



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Signali i sustavi

Profesor
Branko Jeren

7. ožujka 2007.



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Opis sustava s varijablama stanja

- sustav transformira ulazne signale, iz skupa *UlazniSignali*, u izlazne signale, iz skupa *IzlazniSignali*, i definiran je funkcijom

$$F : \text{UlazniSignali} \rightarrow \text{IzlazniSignali}$$

- uvodi se opis sustava s varijablama stanja koji se temelji na ideji da sustav u svom djelovanju prolazi kroz niz promjena stanja
- model s varijablama stanja opisuje sustav proceduralno, definirajući kako ulazni signal djeluje na promjene stanja sustava i kako se generira izlazni signal
- model s varijablama stanja je zato imperativni opis sustava



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Konačni automati

- prvo se razmatra model s varijablama stanja za sustave s konačnim (i relativno malim) brojem stanja
- razmatraju se konačni automati
- konačni automati su sustavi čiji ulazni i izlazni signali predstavljaju tijek događaja i oblika su

NizDogađaja : Prirodni₀ → Znakovi

gdje su $Prirodni_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$, a *Znakovi* proizvoljan konačan skup

- neka je $u \in UlazniSignali$ ulazni signal, tada se pojedini znak u signalu označava kao $u(n)$ za $n \in Prirodni_0$
- domena ovih signala definira redoslijed (ne nužno diskretno ili kontinuirano vrijeme)
- dakle, elementi domene samo definiraju da se neki događaj dogodio prije nekog drugog (ne označavajući koliko je vremena proteklo između događaja)



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Pretražnik

- definiramo sustav, nazovimo ga pretražnik, koji u nizu znakova koji čine neki tekst pronalazi pojavu niza znakova "FER"
- za vrijeme pretrage sustav se javlja s porukom "tražim" (skraćeno t), u slučaju nađenog niza porukom "pronašao" (p)
- ulazni niz znakova čine znakovi koji čine tekst koji se pretražuje
 - velika i mala slova
 - rečenični znakovi poput točke, zareza, upitnika
 - ostali znakovi za razmak, novi red, kraj teksta...
- neka je tekst koji pretražujemo:
"Ferovim studentima FER je feral izvrsnosti."



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

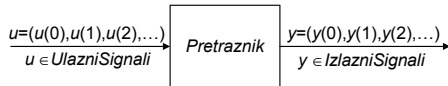
Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Pretražnik model ulaz–izlaz



Slika 1: Pretražnik

$$u \in \text{UlazniSignali} = [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \{\text{ASCII znakovi}\}]$$

$$y \in \text{IzlazniSignali} = [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \{t, p\}]$$

$$\begin{aligned} \text{Pretražnik}(u)(n) &= p, \text{ ako } (u(n-2), u(n-1), u(n)) = (F, E, R) \\ &= t, \text{ inače} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Pretražnik}((\dots, e, n, t, i, m, a, , F, E, R, , j, e, \dots)) = \\ (\dots, t, t, t, t, t, t, t, t, t, t, p, t, t, t, \dots) \end{aligned}$$



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Opis načina djelovanja Pretražnika

- sustav u svom djelovanju prolazi kroz niz promjena “unutarnjih” stanja
- riječima bi djelovanje sustava mogli opisati sljedećim nizom procedura
 1. sustav ispituje znak po znak i generira izlazni znak t - tražim
 2. pojavu znaka F “pamti”, generira izlazni znak t , i nastavlja pretragu znak po znak i to tako da
 - a. ako je naredni znak F “ostaje” u istom stanju i generira izlazni znak t - tražim
 - b. za znakove $\{R, ost\}$ vraća se na proceduru 1
 - c. ako je naredni znak E prelazi u proceduru 3
 3. sustav registrira i pamti da je pronađen niz FE , generira izlazni znak t i nastavlja procedurom 4
 4. ako je naredni ulazni znak R sustav prepoznaje traženi niz FER i generira izlazni znak p i vraća se na proceduru 1, inače,
 5. ako naredni ulazni znak nije bio R , generira izlazni znak t i vraća se na proceduru 1



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007

Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Opis sustava s varijablama stanja 1

