Pomocni salabahteri is SIS-a

Ovo je pisano za osobne svrhe

Ali mozda vam posluzi

Uzivajte .. ako budete ista razumili ☺

P.S.

Neodgovaram za nekakve greske...

For help www.avadhuta.hr ☺

By bh.Filip

Periodičan signal ↔ Diskretan spektar
Aperiodičan signal ↔ Kontinuirani spektar

$$\text{Energija} = \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

PAZIT AKO JE $(a+b)^2$

$$\text{Snaga} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 dt$$

$\text{arctg}\left(\frac{b}{a}\right)$

$\text{arctg}\left(\frac{-b}{a}\right) = -\text{arctg}\left(\frac{b}{a}\right)$

$\text{arctg}\left(\frac{b}{-a}\right) = \pi - \text{arctg}\left(\frac{b}{a}\right)$

$\text{arctg}\left(\frac{-b}{-a}\right) = \pi + \text{arctg}\left(\frac{b}{a}\right)$

$$\boxed{\int t e^{-j\omega t} dt = uv - \int v \cdot du}$$

$u = t$

$du = dt$

$dv = e^{-j\omega t} dt$

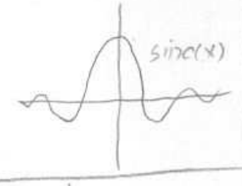
$v = \frac{(-1)}{j\omega} e^{-j\omega t}$

$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$

$\text{sinc}(0) = 1$

$\cos x = \frac{1}{2}(e^{jx} + e^{-jx})$

$\sin x = \frac{1}{2j}(e^{jx} - e^{-jx})$



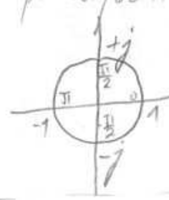
CTFS - $A\cos(\omega t + \varphi)$, $T = \frac{2\pi}{\omega}$

ω_0 - najmanji zajednički višekratnik

x_0 - srednja vrijednost sign. - istosm. komp.

→ izračunamo ω_0, te raspišemo sin & cos, odvojimo i prilagodimo

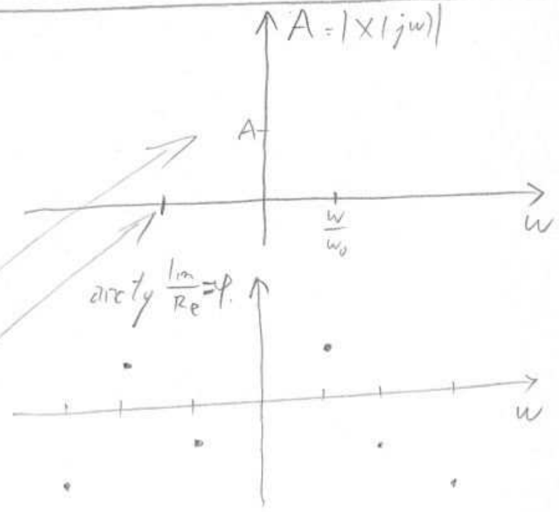
" pazit na j u nazivniku "



$(\ )e^{j(\ )\omega_0 t}$

$X_{(\ )} = (\ )$

KOD PERIODIČNIH



CTFT - pazit ako je step $\mu(t-5)$, pomiče se za 5 udesno $\int_5^\infty$

- $\frac{1}{3+j\omega}$ treba racionalizirat za Im i Re $\Rightarrow \frac{1}{3+j\omega} \cdot \frac{3-j\omega}{3-j\omega}$

DTFT - raspišemo red, onda središnju komponentu izlučimo ispred zagrade, a ostale grupiramo u sin i cos (pazit na $\frac{1}{2}$ ...)

DFT - raspišemo red točku po točku

- n - koja po redu (počima od ∅)
- N - ukupni broj
- $2\pi jk$ - ostaje normalno (i u REZ/bez j)

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-2\pi j \frac{n}{N} \cdot k}$$

PAZIT BEZ (-)

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X[n] e^{2\pi j \frac{n}{N} \cdot k}$$

OTIPKAVANJE:

FREKV. OTIPKAVANJA $f = \frac{w}{2\pi}$

* da nedođe do aliasinga $f_s \geq 2 f_0$ -> max. freku. u zadanom signalu

* otipkali sa f_s $T_s = \frac{1}{f_s}$ / supstitucija -> $t = nT_s$ => $x(nT_s)$ - UMJESTO t uvrstimo sups.

npr./ $T_s = \frac{\pi}{12}$

$$x(nT_s) = 4\cos(3nT_s) + 6\sin(6nT_s)$$

$$x(n) = 4\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) + 6\sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)$$

PERIODIČNOST: * za diskretne:

* izlučimo w i uvrstimo u $N = \frac{2\pi k}{w}$

-> ako u rezultatu imam π -> neperiodična

-> ako u rezultatu nema π -> periodičan

* onda tražimo k za koji će biti periodičan, tj. da ostane samo brojnik.

