

**Signali i sustavi**  
**Drugi međuispit (grupa B) – 12. svibnja 2008.**

1. Kontinuirani signal ima spektar koji je jednak nuli za sve kružne frekvencije osim onih iz intervala  $\omega \in \langle -20\pi, -2\pi \rangle \cup \langle 2\pi, 20\pi \rangle$ . Kojom frekvencijom moramo otipkati signal ako želimo da rekonstrukcija temeljem dobivenih uzoraka bude moguća? Odaberite najmanju frekvenciju otipkavanja tako da ne dođe do preklapanja spektra (eng. *aliasing*).  
 a)  $f_s > 0$       b)  $f_s > 10$       c)  $f_s > 10\pi$       d)  $f_s > 20\pi$       e)  $f_s > 20$
2. Zadan je periodički niz pravokutnih impulsa. Trajanje impulsa je  $T_0$ , a period signala je  $T_p > T_0$ . Može li se taj signal otipkati tako da ne dođe do preklapanja spektra (eng. *aliasing*)? Ako da, kolika mora biti frekvencija otipkavanja?  
 a) Može,  $f > \frac{2}{T_p}$ .      b) Može,  $f > \frac{2}{T_0}$ .      c) Može,  $f > \frac{2}{T_0+T_p}$ .      d) Može,  $f > \max(\frac{2}{T_0}, \frac{2}{T_p})$ .      e) Ne može!
3. Promatramo diskretni periodični signal zadan osnovnim periodom  $x(n) = \begin{cases} -|n|, & |n| \leq 2 \\ 0, & n = 3 \end{cases}$ . Nulti član vremenski diskretnog Fourierovog reda (DTFS) toga signala je:  
 a)  $X_0 = -1$       b)  $X_0 = \frac{1}{6}$       c)  $X_0 = \frac{1}{2}$       d)  $X_0 = -\frac{1}{2}$       e)  $X_0 = 1$
4. Kolika je vrijednost DFT transformacije u četiri točke signala  $x(n) = \{0, 1, 0, 0\}$  za  $k = 2$ ?  
 a) 0      b) 1      c) -1      d)  $j$       e)  $-j$
5. Kontinuirani signal čiji spektar je  $X(j\omega) = \begin{cases} 2, & -1 < \Omega < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$  je otipkan uz period otipkavanja  $T = \pi$ . Vrijednost spektra diskretnog signala  $X(e^{j\omega})$  za  $\omega = \frac{\pi}{2}$  je:  
 a) 0      b)  $\frac{1}{\pi}$       c)  $\frac{2}{\pi}$       d)  $\frac{3}{\pi}$       e)  $\frac{4}{\pi}$
6. Promatramo diskretnu kompleksnu eksponencijalu konačne duljine  $N$  opisanu izrazom  $x(n) = \begin{cases} e^{j\Omega_0 n}, & 0 \leq n < N-1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$ .  
 Za transformacije  $X[k] = \text{DFT}[x(n)]$  i  $X(e^{j\omega}) = \text{DTFT}[x(n)]$  vrijedi:  
 a)  $X[k] = X(e^{j\omega})$  za  $\omega = 2\pi \frac{k}{N}$       b)  $X[k] = X(e^{j\omega})$  za  $\omega = 2\pi \frac{k}{N-1}$       c)  $X[k] = X(e^{j\omega})$  za  $\omega = 2\pi \frac{k}{N+1}$   
 d)  $X[k] = X(e^{j\omega})$  za  $\omega = 2\pi \frac{k}{N-k}$       e)  $X[N-k] = X(e^{j\omega})$  za  $\omega = 2\pi \frac{k}{N}$
7. Neka su  $u_1(t)$  i  $u_2(t)$  ulazi u sustav  $S$  i neka su  $\alpha$  i  $\beta$  neki brojevi. Definiciju linearnosti možemo pisati:  
 a)  $\forall \alpha, \beta: S(u_1(\alpha t) + u_2(\beta t)) = \alpha S(u_1(t)) + \beta S(u_2(t))$       b)  $\forall \alpha, \beta: S(\alpha u_1(t) + \beta u_2(t)) = \alpha S(u_1(t)) + \beta S(u_2(t))$   
 c)  $\exists \alpha, \beta: S(u_1(\alpha t) + u_2(\beta t)) = \alpha S(u_1(t)) + \beta S(u_2(t))$       d)  $\exists \alpha, \beta: S(\alpha u_1(t) + \beta u_2(t)) = \alpha S(u_1(t)) + \beta S(u_2(t))$   
 e)  $\forall \alpha, \beta: S(u_1(\alpha t_1 + \beta t_2) + u_2(\alpha t_1 + \beta t_2)) = \alpha S(u_1(t_1)) + \beta S(u_2(t_2))$
8. Odziv na jedinični skok  $u(t) = \mu(t)$  kontinuiranog LTI sustava je  $y(t) = (1-t)\mu(t)$ . Koliki je odziv na pobudu  $u(t) = \mu(t) - \mu(t-2008)$ ?  
