



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

# Signali i sustavi

Profesor  
Branko Jeren

18. veljače 2008.



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

## Signali i sustavi – organizacijske i administrativne obavijesti

- sve obavijesti o predmetu na  
URL predmeta: <http://www.fer.hr/predmet/sis2>
- osnovni podaci:  
ECTS: 6.0  
Predavanja: 4 sata tjedno tijekom 13 tjedana  
Laboratorijske vježbe:  $3 \times 5$  sati u tjednima LiV-i  
Preduvjeti: Matematika 3 (Matematika 2 i Matematika 1)



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

## Signali i sustavi – organizacijske i administrativne obavijesti

Nositelji, grupa	Ured, zavod, telefon, e-mail	Konzultacije
Prof. dr. Branko Jeren	D120, ZESOI, 612 99 50 branko.jeren@fer.hr	poslije predavanja
Prof. dr. Damir Seršić	D106, ZESOI, 612 99 73 damir.sersic@fer.hr	poslije predavanja
Nastavnici, grupa		
Doc. dr. Mato Baotić	C09-13, ZARI, 612 98 21 mato.baotic@fer.hr	poslije predavanja
Doc. dr. Ivan Đurek	C10-07, ZEA, 612 95 89 ivan.djurek@fer.hr	poslije predavanja
Prof. dr. Damir Ilić	C03-06, ZOEEM, 612 96 79 damir.ilic@fer.hr	poslije predavanja
Doc. dr. Dražen Jurišić	D109, ZESOI, 612 99 49 drazen.juriscic@fer.hr	poslije predavanja
Doc. dr. Igor Lacković	D129, ZESOI, 612 98 08 igor.lackovic@fer.hr	petak 12-13 D129
Doc. dr. Ivan Leniček	C03-05, ZOEEM, 612 97 09 ivan.lenicek@fer.hr	poslije predavanja
Dr. Marko Subašić	D145, ZESOI, 612 99 40 marko.subasic@fer.hr	poslije predavanja
Doc. dr. Radovan Zentner	C12-07, ZRK, 612 97 98 radovan.zentner@fer.hr	poslije predavanja



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

## Signali i sustavi – organizacijske i administrativne obavijesti

Administrativna tajnica	Ured, zavod, telefon, e-mail	Konzultacije
Gđa. Jasmina Zorko sve grupe	D144, ZESOI, 612 99 11 jasmina.zorko@fer.hr	P,S,P 10-10:15 u D144
Asistenti	Ured, zavod, telefon, e-mail	Konzultacije
Zvonko Kostanjčar	D107, ZESOI, 612 99 70 zvonko.kostanjcar@fer.hr	petkom 13-14 u D1
Ana Sović	D163, ZESOI, 612 98 83 ana.sovic@fer.hr	petkom 13-14 u D2
Ivan Dokmanić	D107, ZESOI, 612 99 70 ivan.dokmanic@fer.hr	
Mr. Mile Šikić	D163, ZESOI, 612 98 83 mile.sikic@fer.hr	
Mr. Tomislav Petković	D162, ZESOI, 612 95 63 tomislav.petkovic.jr@fer.hr	



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

## Signali i sustavi – laboratorijske vježbe

- laboratorijske vježbe se održavaju u LiV terminima u trajanju od 5 školskih sati po terminu
- sve se vježbe temelje na primjeni programskog sustava MATLAB i uvjet za pohađanje vježbi je odslušani predmet iz vještina – MATLAB
- za pristup vježbi nužno je proučiti i razumjeti pripremni materijal
- na laboratorijskim vježbama može se postići do 10 bodova
- laboratorijske vježbe su obvezne i uvjet su za pristup završnom ispitu
- za studente koji iz opravdanih medicinskih razloga nisu pristupili svim vježbama ne će biti nadoknade, i prije pristupa završnom ispitu ovi će studenti trebati prirediti odgovarajući seminarski rad vezan uz gradivo neodrađene vježbe



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

## Signali i sustavi – preporučena literatura

- H. Babić: Signali i sustavi, 1996., elektronički oblik, <http://www.fer.hr/predmet/sis2>, ili tiskano u FER skriptarnici
- T. Petković, B. Jeren i ostali: Signali i sustavi zbirka zadataka, 2004., elektronički oblik <http://www.fer.hr/predmet/sis2>

ili bilo koja od knjiga:

- B.P Lathi: Linear Systems and Signals, Oxford University Press, 2005.
- A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, H. Nawab: Signals and Systems, Prentice-Hall International, 1997.
- E.A.Lee, P. Varaiya: Structure and Interpretation of Signals and Systems, A. Wesley, 2003.



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

## Signali i sustavi – samostalni rad studenata

- svako predavanje dostupno na <http://www.fer.hr/predmet/sis2> tjedan dana prije predavanja
- preporuka je unaprijed pročitati predavanje što olakšava praćenje izlaganja i postavljanje eventualnih pitanja
- preporuka je dodatno pročitati preporučena poglavlja iz elektroničkog izdanja H. Babić: Signali i sustavi, označena kao “preporučeno čitanje”
- preporuka je dodatno proučiti preporučene rješene zadatke iz elektroničke zbirke T. Petković, B. Jeren i ostali: Signali i sustavi zbirka zadataka
- organizira se svakotjedni termin petkom, od 13 do 14 sati u dvoranama D1 i D2, za konzultacije
- tijekom konzultacija rješavaju se unaprijed objavljeni zadaci, a zadatke rješavaju asistenti



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

## Signali i sustavi – bodovanje studentskih aktivnosti i rezultata

	max. bodova do
Nazočnost na predavanjima	2
Aktivno sudjelovanje u nastavi	3
Domaće zadaće	5
Laboratorij	10
1. međuispit	20
2. međuispit	20
Završni ispit	40

- bodovi za aktivno sudjelovanje u nastavi stječu se diskrecijskom odlukom nastavnika i to za:
  - aktivno sudjelovanje na predavanjima i konzultacijama (pitanja, komentari, diskusije)
  - samostalno tjedno rješavanje objavljenih zadataka, čija se rukom ispisana detaljna rješenja predaju tijekom održavanja Laboratorijskih vježbi





Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

## Domaće zadaće

- domaće se zadaće rješavaju elektroničkim putem
  - svaki tjedan objavljuje se 30-tak zadataka
  - student se može po volji puta prijaviti za rješavanje
  - na početku Laboratorijskih vježbi održava se kratki test koji sadrži deset zadataka iz grupe zadataka za domaće zadaće
  - bodovi za domaće zadaće dodjeljuju se prema rezultatima tog testa



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

## Signali i sustavi – međuispiti i završni ispit

- međuispiti se organiziraju kao pismeni ispiti i nisu obvezni
- završni ispit je obavezan i organizira se kao pismeni ispit
- za prolaz na ispitu potrebno je postići najmanje 50 bodova od kojih minimalno 41 mora biti postignuto na međuispitima i završnom ispitu i minimalno 9 na ostalim aktivnostima



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

## Zašto predmet Signali i sustavi

- predmet Signali i sustavi je temeljni predmet za moderni studij računarstva, komunikacija, elektronike, automatike, električnih strojeva
- ovaj predmet postaje temeljni predmet i u studiju strojarstva, geologije, ekonomije, društva



