Signali i sustavi

Pismeni ispit – 22. travnja 2015.

1. (8 bodova) Zadan je vremenski kontinuiran signal $f(t) = \begin{cases} 1, & \text{za } t < 0, \\ e^{-2t}, & \text{za } t \geq 0. \end{cases}$

a) **(2 boda)** Odredite vremenski diskretan signal $f(n)$ koji dobijemo očitavanjem vremenski kontinuiranog signala $f(t)$ s periodom očitavanja T_s.

b) **(2 boda)** Odredite vremenski diskretan signal $f_{ad}(n)$ koji dobijemo aproksimacijom derivacije metodom silazne diferencije, ako je period očitavanja T_s.

c) **(2 boda)** Odredite vremenski diskretan signal $f_d(n)$ koji dobijemo očitavanjem generalizirane derivacije vremenski kontinuiranog signala $f(t)$ s periodom očitavanja T_s.

d) **(2 boda)** Izračunajte energiju greške $E_g = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |f_d(n) - f_{ad}(n)|^2$ aproksimacije derivacije metodom silazne diferencije.

2. (8 bodova) Zadan je vremenski diskretan signal $f(n) = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\left(\mu(n) - \mu(n-4)\right)$.

a) **(3 boda)** Odredite vremenski diskretnu Fourierovu transformaciju zadanog signala (DTFT).

b) **(2 boda)** Je li dobiveni spektar periodičan ili aperiodičan? Ako je periodičan, koliki mu je osnovni period?

c) **(3 boda)** Odredite koeficijente vremenski diskretnog Fourierovog reda (DTFS) vremenski diskretnog signala $g(n) = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$.

3. (8 bodova) Zadan je spektar vremenski kontinuiranog signala $F(j\omega) = j\left[-\mu(\omega + 2\pi) + 2\,\mu(\omega) - \mu(\omega - 2\pi)\right]$

a) **(3 boda)** Odredite vremenski kontinuiran signal $f(t)$.

b) **(2 boda)** Odredite spektar $G(j\omega)$ vremenski kontinuiranog signala $g(t) = f(t-4)$.

c) **(3 boda)** Izvedite Parsevalovu relaciju za vremenski kontinuiranu Fourierovu transformaciju (CTFT).

4. (8 bodova) Zadan je spektar vremenski kontinuiranog signala $F(j\omega) = (\omega+\pi)(\mu(\omega+\pi)-\mu(\omega))+(-\omega+\pi)(\mu(\omega)-\mu(\omega-\pi))$.

a) **(2 boda)** Možemo li očitati odgovarajući signal u vremenskoj domeni tako da ne dođe do aliasinga u frekvencijskoj domeni? Ako da, objasnite zašto da i odredite minimalnu frekvenciju očitavanja tako da ne dođe do aliasinga, a ako ne objasnite zašto ne.

b) **(2 boda)** Ako signal $f(t)$ očitamo frekvencijom $\omega_s = \frac{3\pi}{2}$, skicirajte amplitudni spektar očitanog kontinuiranog signala.

c) **(2 boda)** Ako signal $f(t)$ očitamo frekvencijom $\omega_s = 3\pi$, skicirajte amplitudni spetar očitanog kontinuiranog signala.

d) **(2 boda)** Objasnite postupak rekonstrukcije kontinuiranog signala iz očitanog kontinuiranog signala u vremenskoj i frekvencijskoj domeni.

5. (8 bodova) Zadani su vremenski kontinuirani signali $f(t)$ i $g(t)$ za koje vrijedi $g(t) = f(at)$, $a > 0$.

a) **(2 boda)** Ako je energija signala $f(t)$ konačna i iznosi E_f, odredite energiju signala $g(t) = f(at)$, E_g (izvedite izraz).

b) **(3 boda)** Odredite energiju vremenski kontinuiranog signala $h(t) = \frac{\sin(10t)}{10t}$.

c) **(3 boda)** Ako je signal $f(t)$ periodičan s osnovnim periodom T_0 te ako je njegova snaga konačna i iznosi P_f, odredite snagu signala $g(t) = f(at)$, P_g (izvedite izraz).

Signali i sustavi

Pismeni ispit – 22. travnja 2015.

