Signali i sustavi

Profesor
Branko Jeren

9. travnja 2008.

Mikrofon kao sustav 1

- u uvodnom predavanju pokazano kako mikrofon – pa i svaki drugi sustav – možemo prikazati blokom kao na sl. 1

Slika 1: Mikrofon prikazan blokom

- pobuda mikrofona su signali definirani kao:

  $$Zvuk : Vrijeme \rightarrow Tlak$$

  $Vrijeme \subset Realni$ i
  $Tlak \subset Realni$

- odziv mikrofona su signali definirani kao

  $$MikIzlazi : Vrijeme \rightarrow Napon$$

  $Vrijeme \subset Realni$ i
  $Napon \subset Realni$

Klasa signala, prostor signala, prostor funkcija 1

- skup svih zvučnih signala koji predstavljaju ulazne signale u mikrofon nazivamo klasa ili prostor zvučnih signala i pišemo
$$ZvučniSignali = [Vrijeme \rightarrow Tlak]$$
- u općem slučaju vrijedi:
  - neka je signal $u : D \rightarrow K$
  - skup U svih signala u naziva se klasom ili prostorom signala ili prostorom funkcija
  - pišemo:
$$U = [D \rightarrow K] = \{u | u : D \rightarrow K\}$$
    i čitamo "Klasa signala U, što možemo pisati i kao $[D \rightarrow K]$, je skup svih signala u takvih da $u : D \rightarrow K$"

Sustavi kao funkcije 1

- sustav S je funkcija[1] i transformira ulazni signal u, u izlazni signal y, pa je

$$y = S(u)$$

- sustav S je dakle funkcija koja preslikava prostor signala u prostor signala

$$S : [D_u \to K_u] \to [D_y \to K_y]$$

- sustav S je sveukupnost ul./izl. parova (u, y)

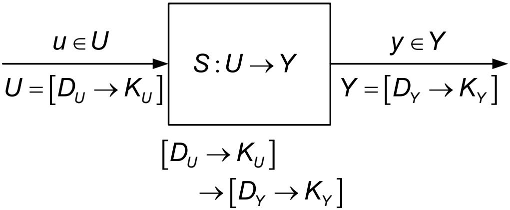
$$S = \{(u, y) | u \in U, y \in Y\}$$

- ovako definirani model sustava naziva se **model ulaz–izlaz**

[1] može biti i relacija

Sustavi kao funkcije 2

- sustave opisujemo blokovskim dijagramima



- sustavi su funkcije čije su domene i kodomene prostori signala
- tako, ako je, $u \in [D_u \to K_u]$ i $y = S(u)$ tada je $y \in [D_y \to K_y]$

Vremenski kontinuirani sustavi

- klasa sustava koji su opisani funkcijom

$$KontSustavi : KontSignali \to KontSignali$$

- *KontSignali* je skup vremenski kontinuiranih[2] signala koji ovisno o konkretnom sustavu mogu biti

$$\begin{aligned}&KontSignali = [Vrijeme \to Realni] \quad \text{ili}\\&KontSignali = [Vrijeme \to Kompleksni]\\&\text{uz } Vrijeme = Realni\\&\text{ili } Vrijeme = Realni_+\end{aligned}$$

[2] Nezavisna varijabla nije nužno vrijeme. Korektniji bi bio naziv - po nezavisnoj varijabli kontinuirani sustavi. U ovom predmetu ostajemo kod tradicionalnog imena.

Vremenski diskretni sustavi

- klasa sustava koji su opisani funkcijom

$$DisktSustavi : DisktSignali \to DisktSignali$$

- dakle vremenski diskretni sustavi djeluju s klasama vremenski diskretnih signala koji mogu biti

$$\begin{aligned}
DisktSignali &= [Cjelobrojni \to Realni], && \text{ili} \\
DisktSignali &= [Cjelobrojni \to Kompleksni], && \text{ili} \\
DisktSignali &= [Prirodni_0 \to Realni], && \text{ili} \\
DisktSignali &= [Prirodni_0 \to Kompleksni]
\end{aligned}$$

Signali i sustavi školska godina 2007/2008 Cjelina 9.