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

# Signali i sustavi na drugim sveučilištima

- MIT – Massachusetts Institute of Technology

Bachelor of Science in Computer Science  
and Engineering  
Course VI  
Program 3: Computer Science and  
Engineering

General Institute Requirements 17 Subjects

Science Requirement 5  
Humanities, Arts, and Social Sciences Requirement 8

Computer  
Science and  
Engineering

6.001 Structure and Interpretation of  
Computer Programs, 12, SD, 6.001, 18.06\*  
6.002 Circuits and Electronics, 15, SD, 8.02\*, 18.06\*  
6.003 Signals and Systems, 15, 6.001, 6.002  
6.004 Computation Structures, 15, 6.001, 6.002  
6.034 Artificial Intelligence, 12, SD, 6.001  
6.170 Laboratory In Software Engineering  
18.063 Introduction to Algebraic Systems,  
18.06 Linear Algebra, 12, SD, 18.02\*  
6.Thu Undergraduate Thesis, 12

## VI-A Internship Program

The VI-A Internship Program combines industrial and research experience with academic work through a series of organized assignments at affiliated companies combined with the regular course of study at MIT. Although students may stop at the bachelor's degree, the program encourages simultaneous completion of the bachelor's and master's degrees by the end of the fifth year, with only the master's thesis required for the two degrees. The work of the final two VI-A internship assignments normally serves as the basis for this thesis. Since the VI-A Internship Program maintains a continuing liaison with many companies and the faculty, students receive responsibility and professional jobs. While on internship assignment, students are bona fide employees of the participating company and receive pay as well as academic credit for their work.

MIT

Second-year students who are registered and in good standing in any of the regular programs of Course VI may apply for admission to the VI-A Internship Program during the annual selection period in February. The department cannot guarantee the acceptance of a student into the program, however, since openings are limited.

Students in the VI-A Internship Program usually

Signals and Systems

ment, by registering for 6.921 VI-A Internship



Signali i sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

## SiS na drugim sveučilištima

- MIT – Massachusetts Institute of Technology

**Bachelor of Science in Electrical Engineering**  
**Course VI**  
**Program 1: Electrical Science and Engineering**

**General Institute Requirements** 17 Subjects

Science Requirement  
Humanities, Arts, and Social Sciences Requirement  
Science Distribution Requirement [two subjects can be by 6.002 and 18.03 in the Departmental Program]  
Laboratory Requirement

**TOTAL Subjects**

**PLUS**

**Departmental Program**

*Subject names below are followed by credit units, and prerequisites if any (corequisites in italics)*

**Required Subjects:**

6.001	Structure and Analysis of Computer Programs, 15
6.002	Circuits and Electronics, 15, SD; 8.02*, 18.03*
6.003	Signals and Systems, 15; 6.001, 6.002
6.004	Computation Structures, 15; 6.001, 6.002
6.012	Electronic Devices and Circuits, 12; 6.002, 8.02
6.013	Electromagnetic Fields and Waves, 12; 6.002, 8.02
6.014	Electrodynamics, 15; 6.013
18.03	Differential Equations, 12, SD; 18.02*
6 ThU	Undergraduate Thesis, 12

**Restricted Electives:**

**Electrical Science and Engineering**



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

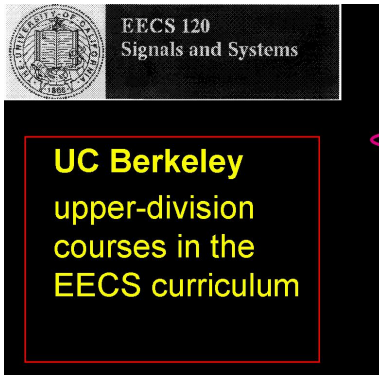
Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

## Signali i sustavi na drugim sveučilištima

- University of California, Berkeley



Upper-division core courses

Area	Core course
Microelectronic Devices and Circuits	EE 105
Power Electronics	EE 113
Electromagnetic Fields and Waves	EE 117
Signals and Systems	EECS 120
Control Systems	EE 128
Integrated-Circuit Devices	EE 130
Components and Design Techniques for Digital Systems	EECS 150
Random Processes in Communications Systems	EE 126
Computer Architecture and Engineering	CS 152
Operating Systems and System Programming	CS 162
Programming Languages and Compilers	CS 164
Software Engineering	CS 169
Efficient Algorithms and Intractable Problems	CS 170

Slika 3: UC Berkeley



Signali i sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

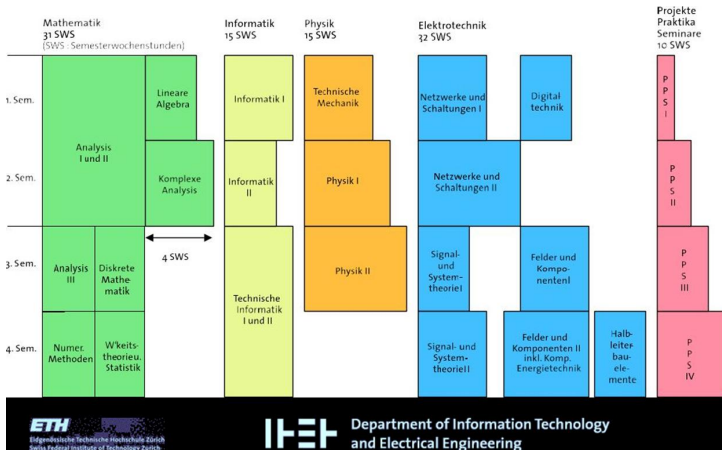
Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

# Signali i sustavi na drugim sveučilištima

- ETH – Die Eidgenössische Technische Hochschule Zürich



Slika 4: ETH



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor

Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

# Signali i sustavi – poticaj na redoviti rad

- zamolba i preporuka: molimo svakako ponoviti savladano gradivo Mat3 ali i Mat1 i Mat2

## Matematika 1

Realni brojevi i funkcije jedne varijable. Matrice i linearni sustavi. Diferencijalni i integralni račun.

**Matematika 2** Vektorska algebra i analitička geometrija prostora. Diferencijalni račun funkcija više varijabla. Diferencijalne jednačbe.

**Matematika 3E** Uvodi se Fourierova analiza, Laplaceova i Z-transformacija s primjenama. Proučavaju se svi važni pojmovi vektorske analize, te krivuljni i plošni integral zajedno s Teorem o divergenciji i Stokesovom formulom.

**Matematika 3R** Izučavaju se Fourierov red te Fourierova i Laplaceova transformacija, i primjene. Upoznaju se pojmovi i metode kombinatorike, s uvodom u diferencijske jednačbe. Opisuje se modeliranje problema diskretne matematike s pomoću grafova.

## Signali i sustavi

Signali kao funkcije. Sustavi kao funkcije. Memorijski sustavi. Model sustava s varijablama stanja. Diskretni i kontinuirani signali. Odzivi linearnih diskretnih sustava. Odzivi linearnih kontinuiranih sustava. Prijenosne funkcije i frekvencijske karakteristike. z i Laplaceova transformacija. Temeljne strukture u realizaciji linearnih sustava. Frekvencijska analiza vremenski kontinuiranih signala. Frekvencijska analiza vremenski diskretnih signala. Svojstva Fourierove transformacije diskretnih signala. Digitalna obradba kontinuiranih signala. Diskretna Fourierova transformacija.





Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

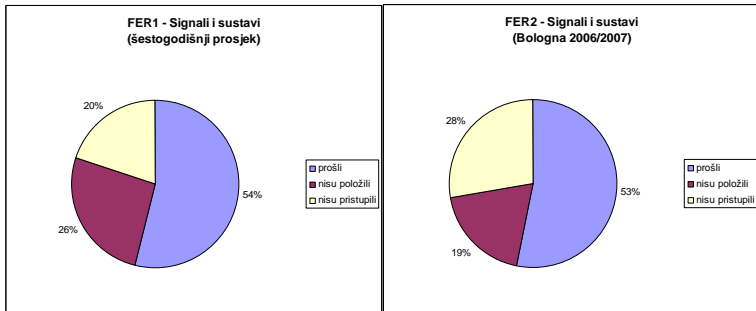
Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

## Signali i sustavi – poticaj na redoviti rad

- što kažu statistike?



Slika 6: SiS – Statistike



Signali i sustavi

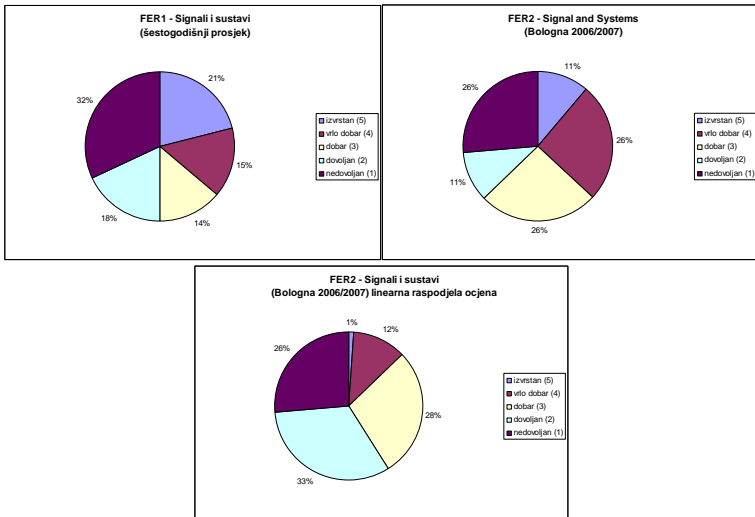
školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

# Signali i sustavi – poticaj na redoviti rad



Slika 7: SiS – Statistike



# Signali i sustavi – poticaj na redoviti rad

Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Satnica za ljetni semestar ak.god. 2006./2007  
**2. godina, Elektrotehnika i IT, grupa 5**

Predmeti

Grupe

Dvorane

	Ponedjeljak	Utorak	Srijeda	Četvrtak	Petak
08:00	Signali i sustavi, pred.	Vjerojatnost i statistika, pred.	Signali i sustavi, pred.	Vjerojatnost i statistika, pred.	Ekonomika i poslovno odlučivanje, pred.
09:00	D2	A211	D2	A211	D2
10:00	Elektromagnetska polja, pred.	Energijske tehnologije, pred.	Elektromagnetska polja, pred.	Energijske tehnologije, pred.	
11:00	D2	A211	D2	A211	
12:00					
13:00					
14:00					
15:00					
16:00					
17:00					
18:00					
19:00					

predmet je  $6 \text{ ECTS} \times 30 \text{ sati/ECTS} = 180 \text{ sati}$  koji su raspoređeni kao:

predavanja	$13 \times 4 \times 3/4 =$	39
laboratorij	$3 \times 4 =$	12
konzultacije	$12 \times 1 =$	12
ispiti	$6 =$	6
samostalni rad	$=$	111 $\Rightarrow 111/19 = 5.8 \text{ sati/tjedno}$



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Signal

- izgovaram rečenicu (koja je ujedno i motivacijska):

‘RECITE DA - SIGNALIMA I SUSTAVIMA’

- izgovorena rečenica je i napisana pa je informaciju koju nosi moguće predati primatelju na dva načina:
  - kao zvučni signal
    - slušatelj prima informaciju kao varijaciju tlaka zraka koju njegovo uho osjeća, transformira i prosljeđuje prema mozgu gdje je odgovarajuće interpretirana
  - kao signal slike
    - napisanu rečenicu čitatelj prima putem oka koje prima, transformira i prosljeđuje ovaj oblik signala prema mozgu koji ga odgovarajuće interpretira



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Govorni signal

- informacija prenesena iz mozga govornika, do mozga slušatelja, doživljava više transformacija
  - mozak govornika željenu poruku pretvara u neuronske signale koje upućuje prema njegovom vokalnem traktu gdje upravljaju s postupkom artikulacije
  - dijafragma, pluća i glasnice stvaraju strujanje zraka odgovarajuće frekvencije
  - jezik i usne moduliraju strujanje zraka, izazivlju odgovarajuću vremensku varijaciju tlaka okolnog zraka, i tako nastaje zvučni (akustički) signal koji nosi informaciju iz mozga govornika
  - zvučni signal propagira kroz zrak prema slušatelju
  - slušateljevi ušni bubnjići registriraju varijaciju tlaka, pretvaraju u živčane impulse, i upućuju prema mozgu



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Transformacije zvučnog signala

- zvučni signal generiran je govornikovim izgovorom a propagiranjem kroz zrak doživljava razne transformacije (prigušenje, jeka, ...)
- otvara se pitanje kako odgovarajućim tehničkim postupcima i sustavima:
  - zvučni signal pojačati i učiniti ga dostupnim većem auditoriju,
  - zvučni signal odaslati prostorno i geografski udaljenom auditoriju,
  - zvučni signal pohraniti u računalo ili na drugi medij i po želji reproducirati



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Audio sustav

- zvučni (govorni) signal pojačan je i prenesen auditoriju uz pomoć audio sustava koji tvore mikrofoni, pojačalo i zvučnici
- provode se sljedeće transformacije govornog signala:
  - mikrofoni transformiraju varijaciju tlaka u varijaciju napona
  - varijaciju napona iz mikrofona elektroničko pojačalo transformira u varijaciju napona odnosno struje i pobuđuje zvučnik
  - varijaciju napona iz pojačala zvučnik finalno transformira u varijaciju tlaka okolnog zraka (dakako veće amplitude nego je to bila na ulazu u mikrofoni)



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Prijenos na daljinu

- zvučni signal može biti prenesen auditoriju na udaljenoj lokaciji korištenjem komunikacijskih mreža i tada je put signala<sup>1</sup>
  - mikrofon
  - pojačalo
  - pretvorba u digitalni signal - u niz logičkih nula i jedinica
  - prijenos preko komunikacijske mreže do računala na prijemnoj strani
  - pretvorba u analogni signal
  - pojačanje na audio pojačalu
  - pretvorba u varijaciju tlaka okolnog zraka na zvučniku

---

<sup>1</sup>vrlo pojednostavljen prikaz, kao što je učinjeno i za ostale primjere u uvodnom dijelu





Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Digitalni zapis i memoriranje signala i njegova reprodukcija

- zvučni signal moguće je zapisati na razne načine
- u slučaju zapisa u memoriju računala (ili na CD) put signala je
  - mikrofon
  - pojačalo
  - pretvorba u digitalni signal
  - zapis u memoriju ili
  - zapis na medij (CD)
- u slučaju reprodukcije
  - čitanje sadržaja CD-a<sup>2</sup>
  - pretvorba u analogni signal
  - pojačanje na audio pojačalu
  - pretvorba u varijaciju tlaka okolnog zraka na zvučniku

