

Zadaci za vježbu – 14. tjedan

1. Zadan je sustav $\frac{dy}{dt} + 5y + 2 = u(t)$, $y(0)=0$. Je li sustav linearan? Ako je obrazložite zašto je, a ako nije objasnite zašto nije! Zašto nam je važno je li sustav linearan, tj. što nam to znači u traženju odziva sustava na neku pobudu?

2. Zadan je kontinuirani sustav

$$y'''(t) - y''(t) + y'(t) + 39y = u''(t) + 2u(t).$$

Ispitajte da li je ovaj sustav stabilan.

3. Kontinuirani sustav prvog reda zadan je diferencijalnom jednačkom $y' + y = u' + 2u$.

Na ulaz sustava dovedena je pobuda $u(t)=3\mu(t)$. Nađite odziv sustava ukoliko su početni uvjeti:

a. $y(0^-) = 9$

b. $y(0^+) = 9$.

4. Kontinuirani sustav opisan je diferencijalnom jednačkom čije je homogeno rješenje

$$y_h(t) = \frac{1}{2}e^{3t} + \frac{5}{3}e^{2t}.$$

Sustav nema nula (u diferencijalnoj jednačci ne postoje derivacije ulaza). Odredite tu diferencijalnu jednačku. Odredite ukupan i odziv mirnog sustava ako se sustav pobudi s

$u(t) = \frac{5}{2}e^{2t}$, $t \geq 0$. Odredite početna stanja. Ispitajte stabilnost sustava.

5. Riješite diferencijalnu jednačku

$$y'(t) + 2y(t) = u(t),$$

ako je ulaz

$$u(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot \mu(t),$$

pri čemu je A realna konstanta i uzimajući da su početni uvjeti jednaki nula. Bez dodatnog računanja odredite rješenje ove jednačbe ako je ulaz

$$u(t) = B \cdot \cos \omega_0(t-1) \cdot \mu(t-1).$$

6. Ako na ulaz sustava $-\frac{dy}{dt} + y(t) = u(t)$ dovedemo signal $u(t)=\mu(-t)$. Kako će izgledati izlaz

iz sustava u slučaju:

a. $y(0)=0$,

b. $y(0)=1$.

7. Kontinuirani sustav zadan je diferencijalnom jednačkom

$$y'(t) + 2y(t) = u(t) + u'(t).$$

Provjerite, bez rješavanja zadane diferencijalne jednačbe, je li impulsni odziv ovog sustava $h(t) = -e^{-2t}\mu(t) + \delta(t)$.

8. Zadan je kontinuiran sustav $y''(t) + 2y'(t) + y(t) = u(t)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$. Nađite odziv sustava na sljedeće pobude:
- $u(t) = t\mu(t)$,
 - $u(t) = \mu(t)$,
 - $u(t) = \delta(t)$,
 - $u(t) = t\mu(t) + \mu(t) + \delta(t)$.

9. Zadan je vremenski kontinuirani sustav

$$\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = u(t)$$

Gdje je $u(t)$ ulaz, $y(t)$ izlaz, a a konstanta. Početni uvjet je $y(0^-) = 0$.

- Naći impulsni odziv zadanog sustava.
 - Naći odziv na jedinični skok, bez korištenja poznatog impulsnog odziva.
 - Naći odziv na jedinični skok, uz poznati impulsni odziv iz a. dijela zadatka.
 - Naći odziv na impuls, uz poznati odziv na jedinični skok iz b. dijela zadatka.
10. Naći impulsni odziv vremenski kontinuiranog sustava:

$$\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = u(t) + \frac{du(t)}{dt}$$

11. Kauzalni LTI kontinuirani sustav zadan je diferencijalnom jednačinom:

$$y''(t) + 6y'(t) + 13y(t) = u'(t) + 4u(t).$$

Nađite impulsni odziv ovog sustava.

12. Zadan je odziv na step LTI sustava $y(t) = \cos(\omega_0 t) \mu(t)$. Nađite impulsni odziv sustava. Kakve početne uvjete pri tome podrazumijevate? Možete li generalizirati rezultat?

13. Zadan je integrator. Ulaz i izlaz integratora vezani su relacijom

$$y(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau) d\tau$$

- Nađite impulsni odziv sustava,
 - Ispitajte stabilnost sustava.
14. Veza između ulaza i izlaza sustava dana je izrazom:

$$y(t) = \int_0^1 u(t-h) dh, \forall t \in \mathbb{R}$$

Odredite:

- Impulsni odziv sustava
- Odziv sustava na pobudu $u(t) = \sin(\frac{\pi}{2}t)$, $\forall t \in \mathbb{R}$

Dodatni zadaci:

T. Petković, B. Jeren i ostali: Zbirka riješenih zadataka iz signala i sustava:

5. poglavlje. Linearne diferencijalne jednačine, str. 42. -55.

Primjeri 5.1. – 5.6, Zadaci 5.1. – 5.10.