- prepoznamo kako prethodni opis predstavlja imperativni opis sustava
- iz opisa je vidljivo kako stanje sustava “predstavlja”, sažimlje, povijest sustava i u određivanju odziva sustava potrebno je poznavati samo
 - aktulno stanje
 - aktualni ulazni znak
- ovaj način opisa sustava, neovisno radi li se o opisu dijela sklopovlja ili pak opisu dijela računalnog programa, omogućava bolju analizu od drugih neformalnih opisa



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Opis sustava s varijablama stanja 2

- općenito automat (sustav) možemo opisati, uz pomoć njegovih stanja, sljedećim postupkom
- 1 razmatra se ulazni znak $u(n)$
 - 2 sustav generira izlazni znak $y(n)$, uračunavajući znak $u(n)$ i aktualno stanje $x(n)$
 - 3 na temelju znaka $u(n)$ i aktualno stanja $x(n)$ sustav izračunava novo stanje $x(n+1)$
 - 4 sustav se vraća na točku 1. postupka i uzima u razmatranje znak $u(n+1)$
- akcija u točki 3. postupka naziva se prijelaz stanja, ažuriranje ili engleski update



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Pretražnik model s varijablama stanja

- djelovanje sustava *Pretražnik* preciznije se može opisati tablicom koja prikazuje prijelaz iz jednog u drugo stanje u ovisnosti o mogućim ulaznim znakovima

	F	E	R	ost
ST	(F, t)	(ST, t)	(ST, t)	(ST, t)
F	(F, t)	(FE, t)	(ST, t)	(ST, t)
FE	(ST, t)	(ST, t)	(ST, p)	(ST, t)

- gdje su F, E, R , te $ost = [\{ASCII\} \setminus \{F, E, R\}]$ ulazni znakovi
- znakovi t i p su izlazni znakovi
- ST predstavlja stanje *STart* iz kojeg sustav počinje pretrage, F je stanje u koje sustav dolazi nakon pronalaska znaka F i FE je stanje u koje sustav prelazi po pronalasku niza ulaznih znakova FE
- par, npr., (FE, t) predstavlja naredno stanje i aktualni izlaz



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Sustavi s konačnim brojem stanja

- sustav ima konačan skup mogućih stanja
- primjer pretražnika je primjer sustava s konačnim brojem stanja
- diskretni sustavi s konačnim brojem stanja nazivaju se i **konačni automati**
- u literaturi na engleskom jeziku češći je termin: **Finite State Machines (FSM)**
- sustavi s konačnim brojem stanja (ne prevelikim), i s konačnim, i ne prevelikim, ulaznim i izlaznim alfabetom (konačnim brojem vrijednosti) pregledno se prikazuju s tablicama prijelaza stanja (već pokazano)
- konačni automati pregledno se prikazuju i dijagramima prijelaza stanja



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

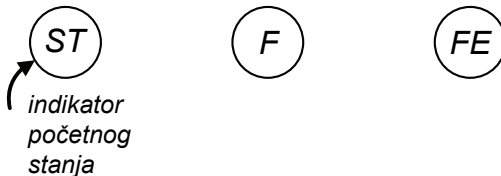
Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Dijagram prijelaza stanja 1

- kako bi se kreirao dijagram prijelaza stanja automata, kraće, dijagram stanja, prvo se ucrtaju krugovi koji predstavljaju moguća stanja



Slika 2: Dijagram stanja–stanja



Signali i sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor

Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

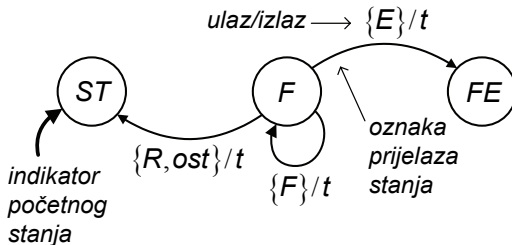
Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Dijagram prijelaza stanja 2

- za svaku kombinaciju ulaza i stanja ucrtava se strelica (lûk) od trenutnog stanja u naredno stanje



Slika 3: Dijagram stanja–prijelaz stanja

	<i>F</i>	<i>E</i>	<i>R</i>	<i>ost</i>
<i>F</i>	(F, t)	(FE, t)	(ST, t)	(ST, t)



