

Signali i sustavi - Zadaci za vježbu

XII. tjedan

Jednadžbe diferencija

1. Zadan je sustav $y(n+1) + 2y(n) = u(n)$, pri čemu je $y(0) = 2$, $n \in N_0$. Je li sustav linearan? Obrazložite odgovor.
2. Zadan je sustav
$$y(n+2) - y(n+1) - y(n) = 0,$$
s početnim uvjetima $y(0) = 0, y(1) = 1$. Pronađite odziv sustava! Napišite prvih pet članova dobivenog niza! Prepoznajete li dobiveni niz?
3. Zadan je sustav $y(n+3) - y(n) = 0$, uz početne uvjete $y(0) = y(1) = 0, y(2) = 1$. Pronađite odziv sustava! Jesu li svi članovi dobivenog niza cijeli brojevi?
4. Naći odziv mirnog sustava opisanog jednadžbom diferencija:
$$3y(n+2) + 6y(n+1) + 3y(n) = 2u(n+1) - 5u(n).$$
Sustav je pobuđen nizom impulsa $u(n) = \{\dots, \underline{0}, 0, 1, 2, 1, 0, 0, \dots\}$, gdje je podvučena vrijednost amplituda impulsa u koraku $n = 0$.
5. Pronađite barem jedan sustav čiji je nepobuđeni odziv:
 - a. $y(0) = 0, y(1) = 1, y(2) = 2, y(3) = 1$.
 - b. $y(n) = 3^n + 5^n + 7$.
6. Na ulazu diskretnog sustava narinut je signal $u(n)$. Korištenjem konvolucijske sumacije naći impulsni odziv ako je poznat odziv mirnog sustava $y(n)$. Zadani su ulazni signal $u(n) = \{\dots, 0, \underline{1}, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$ i izlazni signal $y(n) = \{\dots, 0, \underline{0}, -1, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$, gdje je podvučena vrijednost amplituda impulsa u koraku $n = 0$.
7. Diskretni sustav opisan je jednadžbom diferencija $y(n) - 6y(n-1) + 8y(n-2) = 4u(n)$. Ako je ulaz u sustav $u(n) = 2\mu(n) - 3n\mu(n)$, nađite
 - c. Prirodni, prisilni te totalni odziv sustava uz početne uvjete $y(-1) = 2, y(-2) = 1$,
 - d. Mirni, nepobuđeni te totalni odziv sustava uz početne uvjete $y(-1) = 2, y(-2) = 1$.
8. Diskretni LTI sustav opisan je jednadžbom $y(n) - \frac{1}{2}y(n-1) = u(n)$. Odredite vrijednost odziva u koraku $n = 2000$ za pobudu $u(n) = \mu(n) - \mu(n-1001)$ uz početni uvjet $y(-1) = 6$.

9. Zadan je sustav $y(n) - \frac{1}{4}y(n-1) = u(n)$.
- Odredite impulsni odziv sustava.
 - Odredite mirni odziv sustava ako je pobuda $u(n) = \left(\frac{1}{4}\right)^n \mu(n)$.
 - Komentirajte stabilnost sustava.
10. Zadan je sustav $y(n) + 4y(n-1) + 4y(n-2) = u(n)$.
- Odredite impulsni odziv sustava.
 - Odredite prisilni i mirni odziv sustava ako je pobuda $u(n) = 4\mu(n)$.
 - Odredite prisilni i mirni odziv sustava ako je pobuda $u(n) = (-2)^n \mu(n)$.
 - Komentirajte stabilnost sustava.
11. Zadan je kauzalan, linearan i vremenski nepromjenjiv sustav $y(n) - \frac{1}{3}y(n-1) = u(n)$.
Ukoliko je sustav pobuđen sa $u(n) = 2^{-n} \mu(n)$, uz početni uvjet $y(-1) = 9$, odredite:
- Odredite prisilni i prirodni odziv sustava.
 - Odredite odziv nepobuđenog sustava, te odziv mirnog sustava.
 - Odredite totalni odziv sustava.

Dodatni zadaci:

Zbirka T. Petković, B. Jeren i ostali: Zbirka riješenih zadataka iz signala i sustava, 13 poglavlje. Linearne jednačbe diferencija, str. 142-159.

- Primjeri 13.1. – 13.13.
- Zadaci 13.1. – 13.4.