-> ako je $N = 8k$ -> $N = 8$

* za kontinuirane: zaključimo iz zadatka

-> ako su zadani samo sin i cos -> periodičan

-> ako je ograničen na neki dio ili ima μ ili δ

PERIODIČNI SIGNAL: ENERGIJA $= \infty$, RAČUNA SE SNAGA

NEPERIODIČNI SIGNAL: SNAGA $= \infty$, RAČUNA SE ENERGIJA

SPEKTAR /

PERIODIČNE MOŽEMO SKRAĆENO PREKO $(\,)e^{j(\,)w_0 t}$

APERIODIČNE UVRŠTAVAMO U JEDNADŽBE

{KONTINUIRANI SUSTAVI}

HOMOGENO RJEŠENJE: zamjena $y_h(t) = Ce^{st}$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

* $y''_h + 2y'_h + y_h = 0 \rightarrow Ce^{st}(s^2+2s+1) = 0$; s_1, s_2
* jednostruke (neponavljaju se): $y_h(t) = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t} + C_3 e^{s_3 t}$
* višestruke (ponavljaju se): $y_h(t) = C_1 e^{s_1 t} + (C_2 + C_3 t) e^{s_{2,3} t}$
* kompleksne $(\sigma \pm j\omega)$: $y_h(t) = e^{\sigma t}[A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)]$

! PAZIT NA ≥ 0 !

! PAZIT NA $s = 0$!

DERIVACIJA

$$\left(\frac{a}{b}\right)' = \frac{a'b - ab'}{b^2}$$

PARTIKULARNO RJEŠENJE:

	Pobuda $u(t)$	npr	Partikularni oblik $y_P(t)$
1.	A (konst)	$4\mu(t)$	K
2.	$Ae^{\xi t}$	$2 \cdot e^{-3t}\mu(t)$	$Ke^{\xi t} t^k$ (K - koliko se puta POJAVLJUJE KAO s)
3.	t^M	$(t^3+1)\mu(t)$	$K_0 + K_1 t^1 + \dots + K_M t^M$
4.	$t^M e^{\xi t}$	$t^2 \cdot e^{4t}\mu(t)$	$(K_0 + K_1 t^1 + \dots + K_M t^M) e^{\xi t} t^k$

! Pazit za $s=0$, jer se može pisati kao e^{0t}, pa je $3e^{0t}\mu(t)$!

kod uvrštavanja $y_P(t)$ u početnu, moramo izračunati i deriv. $y'_P(t), y''_P(t)$

TOTALNI ODZIV: $y_T(t) = y_h(t) + y_P(t)$

* uvrštavaju se $y(0^+), y'(0^+)$

(2. NAČIN) $y_T(t) = y_M(t) + y_N(t)$

MIRNI ODZIV: $y_M(t) = y_h(t) + y_p(t)$

* uvrštavaju se $y(0^+), y(0^-)$, s tim da se dobiju iz $y(0^-) = y'(0^-) = 0$

(! $y(0^+) = y(0^-) \Rightarrow 0$, $y'(0^+) = y'(0^-) \Rightarrow 0$!)

NEPOBUĐENI ODZIV: $y_N(t) = y_h(t)$

* uvrštavaju se $y(0^-), y'(0^-)$

PRISILNI: partikularni dio totalnog

NPR. REZ TOTALNOG $\Rightarrow y(t) = \underbrace{1 + 5e^{t} - 2e^{-t}}\underbrace{-6t}$

PRIRODNI: homogeni dio totalnog

$u(t) = A\cos(\omega_0 t)$; $A\sin(\omega_0 t)$

$y_P(t) = K_1\cos(\omega_0 t) + K_2\sin(\omega_0 t)$

IMPULSNI ODZIV: $h_A(t) = y_h(t)$! $D^m \cdot h_A(t) = h_A^{(m)}(t)$ (DERIVACIJA)

* uvrstimo $h_A(0^+) = 0$, $h_A'(0^+) = 1$, te dobijemo $h_A(t)$
* usporedimo sa jedn. sustava, da dobijemo a_0, a_1, b_0, b_1
* raspišemo po formuli (ovisno o N i M), te uvrstimo $a_0, b_0 \dots$

$$h(t) = \begin{cases} \sum_{m=0}^{M} (b_{N-m} \cdot D^m) \cdot h_A(t), & t \geq 0, \ N > M \\ b_0\delta(t) + \sum_{m=0}^{M} (b_{N-m} \cdot D^m) h_A(t), & t \geq 0, \ N = M \end{cases}$$

N - RED SUSTAVA

M - NAJVEĆA DERIV. POBUDE

OPĆE DIF. JEDN. SUSTAVA

(1) $a_0 y' + a_1 y = b_0 u' + b_1 \cdot u$

(2) $a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = b_0 u'' + b_1 u' + b_2 \cdot u$