---

<sup>2</sup>ovaj podsustav je, sam za sebe, sustav koji se sastoji od više podsustava



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Signal nosi informaciju

- naslovi i opisi prethodnih primjera sadrže ključne riječi koje se inače koriste u svakodnevnom govoru, a i u imenu su predmeta koji izučavamo
  - signal
  - sustav
- u kontekstu ovih primjera, ali i sasvim generalno, možemo zaključiti:
  - signal nosi informaciju
  - obično je to varijacija fizikalne veličine koja može biti transformirana, pohranjena, ili prenesena nekim fizikalnim procesom
  - sustav transformira, pohranjuje ili prenosi signal



Signali i sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

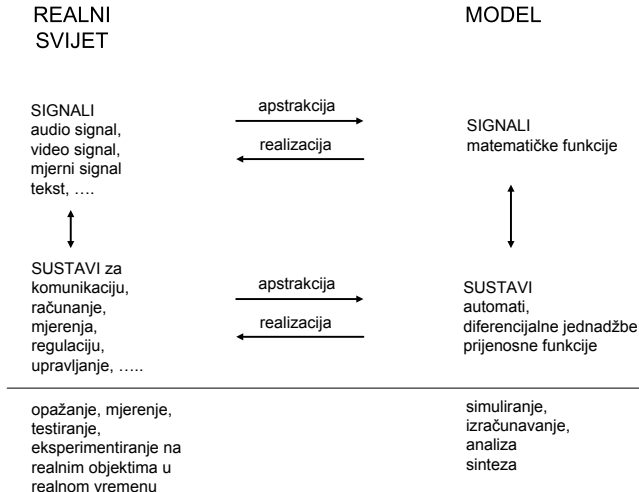
Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

# Veza realni svijet – model



Slika 8: Realni svijet – model



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Signal kao funkcija

- zvuk je brza promjena tlaka zraka u vremenu i možemo ga prikazati kao funkciju

*Zvuk : Vrijeme  $\rightarrow$  Tlak*

- *Vrijeme* je skup koji predstavlja vremenski interval u kojem definiramo signal i predstavlja područje definicije ili domenu signala (funkcije)
- ovdje je *Tlak* skup koji se sastoji od mogućih vrijednosti tlaka zraka i predstavlja područje vrijednosti ili kodomenu signala (funkcije)
- ako je područje definicije *Vrijeme* kontinuirani interval oblika  $[t_1, t_2] \subset \text{Realni}$  tada signal nazivamo vremenski kontinuiranim signalom
- sukladno tome zvučni signal možemo promatrati kao vremenski kontinuiran signal



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije


Blokovski  
dijagrami

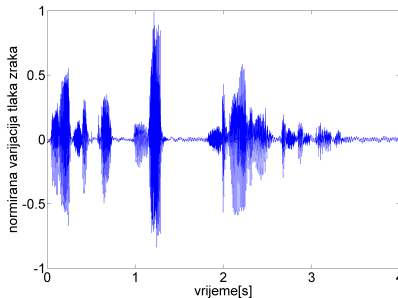
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Govorni signal prikazan kao funkcija

- reproduciramo u računalu pohranjeni signal govora (sl. 9)  

- izgovoreni signal, u trajanju 4 sekunde, predstavljen je na slici kao varijacija tlaka zraka oko normalnog tlaka ambijenta ( $100000 \text{ N m}^{-2}$ )



Slika 9: Govorni signal prikazan kao funkcija



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

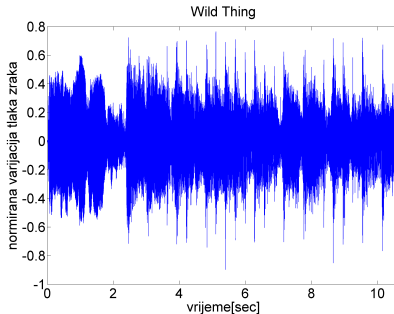
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

# Signal glazbe

- neovisno o načinu nastanka slušatelj prima kao zvučni signal
- reproduciramo u računalu pohranjeni signal glazbe (sl. 10)



Slika 10: Prvih 10.68 sekundi pjesme “Wild Thing” grupe “The Troggs”



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Vremenski kontinuirani i vremenski diskretni signali

- primjer signala glazbe je zvučni signal i možemo ga prikazati kao funkciju

$Glazba : Vrijeme \rightarrow Tlak \quad Vrijeme = [0, 10.68] \subset Realni$

- signal glazbe, *GlazbaDigitalizirana*, pohranjen u računalu je:
  - zbog ograničene raspoložive memorije računala pohranjen kao konačan skup od 471129 trenutnih vrijednosti signala za diskretne trenutke vremena
  - kvantizirane amplitude zbog konačne dužine riječi (npr. 16 bita) računala, pa definiramo

$GlazbaDigitalizirana : DiskretnoVrijeme \rightarrow Cjelobrojni_{16}$

$DiskretnoVrijeme = \{0, 1/44100, \dots, 471128/44100\}$

$Cjelobrojni_{16} = \{-32768, -32767, \dots, 32767\}$

- domena signala *DiskretnoVrijeme* je diskretan skup pa je signal *GlazbaDigitalizirana* vremenski diskretan signal



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

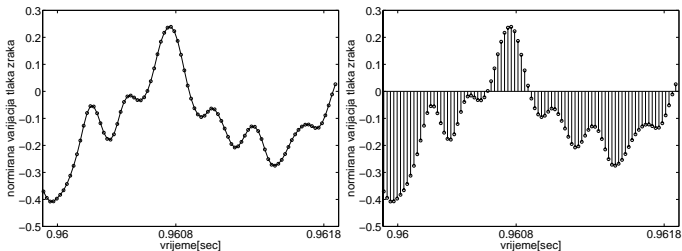
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Signal glazbe kao vremenski diskretan signal

- snimljeni signal glazbe prikazivan je kao vremenski kontinuirani signal, no, rastegnemo li prikaz signala na vrlo kratkom odsječku možemo prepoznati da se radi o vremenski diskretnom signalu čije su trenutne vrijednosti definirane samo u diskretnim trenucima vremena (sl. 11)<sup>3</sup>



Slika 11: Signal glazbe kao vremenski diskretni signal

<sup>3</sup>na desnoj slici je vremenski diskretni signal dan u uobičajenom peteljastom (eng. stem) prikazu





Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

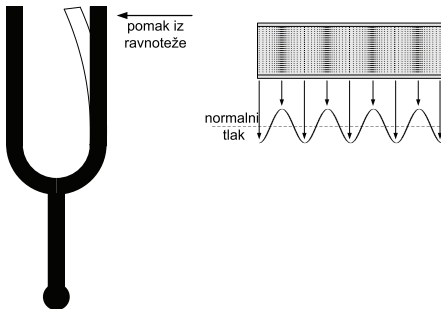
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Signal koji generira glazbena vilica

Glazbena vilica  
potaknuta na titranje  
izaziva varijaciju okolnog  
tlaka zraka (sl. 12) koju  
ljudsko uho registrira  
kao zvučni signal  
frekvencije 440 Hz što  
odgovara signalu  
glazbene note A-440 Hz.