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

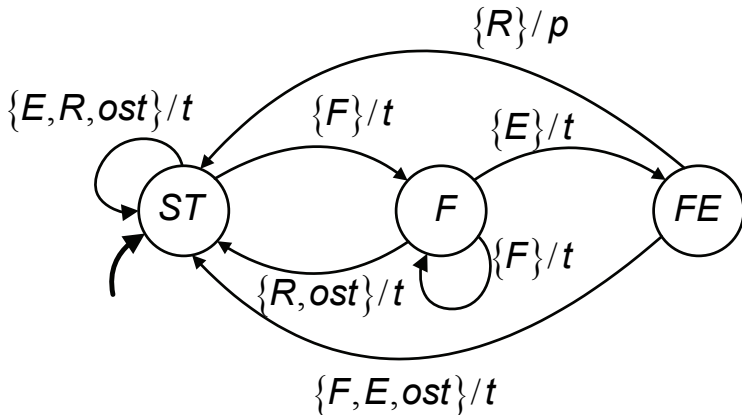
Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Dijagram stanja za Pretražnik 1



Slika 4: Dijagram stanja za Pretražnik



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

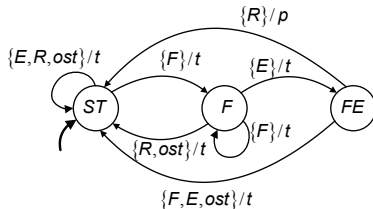
Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Dijagram stanja za Pretražnik 2



Slika 5: Dijagram stanja
upotpunjen tablicom stanja, ulaza
i izlaza

Stanje	
ST	pretraga do znaka F
F	pronađen znak F
FE	pronađen niz FE

Ulazi	
F	ulazni znak je F
E	ulazni znak je E
R	ulazni znak je R
ost	svi osim $\{F, E, R\}$

Izlazi	
t	izlazni znak je t
p	izlazni znak je p



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Opis automata skupovima i funkcijama 1

- prikaz konačnih automata pomoću dijagrama stanja ili tabele prijelaza stanja je komplementaran
- opis automata skupovima i funkcijama je neophodan u realizaciji automata sklopovljem ili programski
- pokazano je da je u opisu automata potrebno definirati skup stanja, početno stanje, skupove ulaznih i izlaznih znakova, te funkciju prijelaza između stanja
- automati se stoga definiraju uređenom petorkom



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Opis automata skupovima i funkcijama 2

- automat se definira uređenom petorkom

Automat = (Stanja, Ulazi, Izlazi, FunkcijaPrijelaza, pocetnoStanje)

pri čemu su

Stanja - skup mogućih vrijednosti stanja

Ulazi - ulazni skup znakova ili ulazni alfabet

Izlazi - izlazni skup znakova ili izlazni alfabet

pocetnoStanje \in *Stanja* - početno stanje

FunkcijaPrijelaza : *Stanja* \times *Ulazi* \rightarrow *Stanja* \times *Izlazi*

- funkcija prijelaza, za aktualno stanje i ulazni znak, definira naredno stanje i izlazni znak



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Opis automata skupovima i funkcijama 3

- *Ulazi* i *Izlazi* su skupovi mogućih ulaznih odnosno izlaznih znakova
- skup *UlazniSignali* čine svi beskonačni nizovi ulaznih znakova

$$UlazniSignali = [Prirodni_0 \rightarrow Ulazi]$$

- pojedini znak u signalu $u \in UlazniSignali$ označuje se kao $u(n)$, $\forall n \in Prirodni_0$, pri čemu n nužno ne predstavlja trenutak u vremenu već korak (poziciju) u nizu
- cijeli ulazni signal je niz

$$(u(0), u(1), u(2), \dots, u(n), \dots)$$

- skup *IzlazniSignali* čine svi beskonačni nizovi izlaznih znakova

$$IzlazniSignali = [Prirodni_0 \rightarrow Izlazi]$$



Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Opis automata skupovima i funkcijama 4

- automat opisan petorkom

Automat = (Stanja, Ulazi, Izlazi, FunkcijaPrijelaza, pocetnoStanje)

- definira funkciju

$$F : \text{UlazniSignali} \rightarrow \text{IzlazniSignali}$$

dakle

$$\forall u \in \text{UlazniSignali} \Rightarrow y = F(u)$$

- ali i definira postupak za izračunavanje ove funkcije za određeni ulazni signal



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Opis automata skupovima i funkcijama 5

