

Signali i sustavi
Završni ispit (grupa A) – 14. lipnja 2011.

1. Promatramo kontinuirani signal $x(t) = \begin{cases} 1, & -\frac{3}{2} < t < \frac{5}{2} \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$.

- a) Izračunajte Fourierovu transformaciju signala $x(t)$.
- b) Navedite teorem očitavanja.
- c) Očitajte zadani signal s periodom očitavanja $T = 1$, odnosno odredite signal $y(n) = x(nT)$.
- d) Izračunajte Fourierovu transformaciju signala $y(n)$ iz c) podzadatka.

2. Promatramo kauzalan sustav opisan diferencijalnom jednačbom

$$y''(t) + 6y'(t) + 8y(t) = u'(t) + 2u(t).$$

Neka su početni uvjeti $y(0^-) = 1$ i $y'(0^-) = -2$.

- a) Odredite impulsni odziv sustava.
- b) Korištenjem Laplaceove transformacije odredite odziv sustava na intervalu $t \in [0, +\infty)$ za pobudu $u(t) = e^{-2t} \mu(t)$.
- c) Odredite odziv sustava za svaki $t \in \mathbb{R}$ za pobudu $u(t) = 4$.
- d) Koliko iznose početni uvjeti u trenutku $t = 0^+$ za svaki od prethodnih podzadataka?

3. Promatramo kauzalan sustav opisan diferencijalnom jednačbom $y'(t) + 6y(t) = u(t)$.

- a) Odredite prijenosnu funkciju zadanog sustava.
- b) Ispitajte unutrašnju stabilnost zadanog sustava.
- c) Postoji li frekvencijska karakteristika zadanog sustava? Ako postoji izračunajte i skicirajte frekvencijsku karakteristiku, a ako ne postoji objasnite zašto ne postoji!
- d) Nađite prisilni odziv sustava na pobudu $u(t) = 6 + \sqrt{12} \sin(\sqrt{12}t + \frac{\pi}{6})$.

4. Promatramo kauzalan sustav opisan diferencijalnom jednačbom

$$7y(n) + y(n-1) = 7u(n) + 5u(n-1) + 2u(n-2)$$

uz početne uvjete jednake nuli.

- a) Odredite prijenosnu funkciju zadanog sustava.
- b) Odredite impulsni odziv zadanog sustava korištenjem inverzne \mathcal{Z} transformacije.
- c) Ispitajte unutrašnju stabilnost zadanog sustava.
- d) Postoji li frekvencijska karakteristika zadanog sustava? Ako postoji izračunajte je, a ako ne postoji objasnite zašto ne postoji!
- e) Nađite prisilni odziv sustava na pobudu $u(n) = 50 \cos(\frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{7})$.

5. Promatramo vremenski KONTINUIRANI kauzalan sustav za kojeg je poznato su matrice prikaza u prostoru stanja:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = [-1 \quad 2] \quad \mathbf{D} = [1 \quad 0]$$

- a) Koliko ulaza, koliko izlaza i koliko varijabli stanja ima zadani sustav?
- b) Odredite matricu karakterističnih frekvencija.
- c) Odredite prijenosnu matricu sustava.
- d) Izračunajte odziv mirnog sustava na kauzalnu pobudu $u(t) = \begin{bmatrix} \mu(t) \\ e^{-t} \mu(t) \end{bmatrix}$.