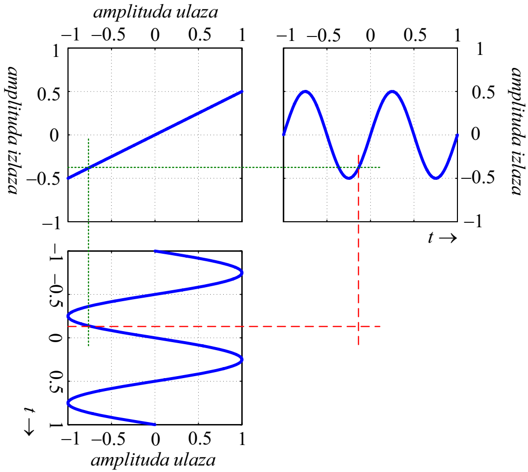
Profesor Branko Jeren

Sustavi kao funkcije

Linearni vremenski stalni sustavi

Primjer vremenski kontinuiranog sustava

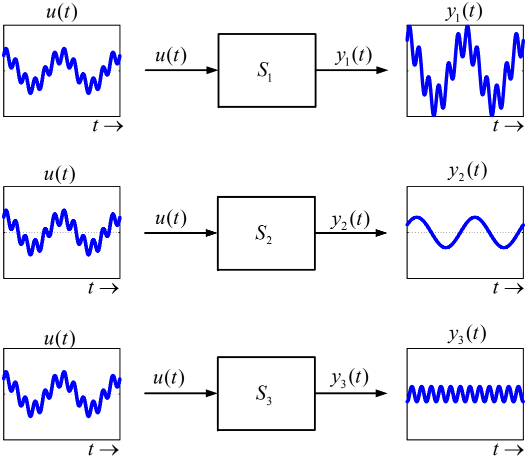
- na sl.2 je pokazan odziv kontinuiranog sustava $y(t) = \frac{1}{2}u(t)$ na pobudu sinusnim signalom



Slika 2: Primjer kontinuiranog sustava

Ponašanje sustava određuje funkcija sustava – primjer

- dan je primjer tri različita sustava pobuđena istom pobudom i na slici su prikazana tri moguća različita odziva ovisna o tri različite funkcije sustava

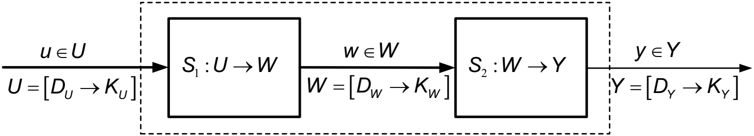


Povezivanje sustava

- spajanjem sustava grade se složeniji sustavi
- na primjeru audio sustava pokazano je, u uvodnom predavanju, da je on složen od tri sustava spojenih u kaskadu
- kaskadni, paralelni, te spoj sustava u povratnu vezu, omogućuju bilo koju kombinaciju povezivanja sustava

Kaskada sustava

- razmotrimo opis dvaju sustava u kaskadnom spoju



- funkcija S opisuje sustav koji je nastao spajanjem, u kaskadu, sustava S_1 i S_2
- uz oznake signala i oznake klasa funkcija na slici vrijedi

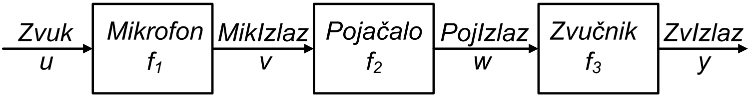
$$w = S_1(u) \quad \text{i} \quad y = S_2(w) \quad \Rightarrow y = S_2(S_1(u)) = S(u)$$

- zaključujemo kako je funkcija nastalog sustava S kompozicija funkcija S_1 i S_2

$$\forall u \in U, y = S(u) = S_2(S_1(u)) \Leftrightarrow S = S_2 \circ S_1$$

Primjer audio sustava 1

- prije je opisan audio sustav svojim blokovskim dijagramom
- audio sustav je primjer sustava čiji su podsustavi spojeni u kaskadu



- na blokovskom dijagramu su dvostruke oznake (radi preglednosti–duže, radi jednostavnosti–kraće)