- niz stanja u pojedinim koracima, odziv stanja, $(x(0), x(1), x(2), \dots)$ i izlazni signal y se konstruiraju, korak po korak, kako slijedi:

$$x(0) = \textit{pocetnoStanje}$$

$$(x(n+1), y(n)) = \textit{FunkcijaPrijelaza}(x(n), u(n))$$

- svaki gornji izračun $x(n)$ odnosno $y(n)$ ¹ naziva se odziv stanja, odnosno odziv sustava

¹ovdje se razmatraju tzv. Mealyevi automati za koje je karakteristično da izlazni znak ovisi o ulaznom znaku i znaku stanja. Definiraju se i Mooreovi automati kod kojih je izlaz samo funkcija trenutnog stanja



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Opis automata skupovima i funkcijama 6

- u opisu diskretnih sustava uobičajeno se *FunkcijaPrijelaza* razlaže na dvije funkcije, funkciju narednog stanja, *narednoStanje*, te izlaznu funkciju, *izlaz*,

- za

$$\textit{narednoStanje} : \textit{Stanja} \times \textit{Ulazi} \rightarrow \textit{Stanja}$$

$$\textit{izlaz} : \textit{Stanja} \times \textit{Ulazi} \rightarrow \textit{Izlazi}$$

$$x(0) = \textit{pocetnoStanje}$$

- definiramo jednadžbu stanja

$$x(n+1) = \textit{narednoStanje}(x(n), u(n))$$

- odnosno izlaznu jednadžbu

$$y(n) = \textit{izlaz}(x(n), u(n))$$



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Opis automata skupovima i funkcijama 7

- zaključno možemo pisati

$$\forall x(n) \in Stanja \wedge \forall u(n) \in Ulazi$$

$$\begin{aligned}(x(n+1), y(n)) &= FunkcijaPrijelaza(x(n), u(n)) = \\ &= (narednoStanje(x(n), u(n)), izlaz(x(n), u(n)))\end{aligned}$$



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Još o definiciji konačnih automata 1

- razmatramo *reaktivne* automate za koje je odziv “reakcija” na pobudu iz vana
- definira se specijalni, “ne čini ništa”, ulazni znak koji nazivamo *odsutan* (*absent*)
- ovaj je znak uvijek mogući ulaz i mogući izlaz, pa je

$$odsutan \in Ulazi, \quad odsutan \in Izlazi$$

- kada je $u(n) = odsutan$
 - tada se stanje ne mijenja, pa je $x(n+1) = x(n)$
 - tada je izlaz također odsutan, tj. $y(n) = odsutan$



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Još o definiciji konačnih automata 2

- više je razloga za uvođenjem ulaznog znaka *odsutan*
- u složenim strukturama automata kada postoji više vanjskih ulaza
 - ulazi predstavljaju niz događaja i oni uglavnom nisu istodobni
 - da bi automat djelovao na pojavu ulaznog znaka na jednom od ulaza (a ne na drugima) potrebno je na drugim ulazima primjeniti ulazni znak *odsutan*
- znak *odsutan* je potreban i u slučaju hibridnih sustava koji kombiniraju vremenske signale (kontinuirane ili diskretne) oblika $w : Vrijeme \rightarrow Domena$ te nizove događaja koji moraju dijeliti istu domenu pa se oni moraju prikazati funkcijama oblika $u : Vrijeme \rightarrow Znakovi$ (a ne $u : Prirodni_0 \rightarrow Znakovi$)
 - kako se događaji obično ne pojavljuju u svakom trenutku vremena potrebno je uvesti znak *odsutan*



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Još o definiciji konačnih automata 3

- uvidom u jednadžbe, dijagrame stanja ili tabele stanja zaključujemo:
 - svaki prijelaz stanja i izlaz ovise samo o trenutnom stanju i trenutnom ulazu
 - prethodni ulazni znakovi utječu na prijelaz stanja i izlaz samo u onoj mjeri u kojoj određuju trenutno stanje
 - prijelaz će biti određen za svaku moguću kombinaciju ulaza i trenutnih stanja
 - ako prijelaz nije prikazan za pojedini ulaz, pretpostavlja se da je prijelaz u isto stanje i da je izlaz *odsutan*
 - ako više od jednog ulaznog znaka vodi na isti prijelaz i izlaz, znak prijelaza "{ulaz}/izlaz" može sadržavati oznaku skupa ulaznih znakova