1. (8 bodova) Zadan je vremenski kontinuiran signal $f(t) = \begin{cases} 1, & \text{za } t < 0, \\ e^{-4t}, & \text{za } t \geq 0. \end{cases}$

a) **(2 boda)** Odredite vremenski diskretan signal $f(n)$ koji dobijemo očitavanjem vremenski kontinuiranog signala $f(t)$ s periodom očitavanja T_s.

b) **(2 boda)** Odredite vremenski diskretan signal $f_{ad}(n)$ koji dobijemo aproksimacijom derivacije metodom silazne diferencije, ako je period očitavanja T_s.

c) **(2 boda)** Odredite vremenski diskretan signal $f_d(n)$ koji dobijemo očitavanjem generalizirane derivacije vremenski kontinuiranog signala $f(t)$ s periodom očitavanja T_s.

d) **(2 boda)** Izračunajte energiju greške $E_g = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |f_d(n) - f_{ad}(n)|^2$ aproksimacije derivacije metodom silazne diferencije.

2. (8 bodova) Zadan je vremenski diskretan signal $f(n) = \cos\left(\frac{3\pi}{2}n\right)\left(\mu(n) - \mu(n-4)\right)$.

a) **(3 boda)** Odredite vremenski diskretnu Fourierovu transformaciju zadanog signala (DTFT).

b) **(2 boda)** Je li dobiveni spektar periodičan ili aperiodičan? Ako je periodičan, koliki mu je osnovni period?

c) **(3 boda)** Odredite koeficijente vremenski diskretnog Fourierovog reda (DTFS) vremenski diskretnog signala $g(n) = \cos\left(\frac{3\pi}{2}n\right)$.

3. (8 bodova) Zadan je spektar vremenski kontinuiranog signala $F(j\omega) = j\left[-\mu\left(\omega+\pi\right) + 2\,\mu\left(\omega\right) - \mu\left(\omega-\pi\right)\right]$

a) **(3 boda)** Odredite vremenski kontinuiran signal $f(t)$.

b) **(2 boda)** Odredite spektar $G(j\omega)$ vremenski kontinuiranog signala $g(t) = f(t-5)$.

c) **(3 boda)** Izvedite Parsevalovu relaciju za vremenski kontinuiranu Fourierovu transformaciju (CTFT).

4. (8 bodova) Zadan je spektar vremenski kontinuiranog signala $F(j\omega) = (\omega+2\pi)(\mu(\omega+2\pi) - \mu(\omega)) + (-\omega+2\pi)(\mu(\omega) - \mu(\omega-2\pi))$.

a) **(2 boda)** Možemo li očitati odgovarajući signal u vremenskoj domeni tako da ne dođe do aliasinga u frekvencijskoj domeni? Ako da, objasnite zašto da i odredite minimalnu frekvenciju očitavanja tako da ne dođe do aliasinga, a ako ne objasnite zašto ne.

b) **(2 boda)** Ako signal $f(t)$ očitamo frekvencijom $\omega_s = 3\pi$, skicirajte amplitudni spektar očitanog kontinuiranog signala.

c) **(2 boda)** Ako signal $f(t)$ očitamo frekvencijom $\omega_s = 6\pi$, skicirajte amplitudni spetar očitanog kontinuiranog signala.

d) **(2 boda)** Objasnite postupak rekonstrukcije kontinuiranog signala iz očitanog kontinuiranog signala u vremenskoj i frekvencijskoj domeni.

5. (8 bodova) Zadani su vremenski kontinuirani signali $f(t)$ i $g(t)$ za koje vrijedi $g(t) = f(at)$, $a > 0$.

a) **(2 boda)** Ako je energija signala $f(t)$ konačna i iznosi E_f, odredite energiju signala $g(t) = f(at)$, E_g (izvedite izraz).

b) **(3 boda)** Odredite energiju vremenski kontinuiranog signala $h(t) = \frac{\sin(20t)}{20t}$.

c) **(3 boda)** Ako je signal $f(t)$ periodičan s osnovnim periodom T_0 te ako je njegova snaga konačna i iznosi P_f, odredite snagu signala $g(t) = f(at)$, P_g (izvedite izraz).

Signali i sustavi
Pismeni ispit – 24. travnja 2014.

1. **(9 bodova)** Zadan je vremenski kontinuiran signal $f(t) = t^2\big(\mu(t+5) - \mu(t-5)\big)$.

   a) **(2 boda)** Izračunajte energiju signala.

   b) **(2 boda)** Izračunajte i skicirajte prvu derivaciju signala.

   c) **(2 boda)** Očitajte signal i njegovu prvu derivaciju s periodom očitavanja $T_s = 2$.

   d) **(3 boda)** Iz očitaka signala izračunajte prvu derivaciju signala pomoću aproksimacije derivacije silaznom diferencijom.