Mikrofon kao sustav 2

- već je pokazano kako mikrofon definiramo kao sustav
- signal $Zvuk : Vrijeme \rightarrow Tlak$ je mogući ulazni signal u sustav *Mikrofon* i predstavlja element klase signala, označimo ga *ZvučniSignali*

$$ZvučniSignali = [Vrijeme \rightarrow Tlak]$$

- mikrofon pretvara signal *Zvuk* u električni signal, na blokovskom dijagramu označen $MikIzlaz : Vrijeme \rightarrow Napon$, koji je element klase signala

$$MikrofonskiIzlazi = [Vrijeme \rightarrow Napon]$$

- pa se sustav mikrofon može definirati kao:

$$Mikrofon : ZvučniSignali \rightarrow MikrofonskiIzlazi$$

Pojačalo i zvučnik kao sustav

- prostor signala *MikrofonskiIzlazi* je u primjeru audio sustava prostor ulaznih signala u sustav pojačalo, a prostor izlaznih signala pojačala neka je označen kao $PojačaniSignali = [Vrijeme \to Napon]$, pa sustav *Pojačalo* možemo opisati funkcijom

$$Pojačalo : MikrofonskiIzlazi \to PojačaniSignali$$

- klasu izlaznih signala iz zvučnika označimo kao $IzlaziZvučnika = [Vrijeme \to Tlak]$ i sustav *Zvučnik* definiran je kao

$$Zvučnik : PojačaniSignali \to IzlaziZvučnika$$

Audio sustav kao funkcija 1

- opisom svakog podsustava odgovarajućim funkcijama moguće je definirati funkciju koja opisuje audio sustav kao cjelinu
- neka je funkcija koja opisuje audio sustav

$$AudioSustav : ZvučniSignali \rightarrow IzlaziZvučnika$$

pri čemu je klasa ulaznih signala

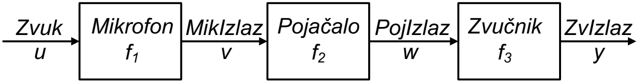
$$ZvučniSignali = [Vrijeme \rightarrow Tlak],$$

a klasa izlaznih signala

$$IzlaziZvučnika = [Vrijeme \rightarrow Tlak]$$

Audio sustav kao funkcija 2

- za audio sustav s oznakama kao na slici možemo napisati jednadžbe



$$
\begin{aligned}
MikIzlaz &= Mikrofon(Zvuk) \\
PojIzlaz &= Pojačalo(MikIzlaz) \\
ZvIzlaz &= Zvučnik(PojIzlaz) \\
ZvIzlaz &= Zvučnik(Pojačalo(Mikrofon(Zvuk)))
\end{aligned}
$$

pa je

$$AudioSustav = Zvučnik \circ Pojačalo \circ Mikrofon$$

za skraćene oznake signala i podsustava pišemo

$$v = f_1(u), w = f_2(v), y = f_3(w) \Rightarrow y = f_3(f_2(f_1(u)))$$

Primjer kaskadne veza podsustava 1

- prijeđeni put automobila, u nekom vremenu, ovisi o pritisku na akcelerator (papučicu gasa)
- poznate su veze akceleracije, brzine i prijeđenog puta

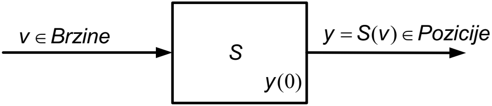
$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \qquad \text{i} \qquad v(t) = \frac{dy(t)}{dt}$$

- veze akceleracije, brzine, i prijeđenog puta, možemo prikazati i preko integrala pa je tada

$$v(t) = v(0) + \int_0^t a(\tau)d\tau \qquad \text{i} \qquad y(t) = y(0) + \int_0^t v(\lambda)d\lambda$$