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Ponašanje automata 1

- ponašanje se automata

$$F : \text{UlazniSignali} \rightarrow \text{IzlazniSignali},$$

gdje su

$$\text{UlazniSignali} = [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Ulazi}]$$

$$\text{IzlazniSignali} = [\text{Prirodni}_0 \rightarrow \text{Izlazi}],$$

definira kao par (u, y) , gdje je u ulazni niz, a $y = F(u)$ izlazni niz, dakle:

$$\text{Ponašanja} = \{(u, y) \in \text{UlazniSignali} \times \text{IzlazniSignali} \\ | y \text{ je mogući izlazni niz za ulaz } u\}$$



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Ponašanja automata 2

- za determinističke automate postoji samo jedan izlazni niz y za svaki ulazni niz u
- skup *Ponašanja* automata je tada graf funkcije F , tj. svaki element domene $[Prirodni_0 \rightarrow Ulazi]$ se preslikava u jedan element u $[Prirodni_0 \rightarrow Izlazi]$
- za nedeterminističke automate za jedan ulazni niz iz $[Prirodni_0 \rightarrow Ulazi]$ postoji više mogućih izlaznih nizova u $[Prirodni_0 \rightarrow Izlazi]$
- *Ponašanja* automata tada nije graf funkcije već relacija



Signali i sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

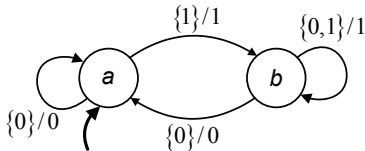
Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Deterministički i nedeterministički automati

- automati za koje postoji točno jedan mogući prijelaz za svaku kombinaciju trenutnog stanja i ulaza nazivaju se deterministički automati
- nedeterministički automat može imati više od jednog mogućeg prijelaza za svaku kombinaciju trenutnog stanja i ulaza



Slika 6: Nedeterministički automat

- model ne kazuje kako je izbor prijelaza načinjen



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Definicija nedeterminističkog automata

- nedeterministički automati se prikazuju petorkom

(*Stanja*, *Ulazi*, *Izlazi*, *mogucaFunkcijaPrijelaza*, *pocetnoStanje*)

- razlika je u definiciji prijelazne funkcije koja je ovdje nazvana *mogucaFunkcijaPrijelaza*, a koja se definira kako slijedi
- za dani ulaz $u(n)$ i trenutno stanje $x(n)$ *mogucaFunkcijaPrijelaza* generira skup mogućih narednih stanja $x(n+1)$ i izlaza $y(n)$

mogucaFunkcijaPrijelaza : $Stanja \times Ulazi \rightarrow P(Stanja \times Izlazi)$

$P(Stanja \times Izlazi)$ je partitivni skup od $(Stanja \times Izlazi)$, dakle, skup svih podskupova od spomenutog skupa



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

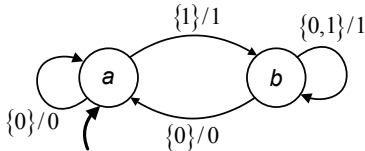
Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Nedeterministički automati 1



Stanja = $\{a, b\}$

Ulazi = $\{0, 1, \text{odsutan}\}$

Izlazi = $\{0, 1, \text{odsutan}\}$

pocetnoStanje = a

Slika 7: Nedeterministički
automat

$$(x(n+1), y(n)) = \text{mogucaFunkcijaPrijelaza}(x(n), u(n))$$

	$u(n) = 0$	$u(n) = 1$
$x(n) = a$	$(a, 0)$	$(b, 1)$
$x(n) = b$	$\{(b, 1), (a, 0)\}$	$(b, 1)$



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor

Branko Jeren

Automati

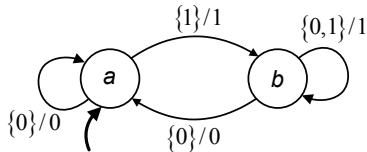
Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Nedeterministički automati 2



Slika 8: Nedeterministički automat

- za dani nedeterministički automat i zadani ulazni niz znakova prikazani su neki mogući nizovi stanja i izlaznih znakova
- prvi ishod

ulazni niz	(0,1,0,1,0,1,...)
stanja	(a,a,b,a,b,a,b,...)
izlazni niz	(0,1,0,1,0,1,...)



