

Signali i sustavi
Drugi međuispit (grupa C) – 12. svibnja 2008.

1. Kontinuirani signal ima spektar koji je jednak nuli za sve kružne frekvencije osim onih iz intervala $\omega \in \langle -10\pi, -3\pi \rangle \cup \langle 3\pi, 10\pi \rangle$. Kojom frekvencijom moramo otipkati signal ako želimo da rekonstrukcija temeljem dobivenih uzoraka bude moguća? Odaberite najmanju frekvenciju otipkavanja tako da ne dođe do preklapanja spektra (eng. *aliasing*).
a) $f_s > 0$ b) $f_s > 5$ c) $f_s > 5\pi$ d) $f_s > 10\pi$ e) $f_s > 10$
2. Zadan je periodički niz pravokutnih impulsa. Trajanje impulsa je T_0 , a period signala je $T_p > T_0$. Može li se taj signal otipkati tako da ne dođe do preklapanja spektra (eng. *aliasing*)? Ako da, kolika mora biti frekvencija otipkavanja?
a) Može, $f > \frac{2}{T_0}$. b) Može, $f > \frac{2}{T_p}$. c) Može, $f > \frac{2}{T_0+T_p}$. d) Može, $f > \max(\frac{2}{T_0}, \frac{2}{T_p})$. e) Ne može!
3. Kontinuirani signal čiji spektar je $X(j\Omega) = \begin{cases} 1, & -1 < \Omega < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$ je otipkan uz period otipkavanja $T = \pi$. Vrijednost spektra diskretnog signala $X(e^{j\omega})$ za $\omega = \frac{\pi}{2}$ je:
a) 0 b) $\frac{1}{\pi}$ c) $\frac{2}{\pi}$ d) $\frac{3}{\pi}$ e) $\frac{4}{\pi}$
4. Promatramo diskretni periodični signal zadan osnovnim periodom $x(n) = \begin{cases} |n|, & |n| \leq 2 \\ 0, & n = 3 \end{cases}$. Nulti član vremenski diskretnog Fourierovog reda (DTFS) toga signala je:
a) $X_0 = -1$ b) $X_0 = 1$ c) $X_0 = -\frac{1}{6}$ d) $X_0 = -\frac{1}{2}$ e) $X_0 = \frac{1}{2}$
5. Kolika je vrijednost DFT transformacije u četiri točke signala $x(n) = \{0, 1, 0, 0\}$ za $k = 1$?
a) 0 b) 1 c) -1 d) j e) $-j$
6. Promatramo diskretnu kompleksnu eksponencijalu konačne duljine N opisanu izrazom $x(n) = \begin{cases} e^{j\Omega_0 n}, & 0 \leq n < N-1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$.
Za transformacije $X[k] = \text{DFT}[x(n)]$ i $X(e^{j\omega}) = \text{DTFT}[x(n)]$ vrijedi:
a) $X[k] = X(e^{j\omega})$ za $\omega = 2\pi \frac{k}{N-1}$ b) $X[k] = X(e^{j\omega})$ za $\omega = 2\pi \frac{k}{N}$ c) $X[k] = X(e^{j\omega})$ za $\omega = 2\pi \frac{k}{N+1}$
d) $X[N-k] = X(e^{j\omega})$ za $\omega = 2\pi \frac{k}{N}$ e) $X[k] = X(e^{j\omega})$ za $\omega = 2\pi \frac{k}{N-k}$
7. Neka su $u_1(t)$ i $u_2(t)$ ulazi u sustav S i neka su α i β neki brojevi. Definiciju linearnosti možemo pisati:
a) $\exists \alpha, \beta: S(\alpha u_1(t) + \beta u_2(t)) = \alpha S(u_1(t)) + \beta S(u_2(t))$ b) $\exists \alpha, \beta: S(u_1(\alpha t) + u_2(\beta t)) = \alpha S(u_1(t)) + \beta S(u_2(t))$