Primjer kaskadne veza podsustava 2

- svaki od integrala realizirajmo pomoću podsustava koji realiziraju postupak integracije, dakle, integratora



$$Brzine = [[0, 50] \to Realni], \quad Pozicije = [[0, 50] \to Realni]$$

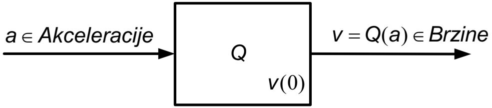
- pa podsustav S možemo definirati kao

$$\forall v \in Brzine, \forall t \in [0, 50]$$

$$S(v)(t) = y(t) = y(0) + \int_0^t v(\lambda) d\lambda$$

Primjer kaskadne veza podsustava 3

- isto tako za odrediti ovisnost brzine o akceleraciji slijedi



$$Akceleracije = [[0, 50] \rightarrow Realni], \quad Brzine = [[0, 50] \rightarrow Realni]$$

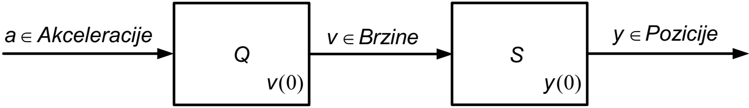
- pa podsustav Q možemo definirati kao

$$\forall a \in Akceleracije, \forall t \in [0, 50]$$

$$Q(a)(t) = v(t) = v(0) + \int_0^t a(\tau) d\tau$$

Primjer kaskadne veza podsustava 4

- vezu prijeđenog puta (pozicije) i akceleracije prikazujemo kaskadnim spojem opisanih podsustava



$$S \circ Q : Akceleracije \to Pozicije$$
$$S \circ Q : [[0,50] \to Realni] \to [[0,50] \to Realni]$$

- pa sustav $S \circ Q$ možemo definirati kao

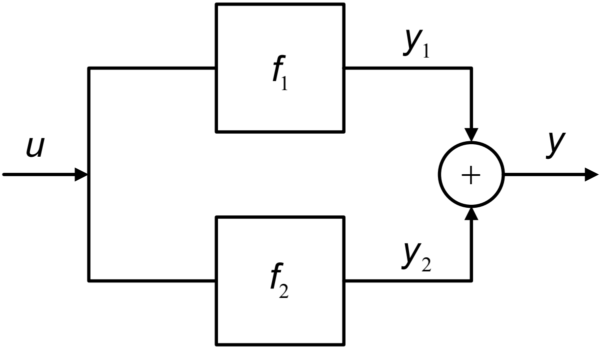
$$\forall a \in Akceleracije, \forall t \in [0,50]$$

$$(S \circ Q)(a)(t) = S(Q(a))(t) = y(t) = y(0) + \int_0^t v(\lambda) d\lambda =$$

$$y(t) = y(0) + \int_0^t \left[v(0) + \int_0^\lambda a(\tau) d\tau \right] d\lambda$$

Paralelna veza podsustava

- paralelna veza podsustava prikazana je blokovskim dijagramom

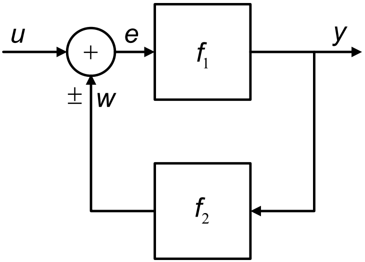


- slijede jednadžbe

$$y_1 = f_1(u), \quad y_2 = f_2(u) \Rightarrow y = f_1(u) + f_2(u)$$

Povratna veza podsustava

- povratna veza podsustava prikazana je blokovskim dijagramom



- za ovaj spoj vrijede jednadžbe

$$
\begin{aligned}
&e = u \pm w \\
&w = f_2(y) \Rightarrow e = u \pm f_2(y) \\
&y = f_1(e) \Rightarrow y = f_1(u \pm f_2(y))
\end{aligned}
$$

Bezmemorijski sustavi

- bezmemorijski sustav ima svojstvo da odziv sustava ovisi samo o trenutnoj vrijednosti ulaznog signala, a ne o njihovim prethodnim, ili budućim, vrijednostima i možemo pisati:

$$\forall t \in Realni \qquad y(t) = f(u)(t)$$

ili

$$\forall n \in Cjelobrojni \qquad y(n) = f(u)(n)$$

- primjer bezmemorijskog sustava bio je primjer sa slike 2 definiran kao

$$y(t) = \frac{1}{2}u(t), \quad \forall t \in [-1, 1] \subset \text{Realni}$$

Memorijski sustavi

- memorijski kauzalni sustavi definirani su kao

$$\forall t \in Realni \qquad y(t) = F(u_{(-\infty,t]})(t)$$

ili

$$\forall n \in Cjelobrojni \qquad y(n) = F(u_{(-\infty,n]})(n)$$

- oznaka $u_{(-\infty,t]}$ kazuje kako je u određivanju odziva y, u trenutku t, potrebno poznavati ulazni signal, ne samo u trenutku t, već i u cijelom intervalu $(-\infty, t]$
- ovako definirani sustavi nazivaju se memorijskim sustavima jer trenutnu vrijednost y(t) odziva određuju sve vrijednosti ulaznog signala iz intervala $(-\infty, t]$, dakle, cijela njegova "prošlost"

Memorijski sustavi

- vladanje sustava uglavnom pratimo na konačnom vremenskom intervalu $[t_0, t]$, ili $[n_0, n]$, koji nazivamo interval promatranja
- dakle, zanima nas odsječak odziva $y_{[t_0,t]}$ ili $y_{[n_0,n]}$ kao posljedica odsječka pobude $u_{[t_0,t]}$ ili $u_{[n_0,n]}$
- za sustave opisane jednadžbama diferencija ili sustave opisane s diferencijalnim jednadžbama rezultat pobude iz intervala $(-\infty, n_0)$ ili $(-\infty, t_0)$ može se uzeti u obzir jednim ili više brojeva α_i pa su $y(n) = F(\alpha_i, u_{[n_0,n]})(n)$ odnosno $y(t) = F(\alpha_i, u_{[t_0,t]})(t)$

Primjeri memorijskih sustava

- u trećoj su cjelini razmotrene operacije integracije vremenski kontinuiranog signala i numeričke integracije ovih signala postupkom akumulacije
- ove operacije možemo realizirati sustavima koje nazivamo integrator, odnosno akumulator, a koji ovdje predstavljaju primjere memorijskih sustava
- integrator je definiran kao

$$\forall t \in Realni, \quad y(t) = \int_{-\infty}^{t} u(\tau)d\tau$$

- a akumulator kao

$$\forall n \in Cjelobrojni, \quad y(n) = \sum_{m=-\infty}^{n} u(m)$$

Primjeri memorijskih sustava

- redovito poznajemo signale pobude u od nekog trenutka t_0, i odziv sustava možemo pratiti u intervalu $[t_0, t]$
- sukladno tome integrator je potrebno definirati kao

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t_0} u(\tau)d\tau + \int_{t_0}^{t} u(\tau)d\tau = y(t_0) + \int_{t_0}^{t} u(\tau)d\tau$$

- u $y(t_0)$ je sadržana sva "povijest" integratora i predstavlja stanje sustava prije dovođenja poznate pobude u trenutku t_0
- zaključujemo da je, za određivanje odziva sustava u intervalu $[t_0, t]$, dovoljno poznavanje stanja sustava (početno stanje) $y(t_0)$, te sve vrijednosti pobude $u_{[t_0,t]}$
- treba napomenuti da je nevažno znati kakva je pobuda djelovala prije t_0, i što je izazvalo izlaz $y(t_0)$, jer, u $y(t_0)$ je sadržana sva "povijest" integratora (sustava) i to je dovoljan podatak u određivanju odziva od t_0 na dalje

Nekauzalni sustavi

- do sada su razmatrani memorijski kauzalni sustavi,

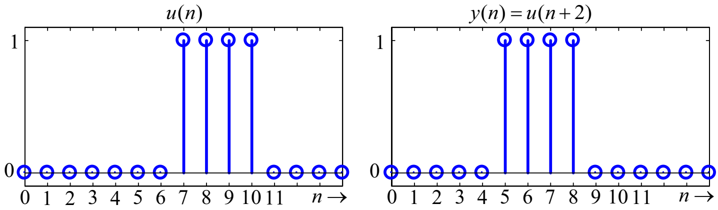
$$\forall t \in Realni \qquad y(t) = F(u_{(-\infty,t]})(t)$$
$$\forall n \in Cjelobrojni \qquad y(n) = F(u_{(-\infty,n]})(n)$$