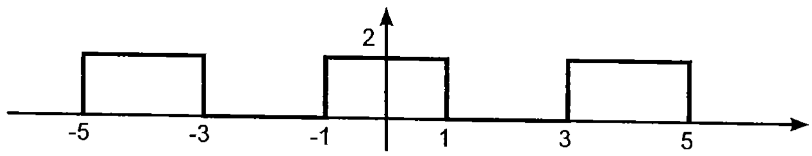
2. **(9 bodova)** Vremenski kontinuiran periodičan signal zadan je slikom.

   a) **(5 bodova)** Odredite i skicirajte amplitudni i fazni spektar signala za $k \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

   b) **(2 boda)** Objasnite Gibbsovu pojavu. Navedite primjer signala kod kojeg se javlja i primjer signala kod kojeg se ne javlja Gibbsova pojava.

   c) **(2 boda)** Pokažite da za vremenski kontinuirane realne signale $f(t)$ za koje postoji CTFS vrijedi

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F_k e^{jk\omega_0 t} = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} 2|F_k|\cos(k\omega_0 t + \angle F_k)\,.$$



3. **(9 bodova)** Spektar vremenski kontinuiranog signala $f(t)$ je $F(j\omega) = e^{-2|\omega|}$.

   a) **(3 boda)** Odredite signal $f(t)$.

   b) **(3 boda)** Izračunajte energiju signala.

   c) **(3 boda)** Signal $f(t)$ očitali smo s periodom očitavanja $T_s = 1\,\text{ms}$. Koliko točaka očitanog signala moramo uzeti ako želimo numerički odrediti spektar s rezolucijom od $f_0 = 5\,\text{Hz}$?

4. **(9 bodova)** Zadan je vremenski diskretan signal $f(n) = \begin{cases} 3^{-n}, & \text{za } n > 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$.

   a) **(4 boda)** Odredite amplitudni i fazni spektar signala (nije potrebno skicirati).

   b) **(2 boda)** Izračunajte vrijednost amplitudnog i faznog spektra za $\Omega = \frac{\pi}{2}$.

   c) **(3 boda)** Pokažite da je spektar vremenski diskretnog aperiodičnog signala periodičan s osnovnim periodom 2π.

5. **(9 bodova)** Vremenski kontinuiran signal $f(t)$ očitan je u osam točaka s frekvencijom očitavanja $f_s = 1\,\text{kHz}$, te je dobiven vremenski diskretan signal $f(n) = \{\underline{-3}, -1, 1, 3, -3, -1, 1, 3\}$.

   a) **(5 bodova)** Izračunajte DFT u osam točaka vremenski diskretnog signala $f(n)$.

   b) **(2 boda)** Odredite frekvenciju Ω na kojoj amplitudni spektar DFT-a vremenski diskretnog signala $f(n)$ poprima maksimum.

   c) **(2 boda)** Odredite dominantnu spektralnu komponentu vremenski kontinuiranog signala $f(t)$.

Signali i sustavi

Pismeni ispit – 24. travnja 2014.

1. **(9 bodova)** Zadan je vremenski kontinuiran signal $f(t) = t^2(\mu(t+7) - \mu(t-7))$.

   a) **(2 boda)** Izračunajte energiju signala.

   b) **(2 boda)** Izračunajte i skicirajte prvu derivaciju signala.

   c) **(2 boda)** Očitajte signal i njegovu prvu derivaciju s periodom očitavanja $T_s = 3$.

   d) **(3 boda)** Iz očitaka signala izračunajte prvu derivaciju signala pomoću aproksimacije derivacije silaznom diferencijom.

