



Sveučilište u Zagrebu  
Fakultet elektrotehnike i računarstva  
Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija

# Svojstva sustava

## Druga laboratorijska vježba iz Signala i sustava (FER-2)

Tomislav Petković, Ana Sović, Zvonko Kostanjčar

### 1. Uvod

Svrha druge laboratorijske vježbe je pojasniti odabrane dijelove gradiva te upoznati vas s upotrebom MATLAB-a kao alata za rješavanje zadataka iz područja analize sustava. Od vas se očekuje da ćete nakon ove vježbe moći uz pomoć MATLAB-a izraditi simulacijske modele sustava te ispitati njihova svojstva.

Vježbu možete izraditi samostalno kod kuće, samostalno u fakultetskim laboratorijima koji su otvoreni za studentski rad ili uz pomoć nastavnika/demonstratora u terminima koji će biti rezervirani po potrebi. Obzirom da se termini rezerviraju po potrebi studenti koji žele raditi pojedinu vježbu uz pomoć nastavnika/demonstratora moraju se za to prijaviti putem Ferka.

Ukoliko ste se prijavili za izvođenje vježbi uz pomoć nastavnika/demonstratora obavezni ste doći u termin u koji ste raspoređeni. U tome terminu imat ćete svu pomoć i podršku pri izradi vježbe što će rezultirati lakšim i bržim svladavanjem gradiva, boljim razumijevanjem, te će vam se pružiti mogućnost postavljanja pitanja i dobivanja odgovora u najkraćem roku. U slučaju spriječenosti molimo vas da nas pravovremeno o tome obavijestite e-poštom.

Bez obzira na način kojeg ste odabrali za izradu vježbe (samostalno ili uz pomoć nastavnika/demonstratora) po završetku vježbe potrebno je predati rukom pisani izvještaj s vježbe. Izvještaj se ne boduje, već se ili **prihvaća** ili **odbija**. Student kojemu je izvještaj odbijen može još **jednom** predati popravni izvještaj. U slučaju odbijanja popravnog izvještaja student pada predmet.

### 2. Priprema

Prije svake vježbe potrebno se pripremiti za vježbu tako da ponovite teoriju s predavanja vezanu uz gradivo vježbe. Za drugu vježbu prisjetite se svega što ste naučili o svojstvima sustava.

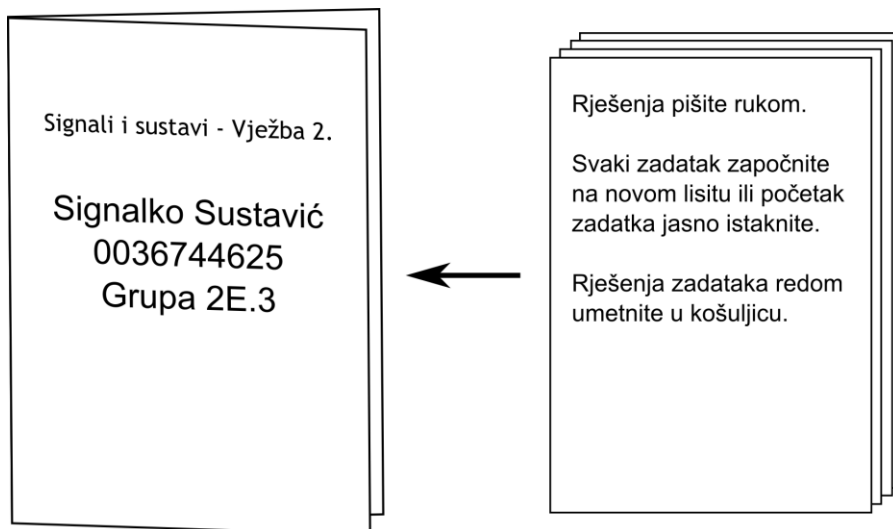
Ako niste upoznati sa Simulinkom prisjetite se kako se isti koristi (vježba [4.](#) sa [LiV-a MATLAB](#)). Kao podsjetnik vam osim materijala korištenih na [LiV-u MATLAB](#) može poslužiti i priručnik [Kratke upute za korištenje MATLAB-a](#) koji je dostupan na [stranicama predmeta](#).