- drugim riječima, trenutni odziv sustava je bio posljedica trenutne i prošlih vrijednosti ulaznog signala
- ovdje se razmatraju nekauzalni sustavi – memorijsko-prediktivni – koji, u određivanju trenutne vrijednosti izlaza, uz prethodne vrijednosti, anticipiraju i buduće vrijednosti ulaznog signala

$$\forall t \in Realni \text{ i } t < t_1 \leq \infty, \qquad y(t) = F(u_{(-\infty,t_1)})(t)$$
$$\forall n \in Cjelobrojni \text{ i } n < n_1 \leq \infty, \qquad y(n) = F(u_{(-\infty,n_1)})(n)$$

Nekauzalni sustavi – nastavak

- odziv nekauzalnog sustava započinje prije nego je djelovala pobuda ⇒ nekauzalni vremenski sustavi ne mogu biti realizirani u stvarnom vremenu
  - tako npr., za nekauzalni sustav zadan s jednadžbom $y(n) = u(n+2)$, odziv bi se trebao pojaviti dva koraka prije pojave pobude, što je za realne sustave, koji nemaju prediktivna svojstva, nemoguće
  - dan je prikazan odziva ovog nekauzalnog sustava na zadanu pobudu (odziv je moguće odrediti jer znamo cijelu pobudu unaprijed)



Nekauzalni sustavi – nastavak

- nekauzalni vremenski sustavi su često rezultat postupaka sinteze na temelju idealiziranih zahtjeva
- nekauzalne sustave možemo koristiti u slučajevima kada je dozvoljeno kašnjenje ili kada su konačni signali prethodno pohranjeni (poznati u cijelom području definicije) i kasnije obrađivani izvan stvarnog vremena (pohranjeni signali glazbe, geofizički podaci, itd.)
- ponovimo još jednom, kako odziv nekauzalnog sustava započinje prije nego je djelovala pobuda, dakle, sustav anticipira buduću pobudu (radi predikciju)
- ilustrirajmo tu činjenicu jednim mogućim primjerom primjerom:
  - vozač prati cestu i sukladno tomu regulira brzinu automobila
  - ako zna cestu unaprijed (ili ima čitača karte) on prije nego i vidi zavoj, ili poznatu zapreku, počne unaprijed smanjivati brzinu

Vremenski stalni sustavi 1

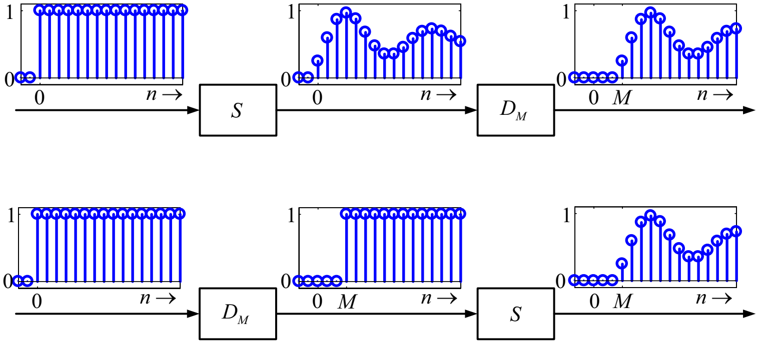
- u definiciji vremenski stalnog sustava koristi se sustav za kašnjenje[3]
- neka je D_M vremenski diskretan sustav za kašnjenje ulaznog signala za M koraka
- odziv toga sustava $y(n) = D_M(u)(n)$ definiran je kao

$$\forall n, M \in Cjelobrojni, \qquad y(n) = u(n - M)$$

- vremenski stalni (invarijantni) sustavi su sustavi koji ne mijenjaju parametre tijekom vremena
- dakle, sustav S je vremenski stalan, ako za bilo koju pobudu $u(n)$ daje odziv $y(n)$, a za zakašnjeli ulaz $D_M(u)(n)$ daje zakašnjeli odziv $D_M(y)(n)$
- ovo se svojstvo ilustrira grafički

[3] Ovdje se razmatraju vremenski diskretni sustavi. Ista rasprava vrijedi i za vremenski kontinuirane sustave