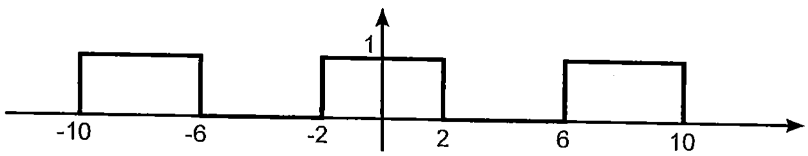
2. **(9 bodova)** Vremenski kontinuiran periodičan signal zadan je slikom.

   a) **(5 bodova)** Odredite i skicirajte amplitudni i fazni spektar signala za $k \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.

   b) **(2 boda)** Objasnite Gibbsovu pojavu. Navedite primjer signala kod kojeg se javlja i primjer signala kod kojeg se ne javlja Gibbsova pojava.

   c) **(2 boda)** Pokažite da za vremenski kontinuirane realne signale $f(t)$ za koje postoji CTFS vrijedi

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F_k e^{jk\omega_0 t} = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} 2|F_k| \cos\left(k\omega_0 t + \angle F_k\right).$$



3. **(9 bodova)** Spektar vremenski kontinuiranog signala $f(t)$ je $F(j\omega) = e^{-4|\omega|}$.

   a) **(3 boda)** Odredite signal $f(t)$.

   b) **(3 boda)** Izračunajte energiju signala.

   c) **(3 boda)** Signal $f(t)$ očitali smo s periodom očitavanja $T_s = 1\,\text{ms}$. Koliko točaka očitanog signala moramo uzeti ako želimo numerički odrediti spektar s rezolucijom od $f_0 = 10\,\text{Hz}$?

4. **(9 bodova)** Zadan je vremenski diskretan signal $f(n) = \begin{cases} 4^{-n}, & \text{za } n > 1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$.

   a) **(4 boda)** Odredite amplitudni i fazni spektar signala (nije potrebno skicirati).

   b) **(2 boda)** Izračunajte vrijednost amplitudnog i faznog spektra za $\Omega = \frac{\pi}{2}$.

   c) **(3 boda)** Pokažite da je spektar vremenski diskretnog aperiodičnog signala periodičan s osnovnim periodom 2π.

5. **(9 bodova)** Vremenski kontinuiran signal $f(t)$ očitan je u osam točaka s frekvencijom očitavanja $f_s = 1\,\text{kHz}$, te je dobiven vremenski diskretan signal $f(n) = \{\underline{-4}, -2, 2, 4, -4, -2, 2, 4\}$.

   a) **(5 bodova)** Izračunajte DFT u osam točaka vremenski diskretnog signala $f(n)$.

   b) **(2 boda)** Odredite frekvenciju Ω na kojoj amplitudni spektar DFT-a vremenski diskretnog signala $f(n)$ poprima maksimum.

   c) **(2 boda)** Odredite dominantnu spektralnu komponentu vremenski kontinuiranog signala $f(t)$.

Signali i sustavi

Međuispit (grupa A) – 24. travnja 2013.

1. (9 bodova) Zadani su signali $x_1(t) = 2^{-t}\,\mu(t)$ i $x_2(n) = \sin\left(\frac{\pi}{3}n\right)$.

a) **(2 boda)** Definirajte totalnu energiju i totalnu snagu vremenski kontinuiranog signala.

b) **(2 boda)** Izračunajte totalnu energiju i totalnu snagu signala $x_1(t)$.

c) **(2 boda)** Definirajte totalnu energiju i totalnu snagu vremenski diskretnog signala.

d) **(3 boda)** Izračunajte totalnu energiju i totalnu snagu signala $x_2(n)$.

2. (9 bodova) Zadan je vremenski kontinuirani signal $x(t) = e^{3t}\left(\mu(t) - \mu(t-6)\right)$.

a) **(4 boda)** Postoji li vremenski kontinuirana Fourierova transformacija (CTFT) signala $x(t)$? Ako postoji, pokažite zašto postoji, a ako ne postoji, pokažite zašto ne postoji!

b) **(5 bodova)** Ako transformacija postoji izračunajte je (nije potrebno računati amplitudu i fazu), a ako ne postoji, pokažite da Fourierov integral divergira!

3. (9 bodova) Zadan je vremenski diskretan signal $x(n) = 3^{-|n|}$, gdje je $n \in \mathbb{Z}$.

a) **(4 boda)** Izračunajte vremenski diskretnu Fourierovu transformaciju (DTFT) signala $x(n)$.

b) **(2 boda)** Odredite amplitudni i fazni spektar.