Slika 12: Glazbena vilica



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

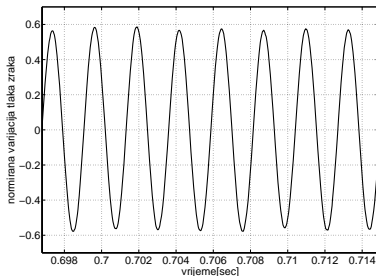
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava


Frekvencijska  
domena

## Signal glazbene vilice prikazan kao funkcija

- prikazan je, sl. 13, dio snimljenog signala glazbene vilice



Slika 13: Dio signala glazbene vilice

- signal je (gotovo) sinusoidnog oblika i frekvencije je točno 440Hz i odgovara glazbenoj noti A 



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

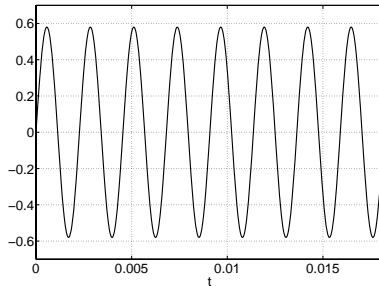
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Elektronička glazbena vilica

- notu A možemo generirati i numerički pomoću računala
- na sl.14 je prikaz numerički generiranog signala  
 $0.58\sin(2\pi \cdot 440t)$



Slika 14: Numerički generirani signal note A



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

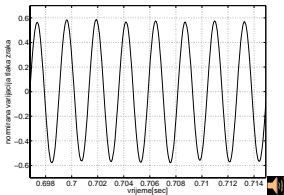
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

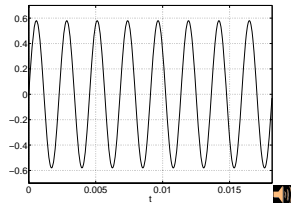
Frekvencijska  
domena

## Mehanička i elektronička glazbena vilica

- prikazuje se 18 ms u računalu pohranjenog signala glazbene vilice (sl.15) i računalom generirane note A (sl.16)
- radi akustičke usporedbe reproduciraju se signali trajanja 1.33 s



Slika 15: Dio signala glazbene vilice



Slika 16: Numerički generirana nota A



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Dinamički mikrofon kao sustav

- mikrofon je sustav koji varijaciju tlaka zraka transformira u napon
- varijacija tlaka zraka pobuđuje membranu mikrofona<sup>4</sup> na titranje pa je zvučni signal pobudni signal za ovaj sustav
- na membranu je učvršćena zavojnica i njihovim titranjem u magnetskom polju permanentnog magneta inducira se napon u zavojnici koji predstavlja odzivni signal mikrofona
- u shematskom prikazu sustava koriste se blokovski dijagrami, pa se mikrofon kao sustav može prikazati kao blok

---

<sup>4</sup> primjer dinamičkog mikrofona



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Mikrofon kao blok

- mikrofon – i svaki drugi sustav – možemo prikazati blokom kao na sl. 17



Slika 17: Mikrofon prikazan blokom

- pravokutnikom je predstavljen sustav a tekst ili matematički izraz u pravokutniku objašnjava o kojem je sustavu riječ
- ulazna strelica označava ulazni signal (skraćeno ulaz ili pobuda)
- izlazna strelica označava izlazni signal (skraćeno izlaz ili odziv)



Signali i sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Sustav kao funkcija

- mikrofonski je sustav koji varijaciju tlaka zraka transformira u napon, dakle, sustav koji transformira ulazni signal u izlazni signal
- sustav je potpuno karakteriziran relacijom ili funkcijom  $S$  koja ulaznom signalu (funkciji) pridružuje izlazni signal (funkciju)

$$izlaz = S(ulaz)$$

- Primjer. Sustav za kvadriranje definiran je funkcijom  
 $izlaz = Kvadrat(ulaz) = (ulaz)^2$





Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

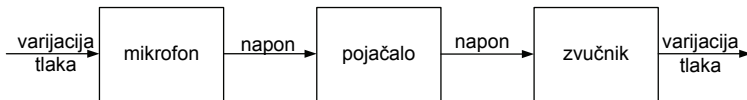
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Opis sustava blokovskim dijagramima 1

- blokovski dijagrami su skup blokova međusobno spojenih strelicama i vizualna su sintaksa u opisu sustava
- prikazuju operacije ili postupke koje se izvode i prikazuju veze između elemenata sustava
- blokovski dijagram audio sustava dan je na sl. 18



Slika 18: Audio sustav





Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

**Blokovski  
dijagrami**

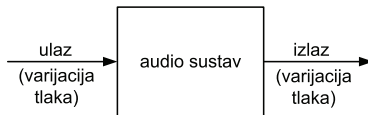
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Opis sustava blokovskim dijagramima 2

- blokovski dijagram audio sustava može biti nadomješten jednim blokom koji predstavlja sustav kao cjelinu (sl. 19)



Slika 19: Audio sustav kao blok

- prikazani sustav je sustav s jednim ulazom i jednim izlazom – single-input, single-output system (SISO)



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

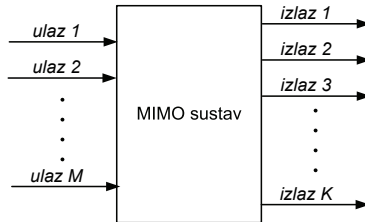
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Sustavi s više ulaza i više ulaza

- sustavi mogu imati više ulaza i više izlaza
- tako je stereo audio pojačalo sustav s dva ulaza i dva izlaza, a novije generacije audio pojačala sustavi s pet ili više ulaza i izlaza
- sustav s više ulaza i više izlaza – multiple-input, multiple-output (MIMO) system – prikazujemo odgovarajućim blokom (sl. 20)



Slika 20: Blok MIMO sustava



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

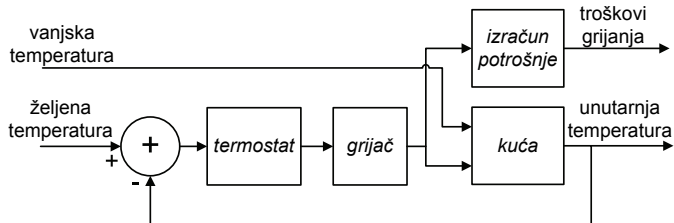
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Primjer sustava regulacije kućne temperature 1

- koristi se jedan od demonstracijskih primjera<sup>5</sup> za programski sustav MATLAB-a
- blokovski dijagram sustava za regulaciju temperature u kući (sl. 21)



Slika 21: Blokovski dijagram sustava za regulaciju kućne temperature

<sup>5</sup>zainteresirani više mogu pronaći u MATLAB → Help→Demos→  
Simulink→ General→Thermodynamic Model of a House



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Primjer sustava regulacije kućne temperature 2

- dani primjer je primjer sustava s dva ulaza i dva izlaza
- blokovski dijagram sadrži blokove koji označavaju podsustave različite složenosti, od najjednostavnijeg bloka za usporedbu vanjske i unutarnje temperature realiziranog s operacijom oduzimanja, do bloka koji označava kuću
- blok označen kao *kuća* opisuje termodinamička svojstva kuće
- u određivanju termodinamičkih svojstava kuće uzima se u obzir dimenzije zidova i prozora te njihova izolacijska svojstva



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Podsustavi u slaganju i razlaganju složenih sustava

