t u_1(t^2) + \beta t u_2(t^2)$$

3. gledamo jesu jednaki rezultati iz 1. & 2.

VREMENSKA PROMJENJIVOST: mora bit isto ako signal propustimo kroz sustav, pa zakasnimo ILI zakasnimo, pa kroz sustav

1. u zadani signal u pobudu $u(t)$ dodamo $-T$

$y(t) = 3u(t+4) \Rightarrow S(u(t-T)) = 3u(t+4-T)$

2. u zadanom signalu svaki t zamjenimo sa $t-T$

$y(t) = t\,u(t^2) \Rightarrow y(t-T) = (t-T)\,u\left[(t-T)^2\right]$

3. moraju odzivi 1. & 2. bit isti

INTEG = STR 6 2.1. PDF / PARALELNI & KASKADNI SPOJ } 9tj. avd rješ 5,6 zad

KONVOLUCIJA

$$y(n) = u(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} u(m)\, h(n-m)$$

h - impulsni odziv

u - pobuda

$$y(t) = u(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\, h(t-\tau)\, dt$$

Svojstva konvolucije

* Komutativnost $\Rightarrow (x_1 * x_2)(t) = (x_2 * x_1)(t)$
* Distributivnost $\Rightarrow (x_1 * (x_2 + x_3))(t) = (x_1 * x_2 + x_1 * x_3)(t)$
* Asocijativnost $\Rightarrow (x_1 * (x_2 * x_3))(t) = ((x_1 * x_2) * x_3)(t)$
* Pomak $\Rightarrow y(t) = x_1(t) * x_2(t)$; $x_1(t-\tau_1) * x_2(t-\tau_2) = y(t - T_1 - T_2)$
* Konvolucija s impulsom $\Rightarrow x(t) * \delta(t_0) = x(t_0)$

{ DISKRETNI SUSTAVI }

! čim je $\mu(n)$, u svakom rješenju treba napisat, ≥ 0 !

HOMOGENO RJEŠENJE: * uvrstimo zamjenu $y_h[n] = C q^n$

* izlučimo najmanji q^n, te izračunamo q_1, q_2.

⇒ 1. ako su jednostruki q ($q_1 \neq q_2 \neq q_3$): $y_h(n) = C_1 q_1^n + C_2 q_2^n + C_3 q_3^n$

⇒ 2. ako se q ponavljaju (višestruki $q_1 = q_2$): $y_h(n) = C_1 q_1^n + (C_2 + C_3 n + C_4 n^2) q_{2,3,4}^n$

⇒ 3. ako su kompleksni ($a \pm bj$): - prebacimo u polarne $q_{1,2} = r \cdot e^{\pm j\varphi}$

$y_h(n) = r^n (A\cos(\varphi n) + B\sin(\varphi n))$

$r = \sqrt{a^2+b^2}$ $\varphi = \operatorname{arctg}\frac{b}{a}$

PARTIKULARNO RJEŠENJE:

	Pobuda	npr.	Partikularni oblik $= y_p(n)$	Skraćeni part. oblik
1.	A - konst.	$5 \cdot \mu(n)$	K	
2.	$A \cdot r^n, r \neq q$	$5 \cdot 4^n \cdot \mu(n)$	$K \cdot r^n$	$K \cdot r^n \cdot n^z$ z - koliko puta se ponavlja q
3.	$A \cdot r^n, r = q$	! $5 \cdot 1^n \cdot \mu(n)$!	$K \cdot r^n \cdot n$	
4.	$A \cdot n^M$	$(1+n^3)\mu(n)$	$K_0 + K_1 n + \dots + K_M n^M$	$(K_0 + K_1 n + \dots + K_M n^M) \cdot r^n \cdot n^z$
5.	$r^n \cdot n^M$	$(n+1) \cdot 5^n \mu(n)$	$(K_0 + K_1 n + \dots K_M n^M) \cdot r^n$	

! ako je $q = 1$! jer se može pisati: $1^n = 1$ pa ide [$4 \cdot 1^n, \mu(n)$]

! pazi kad $y_p[n] = K_0 + K_1$ kad se uvrštava u $y_p(n-1) =$
$= K_0 + K_1(n-1) =$
$= K_0 + K_1 n - K_1$