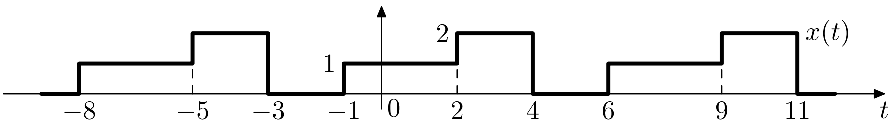
c) **(3 boda)** Odredite na kojim frekvencijama Ω amplitudni spektar $\left|X(e^{j\Omega})\right|$ poprima minimalne, a na kojima maksimalne vrijednosti.

4. (9 bodova) Vremenski kontinuiran signal $x(t)$ perioda $T = 7$ zadan je slikom.

a) **(4 boda)** Odredite rastav signala $x(t)$ u vremenski kontinuirani Fourierov red (CTFS).

b) **(2 boda)** Navedite svojstvo simetričnosti spektra X_k realnog signala $x(t)$. Pokažite da dobiveni spektar X_k zadovoljava taj uvjet!

c) **(3 boda)** Skicirajte amplitudni i fazni spektar X_k za $-3 \le k \le 3$.



5. (9 bodova) Promatramo vremenski diskretan signal konačnog trajanja oblika $x[n] = \{\underline{-2}, 0, 2, -2, 0, 2, -2, 0, 2, -2, 0, 2, \ldots\}$ gdje se uzorak $\{-2, 0, 2\}$ ponavlja m-puta. Neka je trajanje signala $N = 3m$, $m \in \mathbb{N}$.

a) **(2 boda)** Izračunajte diskretnu Fourierovu transformaciju DFT_N signala $x[n]$ u N točaka.

b) **(1 bod)** Za koje k je transformacija signala $X[k]$ različita od nule?

c) **(2 boda)** Korištenjem spektra $X[k]$ raspišite signal $x[n]$ kao zbroj kosinusoida.

d) **(2 boda)** Ako je promatrani signal $x[n]$ dobiven očitavanjem vremenski kontinuiranog signala $x(t)$ s frekvencijom očitavanja $f_S = 10\,\mathrm{kHz}$ koje spektralne komponente se nalaze u signalu $x(t)$?

e) **(2 boda)** Odredite periodičan vremenski kontinuirani signal $x(t)$ dobiven idealnom rekonstrukcijom iz signala $x[n]$.

Signali i sustavi

Međuispit (grupa B) – 24. travnja 2013.

1. **(9 bodova)** Zadani su signali $x_1(t) = 3^{-t}\,\mu(t)$ i $x_2(n) = \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right)$.

   a) **(2 boda)** Definirajte totalnu energiju i totalnu snagu vremenski kontinuiranog signala.

   b) **(2 boda)** Izračunajte totalnu energiju i totalnu snagu signala $x_1(t)$.

   c) **(2 boda)** Definirajte totalnu energiju i totalnu snagu vremenski diskretnog signala.

   d) **(3 boda)** Izračunajte totalnu energiju i totalnu snagu signala $x_2(n)$.

2. **(9 bodova)** Zadan je vremenski kontinuirani signal $x(t) = e^{2t}\big(\mu(t) - \mu(t-8)\big)$.

   a) **(4 boda)** Postoji li vremenski kontinuirana Fourierova transformacija (CTFT) signala $x(t)$? Ako postoji, pokažite zašto postoji, a ako ne postoji, pokažite zašto ne postoji!

   b) **(5 bodova)** Ako transformacija postoji izračunajte je (nije potrebno računati amplitudu i fazu), a ako ne postoji, pokažite da Fourierov integral divergira!

3. **(9 bodova)** Zadan je vremenski diskretan signal $x(n) = 2^{-|n|}$, gdje je $n \in \mathbb{Z}$.

   a) **(4 boda)** Izračunajte vremenski diskretnu Fourierovu transformaciju (DTFT) signala $x(n)$.

   b) **(2 boda)** Odredite amplitudni i fazni spektar.

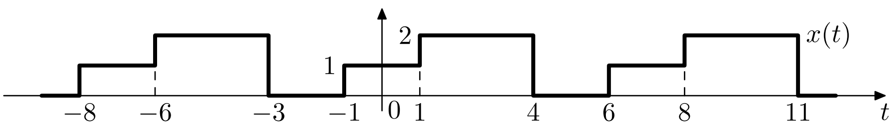
   c) **(3 boda)** Odredite na kojim frekvencijama Ω amplitudni spektar $\left|X(e^{j\Omega})\right|$ poprima minimalne, a na kojima maksimalne vrijednosti.