(3) $a_0 y''' + a_1 y'' + a_2 y' + a_3 y = b_0 u''' + b_1 u'' + b_2 u' + b_3 u$

{RAČUNANJE POČETNIH UVJETA}

* ako nema derivacije $u(t) \Rightarrow$ $y(0^-) = y(0^+)$, $y'(0^-) = y'(0^+)$
* ako ima onda zadanu jedn. usporedimo sa općim dif. jedn., te dobijemo $a_0, a_1, b_0, b_1, \dots$

$\rightarrow$ zatim izaberemo neki izraz (niže), za koji nam red treba poč. uvjet, te raspišemo zamjenimo Δy i uvrstimo zadane poč. uvjete.

$$\Delta y = b_0 u(0^+)$$

$$\Delta y^{(1)} + a_1 \Delta y = b_0 u^{(1)}(0^+) + b_1 u(0^+)$$

$$\Delta y^{(2)} + a_1 \Delta y^{(1)} + a_2 \Delta y = b_0 u^{(2)}(0^+) + b_1 u^{(1)}(0^+) + b_2 u(0^+)$$

gdje je $\Delta y^{(i)} = y^{(i)}(0^+) - y^{(i)}(0^-)$

AKO SUSTAV IMA 2 POBUDE $(= u_1(t) - u_2(t))$

* PAZIT KOD PARTIKULARNOG !

$\rightarrow$ prvo računamo samo za $u_1(t)$ (kao da $u_2(t)$ nepostoji), i zatim za $u_2(t)$

$\rightarrow$ te zbrojimo $y_P(t) = y_{P1}(t) + y_{P2}(t)$

SVOJSTVA LAPLACEOVE TRANSFORMACIJE / $x(t) \leftrightarrow X(s)$ $\quad y(t) \leftrightarrow Y(s)$

① Linearnost: $\mathcal{L}\{ax(t) \pm by(t)\} = aX(s) \pm bY(s)$

② Pomak u vremenu: $\mathcal{L}(x(t-t_0)) = X(s) \cdot e^{-st_0}$

③ Frekv. pomak: $\mathcal{L}(e^{at} \cdot x(t)) = X(s-a)$

④ Vremenska kompresija: $\mathcal{L}\{x(at)\} = \frac{1}{a} X\left(\frac{s}{a}\right)$

⑤ Konvolucija u vremenu: $\mathcal{L}\{x(t) * y(t)\} = X(s) \cdot Y(s)$

⑥ Vremenska derivacija:

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{L}\left\{\frac{d}{dt}x(t)\right\} &= sX(s) - x(0^-) \\ \mathcal{L}\left\{\frac{d^2}{dt^2}x(t)\right\} &= s^2X(s) - sx(0^-) - x'(0^-) \\ \mathcal{L}\left\{\frac{d^3}{dt^3}x(t)\right\} &= s^3X(s) - s^2x(0^-) - sx'(0^-) - x''(0^-) \end{aligned}\right\} !$$

⑦ Integracija u vremenu: $\int_{0^-}^{t} x(t)\,dt = \frac{1}{s} X(s)$

$$\iiint x(t)\,dt = \frac{1}{s^3} X(s)$$

⑧ Frekv. derivacija: $\mathcal{L}\{t\,x(t)\} = -\frac{d}{ds} X(s)$

$$\mathcal{L}\{t^2 x(t)\} = \frac{d^2}{ds^2} X(s)$$

INVERZNA LAPLACEOVA TRANSFORMACIJA /

* treba rastavit na parcijalne, i upotrijebit ove gore ↑

Npr. ① $\frac{5}{(s+1)(s+2)} = \frac{C_{11}}{s+1} + \frac{C_{21}}{s+2}$

$\rightarrow C_{11}$: $s+1=0 \Rightarrow s=-1$, pokrijemo dio nazivnika $(s+1)$, te u drugi $(s+2)$ uvrstimo $(s=-1)$, tj. $\left[\frac{5}{-1+2} = 5 = C_{11}\right]$

② $\frac{5}{(s+1)^3(s+2)} = \frac{C_{11}}{(s+1)^1} + \frac{C_{12}}{(s+1)^2} + \frac{C_{13}}{(s+1)^3} + \frac{C_{21}}{(s+2)^1}$ $\quad C_{12}$: 1 → KOJA NUL TOČKA, 2 → POTENCIJA NAZIVNIKA

$$C_{ij} = \frac{1}{(r_i - j)!} \lim_{s \to s_i} \left\{ \frac{d^{r_i - j}}{ds^{r_i - j}} \left[\underbrace{X(s) \cdot (s-s_i)^{r}}_{} \right] \right\}$$