c) $\forall \alpha, \beta: S(\alpha u_1(t) + \beta u_2(t)) = \alpha S(u_1(t)) + \beta S(u_2(t))$ d) $\forall \alpha, \beta: S(u_1(\alpha t) + u_2(\beta t)) = \alpha S(u_1(t)) + \beta S(u_2(t))$
e) $\forall \alpha, \beta: S(u_1(\alpha t_1 + \beta t_2) + u_2(\alpha t_1 + \beta t_2)) = \alpha S(u_1(t_1)) + \beta S(u_2(t_2))$
8. Neka je $y(t)$ odziv sustava S na pobudu $u(t)$, dakle $y(t) = S(u(t))$, te neka je $T \in \mathbb{R}$. Za sustav S kažemo da je vremenski nepromjenjiv ako za svaku pobudu vrijedi:
a) $\forall T: S(u(t-T)) = y(t-T)$ b) $\forall T: S(u(t-T)) = y(t+T)$ c) $\exists T: S(u(t-T)) = y(t-T)$
d) $\exists T: S(u(t-T)) = y(t+T)$ e) $\exists T: S(u(t+T)) = y(t+T)$
9. Odziv na jedinični skok $u(t) = \mu(t)$ kontinuiranog LTI sustava je $y(t) = (1-t)\mu(t)$. Koliki je odziv na pobudu $u(t) = \mu(t) - \mu(t-2008)$?
a) $y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1-t, & 0 \leq t < 2008 \\ -2007, & \text{inače} \end{cases}$ b) $y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1-t, & 0 \leq t < 2008 \\ -2008, & \text{inače} \end{cases}$ c) $y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1-t, & 0 \leq t < 2008 \\ 2008, & \text{inače} \end{cases}$
d) $y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t-1, & 0 \leq t < 2008 \\ -2007, & \text{inače} \end{cases}$ e) $y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1-t, & 0 \leq t < 2007 \\ -2008, & \text{inače} \end{cases}$
10. Zadan je sustav $y(n) = \sum_{k=-\infty}^n u(k)$. Taj sustav je:
a) bezmemorijski i linearan b) nelinearan i memorijski c) linearan i vremenski nepromjenjiv
d) linearan i vremenski promjenjiv e) bezmemorijski i vremenski nepromjenjiv

11. Zadan je sustav $y(n) = \sum_{k=0}^n u(k)$. Taj sustav je:
- a) bezmemorijski i linearan b) nelinearan i memorijski c) linearan i vremenski nepromjenjiv
d) linearan i vremenski promjenjiv e) bezmemorijski i vremenski nepromjenjiv
12. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = [1 \quad 1]$ i $\mathbf{D} = [1]$. Ukoliko su početni uvjeti $\mathbf{x}(0) = [x_1 \quad x_2]^T$ pronađite prve dvije vrijednosti $u(0)$ i $u(1)$ ulaznog signala tako da se sustav u koraku dva nađe u stanju $\mathbf{x}(2) = [0 \quad 0]^T$.
- a) $u(0) = -x_1 - 2x_2$, $u(1) = x_1 + x_2$ b) $u(0) = -2x_1$, $u(1) = -4x_2$ c) $u(0) = -2x_1 - x_2$, $u(1) = -x_1 - x_2$
d) $u(0) = -2x_1 - 2x_2$, $u(1) = 0$ e) $u(0) = -x_1$, $u(1) = -x_2$
13. Zadan je LTI sustav opisan matricama $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = [1 \quad 0]$ i $\mathbf{D} = [0]$. Koliko iznosi odziv nepobuđenog sustava za $n \geq 0$ uz početne uvjete $\mathbf{x}(0) = [1 \quad 1]^T$? Uputa: raspišite $A^n = A \cdot A \cdot A \cdots A$ i računajte $A \cdot A$, $A \cdot A \cdot A$ itd.