4. **(9 bodova)** Vremenski kontinuiran signal $x(t)$ perioda $T = 7$ zadan je slikom.

   a) **(4 boda)** Odredite rastav signala $x(t)$ u vremenski kontinuirani Fourierov red (CTFS).

   b) **(2 boda)** Navedite svojstvo simetričnosti spektra X_k realnog signala $x(t)$. Pokažite da dobiveni spektar X_k zadovoljava taj uvjet!

   c) **(3 boda)** Skicirajte amplitudni i fazni spektar X_k za $-3 \le k \le 3$.



5. **(9 bodova)** Promatramo vremenski diskretan signal konačnog trajanja oblika $x[n] = \{\underline{-3}, 0, 3, -3, 0, 3, -3, 0, 3, -3, 0, 3, \ldots\}$ gdje se uzorak $\{-3, 0, 3\}$ ponavlja m-puta. Neka je trajanje signala $N = 3m$, $m \in \mathbb{N}$.

   a) **(2 boda)** Izračunajte diskretnu Fourierovu transformaciju DFT_N signala $x[n]$ u N točaka.

   b) **(1 bod)** Za koje k je transformacija signala $X[k]$ različita od nule?

   c) **(2 boda)** Korištenjem spektra $X[k]$ raspišite signal $x[n]$ kao zbroj kosinusoida.

   d) **(2 boda)** Ako je promatrani signal $x[n]$ dobiven očitavanjem vremenski kontinuiranog signala $x(t)$ s frekvencijom očitavanja $f_S = 10\,\text{kHz}$ koje spektralne komponente se nalaze u signalu $x(t)$?

   e) **(2 boda)** Odredite periodičan vremenski kontinuirani signal $x(t)$ dobiven idealnom rekonstrukcijom iz signala $x[n]$.

Signali i sustavi

Međuispit (grupa A) – 26. travnja 2012.

1. (9 bodova) Zadan je vremenski kontinuiran signal $x(t) = \cos(100t) + \cos(200t)$.

a) **(4 boda)** Odredite razvoj signala $x(t)$ u vremenski kontinuirani Fourierov red (CTFS). Skicirajte amplitudni i fazni spektar signala.

b) **(3 boda)** Iz SPEKTRA izračunajte snagu signala.

c) **(2 boda)** Za koje frekvencije očitavanja je očitavanje signala $x(t)$ jednoznačno?

2. (9 bodova) Zadan je vremenski kontinuiran signal $x(t) = e^{-4t}\,\mu(t) + 5e^{5t}\,\mu(-t)$.

a) **(3 boda)** Odredite generaliziranu derivaciju zadanog signala.

b) **(3 boda)** Izračunajte vremenski kontinuiranu Fourierovu transformaciju (CTFT) zadanog signala.

c) **(3 boda)** Izračunajte energiju zadanog signala.

3. (9 bodova) Promatramo vremenski diskretan periodičan signal $x(n)$ perioda 6. Šest uzoraka jednog perioda počevši od koraka $n = 0$ su $\{\underline{-6}, 3, 0, 0, 3, 0\}$.

a) **(2 boda)** Odredite razvoj signala $x(n)$ u vremenski diskretan Fourierov red (DTFS).

b) **(2 boda)** Navedite svojstvo simetričnosti spektra X_k realnog signala $x(n)$. Pokažite da dobiveni X_k zadovoljava taj uvjet!

c) **(3 boda)** Izračunajte numeričke vrijednosti spektra X_k za $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

d) **(2 boda)** Skicirajte amplitudni i fazni spektar X_k

4. (9 bodova) Jedan period vremenski diskretne Fourierove transformacije (DTFT) nekog vremenski diskretnog signala $x(n)$ jest $X(e^{j\Omega}) = \Omega + 3\pi$, $-\pi < \Omega \leq \pi$.

a) **(4 boda)** Odredite vremenski diskretan signal $x(n)$.

b) **(3 boda)** Odredite energiju signala $x(n)$.

c) **(2 boda)** Odredite vremenski diskretnu Fourierovu transformaciju (DTFT) signala $y(n) = e^{j3\pi n}x(n)$.