tj. $X(s)$ bez djela u nazivniku koji je ispod C

r_i - višestrukost korijena

$$C_{11} = \frac{1}{(3-1)!} \lim \left\{ \frac{d^{3-1}}{ds^{3-1}} \left[\frac{5}{s+2} \right] \right\} \Rightarrow \frac{1}{2} \lim_{s \to -1} \left(\frac{d^2}{ds^2} \left(\frac{5}{s+2} \right) \right)$$

ovaj s uvrstimo u REZULTAT

* IMPULSNI ODZIV U VREMENU ↔ PRIJENOSNA F-ja U LAPLACEU

* STABILNOST SUSTAVA → JELI NAZIVNIK $H(s) < 0$ → STABILAN

* PRVO RASPIŠEMO LAPL. TRANSF. ZA VREM. DERIV., i UVRSTIMO POČETNE UVJETE

* ZAMIJENIMO $y(t)$... sa $Y(s)$..., i izračunamo $U(s)$ (prije) i isto uvrstimo,

* izlučimo $Y(s)$, rastavimo na parcijalne i vratimo u vremensku

to je odziv

{ DISKRETNI SUSTAVI }

! Čim je $\mu(n)$, u svakom rješenju treba napisat, ≥ 0 !

HOMOGENO RJEŠENJE: * uvrstimo zamjenu $y_h[n] = C q^n$
* izlučimo najmanji q^n, te izračunamo $q_1, q_2, \dots$

$\Rightarrow$ 1. ako su jednostruki q ($q_1 \neq q_2 \neq q_3$): $y_h(n) = C_1 q_1^n + C_2 q_2^n + C_3 q_3^n$

$\Rightarrow$ 2. ako se q ponavljaju (višestruki $q_1 = q_2$): $y_h(n) = C_1 q_1^n + (C_2 + C_3 n + C_4 n^2) q_{2,3,4}^n$

$\Rightarrow$ 3. ako su kompleksni $(a \pm bj)$: - prebacimo u polarne $q_{1,2} = r \cdot e^{\pm j\varphi}$

$y_h(n) = r^n (A\cos(\varphi n) + B\sin(\varphi n))$

$r = \sqrt{a^2+b^2}$ $\varphi = \operatorname{arctg}\frac{b}{a}$

PARTIKULARNO RJEŠENJE:

	Pobuda	npr.	Partikularni oblik $= y_p(n)$	Skraćeni part. oblik
1.	A - konst.	$5 \cdot \mu(n)$	K	
2.	$A \cdot r^n, r \neq q$	$5 \cdot 4^n \cdot \mu(n)$	$K \cdot r^n$	$K \cdot r^n \cdot n^z$ z - koliko puta se ponavlja q
3.	$A \cdot r^n, r = q$	! $5 \cdot 1^n \cdot \mu(n)$!	$K \cdot r^n \cdot n$	
4.	$A \cdot n^M$	$(1+n^3)\mu(n)$	$k_0 + k_1 n + \dots + k_M \cdot n^M$	$(k_0 + k_1 n + \dots + k_M \cdot n^M) \cdot r^n \cdot n^z$
5.	$r^n \cdot n^M$	$(n+1) \cdot 5^n \mu(n)$	$(k_0 + k_1 n + \dots k_M \cdot n^M) \cdot r^n$	

! ako je $q = 1$!
jer se može pisati: $1^n = 1$
pa ide $[4 \cdot 1^n \cdot \mu(n)]$

! pazi! kod $y_p[n] = k_0 + k_1 n$ kad se uvrstava u $y_p(n-1) =$
$= k_0 + k_1(n-1) =$
$= k_0 + k_1 n - k_1$

MIRNI ODZIV: $y_m(n) = y_h(n) + y_p(n)$
* $y(-1) = y(-2) = 0 \Rightarrow$ početni uvjeti $= 0$
* iz ovih izračunamo $y(0), y(1)$, i uvrstimo u $y_m(n)$

NEPOBUĐENI ODZIV: $y_n(n) = \underset{\text{HOMOGENA}}{y_h(n)}$
* računamo sa uvjetima prije pobude
$\Rightarrow$ ako počima u $\emptyset$, onda sa $y(-1), y(-2)$

TOTALNI ODZIV: $y_T(n) = y_h(n) + y_p(n)$
* uvrstimo $y(0), y(1) \Rightarrow$ dobivene iz zadanih $y(-1), y(-2)$

(2. NAČIN) $y_T(n) = y_m(n) + y_n(n) \Rightarrow$ MIRNI + NEPOBUĐENI

PRISILNI: partikularni dio totalnog odziva

NPR. rješenje tot. odz $\Rightarrow$ $y_T(n) = \underbrace{-9 \cdot 3^n}\overbrace{+4+n}$

PRIRODNI: homogeni dio totalnog odziva

IMPULSNI: $\dots = 1$ za $y(0)$, a $\dots = 0$, za $y(1), y(2)$
UVRSTIMO $C_{1,2} \dots$ U HOMOGENU