- složeni se sustavi sastoje od više međusobno povezanih podsustava
- razlaganjem složenih sustava na jednostavnije podsustave postiže se bolji uvid u vladanje cjelokupnog sustava
- dobro definirani, jednostavniji podsustavi, temelj su u slaganju (sintezi) složenih sustava željenih karakteristika
- u slaganju i razlaganju često se koriste podsustavi, opisani blokovima, koji znače tek jednu operaciju ili su pak definirani jednostavnim funkcijama



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

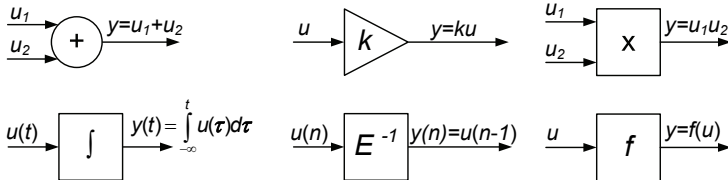
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Osnovni blokovi

- u prikazu sustava blokovskim dijagramima koristi se skup osnovnih blokova (sl.22):
  - zbrajalo s dva ili više ulaza,
  - množilo s konstantom,
  - množilo,
  - integrator,
  - element za jedinično kašnjenje i
  - funkcijski blok.



Slika 22: Osnovni blokovi



Signali i sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

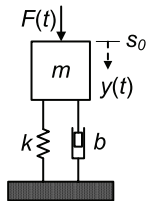
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Jednadžba jednostavnog mehaničkog sustava

- neka je sustav, prije primjene sile  $F$ , u mirovanju na poziciji  $s_0$ , dakle, opruga generira silu suprotnu sili gravitacije
- neka je  $k$  koeficijent elastičnosti, a  $b$  koeficijent prigušenja prigušivača



Slika 23: Primjer mehaničkog sustava

- ravnoteža sila na masu u titranju je:

$$my''(t) = F(t) - ky(t) - by'(t)$$

- pa je diferencijalna jednadžba za ovaj sustav:

$$y''(t) + \frac{b}{m}y'(t) + \frac{k}{m}y(t) = \frac{1}{m}F(t)$$



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Model sustava ovjesa automobila 1

- dani primjer jednostavnog mehaničkog sustava često se koristi i kao vrlo pojednostavljeni model sustava ovjesa automobila
- dana jednadžba opisuje ponašanje ovjesa automobila u mirovanju i pri djelovanju sile na karoseriju

$$y''(t) + \frac{b}{m}y'(t) + \frac{k}{m}y(t) = \frac{1}{m}F(t) \quad (1)$$





Signali i sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

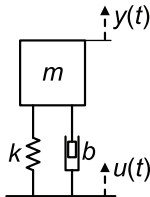
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekventijska  
domena

## Model sustava ovjesa automobila 2

- jednačba se unekoliko mijenja ako pretpostavimo da želimo analizirati ponašanje ovjesa kao rezultat pomaka kotača koji prati neravnine ceste



- ravnoteža sila je:

$$my''(t) = k[u(t) - y(t)] + b[u'(t) - y'(t)]$$

- pa je diferencijalna jednačba za ovaj primjer:

$$y''(t) + \frac{b}{m}y'(t) + \frac{k}{m}y(t) = \frac{b}{m}u'(t) + \frac{k}{m}u(t)$$

**Slika 24:** Primjer  
modela ovjesa  
automobila



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

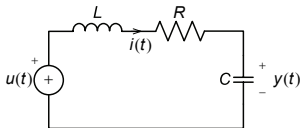
Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Jednadžba jednostavnog električnog kruga



Slika 25: RLC krug

- iz

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + y(t)$$

i

$$i(t) = C \frac{dy(t)}{dt}$$

- slijedi

$$u(t) = LC \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + RC \frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

- i finalno

$$y''(t) + \frac{R}{L} y'(t) + \frac{1}{LC} y(t) = \frac{1}{LC} u(t) \quad (2)$$

- ulazni signal –  
napon izvora  
 $u(t)$
- izlazni signal –  
napon na  
kapacitetu  $y(t)$



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Jednadžba modela glazbene vilice

- glazbena vilica je također mehanički sustav i jednadžba koja predstavlja model vilice dobije se također iz ravnoteže sila
- neka je  $k$  koeficijent elastičnosti kraka vilice,  $b$  konstanta prigušenja zraka oko krakova,  $m$  je masa vilice i zahvaćenog zraka,  $F(t)$  sila koja djeluje na krak, a  $y$  je pomak kraka vilice iz ravnotežnog položaja

- iz

$$my''(t) = F(t) - ky(t) - by'(t)$$

- iz ovoga slijedi jednadžba – oblikom identična jednadžbama (1) i (2) –

$$y''(t) + \frac{b}{m}y'(t) + \frac{k}{m}y(t) = \frac{1}{m}F(t)$$



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

**Matematičko  
modeliranje  
sustava**

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Diferencijalna jednačba općeg sustava drugog reda

- glazbena vilica, RLC mreža, i mehanički sustav (pojednostavljeni model automobilske ovjesa) modelirani su kao sustavi drugog reda i opisani su diferencijalnim jednačbama drugog reda
- linearne vremenski kontinuirane<sup>6</sup> sustave drugog reda općenito možemo opisati diferencijalnom jednačbom drugog reda

$$y''(t) + a_1 y'(t) + a_2 y(t) = b_0 u''(t) + b_1 u'(t) + b_2 u(t) \quad (3)$$

- u prethodnim primjerima sustavi su rezultirali s jednačbama u kojima su  $b_0 = b_1 = 0$

---

<sup>6</sup>kasnije će biti objašnjeno



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Vremenski kontinuirani sustavi drugog reda uz $b_0 = b_1 = 0$

- za vremenski kontinuirane sustave drugog reda za koje vrijedi  $b_0 = b_1 = 0$  čest je tradicionalni način<sup>7</sup> pisanja diferencijalne jednadžbe

$$y'' + 2\zeta\Omega_n y' + \Omega_n^2 y = A\Omega_n^2 u \quad (4)$$

- gdje su  $\zeta$ -stupanj prigušenja,  $\Omega_n$ -neprigušena prirodna frekvencija i  $A$ -konstanta
- tako za prethodne primjere vrijedi:
  - $\Omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ,  $\zeta = \frac{b}{2\sqrt{mk}}$ ,  $A = \frac{1}{k}$  za model ovjesa automobila po jednadžbi (1)
  - $\Omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ,  $\zeta = \frac{b}{2\sqrt{mk}}$ ,  $A = \frac{1}{k}$  za model i parametre glazbene vilice
  - $\Omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ,  $\zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$ ,  $A = 1$  za model R-L-C električne mreže

---

<sup>7</sup>oznake vezane uz svojstva slobodnog odziva sustava



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Model vremenski diskretnog sustava 1

- primjer: Paul A. Samuelson – model bruto društvenog proizvoda (GNP)<sup>8</sup>  
 $y(n)$  – GNP na kraju  $n$ -te godine,  
 $p(n)$  – potrošnja (kupovina dobara),  
 $i(n)$  – investicije (kupovina proizvodnih sredstava),  
 $d(n)$  – troškovi državne uprave.
- ustanovljen je slijedeći odnos između navedenih veličina

$$y(n) = p(n) + i(n) + d(n)$$

---

<sup>8</sup>Prema Samuelsonu: GNP – Gross National Product – predstavlja ukupnu dolarsku vrijednost finalnih dobara i usluga proizvedenih u društvu tijekom date godine. GNP je jednak sumi novčane vrijednosti cjelokupne potrošnje i investicijskih dobara, kupovina od strane države i neto izvoza u ostale zemlje.



