

Signali i sustavi

1. ciklus - Dodatni zadaci za vježbu

Zadatak 1. Zadan je signal $x(t) = \sin(\omega_0 t) \left[\mu(t) - \mu\left(t - \frac{2\pi}{\omega_0}\right) \right]$.

- (a) Odredite CTFT zadanog signala.
- (b) Odredite amplitudni spektar zadanog signala uz $\omega_0 = 2\pi$. Koliki je iznos amplitudnog spektra uz $\omega = \pi$?
- (c) Odredite energiju zadanog signala.
- (d) Navedite svojstvo simetričnosti spektra $X(j\omega)$ signala $x(t)$ i dokažite ga za dobiveni $X(j\omega)$.

Zadatak 2. Zadan je signal $x(t) = e^{-|2t+1|}$.

- (a) Odredite CTFT zadanog signala.
- (b) Odredite i skicirajte amplitudni i fazni spektar zadanog signala.
- (c) Ako signal $x(t)$ očitamo s $\omega_s = 2$, skicirajte spektar otipkanog signala i odredite iznos spektra za $\omega = 1$.
- (d) Odredite energiju zadanog signala.
- (e) Odredite spektar signala $y(t) = x\left(t - \frac{1}{2}\right)$.
- (f) Navedite svojstvo simetričnosti spektra $Y(j\omega)$ signala $y(t)$ i dokažite ga za dobiveni $Y(j\omega)$.

Zadatak 3. Zadan je spektar $X(j\omega) = \begin{cases} 2\pi \sin \omega, & -\pi \leq \omega \leq \pi \\ 0 & \text{inače} \end{cases}$.

- (a) Odredite signal $x(t)$.
- (b) Odredite energiju signala $x(t)$.
- (c) Ako signal $x(t)$ očitamo s $T_s = 3\pi$, skicirajte spektar otipkanog signala.

Zadatak 4. Zadan je spektar $X(j\omega) = \begin{cases} \omega + \omega_0, & -\omega_0 \leq \omega \leq 0 \\ -\omega + \omega_0, & 0 < \omega \leq \omega_0 \\ 0 & \text{inače} \end{cases}$.

- (a) Odredite signal $x(t)$.
- (b) Odredite energiju signala $x(t)$.
- (c) Ako signal $x(t)$ očitamo s $\omega_s = 2\omega_0$, skicirajte spektar otipkanog signala i odredite iznos spektra za $\omega = \frac{\omega_0}{2}$.
- (d) Ako signal $x(t)$ očitamo s $\omega_s = 5\omega_0$, skicirajte spektar otipkanog signala i odredite iznos spektra za $\omega = \frac{3\omega_0}{2}$.

Zadatak 5. Jedan period signala kontinuiranog signala zadan je s $x(t) = \begin{cases} t+1, & -1 \leq t \leq 0 \\ t-1, & 0 < t \leq 1 \\ 0 & t \in (-2, -1) \cup (1, 2) \end{cases}$.

- (a) Koju Fourierovu transformaciju koristimo za ovaj signal? Zašto? Odredite tu transformaciju.
- (b) Odredite snagu signala $x(t)$.
- (c) Navedite svojstvo simetričnosti spektra X_k signala $x(t)$ i dokažite ga za dobiveni X_k .

Zadatak 6. Jedan period signala kontinuiranog signala zadan je s $x(t) = \begin{cases} t+1, & -1 \leq t \leq 0 \\ -t+1, & 0 < t \leq 1 \\ 0 & t \in (-2, -1) \cup (1, 2) \end{cases}$.

- (a) Koju Fourierovu transformaciju koristimo za ovaj signal? Zašto? Odredite tu transformaciju.
- (b) Odredite snagu signala $x(t)$.
- (c) Navedite svojstvo simetričnosti spektra X_k signala $x(t)$ i dokažite ga za dobiveni X_k .

Zadatak 7. Zadan je spektar periodičnog signala $X_k = \begin{cases} 1, & k = 0 \\ \frac{1}{2}, & |k| = 2 \\ \frac{j}{4}, & k = -4 \\ -\frac{j}{4}, & k = 4 \\ 0 & \text{inače} \end{cases}$.

- (a) Odredite signal $x(t)$.
- (b) Odredite snagu signala $x(t)$.
- (c) Odredite CTFT signala $x(t)$. Skicirajte amplitudni spektar za taj CTFT.
- (d) Ukoliko signal $x(t)$ očitamo s $\omega_s = 9\omega_0$, skicirajte amplitudni spektar za CTFT otipkanog signala.

Zadatak 8. Neka je $x(n)$ diskretni signal dobiven otipkavanjem signala $x(t)$ iz 7. zadataka s $T_s = \frac{\pi}{8\omega_0}$.

- (a) Kakav je signal $x(n)$? Koju Fourierovu transformaciju koristimo za njega i zašto? Odredite tu transformaciju.
- (b) Skicirajte amplitudni i fazni spektar transformacije određene u prethodnom zadatku.
- (c) Odredite snagu signala $x(n)$.
- (d) Navedite svojstvo simetričnosti spektra X_k signala $x(n)$ i dokažite ga za dobiveni X_k .

Zadatak 9. Promatramo signal $x(t)$ iz 7. zadataka uz $\omega_0 = 5\pi$. Započevši od trenutka $t = 0$ s snimili smo 200 ms danog signala. Dobiveni segment smo zatim očitali uz frekvenciju očitavanja $\omega_s = 60\pi$.

- (a) Izračunajte diskretnu Fourierovu transformaciju iz dobivenih očitaka.
- (b) Koja vrijednost diskretne Fourierove transformacije odgovara kontinuiranoj frekvenciji $\omega = 10$?
- (c) Kolika je spektralna rezolucija spektra pod (a)?
- (d) Koliko treba biti trajanje signala za spektralnu rezoluciju $\omega_0 = 2\pi$?