RAČUNANJE ŽELJENIH POČETNIH UVJETA:
* u početnoj jedn. izlučimo $y(n) =$
* zatim umjesto n, uvrstimo traženi broj (počevši od manjeg),
$y(0) = \dots y(0-1) = 4$
* a desno već zadane $y(-1) = \dots$

RAČUNANJE ODZIV-a:
* željene početne uvjete uvrstimo u jedn. odziva
$y_m(0) = \dots C_1 \dots = 4 \longrightarrow \underset{\text{ZADANI}}{y(0) = 4}$
* sredimo i izračunamo $C_1, C_2 \dots$ i vratimo nazad

* ako je nepobuđen $(\mu(n) = 0)$, onda odma $C_1 \dots$ tražimo za $y_h(n)$

Z-TRANSFORMACIJA

PR. $X(Z)=\sum_{x=0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{Z}\right)^m=\frac{1}{1-\frac{\alpha}{Z}}=\frac{Z}{Z-\alpha}$

$\mu(\arg)=\begin{cases}1, & \arg\geq 0\\ 0, & \arg<0\end{cases} \Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty}$

$\mu(-m-1)=\begin{cases}1 & m\leq -1\\ 0 & m>-1\end{cases} \Rightarrow \sum_{m=-\infty}^{-1}$

ako imamo krive granice $\Rightarrow$ supstitucija

npr. $\sum_{m=-\infty}^{-1}-\left(\frac{\alpha}{Z}\right)^m \Rightarrow \left|\begin{array}{l} m=-k\\ m\to -1,\ k\to 1\\ m\to-\infty,\ k\to\infty\end{array}\right| = \sum_{k=\infty}^{1}-\left(\frac{\alpha}{Z}\right)^{-k}=\sum_{k=1}^{k=\infty}-\left(\frac{\alpha}{Z}\right)^{-k}=-\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{Z}{\alpha}\right)^{k}+1$

MOŽE SE ZAMJENIT (GORE/DOLE)

DODAMO +1, DA KRENE OD $k=0$

INVERZNA Z-TRANSFORMACIJA: rastavlja se na parcijalne

* no zbog formula u brojniku treba bili z, pa moramo prvo jednadbu podijelili sa $z \Rightarrow X_1(z)=\frac{X(z)}{Z}$, te rastavimo na parcijalne.

$\rightarrow$ zatim sve pomnožimo sa $z \Rightarrow X(Z)=X_1(Z)\cdot Z$, te dobili z u brojniku

---

$Y(z)=U(z)\cdot H(z)$

* ako je sustav zadan sa $H(z)=\frac{2z(3z-23)}{(25-6z+z^2)(z-1)^2}$

$\rightarrow$ razvijemo ga u red djeleći brojnik sa nazivnikom

$H(z)=6z^{-2}+2z^{-3}\dots$

$h(n)=6\delta(n-2)+2\delta(n-3)$

$h(n)=\{0,\underline{0},0,6,2,\dots\}$

$\rightarrow$ rješimo u vrem. domeni rastavom na parcijalne, te inverzom.

* ODZIV na $\mu(n)$ $\quad \mu(n) \circ\!\!-\!\!\bullet \frac{Z}{Z-1}$

$\Rightarrow$ nađemo $H(z)$, te je $Y(z)=H(z)\cdot U(z)$

ZA PREBACIVANJE IZ VREM. U FREKV.

$f[n+1] \circ\!\!-\!\!\bullet zF(z)-zf[0]$

$f[n+m] \circ\!\!-\!\!\bullet z^mF(z)-\sum_{i=0}^{m-1}f[i]z^{m-i}$

$f[n-1] \circ\!\!-\!\!\bullet \frac{1}{z}F(z)+f[-1]$

$f[n-m] \circ\!\!-\!\!\bullet z^{-m}F(z)+\sum_{i=0}^{m-1}f[i-m]z^{-i}$

NPR.

$f(n-2)=z^{-2}F(z)+f(0-2)\cdot z^{-0}+f(1-2)\cdot z^{-1}=$

$=z^{-2}F(z)+f(-2)+f(-1)\cdot z^{-1}$

PRISILNI $\rightarrow$ PREKO frekv i amp. karakt.

$y[n]=Y_1\cos(w_1n+\varphi_1)$

IMPULSNI $\rightarrow$ INVERZ OD $H(z)$

MIRNI $\rightarrow$ $Y(z)=H(z)\cdot U(z) \rightarrow$ TRANSFORMIRAM $\mu(n)$

$\rightarrow$ poslje pretvorimo u vremensku

FREKVENCIJSKA KARAKTERISTIKA

$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\text{karakt. jedn. ulaza}}{\text{karakt. jedn. izlaza}}$