MIRNI ODZIV: $y_m(n) = y_h(n) + y_p(n)$

* $y(-1) = y(-2) = 0$ ⇒ početni uvjeti $= 0$

* iz ovih izračunamo $y(0), y(1)$ i uvrstimo u $y_m(n)$

NEPOBUĐENI ODZIV: $y_n(n) = y_{h\,\text{HOMOGEN}}(n)$

* računamo sa uvjetima prije pobude

→ ako počima u 0, onda sa $y(-1), y(-2)$

TOTALNI ODZIV: $y_T(n) = y_h(n) + y_p(n)$

* uvrstimo $y(0), y(1)$ ⇒ dobivene iz zadanih $y(-1), y(-2)$

2. NAČIN $y_T(n) = y_m(n) + y_n(n)$ ⇒ MIRNI + NEPOBUĐENI

PRISILNI: partikularni dio totalnog odziva

NPR. rješenje tot. odz ⇒ $y_T(n) = \underbrace{-9 \cdot 3^n}\overbrace{+4+n}$

PRIRODNI: homogeni dio totalnog odziva

IMPULSNI: ... = 1 za $y(0)$, a ... = 0, za $y(-1), y(-2)$

UVRSTIMO $C_{1,2} \dots$ U HOMOGENU

RAČUNAMO ŽELJENIH POČETNIH UVJETA:

* u početnoj jedn. izlučimo $y(n)$

* zatim umjesto n, uvrstimo traženi broj (počevši od manjeg), $y(0) = \dots$ $y(0-1) = 4$

* a desno već zadano $y(-1)$.

RAČUNAMO ODZIV-a:

* željene početne uvjete uvrstimo u jedn. odziva

$y_m(0) = C_1 \dots = 4 \rightarrow y(0) = 4$ ZADANI

* sredimo i izračunamo $C_1, C_2 \dots$ i vratimo nazad

* ako je nepobuđen ($\mu(n) = 0$), onda odma C_1 tražimo za $y_h(n)$

KONTINUIRANI SUSTAVI

HOMOGENO RJEŠENJE: zamjena $y_h(t)=Ce^{st}$ $\qquad \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

* $y''_h+2y'_h+y_h=0 \rightarrow Ce^{st}(\underbrace{s^2+2s+1}_{s_1,\,s_2})=0$
* jednostruke (neponavljaju se): $y_h(t)=C_1e^{s_1t}+C_2e^{s_2t}+C_3e^{s_3t}$
* višestruke (ponavljaju se): $y_h(t)=C_1e^{s_1t}+(C_2+C_3t)e^{s_{2,3}t}$
* kompleksne ($\sigma\pm j\omega$): $y_h(t)=e^{\sigma t}\left[A\cos(\omega t)+B\sin(\omega t)\right]$

! PAZIT NA ≥ 0 !

! PAZIT NA $s=0$!

DERIVACIJA $\left(\frac{a}{b}\right)'=\frac{a'b-ab'}{b^2}$

PARTIKULARNO RJEŠENJE:

	Pobuda $u(t)$	npr	Partikularni oblik $y_p(t)$
1.	A (konst)	$4\mu(t)$	K
2.	Ae^{st}	$2e^{-3t}\mu(t)$	$Ke^{st}t^k$ — k - koliko se puta pojavljuje kao s
3.	t^M	$(t^3+1)\mu(t)$	$K_0+K_1t^1+\dots+K_Mt^M$
4.	t^Me^{st}	$t^2e^{4t}\mu(t)$	$(K_0+K_1t^1+\dots+K_Mt^M)e^{st}t^k$

! Pazit za $s=0$, jer se može pisati kao e^{0t}, pa je $3e^{0t}\mu(t)$!

kod uvrštavanja $y_p(t)$ u početnu, moramo izračunati i deriv. $y_p'(t), y_p''(t)$

OPĆE DIF. JEDN. SUSTAVA

(1) $a_0y'+a_1y=b_0u'+b_1u$

(2) $a_0y''+a_1y'+a_2y=b_0u''+b_1u'+b_2u$

(3) $a_0y'''+a_1y''+a_2y'+a_3y=b_0u'''+b_1u''+b_2u'+b_3u$

$u(t)=A\cos(\omega_0 t)$; $A\sin(\omega_0 t)$

$y_p(t)=K_1\cos(\omega_0 t)+K_2\sin(\omega_0 t)$

TOTALNI ODZIV: $y_T(t)=y_h(t)+y_p(t)$

* uvrštavaju se $y(0^+), y'(0^+)$

(2. NAČIN) $y_T(t)=y_M(t)+y_N(t)$

• **MIRNI ODZIV:** $y_M(t)=y_h(t)+y_p(t)$

• * uvrštavaju se $y(0^+), y(0^-)$, s tim da se dobiju iz $y(0^-)=y'(0^-)=0$

(! $y(0^+)=y(0^-)\Rightarrow 0$, $y'(0^+)=y'(0^-)\Rightarrow 0$!)