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor

Branko Jeren

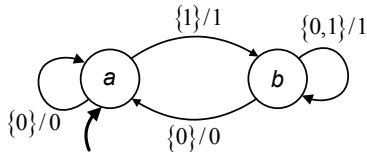
Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Nedeterministički automati 3



Slika 9: Nedeterministički automat

- drugi ishod

ulazni niz	$(0,1,0,1,0,1,\dots)$
stanja	(a,a,b,b,b,a,b,\dots)
izlazni niz	$(0,1,1,1,0,1,\dots)$



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

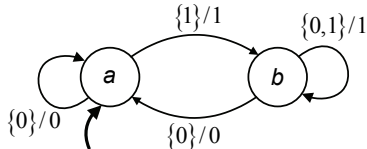
Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Nedeterministički automati 4



Slika 10: Nedeterministički automat

- treći ishod

ulazni niz	(0,1,0,1,0,1,...)
stanja	(a,a,b,b,b,b,b,...)
izlazni niz	(0,1,1,1,1,1,...)



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

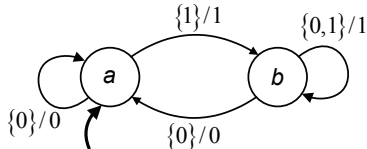
Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Nedeterministički automati 5



Slika 11: Nedeterministički automat

- četvrti ishod

ulazni niz (0,1,0,1,0,1,...)

stanja (a,a,b,a,b,b,b,...)

izlazni niz (0,1,0,1,1,1,...)



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Deterministički i nedeterministički automati–primjer

- nedeterministički se automati, često koriste pri simuliranju automata složene strukture s automatom jednostavnije strukture
- razmotrimo ovdje primjer automata koji se koristi u samoposlužnim praonicama automobila
- ubacivanjem kovanica, minimalno 2 kune, električni ventil propušta vodu na prskalice
- dotok vode na prskalicu traje dok ne istekne uplaćeni iznos vremena pranja
- automat prima kovanice 1, 2 i 5 kuna
- uplaćeni iznos vidljiv je na display-u automata i iskazan je u minutama (jedna minuta pranja odgovara jednoj kuni)
- dodatnim ubacivanjem kovanica, prije isteka vremena pranja (zatvaranja ventila dotoka vode), proporcionalno se produžuje vrijeme pranja



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007

Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Primjer automata u praonici automobila 1

- četiri ulazna znaka $\{1\}$, $\{2\}$, $\{5\}$ i $\{ot\}$
 - $\{1\}$ - ubacivanje kovanice u vrijednosti 1 HRK što odgovara jednoj minuti dotoka vode u prskalicu
 - $\{2\}$ - ubacivanje kovanice u vrijednosti 2 HRK što odgovara dvije minute dotoka vode u prskalicu
 - $\{5\}$ - ubacivanje kovanice u vrijednosti 5 HRK što odgovara pet minuta dotoka vode u prskalicu
 - $\{ot\}$ - otkučaj—protek jedne minute rada automata
- display pokazuje preostalo vrijeme prije prestanka dotoka vode u prskalicu



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Primjer automata u praonici automobila 2

- kada se pojavi ulazni znak $\{1\}$, vrijeme dotoka vode uveća se za 1 minutu
- kada se pojavi ulazni znak $\{2\}$, vrijeme dotoka vode uveća se za 2 minute
- kada se pojavi ulazni znak $\{5\}$, vrijeme dotoka vode uveća se za 5 minuta
- kada se pojavi ulazni znak $\{ot\}$, otkucaj, vrijeme se umanjuje za 1 minutu (do minimuma od 0 minuta)
- kada preostalo vrijeme postane jednako 0, automat zaustavlja dotok vode nt
- automat otvara dotok vode za minimalno uplaćene dvije kune
- iskustvo sugerira da je za detaljno pranje automobila dovoljno 20 minuta, pa je automat tako projektiran



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Primjer automata u praonici automobila 3