PRIJENOSNA FUNKC. SUSTAVA

$H(j\omega) = H(s)\Big|_{s=j\omega}$ → umjesto s, uvrstimo $j\omega$

FREKVENCIJSKA KARAK. SUSTAVA

$|H(j\omega)| = \frac{\sqrt{Re^2+Im^2}}{\sqrt{Re^2+Im^2}}$

AMPLITUDNA KARAKT. SUSTAVA

$\phi = \underbrace{\text{arctg}\frac{Im}{Re}}_{\text{BROJNIKA}} - \underbrace{\text{arctg}\frac{Im}{Re}}_{\text{NAZIVNIKA}}$

FAZNA KARAK. SUSTAVA

$\text{arctg}\frac{1}{1} = 45^\circ$

$\text{arctg}\frac{-1}{-1} = 45^\circ + 180^\circ$

$\text{arctg}\frac{1}{-1} = -45 + 180$

$\text{arctg}\frac{-1}{1} = -45^\circ$

Npr. $y'' + 3y' + 4y = u' + 2u$

$y \circ\!\!- Y(s)$ $\quad 2u \circ\!\!- 2U(s)$

$y' \circ\!\!- sY(s)$ $\quad u' \circ\!\!- sU(s)$

$y'' \circ\!\!- s^2Y(s)$

$Y(s)(s^2+3s+4) = U(s)(s+2)$

$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+2}{s^2+3s+4}$ ...

PARTIKULARNA za sinusnu pobudu / STACIONARNO

ako je $u(t) = 5\cos(t)$ | $u(t) = 3\sin(2t)$

* $y_p(t) = K\cdot\cos(t+\theta)$ | * $y_p(t) = K\cdot\sin(2t+\theta)$

→ $K = 5\cdot|H(j\omega)|_{\omega=1}$ (uvrstimo ω) | → $K = 3\cdot|H(j\omega)|_{\omega=2}$

→ $\theta = \theta_{ul} + \angle G(j\omega)\Big|_{\omega=\omega_0}$ | → $\theta = \theta_{ul} + \angle G(j\omega)\Big|_{\omega=2}$

* ako sinusna pobuda djeluje prije 0, $t<0$
→ u totalnom odzivu $y_h(t)=0$

* ako $u(t)$ ima više sin i cos, računamo za svaki posebno i zbrojimo na kraju

* za $t \geq 0$, u $y_T(t)$ ostane samo partikularni

* ako je sustav nestabilan nemožemo računati na ovaj način, već klasično

FREKVENCIJSKA ZA DISKRETNE

$u(n) = A_1\cos(\omega_1 n + \theta_1)$ ⇒ $Y_1 = A_1\cdot|H(e^{j\omega_1})|_{\omega_1}$

$\boxed{y[n] = Y_1\cos(\omega_1 n + \psi_1)}$ $\quad \psi_1 = \theta_1 + \angle H(e^{j\omega_1})$

$H(e^{j\omega}) = H(z)\Big|_{z=e^{j\omega}}$

$e^{-j\omega} = \cos\omega - j\sin\omega$

$e^{j\omega} = \cos\omega + j\sin\omega$

npr. $y(n) - 0.5y(n-1) = u(n)$ → Z → DIREKTNO AKO JE MIRN

$Y(z)(1-0.5z^{-1}) = U(z)$

$H(z) = \frac{Y(z)}{U(z)}$ ...

$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{1-0.5\cdot e^{j\omega}} = \frac{1}{1-0.5\cos\omega + j\sin\omega}$

$|H(j\omega)| = \frac{1}{\ldots \underbrace{\cos^2\omega + \sin^2\omega}_{1}}$

POKUŠAMO DOVEST NA $A\cos^2\omega + A\sin^2\omega = A$

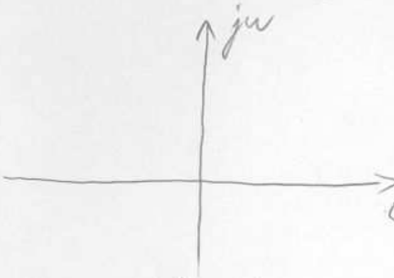
ako nam je ulazna pobuda sinus: $u(n) = 3\sin(\frac{\pi}{2}n + 0.1\pi)$
→ moramo pazit kod θ, da ga prebacujemo u cos sa $\sin\alpha = \cos(\alpha - \frac{\pi}{2})$, pa je $\theta = \frac{\pi}{10} - \frac{\pi}{2}$

(AKO TREB)

ZA TOTALNI ODZIV, MOŽEMO IZRAČUNATI PARTIKULARNI NA OVAJ NAČIN, I ONDA KLASIČNO HOMOGENI, ZBROJIT I UVRSTIT POČETNE UVJETE

STABILNOST SUSTAVA / - određuje se prema karakt. frekv. sustava

ZA KONTINUIRANE: /UTJEČE SAMO REALNI DIO/



$Y_H(t) = C_1 e^{s_1 t} + C_2 e^{s_2 t}$

$s = \sigma + jw$

σ - PRIGUŠENje

a.) za jednostruke korijene

1. $Re\{s_i\} < 0, \forall i$ ... sustav je stabilan
2. $Re\{s_i\} = 0, \exists i$ ... marginalno stabilan
3. $Re\{s_i\} > 0, \exists i$ ... nestabilan

