



## Zadaci za aktivnost

# Uvod u signale

### Uvod

Postoji mnogo različitih definicija signala, a jedna od njih može biti

*Signal je fenomen koji nosi neku informaciju.*

Signale često opisujemo matematičkim funkcijama, koje se definiraju kao preslikavanje elemenata iz područja definicija (domena) u područje vrijednosti (kodomena)

$$f : \text{Domena} \rightarrow \text{Kodomena}$$

S obzirom na to kojem skupu brojeva pripada domena odnosno kodomena, signale možemo podijeliti u 4 skupine - (1) analogni, (2) kvantizirani, (3) diskretni i (4) digitalni signali. U okviru ovog predmeta držat ćemo se podjele na kontinuirane ( $\text{Domena} \in \mathbb{R}$ ) i diskretne ( $\text{Domena} \in \mathbb{Z}$ ) signale. Osim ove podjele postoji još mnogo načina podjele signala. Tako npr. postoje periodični/aperiodični, kauzalni/nekauzalni signali itd. Svrha ove vježbe je upoznavanje sa nekim osnovnim pojmovima kojima se opisuju signali - periodičnost, energija, snaga te kauzalnost.

Kroz zadatke se često koristi tzv. skokovita funkcija, a koja je definirana na sljedeći način

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad x \in \mathbb{R}, \mathbb{Z}$$

### 1. Periodičnost signala



**Zadatak 1.** Izvedite izraz za period sinusoidalnog signala, koji je definiran kao

$$u(x) = \sin(\omega x + \phi), \quad x \in \mathbb{R}, \mathbb{Z}$$

Koji uvjet mora ispuniti kružna frekvencija  $\omega$  da bi diskretni sinusoidni signal bio periodičan?

Koji je temeljni period kompleksne eksponencijale, koja je definirana kao

$$u(x) = e^{jx} = \cos(x) + j \sin(x)$$



**Zadatak 2.** Koji su od sljedećih kontinuiranih signala periodični? Za one koji jesu odredite osnovni period.

1.  $u(t) = \sin^2(\omega_0 t + \phi)$ ;
2.  $u(t) = \cos(\pi t)\mu(t)$ ;
3.  $u(t) = \sin(10t + \pi) + \cos(6t)$ ;
4.  $u(t) = \cos(2t) + \cos(4t + \frac{\pi}{2})\mu(t)$ ;
5.  $u(t) = \cos(2\pi t) + \sin(4t)$ ;



**Zadatak 3.** Koji su od sljedećih diskretnih signala periodični? Za one koji jesu odredite osnovni period.

1.  $u(n) = \cos(\omega_0 n + \phi)$ ;
2.  $u(n) = \sin(\frac{\pi}{8} n^2)$ ;
3.  $u(n) = \cos^2(\frac{1}{3} n + 1)$ ;
4.  $u(n) = \sin(\pi n) + \cos(4\pi n + \frac{\pi}{2})$ ;
5.  $u(n) = \cos(2n) + \sin(2\pi n)$ ;

## 2. Energija i snaga signala



**Zadatak 4.** Izračunajte totalnu energiju i snagu zadanih kontinuiranih signala.

1.  $u(t) = e^{-|at|}$  uz  $a > 0$ ;
2.  $u(t) = t [\mu(t) - \mu(t - 10)]$ ;
3.  $u(t) = 2e^{j\pi t + \frac{\pi}{4}}$ ;
4.  $u(t) = \cos(\omega t + \phi)$ ;



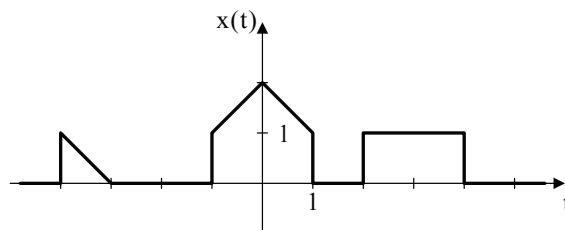
**Zadatak 5.** Izračunajte totalnu energiju i snagu zadanih diskretnih signala.