- definiramo konačni automat samoposlužne praonice automobila

$Stanja = \{0, 1, 2, 3, \dots, 20\}$

$Ulazi = \{1, 2, 5, ot, odsutan\}$

$Izlazi = \{nt, 1, 2, 3, \dots, 20, odsutan\}$

$pocetnoStanje = 0$

$FunkcijaPrijelaza : Stanja \times Ulazi \rightarrow Stanja \times Izlazi$



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

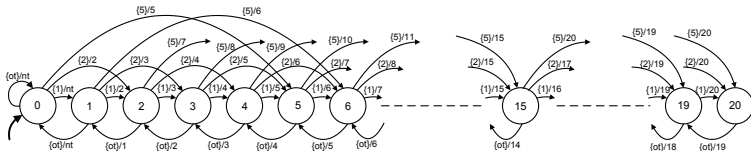
Deterministički i
nedeterministički
automati

Primjer automata u praonici automobila 4

$$\forall x(n) \in Stanja, \quad \forall u(n) \in Ulazi$$

$$FunkcijaPrijelaza(x(n), u(n)) =$$

$$= \left\{ \begin{array}{ll} (0, nt) & u(n) = ot \wedge (x(n) = 0 \vee x(n) = 1) \\ (1, nt) & u(n) = (x(n) = 0 \wedge u(n) = 1) \\ ((x(n) - 1), (x(n) - 1)) & u(n) = ot \wedge x(n) > 1 \\ ((x(n) + 1), (x(n) + 1)) & u(n) = 1 \\ ((x(n) + 2), (x(n) + 2)) & u(n) = 2 \\ ((x(n) + 5), (x(n) + 5)) & u(n) = 5 \\ (x(n), odsutan) & u(n) = odsutan \end{array} \right.$$



Slika 12: Dijagram prijelaza stanja automata u praonici automobila



Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Primjer automata u praonici automobila 5

- definiramo ovaj konačni automat sa stajališta vlasnika praonice
- za njega je nezanimljiv podatak o preostalom vremenu, jer njega zanima samo ima li korisnik dotok vode u uplaćenom vremenu
- sukladno tom pristupu redefiniramo model na način da su sada *lzlazi*

$$lzlazi = \{nt, t, odsutan\}$$

gdje je t znak koji označuje dotok vode, a nt označuje da nema dotoka vode



Signali i sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

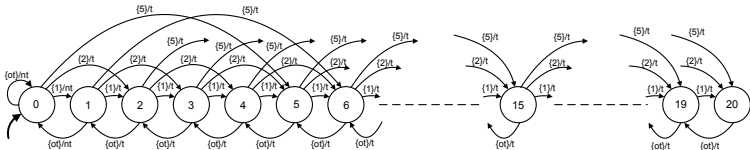
Opis sustava s
varijablama
stanja

Dijagram
prijelaza stanja

Opis automata
skupovima i
funkcijama

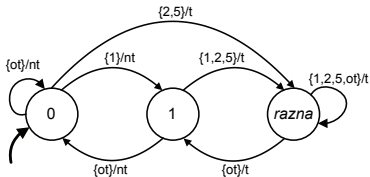
Deterministički i
nedeterministički
automati

Primjer automata u praonici automobila 6



Slika 13: Redefinirani dijagram prijelaza stanja automata u praonici automobila

- definirajmo nedeterministički model gornjeg automata





Signali i
sustavi

školska godina
2006/2007
Predavanje 6

Profesor
Branko Jeren

Automati

Opis sustava s
varijablama
stanja

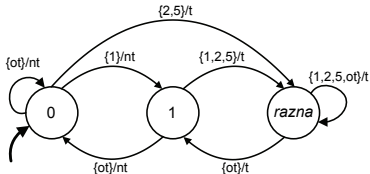
Dijagram
prijelaza stanja
Opis automata
skupovima i
funkcijama

Deterministički i
nedeterministički
automati

Primjer automata u praonici automobila 7

- evidentno je da deterministički model automata sadrži više detalja
- nedeterministički model može generirati bilo koji izlazni niz koji generira deterministički model za bilo koji ulazni niz
- no nedeterministički model može generirati i izlazne nizove koje deterministički model ne može generirati

ulazni niz	(5,	<i>ot</i> ,	<i>ot</i> ,	<i>ot</i> ,	<i>ot</i> ,	...)
stanja	(<i>razna</i> ,	<i>razna</i> ,	1,	0,	0,	...)
izlazni niz	(<i>t</i> ,	<i>t</i> ,	<i>nt</i> ,	<i>nt</i> ,	<i>nt</i> ,	...)



Slika 15: Nedeterministički model automata u praonici automobila