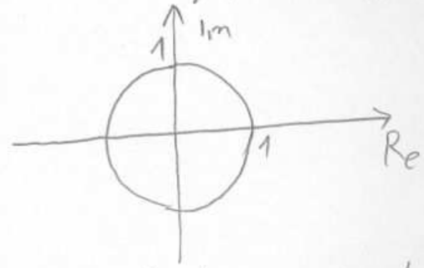
b.) za višestruke

1. $Re\{s_i\} < 0, \forall i$ ... stabilni sustav
2. $Re\{s_i\} \geq 0, \exists i$ ... nestabilan

Primjer. $\lim_{t \to \infty} (C_1 + C_2 t) e^{s_1 t} \rightarrow$ nestabilan

ZA DISKRETNE:

$y_h(n) = C_1 z_1^n + C_2 z_2^n$



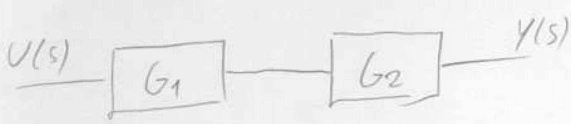
a.) jednostruki & višestruki

1. $|s_i| < 1, \forall i$ ... stabilan
2. $|s_i| = 1, \exists i$ ... marginalno stab.
3. $|s_i| > 1, \exists i$ ... nestabilan

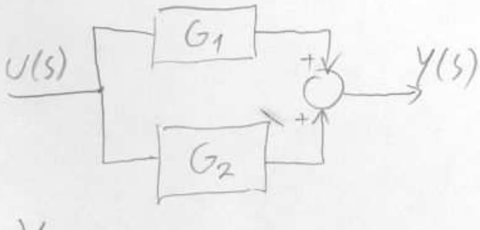
MOŽEMO VIDJETI I IZ $H(z)$ U NAZIVNIKU KOLIKI JE POL

$H(z) = \frac{z}{z - \frac{1}{2}}$ pol $= \frac{1}{2}$

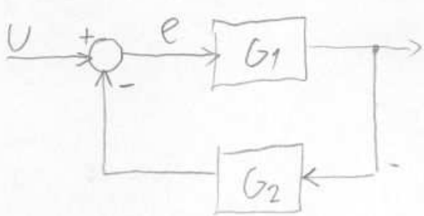
BLOKOVSKI DIJAGRAMI



$G = G_1 \cdot G_2$



$Y = UG_1 + UG_2 = U(G_1 + G_2)$



$e = u - G_2 Y$

$Y(s) = E(s) \cdot G_1(s)$

$Y(s) = (U(s) - G_2(s) \cdot Y(s)) \cdot G_1(s)$

$Y(s) = (1 + G_1 G_2) = U(s) \cdot G_1(s)$

$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_1}{1 + G_1 G_2} \rightarrow$ Prijenosna f-ja

KONTINUIRANI

* CRTANJE IZ DIF. JEDN.

- izlučimo najveću derivaciju sa lijeve strane
- zatim se rješimo te lijeve derivacije integriranjem n-puta cijeli izraz
- zatim izlučimo (grupiramo) integrale

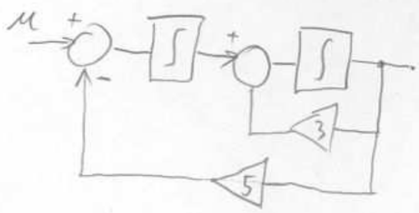
→ crtamo od izlaza Y, prema lijevo

npr. $Y'' - 3Y' + 5Y = \mu$

$Y'' = \mu + 3Y' - 5Y \, / \iint$

$Y = \iint \mu + 3\iint Y' - 5\iint Y$

$Y = \int \left[3Y + \int (\mu - 5Y) \right]$



* VARIJABLE STANJA

X - stanje sustava → n

μ - ulazna pobuda → m

Y - broj izlaza → k

$\dot{X} = AX + B\mu$

$Y = CX + D\mu$

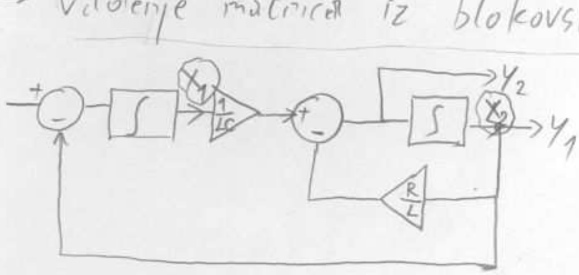
A - matrica dinamike $n \times n$

B - ulazna matrica $n \times m$

C - izlazna matrica $k \times n$

D - ulazno/izlazna $k \times m$

→ vađenje matrica iz blokovskog diagrama / jednadžbi



NPR.