### 3. Izvještaj s vježbe

Izvještaj s vježbe se piše rukom. U zaglavlje svakog papira kojeg ćete koristiti napišite vaše ime i prezime, matični broj (JMBAG) i grupu. Po završetku vježbe sve papire s rješenjima zadataka redom stavite u košuljicu (sredina A4 bilježnice ili presavijeni A3 papir). Na prednjoj strani košuljice napišite redom velikim tiskanim slovima ime predmeta i redni broj vježbe, ime i prezime, matični broj (JMBAG) i grupu kako je prikazano na slici 1. Molimo vas da izvještaje ne stavljate u dodatne fascikle ili

plastificirane folije.

Druga vježba se sastoji od šest zadataka. Svaki zadatak je podijeljen u podzadatke u kojima je napisano što morate napraviti. U izvještaju ne navodite rješenje svakog zadatka i podzadatka već samo ono što je navedeno uz oznaku **(IZVJEŠTAJ)** koja se nalazi uvijek na lijevoj margini.



Slika 1. Izvještaj s vježbe

Početak rješenja svakog zadatka i podzadatka jasno označite tako da uz lijevi rub papira napišete i zaokružite broj zadatka i podzadatka. Također preporučamo da svaki zadatak započnete rješavati na novom listu.

Ako se od vas zahtijeva da skicirajte ili nacrtate signal onda svaka skica mora sadržavati jasno označene koordinatne osi i označene karakteristične dijelove signala: minimume, maksimume, prolaskе kroz nulu i točke prekida. Signale koji su diskretni po nezavisnoj varijabli za koje više od 5 uzoraka ima vrijednost različitu od nule skicirajte kao da su kontinuirani te zatim preko nacrtanog kontinuiranog signala točkama označite kako su uzorci raspoređeni oko karakterističnih točaka signala (minimumi, maksimumi, prolasci kroz nulu). Peteljasti prikaz diskretnog signala koristite samo ako signal sadrži 5 ili manje uzoraka.

Ako se od vas zahtijeva da napišete naredbu, prepisite rezultat neke naredbe ili prepisite kod m-skripte u izvještaju napišite što se traži u neizmijenjenom obliku.

Ako se od vas zahtijeva da nacrtate simulacijski blokovski dijagram istog je potrebno precrtati. Prilikom precrtavanja je unutar svakog bloka potrebno označiti njegovu funkciju. Unutar bloka za integriranje ili sumiranje uz oznaku bloka obavezno upisujete korištenu početnu vrijednost. Unutar bloka za pojačanje signala (trokut) dovoljno je upisati vrijednost pojačanja. Nije potrebno prepisivati imena blokova koja se u Simulinku vide ispod blokova.

U računskim zadacima od vas se može tražiti da konačno rješenje istaknete. U tom slučaju konačno rješenje ističete tako da ga zaokružite, podcrtate ili napišete drugom bojom.

Molimo vas da pišete uredno jer izvještaj možemo pregledati i prihvatiti samo ako ga možemo pročitati.