 a)  $y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t-1, & 0 \leq t < 2008 \\ -2007, & \text{inače} \end{cases}$       b)  $y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1-t, & 0 \leq t < 2007 \\ -2008, & \text{inače} \end{cases}$       c)  $y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1-t, & 0 \leq t < 2008 \\ 2008, & \text{inače} \end{cases}$   
 d)  $y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1-t, & 0 \leq t < 2008 \\ -2007, & \text{inače} \end{cases}$       e)  $y(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1-t, & 0 \leq t < 2008 \\ -2008, & \text{inače} \end{cases}$
9. Neka je  $y(t)$  odziv sustava  $S$  na pobudu  $u(t)$ , dakle  $y(t) = S(u(t))$ , te neka je  $T \in \mathbb{R}$ . Za sustav  $S$  kažemo da je vremenski nepromjenjiv ako za svaku pobudu vrijedi:  
 a)  $\forall T: S(u(t-T)) = y(t-T)$       b)  $\exists T: S(u(t-T)) = y(t+T)$       c)  $\exists T: S(u(t-T)) = y(t-T)$   
 d)  $\forall T: S(u(t-T)) = y(t+T)$       e)  $\exists T: S(u(t+T)) = y(t+T)$
10. Zadan je sustav  $y(n) = \sum_{k=-\infty}^n u(k)$ . Taj sustav je:  
 a) bezmemorijski i linearan      b) nelinearan i memorijski      c) linearan i vremenski promjenjiv  
 d) bezmemorijski i vremenski nepromjenjiv      e) linearan i vremenski nepromjenjiv

11. Zadan je sustav  $y(n) = \sum_{k=0}^n u(k)$ . Taj sustav je:
- a) bezmemorijski i linearan      b) linearan i vremenski nepromjenjiv      c) nelinearan i memorijski  
d) linearan i vremenski promjenjiv      e) bezmemorijski i vremenski nepromjenjiv
12. Zadan je LTI sustav opisan matricama  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{C} = [1 \quad 0]$  i  $\mathbf{D} = [0]$ . Koliko iznosi odziv nepobuđenog sustava za  $n \geq 0$  uz početne uvjete  $\mathbf{x}(0) = [1 \quad 1]^T$ ? Uputa: raspišite  $A^n = A \cdot A \cdot A \cdots A$  i računajte  $A \cdot A$ ,  $A \cdot A \cdot A$  itd.
- a)  $n$       b)  $0$       c)  $1$       d)  $1 + n$       e)  $2 + n$
13. Zadan je LTI sustav opisan matricama  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{C} = [1 \quad 1]$  i  $\mathbf{D} = [1]$ . Ukoliko su početni uvjeti  $\mathbf{x}(0) = [x_1 \quad x_2]^T$  pronađite prve dvije vrijednosti  $u(0)$  i  $u(1)$  ulaznog signala tako da se sustav u koraku dva nađe u stanju  $\mathbf{x}(2) = [0 \quad 0]^T$ .