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

**Matematičko  
modeliranje  
sustava**

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Model vremenski diskretnog sustava 2

uz

$$p(n) = \alpha y(n-1),$$

$$i(n) = \beta[p(n) - p(n-1)] = \beta\alpha[y(n-1) - y(n-2)] \Rightarrow$$

$$y(n) = p(n) + i(n) + d(n) =$$

$$= \alpha y(n-1) + \beta\alpha[y(n-1) - y(n-2)] + d(n)$$

slijedi

$$y(n) - \alpha(1 + \beta)y(n-1) + \alpha\beta y(n-2) = d(n)$$

- ova jednadžba je jednadžba diferencija drugog reda i predstavlja model vremenski diskretnog sustava drugog reda
- kao ulaz u ovaj sustav definiramo troškove državne uprave  $d$ , a izlaz je bruto društveni proizvod  $y$



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

**Matematičko  
modeliranje  
sustava**

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Jednadžba diferencija općeg sustava drugog reda

- općenito linearan vremenski diskretni sustav drugog reda opisan je jednadžbom diferencija

$$y(n) + a_1 y(n-1) + a_2 y(n-2) = b_0 u(n) + b_1 u(n-1) + b_2 u(n-2) \quad (5)$$





Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

**Matematičko  
modeliranje  
sustava**

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Određivanje odziva sustava

- pokazano je da linearni vremenski kontinuirani sustav drugog reda opisujemo jednačbom (3)

$$y''(t) + a_1y'(t) + a_2y(t) = b_0u''(t) + b_1u'(t) + b_2u(t)$$

- a linearni vremenski diskretni sustav drugog reda jednačbom (5)

$$y(n) + a_1y(n-1) + a_2y(n-2) = b_0u(n) + b_1u(n-1) + b_2u(n-2)$$

- određivanje (izračunavanje) odziva sustava  $y(t)$  odnosno  $y(n)$  uz poznate  $u(t)$  ili  $u(n)$  svodi se na rješavanje gornjih jednačbi
- jednačbe je moguće riješiti analitički ili numerički



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Odziv glazbene vilice 1

- odziv glazbene vilice možemo odrediti rješavanjem diferencijalne jednačbe

$$y''(t) + \frac{b}{m}y'(t) + \frac{k}{m}y(t) = \frac{1}{m}F(t)$$

- zanemarimo li, u prvoj aproksimaciji, prigušenje zraka oko krakova i analiziramo jednačbu neposredno nakon primjene sile (kratkog udarca u krak u  $t = 0$ ) jednačba prelazi u

$$y''(t) + \frac{k}{m}y(t) = 0 \quad \text{i uz} \quad y(0^+) \neq 0$$



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Odziv glazbene vilice 2

- prije je definirana  $\Omega_n$ -neprigušena prirodna frekvencija kao  $\Omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$  pa prethodnu jednadžbu možemo pisati kao

$$y''(t) = -\Omega_n^2 y(t)$$

- rješenje ove jednadžbe je signal (funkcija) koja je proporcionalna svojoj drugoj derivaciji, a to je upravo sinusoida do koje smo došli snimanjem zvuka glazbene vilice



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

**Simulacija  
sustava**

Frekvencijska  
domena

## Veza blokovskog dijagrama i matematičkog modela

- već je pokazano kako sustave možemo prikazati blokovskim dijagramima
- ovdje se pokazuje veza između blokovskih dijagrama i matematičkih modela za razmatrane primjere sustava



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

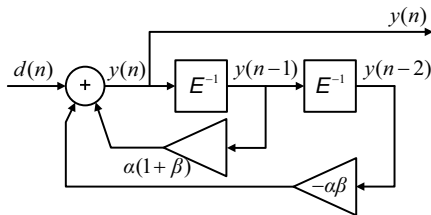
## Blokovski dijagram vremenski diskretnog sustava

- u prethodno razmatranom primjeru vremenski diskretni sustav je matematički modeliran jednačbom diferencija

$$y(n) - \alpha(1 + \beta)y(n - 1) + \alpha\beta y(n - 2) = d(n)$$

- ovu jednačbu transformiramo u oblik pogodan za izravno određivanje blokovskog dijagrama

$$y(n) = d(n) - \alpha\beta y(n - 2) + \alpha(1 + \beta)y(n - 1)$$



Slika 26: Blok dijagram vremenski diskretnog sustava – primjer



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

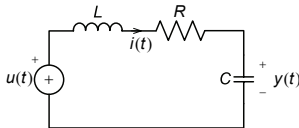
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

# Blokovski dijagram vremenski kontinuiranog sustava 1

- za primjer električnog RLC kruga opisanog shemom



Slika 27: RLC krug

- odnosno, diferencijalnom jednadžbom,

$$y''(t) + 2\zeta\Omega_n y'(t) + \Omega_n^2 y(t) = A\Omega_n^2 u(t),$$

$$\text{uz } \Omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad A = 1$$

- diferencijalnu jednadžbu transformiramo u oblik pogodan za određivanje blokovskog dijagrama

$$y''(t) = A\Omega_n^2 u - \Omega_n^2 y(t) - 2\zeta\Omega_n y'(t),$$



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

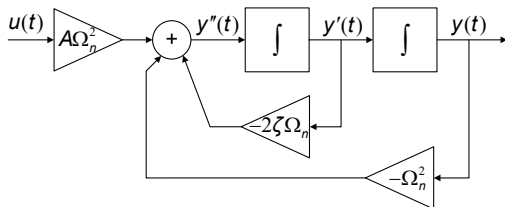
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Blokovski dijagram vremenski kontinuiranog sustava 1

- iz  $y''(t) = A\Omega_n^2 u(t) - \Omega_n^2 y(t) - 2\zeta\Omega_n y'(t)$  crtamo blokovski dijagram



Slika 28: Blokovski dijagram vremenski kontinuiranog sustava – primjer

- apstraktni sustav opisan gornjim blokovskim dijagramom simulira realne sustave opisane s diferencijalnom jednačbom  $y''(t) + 2\zeta\Omega_n y'(t) + \Omega_n^2 y(t) = A\Omega_n^2 u(t)$
- poznavanje blokovskog dijagrama pojednostavljuje postupak simulacije realnih sustava



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

**Simulacija  
sustava**

Frekvencijska  
domena

## Simulacija sustava

- na primjeru RLC kruga i modela ovjesa automobila pokazano je kako su opisani istim apstraktnim modelom – diferencijalnom jednadžbom istog oblika
- zaključujemo kako bi se u izučavanju vladanja mehaničkog sustava mogli poslužiti, analognim, realnim električnim krugom
- kažemo da jedan sustav (električni krug) simulira drugi sustav (mehanički sustav)
- simulaciju možemo provesti realizacijom blokovskog dijagrama
- realizacija može biti sklopovska ili programska
- u okviru nastave ovog predmeta koristi se programski sustav Simulink kao dio programskog sustava MATLAB





Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave




Zvučni signali  
Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami  
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Zbroj dva sinusoidna signala 1