### 3.1. Simulacijski blokovski dijagrami

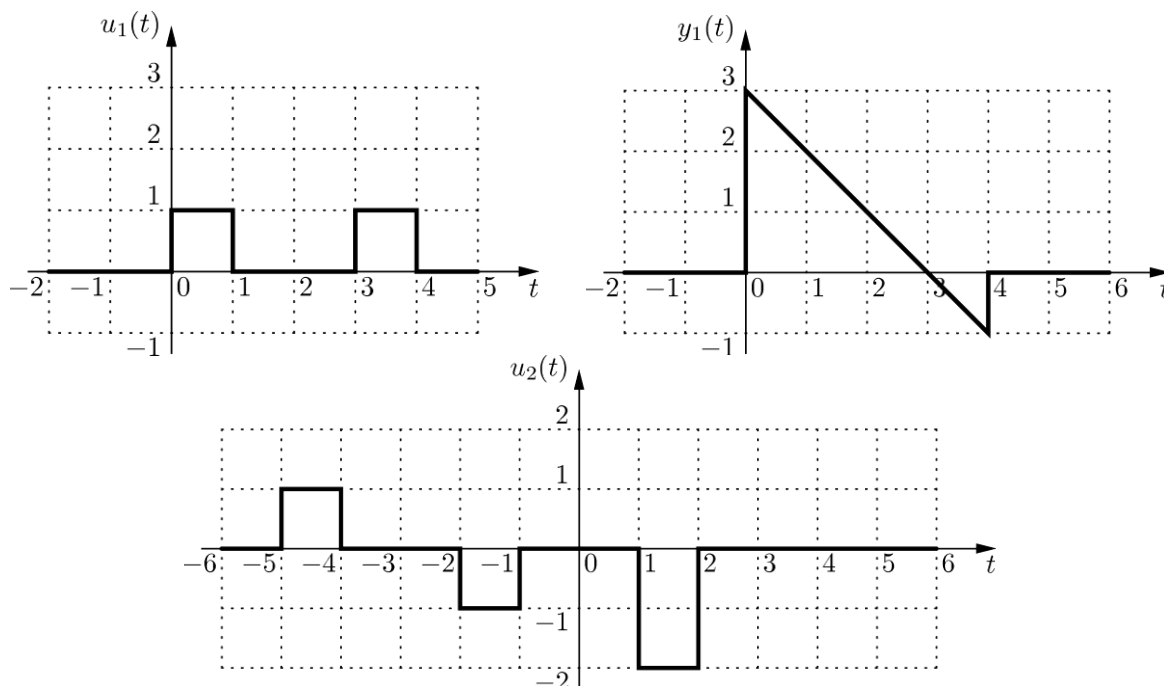
Prvi dio prve laboratorijske vježbe se bavi simulacijskim blokovskim dijagramima.

### 30 minuta<sup>1</sup> Zadatak 1. Simulacijski dijagram integratora

(IZVJEŠTAJ) Napišite definiciju pojma SIGNAL.

- a) Za sva tri signala sa slike 2. napišite m-funkcije koje kao ulazni argument primaju vrijednost nezavisne varijable te koje vraćaju izračunatu vrijednosti signala. Korištenjem tih funkcija nacrtajte sva tri zadana signala. Neka se tri datoteke koje sadrže napisane funkcije zovu u1.m, u2.m i y1.m.

(IZVJEŠTAJ) U izvještaj prepišite kod funkcija u1.m, u2.m i y1.m.



Slika 2. Tri kontinuirana signala. Vrijednosti koje nisu nacrtane su jednake nuli.

Kao pomoć navodimo jednu moguću izvedbu funkcije u1:

```
1. function y=u1(t)
2. % SIS - Laboratorijske vježbe - zadatak 3.1-1
3. % Funkcija računa vrijednost signala u1 za zadani t
4.
5. % Ulazni argument može biti vektor pa za svaki t računamo izlaz.
6. for i = 1 : numel(t)
7.     % Vrijednost funkcije je nula za sve zadane t.
8.     y(i) = 0;
9.     % Osim na dva intervala, prvom [0,1] i drugom [3,4].
10.    if (0 <= t(i)) & (t(i) <= 1)
11.        y(i) = 1;
12.    end
13.    if (3 <= t(i)) & (t(i) <= 4)
14.        y(i) = 1;
15.    end
16. end
```

Kada smo napisali tražene m-funkcije za crtanje se koristi naredba plot. Tako možemo jednostavno usporedbom dobivenih slika i slike 2. provjeriti je li napisani kod ispravan:

```
» t=[-2:0.01:5]; % definiramo trenutke u kojima računamo u1
```

<sup>1</sup> Istaknuto vrijeme u minutama je okvirno i odnosni se na pripremljenog studenta koji zna teorijsko gradivo vježbe jer je pažljivo slušao predavanja te koji dobro vlada MATLAB-om.

» plot(t, u1(t))

% crtamo u1 za definirane trenutke t

(IZVJEŠTAJ) Napišite definiciju pojma SUSTAV.