- a)  $u(0) = -x_1 - 2x_2$ ,  $u(1) = x_1 + x_2$       b)  $u(0) = -2x_1 - 2x_2$ ,  $u(1) = 0$       c)  $u(0) = -x_1$ ,  $u(1) = -x_2$   
d)  $u(0) = -2x_1$ ,  $u(1) = -4x_2$       e)  $u(0) = -2x_1 - x_2$ ,  $u(1) = -x_1 - x_2$
14. Ako je impulsni odziv diskretnog LTI sustava  $h(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 3, & n = 3 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$  diferencijska jednadžba koja opisuje taj sustav je:
- a)  $y(n) = u(n-3) + 3u(n)$       b)  $y(n) + y(n-3) = u(n)$       c)  $y(n) = u(n) + 3u(n-3)$       d)  $y(n-3) + 3y(n) = u(n)$   
e)  $y(n) + 3y(n-3) = u(n) + 3u(n-3)$
15. Nađite odziv kontinuiranog LTI sustava s impulsnim odzivom  $h(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$  na pobudu  $u(t) = \begin{cases} 1, & 2 < t < 3 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$
- a)  $y(t) = \begin{cases} 3 - |t-1|, & 0 < t < 2 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$       b)  $y(t) = \begin{cases} 1 - |t-3|, & 2 < t < 4 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$       c)  $y(t) = \begin{cases} 1 - |t-1|, & 2 < t < 4 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$   
d)  $y(t) = \begin{cases} 3 - |t-3|, & 2 < t < 4 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$       e)  $y(t) = \begin{cases} 3 - |t-1|, & 0 < t < 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$
16. Konvolucija  $(x(t) + y(t) * \delta(t+2)) * \delta(t-1)$  je:
- a)  $y(t-1) + x(t+1)$       b)  $x(t-1)$       c)  $x(t+1) + y(t+3)$       d)  $x(t-1) \cdot \mu(t)$       e)  $x(t-1) + y(t+1)$
17. Promatramo diskretni LTI sustav opisan diferencijskom jednadžbom  $y(n) - 6y(n-1) + 8y(n-2) = 4u(n)$ . Ako je pobuda  $u(n) = (2 + 3n)\mu(n)$  i ako su početni uvjeti  $y(-1) = 1$  i  $y(-2) = 2$  onda je prisilni odziv sustava:
- a)  $y(n) = (16 + 4n)\mu(n)$       b)  $y(n) = (2 \cdot 4^n - 4 \cdot 2^n)\mu(n)$       c)  $y(n) = (32 \cdot 4^n - 40 \cdot 2^n + 16 + 4n)\mu(n)$   
d)  $y(n) = (6 \cdot 4^n - 22 \cdot 2^n + 16 + 4n)\mu(n)$       e)  $y(n) = (8 \cdot 4^n - 26 \cdot 2^n + 16 + 4n)\mu(n)$
18. Promatramo diskretni LTI sustav opisan diferencijskom jednadžbom  $y(n) - 6y(n-1) + 8y(n-2) = 4u(n)$ . Ako su početni uvjeti  $y(-1) = 1$  i  $y(-2) = 2$  onda je odziv nepobuđenog sustava:
- a)  $y(n) = (14 \cdot 2^n - 24 \cdot 4^n)\mu(n)$       b)  $y(n) = (2 \cdot 4^n - 4 \cdot 2^n)\mu(n)$       c)  $y(n) = (8 \cdot 4^n - 26 \cdot 2^n)\mu(n)$   
d)  $y(n) = (6 \cdot 4^n - 22 \cdot 2^n + 16 + 4n)\mu(n)$       e)  $y(n) = (8 \cdot 4^n - 26 \cdot 2^n + 16 + 4n)\mu(n)$
19. Promatramo diskretni LTI sustav opisan diferencijskom jednadžbom  $y(n) - 6y(n-1) + 8y(n-2) = 4u(n)$ . Ako je pobuda  $u(n) = (2 + 3n)\mu(n)$  onda je odziv mirnog sustava:
- a)  $y(n) = (16 + 4n)\mu(n)$       b)  $y(n) = (2 \cdot 4^n - 4 \cdot 2^n)\mu(n)$       c)  $y(n) = (32 \cdot 4^n - 40 \cdot 2^n + 16 + 4n)\mu(n)$   
d)  $y(n) = (6 \cdot 4^n - 22 \cdot 2^n + 16 + 4n)\mu(n)$       e)  $y(n) = (8 \cdot 4^n - 26 \cdot 2^n + 16 + 4n)\mu(n)$
20. Promatramo diskretni LTI sustav opisan diferencijskom jednadžbom  $y(n) - 6y(n-1) + 8y(n-2) = 4u(n)$ . Ako je pobuda  $u(n) = (2 + 3n)\mu(n)$  i ako su početni uvjeti  $y(-1) = 1$  i  $y(-2) = 2$  onda je totalni odziv sustava:
- a)  $y(n) = (16 + 4n)\mu(n)$       b)  $y(n) = (2 \cdot 4^n - 4 \cdot 2^n)\mu(n)$       c)  $y(n) = (32 \cdot 4^n - 40 \cdot 2^n + 16 + 4n)\mu(n)$   
d)  $y(n) = (6 \cdot 4^n - 22 \cdot 2^n + 16 + 4n)\mu(n)$       e)  $y(n) = (8 \cdot 4^n - 26 \cdot 2^n + 16 + 4n)\mu(n)$