$X_1 = \int (\mu - Y) \, /'$

$\dot{X}_1 = \mu - Y$

$\dot{X}_1 = \mu - X_2$

$X_2 = \int \left(\frac{1}{LC} X_1 - \frac{R}{L} Y_1 \right) /'$

$\dot{X}_2 = \frac{1}{LC} X_1 - \frac{R}{L} X_2$

$Y_1 = X_2$

$Y_2 = \frac{1}{LC} X_1 - \frac{R}{L} X_2$

* izlaz svakog integratora označimo sa $X_1, \dots X_2$

* raspišemo jednadžbe za svaki X i Y

* da izgubimo integrale (i dobijemo $\dot{X}_1, \dot{X}_2$), cijele X-ove izderiviramo

* umjesto Y uvrstimo njihove jednadžbe

→ uvrstavamo u matrice

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix}}_{[n\times 1]} = \underbrace{\begin{array}{cc} X_1 & X_2 \\ \left[\begin{matrix} 0 & -1 \\ \frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{matrix}\right. & \left.\right] \end{array}}_{A \; [n \times n]} \underbrace{\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}}_{[n\times 1]} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B \; [n\times m]} \underbrace{\begin{bmatrix} \mu \end{bmatrix}}_{[m \times 1]}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}}_{[k\times 1]} = \underbrace{\begin{array}{cc} X_1 & X_2 \\ \left[\begin{matrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{matrix}\right. & \left.\right] \end{array}}_{C \; [k \times n]} \underbrace{\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}}_{[n\times 1]} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{D \; [k\times m]} \underbrace{\begin{bmatrix} \mu \end{bmatrix}}_{[m \times 1]}$$

REDAK STUPAC

DISKRETNI / - isto kao gore samo što umjesto $\boxed{\int}$ imamo $\boxed{E^{-1}}$, što znači da član iza kasni za 1 $E^{-1} \cdot \mu(n) = \mu(n-1)$

$X(k+1) = A\,x(k) + B\,\mu(k)$

$Y(k) = C\,x(k) + D\,\mu(k)$

ODZIV SUSTAVA

$$Y(n) = \begin{cases} C \cdot X(0) + D\,\mu(0), & n = 0 \\ C \cdot A^n \cdot X(0) + \sum_{m=0}^{n-1} C A^{n-1-m} \cdot B \cdot \mu(m), & n > 0 \end{cases}$$

ODZIV STANJA SUST.

$$X(n) = A^n \cdot X(0) + \sum_{m=0}^{n-1} A^{n-1-m} \cdot B \cdot \mu(m), \quad n > 0$$

ZA NEPOBUĐENI $= 0$

$H(s) = C(s \cdot I - A)^{-1} B + D$

$H(z) = C(z \cdot I - A)^{-1} B + D$

$X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad X^{-1} = \frac{1}{ad - b \cdot c} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$s \cdot I = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix}$

MATRICE REALIZACIJE

* PRVO VIDIMO ŠTO NAM TREBA I RASTAVIMO

KASKADA $\frac{Z}{Z-Z_1}, \frac{Z}{Z-Z_2}, \frac{Z}{Z-Z_3}$

PARALELA $\frac{A}{s+1} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s+3}$

* ZATIM ODVOJIMO SVAKI POSEBNO I RAČUNAMO

$$H_1 = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3}{s+1} \Rightarrow Y_1(s) = 3\underbrace{\frac{U(s)}{s+1}}_{X_1(s)} = 3X_1(s) \qquad X_1(s) = \frac{U(s)}{s+1}$$

$H_2 = \ldots$ ZA DRUGE ISTO...

OVO UBACIMO U Y MATRICU

$$Y(t) = \begin{bmatrix} 3 & \ldots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(t) \\ X_2(t) \\ X_3(t) \end{bmatrix} + [0]\,u(t)$$

$$X_1(s) = \frac{U(s)}{s+1} \quad / \cdot s+1$$

$$sX_1(s) + X_1(s) = U(s)$$

TRANSF

$$X_1' + X_1 = U(t)$$

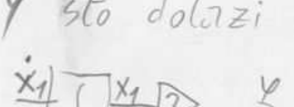
$$\dot{X}_1 = -X_1 + U(t) \rightarrow$$ UBACIMO U MATRICU

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{bmatrix} = \ldots$$

CRTANJE:

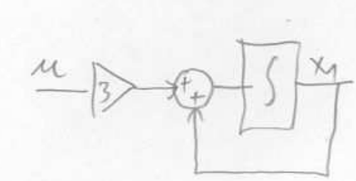
* gledamo sa Y što dolazi na izlaz

npr $Y = 3X_1$



* a sa $\dot{x}_1$ što ulazi u integrator

$\dot{X}_1 = X_1 + 3u$



pa je grana