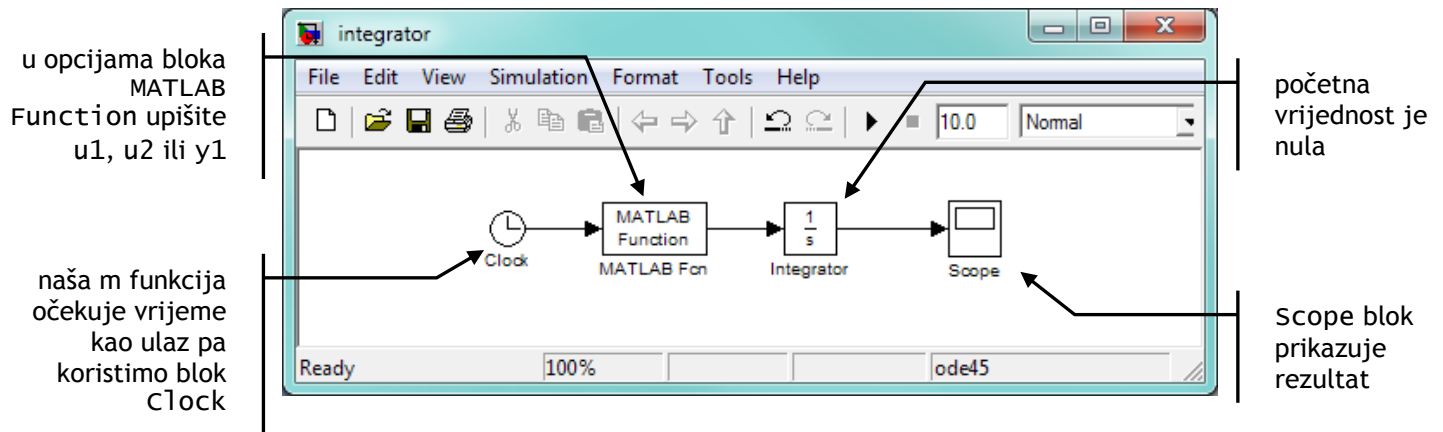
- b) Izračunajte integrale sva tri signala sa slike 2., odnosno izračunajte  $\int_{-\infty}^t u_1(\tau) d\tau$ ,  $\int_{-\infty}^t u_2(\tau) d\tau$  i  $\int_{-\infty}^t y_1(\tau) d\tau$ .

(IZVJEŠTAJ) Napišite postupak računanja integrala iz podzadatka a).

- c) Korištenjem Simulinka nacrtajte simulacijski blokovski dijagram sustava uz pomoć kojega možete provjeriti ispravnost skica iz podzadatka b). Jeste li dobro izračunali integrale?

(IZVJEŠTAJ) Skicirajte tri signala dobivena integriranjem. Odgovorite na pitanje iz podzadatka c).

Za rješavanje podzadatka c) se koristi Simulink i m-funkcije u1, u2 i y1 koje ste napisali u a) dijelu zadatka. Potrebno je unutar Simulinka nacrtati sustav za integriranje koji se sastoji od jednog integratora. Izlaz integratora ćemo spojiti na Scope blok koji služi za prikaz signala, a kao ulaz koristimo napisanu m-funkciju koju ćemo u Simulink dodati pomoću bloka MATLAB Function koji se pak nalazi u skupini User-Defined Functions. Ulaz u napisanu m-funkciju je vrijeme pa na njen ulaz spajamo izlaz bloka Clock. Početna vrijednost integratora neka bude nula.



Slika 3. Simulacijski blokovski dijagram integratora

Ne zaboravite promijeniti vrijeme simulacije tako da počinje u -10 i završava u 10 jer zadane funkcije imaju vrijednosti različite od nule prije nultog trenutka. Vrijeme simulacije se može promijeniti odabirom stavke Configure Parameters iz Simulation izbornika.

Nakon pokretanja simulacije rezultat je integral onog signala kojeg ste upisali u MATLAB Function blok.

## 3.2. Svojstva sustava

Drugi dio prve laboratorijske vježbe bavi se svojstvima sustava. Svojstva koja ćemo analizirati su svojstvo memorije, svojstvo kauzalnosti, svojstvo vremenske stalnosti, svojstvo linearnosti i svojstvo stabilnosti.