1.  $u(n) = \mu(n)$ ;
2.  $u(n) = 4^n \mu(-n)$ ;
3.  $u(n) = n [\mu(n - 100) - \mu(n - 400)]$ ;
4.  $u(n) = e^{-n} \mu(n)$ ;

## 3. Osnovne operacije nad signalima



**Zadatak 6.** Zadan je kontinuirani signal  $x(t)$  prikazan na slici 1. Grafički odredite sljedeće signale:

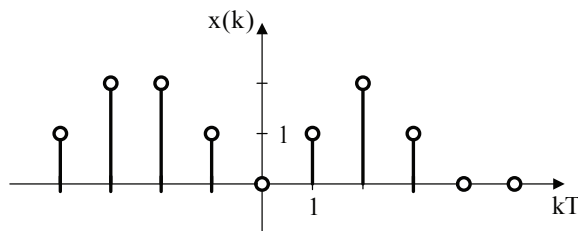


Slika 1: Kontinuirani signal

1.  $u(t) = 2x(2 - 2t)$ ;
2.  $p(t) = -x(t - 1)\mu(t - 1)$ ;
3.  $w(t) = 1 - x(1 - t) [\mu(t + 4) - \mu(t)]$ ;



**Zadatak 7.** Zadan je diskretan signal  $x(n)$  prikazan na slici 2. Grafički odredite sljedeće signale:



Slika 2: Diskretan signal

1.  $u(n) = \frac{1}{2}x(2n - 2)$ ;
2.  $p(n) = x(1 - n)\mu(n)$ ;
3.  $w(n) = 1 - x(n) [\mu(n + 3) - \mu(n - 3)]$ ;



**Zadatak 8.** Zadani su signali  $x(t)$  i  $y(t)$ . Skicirajte produkt ova dva signala na intervalu  $t \in [-2, 2]$ .

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \sin(4\pi t) \geq 0 \\ -1 & \sin(4\pi t) < 0 \end{cases} \quad y(t) = \begin{cases} t & \sin(\pi t) \geq 0 \\ -t & \sin(\pi t) < 0 \end{cases}$$

#### 4. Parnost i neparnost signala



**Zadatak 9.** Izvedite izraze za pronalaženje parnog i neparnog dijela signala.



**Zadatak 10.** Potrebno je skicirati parnu i neparnu komponentu signala  $u(t) = 2\mu(t)$ .



**Zadatak 11.** Pronađite parni i neparni dio zadanih kontinuiranih signala.

1.  $u(t) = \cos(\omega t)$ ;
2.  $u(t) = t^3 - t + 1$ ;



**Zadatak 12.** Pronađite parni i neparni dio zadanih diskretnih signala.

1.  $u(n) = n^2 - 1$ ;
2.  $u(n) = e^n$ ;

#### 5. Konjugirana simetričnost kompleksnih signala



**Zadatak 13.** Izvedite izraze za konjugiranu simetričnost i asimetričnost signala.



**Zadatak 14.** Odredite konjugirano simetričnu i asimetričnu komponentu signala  $u(t) = e^{jt}$ .

## 6. Generalizirana derivacija signala

---



**Zadatak 15.** Pronađite generaliziranu derivaciju zadanih signala.

1.  $u(t) = t^2 [\mu(t) - \mu(t - 2)] + (2 - t) [\mu(t - 2) - \mu(t - 4)]$

2.  $u(t) = t^2 [\mu(t) - \mu(t - 1)] + t^2 [\mu(t - 2) - \mu(t - 3)]$



**Zadatak 16.** Pronađite i skicirajte generaliziranu derivaciju signum funkcije definirane kao

$$u(t) = \operatorname{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$$

## 7. Otipkavanje kontinuiranih signala

---



**Zadatak 17.** Iskažite svojstvo otipkavanja Diracove delta funkcije te pomoću njega izračunajte sljedeće integrale:

1.  $\int_0^\infty \delta(t - 3) t dt$

2.  $\int_{-\infty}^2 \delta(t - 4) t^2 dt$

3.  $\int_0^\infty (\delta(t + 1)t + \delta(t - 1)t) dt$



**Zadatak 18.** Potrebno je otipkati zadani signal  $u(t)$  maksimalnom frekvencijom otipkavanja tako da ne dođe do pojave preklapanja spektra

$$u(t) = \cos(1000\pi t) + \sin(2000\pi t + \frac{\pi}{4}) + \sin(3000\pi t)$$