NEPOBUĐENI ODZIV: $y_N(t)=y_h(t)$

* uvrštavaju se $y(0^-), y'(0^-)$

PRISILNI: partikularni dio totalnog

NPR. REZ TOTALNOG $\Rightarrow y(t)=1+5e^{t}-2e^{-t}-6t$

PRIRODNI: homogeni dio totalnog

IMPULSNI ODZIV: $h_A(t)=y_h(t)$! DERIVACIJA $D^m h_A(t)=h_A^{(m)}(t)$

* uvrstimo $h_A(0^+)=0$, $h_A'(0^+)=1$, te dobijemo $h_A(t)$
* usporedimo sa jedn. sustava, da dobijemo a_0,a_1,b_0,b_1
* raspišemo po formuli (ovisno o N, M), te uvrstimo a_i, b_i.

$$h(t)=\begin{cases}\sum_{m=0}^{M}(b_{N-m}D^m)\cdot h_A(t), & t\geq 0,\ N>M\\ b_0\delta(t)+\sum_{m=0}^{M}(b_{N-m}D^m)h_A(t), & t\geq 0,\ N=M\end{cases}$$

N - RED SUSTAVA, M - NAJVEĆA DERIV. POBUDE

RAČUNANJE POČETNIH UVJETA: $y(0^-)=y(0^+)$

* ako nema derivacije $u(t)\Rightarrow y'(0^-)=y'(0^+)$
* ako ima onda zadanu jedn. usporedimo sa općim dif. jedn., te dobijemo $a_0,a_1,b_0,b_1,\dots$

→ zatim izaberemo neki izraz (niže), za koji nam red treba poč. uvjet, te raspišemo, zamijenimo Δy i uvrstimo zadane poč. uvjete

$$\Delta y=b_0u(0^+)$$

$$\Delta y^{(1)}+a_1\Delta y=b_0u^{(1)}(0^+)+b_1u(0^+)$$

$$\Delta y^{(2)}+a_1\Delta y^{(1)}+a_2\Delta y=b_0u^{(2)}(0^+)+b_1u^{(1)}(0^+)+b_2u(0^+)$$

gdje je $\Delta y^{(i)}=y^{(i)}(0^+)-y^{(i)}(0^-)$

AKO SUSTAV IMA 2 POBUDE $(=u_1(t)-u_2(t))$

* PAZIT KOD PARTIKULARNOG !

→ prvo računamo samo za $u_1(t)$ (kao da $u_2(t)$ nepostoji), i zatim za $u_2(t)$

→ te zbrojimo $y_p(t)=y_{p1}(t)+y_{p2}(t)$

OTIPKAVANJE:

*da nedođe do aliasinga $f_s \geq 2f_0$ → max. freku. u zadanom signalu

FREKV. OTIPKAVANJA $f = \frac{\omega}{2\pi}$

* otipkali sa f_s $T_s = \frac{1}{f_s}$ / supstitucija → $t = nT_s$ ⇒ $X(nT_s)$ – umjesto t uvrstimo sups.

npr./ $T_s = \frac{\pi}{12}$

$$X(nT_s) = 4\cos(3nT_s) + 6\sin(6nT_s)$$

$$X(n) = 4\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) + 6\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)$$

PERIODIČNOST: *za diskretne:

+ izlučimo ω i uvrstimo u $N = \frac{2\pi k}{\omega}$

→ ako u rezultatu imam π → neperiodična

→ ako u rezultatu nema π → periodičan

+ onda tražimo k za koji će biti periodičan, tj. da ostane samo brojnik.

→ ako je $N = 8k$ → $N = 8$

*za KONTINUIRANE: umjesto t uvrstimo $(t+T)$, postavimo i poništimo VIŠAK

→ Temeljni period kada izlučimo višak (ω), računamo za $k=1$ $(2T = 2k\pi)$

→ ako je ograničen na neki dio ili ima μ ili e NEPERIODIČAN

PERIODIČNI SIGNAL: ENERG...