U svim zadacima je prvo potrebno definirati zadano svojstvo te ga zatim analitički ispitati za zadane sustave. Zatim je potrebno samo za jedan od zadanih sustava nacrtati simulacijski blokovski dijagram kojeg ćete koristiti za provjeru vašeg analitičkog rezultata. Provjera se svodi na ispitivanje vrijedi li neka tvrdnja ili ne korištenjem računala. Najjednostavniji način korištenja računala za dokazivanje odabrane tvrdnje jest traženje protuprimjera kojim pokazujete da tvrdnja ne vrijedi. Da bi mogli koristiti ovaj pristup vašu tvrdnju o sustavu morate iskazati na način da pronalazak

protuprimjera bude moguć. Prostor pretraživanja unutar kojeg tražite protuprimjer uključuje sve dozvoljene vrijednosti ulaznih signala i konstanti.

Oznake koje se koriste u zadacima su sljedeće: sa  $S[\cdot]$  označavamo sustav, s  $u(t)$  ili  $u(n)$  označavamo ulazne signale dok s  $y(t)$  i  $y(n)$  označavamo izlazne signale.

#### 40 minuta **Zadatak 2. Memorija i kauzalnost**

U ovom zadatku razmatramo četiri sustava od koji su prva dva vremenski kontinuirana, a druga dva vremenski diskretna:

1.  $S_1[u(t)] = 5u(t)$
2.  $S_2[u(t)] = 2u(t - 2)$
3.  $S_3[u(n)] = u(n - 2)$
4.  $S_4[u(n)] = u(n + 2)$

(IZVJEŠTAJ) Napišite definiciju memorijskog sustava.

(IZVJEŠTAJ) Napišite definiciju kauzalnog sustava.

- a) Za svaki od zadanih sustava analitički ispitajte ima li sustav memoriju ili nema.
- b) Za svaki od zadanih sustava analitički ispitajte je li sustav kauzalan ili nije.

(IZVJEŠTAJ) Napišite postupak kojeg ste koristili u podzadacima a) i b).

- c) Za drugi od zadana četiri sustava ( $S_2$ ) nacrtajte simulacijski blokovski dijagram u Simulinku.

(IZVJEŠTAJ) Skicirajte simulacijski blokovski dijagram. Blok za kašnjenje signala se zove Transport Delay.

- d) Korištenjem simulacijskog blokovskog dijagrama iz prethodnog podzadatka ispitajte (dakle dokažite ili opovrgnite) vaš tvrdnju o tome posjeduje li sustav  $S_2$  memoriju ili ne.

(IZVJEŠTAJ) Opišite kako ćete korištenjem računala ispitati ima li sustav memoriju. Možete li korištenjem računala ispitati je li sustav bezmemorijski? Objasnite!

(IZVJEŠTAJ) Precrtajte simulacijski blokovski dijagram kojeg ste koristili prilikom ispitivanja svojstva memorije. Za ovu skicu nije potrebno precrtavati unutrašnji izgled sustava  $S_2$  već izvedbu sustava  $S_2$  u vašoj skici možete zamijeniti jednim blokom unutar kojeg upišete oznaku sustava  $S_2$ . Ostale elemente koje koristite za ispitivanje je potrebno precrtati.

(IZVJEŠTAJ) Skicirajte ulazne signale koje ste koristili i izlazne signale koji ste dobili. Temeljem tih signala objasnite zašto ste zaključili da sustav ima ili nema memoriju.

#### 40 minuta **Zadatak 3. Vremenska stalnost**

U ovom zadatku razmatramo četiri sustava od koji su prva dva vremenski kontinuirana, a druga dva vremenski diskretna:

1.  $S_1[u(t)] = 5u(t)$
2.  $S_2[u(t)] = \sin(t)u(t)$
3.  $S_3[u(n)] = (-1)^n u(n)$
4.  $S_4[u(n)] = e^{j\pi n} u(n)$

(IZVJEŠTAJ) Napišite definiciju vremenski stalnog (nepromjenjivog) sustava.

- a) Za svaki od zadanih sustava analitički ispitajte je li sustav vremenski stalan ili nije.

(IZVJEŠTAJ) Napišite postupak kojeg ste koristili u podzadatku a).

- b) Za treći od zadana četiri sustava ( $S_3$ ) nacrtajte simulacijski blokovski dijagram u Simulinku.

(IZVJEŠTAJ) Skicirajte simulacijski blokovski dijagram.

- c) Korištenjem simulacijskog blokovskog dijagrama iz prethodnog podzadatka ispitajte (dakle dokažite ili opovrgnite) vaš tvrdnju o tome je li sustav  $S_3$  vremenski stalan ili nije.