Vremenski stalni sustavi 2



- diskretni sustav S vremenski je stalan (vremenski invarijantan) ako vrijedi

$$\forall u, n, M \qquad S(D_M(u))(n) = D_M(S(u))(n)$$

Vremenski stalni sustavi – primjer

- pokazuje se kako sustav za ekspanziju vremenski diskretnog signala nije vremenski stalan

$$y(n) = \begin{cases} u(\frac{n}{L}) & n = 0, \pm L, \pm 2L, \ldots \\ 0 & \text{za ostale } n \end{cases}$$

- odziv ovog sustava $y_1(n)$ za ulaz $u_1(n) = u(n - M)$ je

$$y_1(n) = \begin{cases} u_1(\frac{n}{L}) & n = 0, \pm L, \pm 2L, \ldots \\ 0 & \text{za ostale } n \end{cases}$$

$$y_1(n) = \begin{cases} u(\frac{n}{L} - M) & n = 0, \pm L, \pm 2L, \ldots \\ 0 & \text{za ostale } n \end{cases}$$

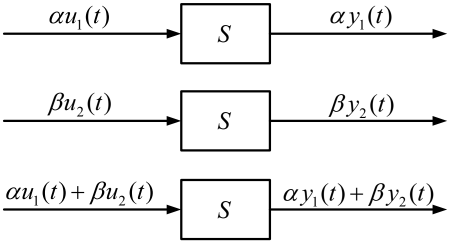
- s druge strane je

$$y(n - M) = \begin{cases} u(\frac{n-M}{L}) & n = 0, \pm L, \pm 2L, \ldots \\ 0 & \text{za ostale } n \end{cases}$$

- sustav nije vremenski stalan jer je $y_1(n) \neq y(n - M)$

Linearni sustavi

- na slici je grafička interpretacija linearnosti sustava



- uz oznake na slici sustav će biti linearan ako, za $\forall\alpha$ i $\forall\beta$, vrijedi

$$y_1 = S(u_1), \quad y_2 = S(u_2)$$

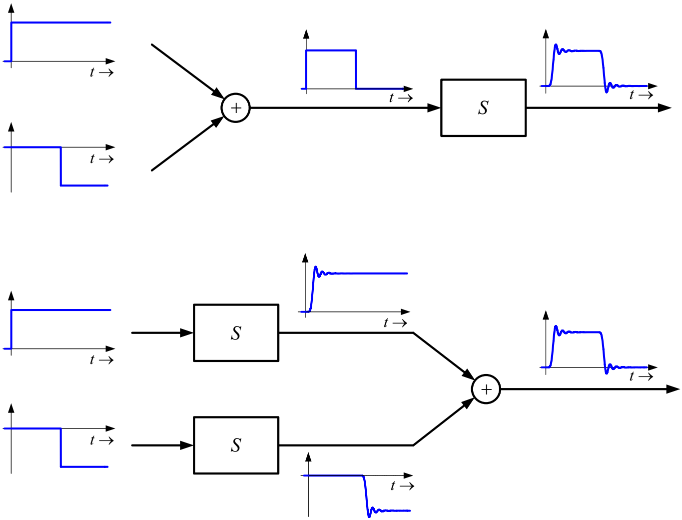
$$S(\alpha u_1) = \alpha S(u_1) = \alpha y_1, \; S(\beta u_2) = \beta S(u_2) = \beta y_2, \quad \text{homogenost}$$

$$S(\alpha u_1) + S(\beta u_2) = \alpha y_1 + \beta y_2, \quad \text{aditivnost}$$

i finalno gornje jednadžbe mogu biti sažete u jedan izraz

$$S(\alpha u_1 + \beta u_2) = \alpha S(u_1) + \beta S(u_2), \quad \text{što je svojstvo superpozicije}$$