- a) $1 + n$ b) $2 + n$ c) 0 d) 1 e) n
14. Ako je impulsni odziv diskretnog LTI sustava $h(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2, & n = 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$ diferencijska jednačba koja opisuje taj sustav je:
- a) $y(n) = u(n) + 2u(n-2)$ b) $y(n) = u(n-2) + 2u(n)$ c) $y(n) + y(n-2) = u(n)$ d) $y(n-2) + 2y(n) = u(n)$
e) $y(n) + 2y(n-2) = u(n) + 2u(n-2)$
15. Nađite odziv kontinuiranog LTI sustava s impulsnim odzivom $h(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$ na pobudu $u(t) = \begin{cases} 1, & 1 < t < 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$
- a) $y(t) = \begin{cases} 2 - |t - 2|, & 1 < t < 3 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$ b) $y(t) = \begin{cases} 1 - |t - 2|, & 1 < t < 3 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$ c) $y(t) = \begin{cases} 2 - |t - 1|, & 0 < t < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$
d) $y(t) = \begin{cases} 2 - |t - 1|, & 0 < t < 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$ e) $y(t) = \begin{cases} 1 - |t - 1|, & 1 < t < 3 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$
16. Konvolucija $(x(t) + y(t) * \delta(t+2)) * \delta(t-1)$ je:
- a) $x(t-1) \cdot \mu(t)$ b) $y(t-1) + x(t+1)$ c) $x(t-1)$ d) $x(t+1) + y(t+3)$ e) $x(t-1) + y(t+1)$
17. Promatramo diskretni LTI sustav opisan diferencijskom jednačbom $y(n) - 6y(n-1) + 8y(n-2) = 4u(n)$. Ako je pobuda $u(n) = (1 - 3n) \mu(n)$ onda je odziv mirnog sustava:
- a) $y(n) = (-12 - 4n) \mu(n)$ b) $y(n) = 4 \cdot 2^n \mu(n)$ c) $y(n) = 20 \cdot 2^n \mu(n)$ d) $y(n) = (16 \cdot 2^n - 4n - 12) \mu(n)$
e) $y(n) = (20 \cdot 2^n - 4n - 12) \mu(n)$
18. Promatramo diskretni LTI sustav opisan diferencijskom jednačbom $y(n) - 6y(n-1) + 8y(n-2) = 4u(n)$. Ako su početni uvjeti $y(-1) = 2$ i $y(-2) = 1$ onda je odziv nepobuđenog sustava:
- a) $y(n) = 4 \cdot 2^n \mu(n)$ b) $y(n) = 20 \cdot 2^n \mu(n)$ c) $y(n) = (4 \cdot 2^n + 4 \cdot 4^n) \mu(n)$ d) $y(n) = (16 \cdot 2^n - 4n - 12) \mu(n)$
e) $y(n) = (20 \cdot 2^n - 4n - 12) \mu(n)$
19. Promatramo diskretni LTI sustav opisan diferencijskom jednačbom $y(n) - 6y(n-1) + 8y(n-2) = 4u(n)$. Ako je pobuda $u(n) = (1 - 3n) \mu(n)$ i ako su početni uvjeti $y(-1) = 2$ i $y(-2) = 1$ onda je prisilni odziv sustava:
- a) $y(n) = (-12 - 4n) \mu(n)$ b) $y(n) = 4 \cdot 2^n \mu(n)$ c) $y(n) = 20 \cdot 2^n \mu(n)$ d) $y(n) = (16 \cdot 2^n - 4n - 12) \mu(n)$
e) $y(n) = (20 \cdot 2^n - 4n - 12) \mu(n)$
20. Promatramo diskretni LTI sustav opisan diferencijskom jednačbom $y(n) - 6y(n-1) + 8y(n-2) = 4u(n)$. Ako je pobuda $u(n) = (1 - 3n) \mu(n)$ i ako su početni uvjeti $y(-1) = 2$ i $y(-2) = 1$ onda je totalni odziv sustava:
- a) $y(n) = (-12 - 4n) \mu(n)$ b) $y(n) = 4 \cdot 2^n \mu(n)$ c) $y(n) = 20 \cdot 2^n \mu(n)$ d) $y(n) = (16 \cdot 2^n - 4n - 12) \mu(n)$
e) $y(n) = (20 \cdot 2^n - 4n - 12) \mu(n)$