(IZVJEŠTAJ) Opišite kako ćete korištenjem računala ispitati je li sustav vremenski stalan ili nije. Možete li korištenjem računala ispitati je li sustav vremenski stalan? Objasnite!

(IZVJEŠTAJ) Precrtajte simulacijski blokovski dijagram kojeg ste koristili prilikom ispitivanja vremenske stalnosti sustava. Za ovu skicu nije potrebno precrtavati unutrašnji izgled sustava  $S_3$  već izvedbu sustava  $S_3$  u vašoj skici možete zamijeniti jednim blokom unutar kojeg upišete oznaku sustava  $S_3$ . Ostale elemente koje koristite za ispitivanje je potrebno precrtati.

(IZVJEŠTAJ) Skicirajte ulazne signale koje ste koristili i izlazne signale koji ste dobili. Temeljem tih signala objasnite zašto ste zaključili da sustav jest ili nije vremenski stalan.

#### 40 minuta **Zadatak 4. Linearnost**

U ovom zadatku razmatramo četiri sustava od koji su prva dva vremenski kontinuirana, a druga dva vremenski diskretna:

1.  $S_1[u(t)] = 5u(t)$
2.  $S_2[u(t)] = tu(t) + 3$
3.  $S_3[u(n)] = u(n) + 2u(n - 1)$
4.  $S_4[u(n)] = \exp(u(n))$

(IZVJEŠTAJ) Napišite definiciju linearnosti sustava. Objasnite što je aditivnost i što je homogenost.

- a) Za svaki od zadanih sustava analitički ispitajte je li sustav linearan ili nije.

(IZVJEŠTAJ) Napišite postupak kojeg ste koristili u podzadatku a).

- b) Za drugi od zadana četiri sustava ( $S_2$ ) nacrtajte simulacijski blokovski dijagram u Simulinku.

(IZVJEŠTAJ) Skicirajte simulacijski blokovski dijagram.

- c) Korištenjem simulacijskog blokovskog dijagrama iz prethodnog podzadatka ispitajte (dakle dokažite ili opovrgnite) vaš tvrdnju o tome je li sustav  $S_2$  linearan ili nije.

(IZVJEŠTAJ) Opišite kako ćete korištenjem računala ispitati je li sustav nelinearan ili nije. Možete li korištenjem računala ispitati je li sustav linearan? Objasnite!

(IZVJEŠTAJ) Precrtajte simulacijski blokovski dijagram kojeg ste koristili prilikom ispitivanja linearnosti sustava. Za ovu skicu nije potrebno precrtavati unutrašnji izgled sustava  $S_2$  već izvedbu sustava  $S_2$  u vašoj skici možete zamijeniti jednim blokom unutar kojeg upišete oznaku sustava  $S_2$ . Ostale elemente koje koristite za ispitivanje je potrebno precrtati.

(IZVJEŠTAJ) Skicirajte ulazne signale koje ste koristili i izlazne signale koji ste dobili. Temeljem tih signala objasnite zašto ste zaključili da sustav jest ili nije linearan.

#### 25 minuta **Zadatak 5. Linearni vremenski stalan sustav**

Promatramo neki linearni vremenski stalan sustav (u daljnjem tekstu LTI sustav, od eng. *Linear Time Invariant*). Jedino što znamo o tom LTI sustavu jest da kada na ulaz tog sustava dovedemo signal  $u_1(t)$  sa slike 2. iz zadatka 1., na izlazu sustava dobivamo signal  $y_1(t)$  sa iste slike.

- a) Poznavanjem svojstava sustava (linearnost i vremenska stalnost) odredite odziv sustava na pobudu  $u_2(t)$  sa slike 2. iz zadatka 1.

(IZVJEŠTAJ) Napišite postupak kojeg ste koristili u podzadatku a).

- b) Kreirajte model sustava u MATLAB-u ili Simulinku kojim ćete potvrditi vašu slutnju iz prvog dijela zadatka.

(IZVJEŠTAJ) Objasnite kako ste našli odziv  $y_2(t)$  koristeći MATLAB.