5. (9 bodova) Zadan je vremenski kontinuiran signal $x(t) = \cos(100t) + \cos(200t)$.

a) **(1 bod)** Skicirajte amplitudni spektar vremenski kontinuirane Fourierove transformacije (CTFT) zadanog signala.

b) **(1 bod)** Ako signal očitamo s kružnom frekvencijom $\omega_S = 600$ skicirajte amplitudni spektar kontinuiranog očitanog signala $x(t)\,\mathrm{comb}_{T_S}(t)$.

c) **(2 boda)** Počevši od koraka $n = 0$ odredite prvih šest očitaka signala $x(t)$ uz $\omega_S = 600$. Iz tih očitaka izračunajte diskretnu Fourierovu transformaciju u šest točaka (DFT_6).

d) **(2 boda)** Kojim frekvencijama vremenski kontinuiranog signala odgovaraju članovi spektra $X(1)$ i $X(3)$ dobiveni pod c)?

e) **(1 bod)** Kolika je spektralna rezolucija ω_0 spektra pod c)?

f) **(2 boda)** Koliko treba biti trajanje signala za spektralnu rezoluciju $\omega_0 = 10$?

Signali i sustavi

Međuispit (grupa B) – 26. travnja 2012.

1. (9 bodova) Zadan je vremenski kontinuiran signal $x(t) = \cos(200t) + \cos(400t)$.

a) **(4 boda)** Odredite razvoj signala $x(t)$ u vremenski kontinuirani Fourierov red (CTFS). Skicirajte amplitudni i fazni spektar signala.

b) **(3 boda)** Iz SPEKTRA izračunajte snagu signala.

c) **(2 boda)** Za koje frekvencije očitavanja je očitavanje signala $x(t)$ jednoznačno?

2. (9 bodova) Zadan je vremenski kontinuiran signal $x(t) = e^{-3t}\,\mu(t) + 6e^{6t}\,\mu(-t)$.

a) **(3 boda)** Odredite generaliziranu derivaciju zadanog signala.

b) **(3 boda)** Izračunajte vremenski kontinuiranu Fourierovu transformaciju (CTFT) zadanog signala.

c) **(3 boda)** Izračunajte energiju zadanog signala.

3. (9 bodova) Promatramo vremenski diskretan periodičan signal $x(n)$ perioda 6. Šest uzoraka jednog perioda počevši od koraka $n = 0$ su $\{\underline{-6}, 0, 3, 0, 0, 3\}$.

a) **(2 boda)** Odredite razvoj signala $x(n)$ u vremenski diskretan Fourierov red (DTFS).

b) **(2 boda)** Navedite svojstvo simetričnosti spektra X_k realnog signala $x(n)$. Pokažite da dobiveni X_k zadovoljava taj uvjet!

c) **(3 boda)** Izračunajte numeričke vrijednosti spektra X_k za $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

d) **(2 boda)** Skicirajte amplitudni i fazni spektar X_k

4. (9 bodova) Jedan period vremenski diskretne Fourierove transformacije (DTFT) nekog vremenski diskretnog signala $x(n)$ jest $X(e^{j\Omega}) = \Omega + 2\pi$, $-\pi < \Omega \leq \pi$.

a) **(4 boda)** Odredite vremenski diskretan signal $x(n)$.

b) **(3 boda)** Odredite energiju signala $x(n)$.

c) **(2 boda)** Odredite vremenski diskretnu Fourierovu transformaciju (DTFT) signala $y(n) = e^{j3\pi n}x(n)$.

5. (9 bodova) Zadan je vremenski kontinuiran signal $x(t) = \cos(200t) + \cos(400t)$.

a) **(1 bod)** Skicirajte amplitudni spektar vremenski kontinuirane Fourierove transformacije (CTFT) zadanog signala.

b) **(1 bod)** Ako signal očitamo s kružnom frekvencijom $\omega_S = 1200$ skicirajte amplitudni spektar kontinuiranog očitanog signala $x(t)\,\mathrm{comb}_{T_S}(t)$.

c) **(2 boda)** Počevši od koraka $n = 0$ odredite prvih šest očitaka signala $x(t)$ uz $\omega_S = 1200$. Iz tih očitaka izračunajte diskretnu Fourierovu transformaciju u šest točaka (DFT_6).

d) **(2 boda)** Kojim frekvencijama vremenski kontinuiranog signala odgovaraju članovi spektra $X(1)$ i $X(3)$ dobiveni pod c)?

e) **(1 bod)** Kolika je spektralna rezolucija ω_0 spektra pod c)?

f) **(2 boda)** Koliko treba biti trajanje signala za spektralnu rezoluciju $\omega_0 = 10$?