- pokazano je kako je signal koji generira glazbena vilica sinusoidni signal frekvencije 440 Hz 
- pokazano je da je sinusoidni signal te frekvencije možemo generirati računalom
- generirajmo sada sinusoidni signal frekvencije 523 Hz koji odgovara noti C 
- istovremeno “sviranje” nota A i C kao rezultat daje 



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

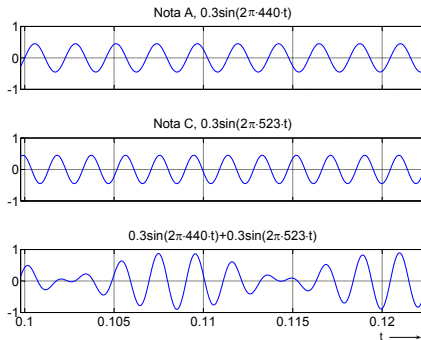
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Zbroj dva sinusoidna signala 2

- istovremeno “sviranje” nota A i C je zapravo zbroj sinusoidnih signala frekvencije 440Hz i 523Hz i njihov zbroj je prikazan na slici



Slika 29: Nota A + Nota C



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

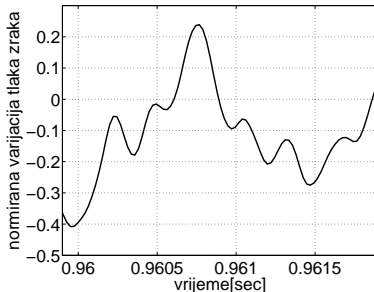
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Signal je suma više sinusoida

- podsjetimo li se kratkog odsječka signala glazbe “Wild Thing”



Slika 30: Signal glazbe

- možemo prepoznati da je i taj signal moguće prikazati kao zbroj više sinusoidnih signala različitih frekvencija



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije


Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Generiranje signala glazbe

- svakoj glazbenoj noti pridružuje se signal odgovarajuće frekvencije
- vrlo izravan, i vrlo pojednostavljen, način “sviranja” neke glazbe svodi se na generiranje “sinusoidnih” signala čija frekvencija odgovara potrebnim notama
- poslušajmo jednu takvu računalnu “svirku” 
- svakoj glazbenoj noti pridružuje se sinusoidni signal odgovarajuće frekvencije
- kako note mogu biti različite duljine trajanja sinusoidni signal treba vremenski ograničiti odgovarajućim vremenskim otvorom
- za potrebe danog primjera korišten je vremenski otvor Blackman-Harris



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

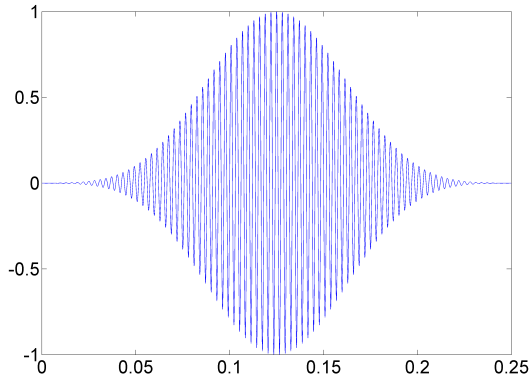
Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Jedan način numeričkog generiranja glazbenih nota

- na slici je prikaz generacije note E modulacijom sinusoidnog signala frekvencije 330 Hz s Blackman-Harrisovim otvorom



Slika 31: Osminka note E



Signali i sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administrativne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

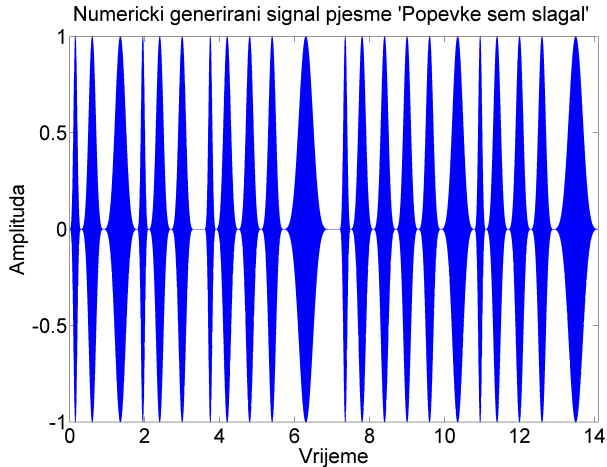
Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

# Signal glazbe u vremenskoj domeni



Slika 32: Signal glazbe u vremenskoj domeni





Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije


Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Digital Sound Synthesis<sup>9</sup>

- Wavetable Synthesis
- Recorded or synthesized musical events stored in internal memory and played back on demand
- Playback tools consists of various techniques for sound variation during reproduction such as pitch shifting, looping, enveloping and filtering
- Example: Giga Sampler 

---

<sup>9</sup>Dobrotom autora: Prof. dr. Sanjit Mitra, University of California, Santa Barbara



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor

Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije


Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Digital Sound Synthesis<sup>10</sup>

- Physical Modeling
- Models the sound production method
- Physical description of the main vibrating structures by partial differential equations
- Most methods based on wave equation describing the wave propagation in solids and in air
- Example: Tenor saxophone, (CCRMA, Stanford) 

---

<sup>10</sup>Dobrotom autora: Prof. dr. Sanjit Mitra, University of California, Santa Barbara





Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Spektrogram

- prije prikazani signal glazbe za pjesmu "Popevke sam slagal" možemo interpretirati i na sljedeći način
- sintetiziraj vremenski ograničenu sinusoidu frekvencije koja odgovara prvoj noti u trajanju prve note, pa zatim sintetiziraj vremenski ograničenu sinusoidu frekvencije koja odgovara drugoj noti . . .
- ovaj postupak možemo prikazati i slikom i kasnije će biti objašnjeno kako se ovakav način prikaza signala zove spektrogram
- slika koja slijedi ilustrira kako notni zapisi po kojima ljudi sviraju slijede upravo ovaj način prikaza informacije koju nosi signal glazbe



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

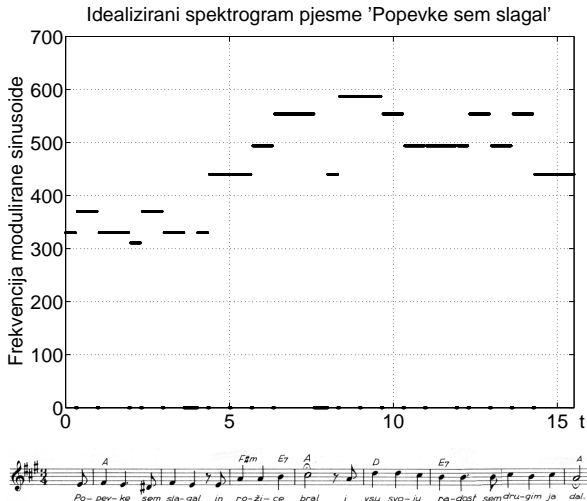
Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

# Note i spektrogram



Slika 33: Notni zapis



Signali i  
sustavi

školska godina  
2007/2008  
Cjelina 1.

Profesor  
Branko Jeren

Organizacijske  
i administra-  
tivne  
obavijesti

Uvod u signale  
i sustave

Zvučni signali

Signali kao  
funkcije

Blokovski  
dijagrami

Matematičko  
modeliranje  
sustava

Simulacija  
sustava

Frekvencijska  
domena

## Note i spektrogram

- usporedba vremenske domene i spektrograma