#### 40 minuta **Zadatak 6. Vanjska (BIBO) stabilnost sustava**

U ovom zadatku razmatramo četiri sustava od koji su prva dva vremenski kontinuirana, a druga dva vremenski diskretna:

$$1. S_1[u(t)] = \begin{cases} \int_{0^-}^t u(t)e^{-2t} dt, & 0 \leq t \\ 0, & 0 > t \end{cases}$$

$$2. S_2[u(t)] = \begin{cases} \int_{0^-}^t u(t) dt, & 0 \leq t \\ 0, & 0 > t \end{cases}$$

$$3. S_3[u(n)] = \begin{cases} \sum_{k=0}^n u(k)2^k, & 0 \leq n \\ 0, & 0 > n \end{cases}$$

$$4. S_4[u(n)] = \begin{cases} \sum_{k=0}^n u(k)2^{-k}, & 0 \leq n \\ 0, & 0 > n \end{cases}$$

(IZVJEŠTAJ) Napišite definiciju vanjske (odnosno BIBO) stabilnosti sustava. Što znači kratica BIBO?

- a) Za svaki od zadanih sustava analitički ispitajte je li sustav BIBO stabilan ili nije.

(IZVJEŠTAJ) Napišite potpuni postupak kojeg ste koristili u podzadatku a).

- b) Za drugi od zadana četiri sustava ( $S_2$ ) nacrtajte simulacijski blokovski dijagram u Simulinku.

(IZVJEŠTAJ) Skicirajte simulacijski blokovski dijagram.

- c) Korištenjem simulacijskog blokovskog dijagrama iz prethodnog podzadatka ispitajte (dakle dokažite ili opovrgnite) vaš tvrdnju o tome je li sustav  $S_2$  BIBO stabilan ili nije.

(IZVJEŠTAJ) Opišite kako ćete korištenjem računala ispitati je li sustav BIBO nestabilan ili nije. Možete li korištenjem računala ispitati je li sustav stabilan? Objasnite!

(IZVJEŠTAJ) Precrtajte simulacijski blokovski dijagram kojeg ste koristili prilikom ispitivanja BIBO stabilnosti sustava. Za ovu skicu nije potrebno precrtavati unutrašnji izgled sustava  $S_2$  već izvedbu sustava  $S_2$  u vašoj skici možete zamijeniti jednim blokom unutar kojeg upišete oznaku sustava  $S_2$ . Ostale elemente koje koristite za ispitivanje je potrebno precrtati.

(IZVJEŠTAJ) Skicirajte ulazne signale koje ste koristili i izlazne signale koji ste dobili. Temeljem tih signala objasnite zašto ste zaključili da sustav jest ili nije BIBO stabilan.

## 4. Literatura

1. John R. Buck, Michael M. Daniel, Andrew C. Singer, *Computer Explorations in Signals and Systems using Matlab*, 2<sup>nd</sup> edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2002.
2. H. Babić, *Signali i sustavi (zavodska skripta)*, FER, Zagreb 1996., [http://sis.zesoi.fer.hr/predavanja/pdf/sis\\_2001\\_skripta.pdf](http://sis.zesoi.fer.hr/predavanja/pdf/sis_2001_skripta.pdf)
3. Edward A. Lee, Pravin Varaiya, *Structure and Interpretation of Signals and Systems*, Addison Wesley, 2003.
4. T. Petković, Z. Kostanjčar, M. Budišić, B. Jeren, *Upute za laboratorijske vježbe iz Signala i sustava*, FER, Zagreb, svibanj 2006. [http://sis.zesoi.fer.hr/laboratorij/pdf/upute\\_za\\_vjezbe\\_20060509.pdf](http://sis.zesoi.fer.hr/laboratorij/pdf/upute_za_vjezbe_20060509.pdf)

5. T. Petković, *Kratke upute za korištenje MATLAB-a*, FER, Zagreb, travanj 2005.  
[http://www.fer.hr/download/repository/matlab\\_upute.pdf](http://www.fer.hr/download/repository/matlab_upute.pdf)
6. MATLAB Technical Documentation, The MathWorks,  
<http://www.mathworks.com/help/techdoc/>
7. Simulink Technical Documentation, The MathWorks,  
<http://www.mathworks.com/help/toolbox/simulink/>
8. Signal Processing Toolbox Technical Documentation, The MathWorks,  
<http://www.mathworks.com/help/toolbox/signal/>