Linearni sustavi – ilustracija svojstva superpozicije



Linearni sustavi – primjer 1

- pokazuje se linearnost sustava opisanog jednadžbom diferencija

$$y(n) = \sum_{m=0}^{M} b(m)u(n-m).$$

za
$u(n) = \alpha u_1(n) + \beta u_2(n)$,
$y_1(n) = \sum_{m=0}^{M} b(m)u_1(n-m)$,
$y_2(n) = \sum_{m=0}^{M} b(m)u_2(n-m)$ slijedi

$$\begin{aligned} y(n) &= \sum_{m=0}^{M} b(m)[\alpha u_1(n-m) + \beta u_2(n-m)] = \\ &= \alpha \sum_{m=0}^{M} b(m)u_1(n-m) + \beta \sum_{m=0}^{M} b(m)u_2(n-m) = \\ &= \alpha y_1(n) + \beta y_2(n) \end{aligned}$$

Linearni sustavi – primjer 2

- pokazuje se linearnost integratora dakle sustava opisanog s

$$\forall t \in Realni, \quad y(t) = \int_{-\infty}^{t} u(\tau)\, d\tau$$

pokazuje se da, za

$u(t) = \alpha u_1(t) + \beta u_2(t)$,
$y_1(t) = \int_{-\infty}^{t} u_1(\tau)\, d\tau$,
$y_2(t) = \int_{-\infty}^{t} u_2(\tau)\, d\tau$

vrijedi

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} u(\tau)\, d\tau = \int_{-\infty}^{t} [\alpha u_1(\tau) + \beta u_2(\tau)]\, d\tau =$$
$$= \alpha \int_{-\infty}^{t} u_1(\tau)\, d\tau + \beta \int_{-\infty}^{t} u_2(\tau)\, d\tau = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$$

dakle, sustav je linearan

Linearni sustavi – primjer 3

- ispituje se linearnost integratora dakle sustava opisanog s

$$\forall t \in [t_0, t] \subset Realni, \quad y(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^{t} u(\tau) d\tau$$

za

$$u(t) = \alpha u_1(t) + \beta u_2(t),$$
$$y_1(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^{t} u_1(\tau)\, d\tau,$$
$$y_2(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^{t} u_2(\tau)\, d\tau$$

vrijedi

$$y(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^{t} u(\tau)\, d\tau = y(t_0) + \int_{t_0}^{t} [\alpha u_1(\tau) + \beta u_2(\tau)]\, d\tau =$$
$$= y(t_0) + \alpha \int_{t_0}^{t} u_1(\tau)\, d\tau + \beta \int_{t_0}^{t} u_2(\tau)\, d\tau \neq \alpha y_1(t) + \beta y_2(t)$$

- slično – neočekivano – bi se pokazalo da sustav opisan s jednadžbom $y(n) = ax(n) + b$, također nije linearan

Linearni sustavi – primjer 3

- razmotrimo još jednom integrator zadan kao

$$\forall t \in [t_0, t] \subset Realni, \quad y(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^{t} u(\tau)\, d\tau$$

- odziv ovog, i svakog drugog sustava, možemo razložiti na dvije komponente:
  - komponentu odziva koja je posljedica početnog stanja sustava i ne ovisi o pobudi – odziv nepobuđenog sustava i,
  - komponentu odziva koji je posljedica isključivo pobude i ne ovisi o početnim uvjetima – odziv mirnog sustava
- odziv možemo razložiti kao

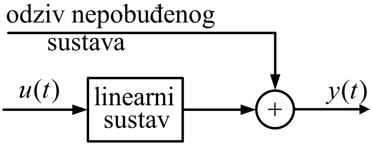
$$y(t) = \underbrace{y(t_0)}_{\text{odziv nepobuđenog sustava}} + \underbrace{\int_{t_0}^{t} u(\tau)\, d\tau}_{\text{odziv mirnog sustava}}$$

Linearni sustavi – primjer 3

- uvidom u

$$y(t) = \underbrace{y(t_0)}_{\text{odziv nepobuđenog sustava}} + \underbrace{\int_{t_0}^{t} u(\tau)\, d\tau}_{\text{odziv mirnog sustava}}$$

očigledno je da dio koji predstavlja odziv mirnog sustava predstavlja odziv linearnog sustava pa strukturu ovog sustava možemo prikazati kao



- sustavi kod kojih je cjelokupni odziv superpozicija odziva linearnog sustava i odziva nepobuđenog sustava nazivaju se inkrementalno linearni sustavi