Signali i sustavi - Zadaci za vježbu

XIV. tjedan

1. Kontinuirani sustav zadan je diferencijalnom jednadžbom:

$$y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = u(t).$$

Naći amplitudno-frekvencijsku i fazno-frekvencijsku karakteristiku sustava, te odziv na pobudu $u(t) = 5\cos(t)$. Početni uvjeti su $y(0^-) = 0$ i $y'(0^-) = 1$. Komentirajte izgled odziva za $t \gg 0$.

Rješenje:

Zadana je diferencijalna jednadžba $y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = u(t)$.
Njezina prijenosna funkcija

$$s^2Y(s) + 5sY(s) + 6Y(s) = U(s)$$
$$(s^2 + 5s + 6)Y(s) = U(s)$$
$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2 + 5s + 6} = \frac{1}{(s+2)(s+3)}$$

Polovi $s_1 = -2$, $s_2 = -3$. Kako su realni dijelovi oba pola negativni, sustav je stabilan, pa možemo tražiti frekvencijsku karakteristiku. Tražimo ju tako da uvrstimo $s = j\omega$:

$$H(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^2 + 5j\omega + 6} = \frac{1}{6 - \omega^2 + 5\omega j}.$$

Amplitudno – frekvencijska karakteristika

$$|H(j\omega)| = \left|\frac{1}{6 - \omega^2 + 5\omega j}\right| = \frac{1}{\sqrt{(6-\omega^2)^2 + 25\omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{\omega^4 + 13\omega^2 + 36}}.$$

Fazno – frekvencijska karakteristika

$$\measuredangle H(j\omega) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{5\omega}{6-\omega^2}\right).$$

Kada tražimo odziv na pobudu, prvo moramo riješiti homogeni sustav. Homogeno rješenje je

$$y_h(t) = C_1e^{-2t} + C_2e^{-3t}.$$

Zadana pobuda je $u(t) = 5\cos t$. Njezina frekvencija je $\omega = 1$. Amplituda signala na toj frekvenciji je

$$|H(j)| = \frac{1}{\sqrt{1 + 13 + 36}} = \frac{1}{\sqrt{50}} = \frac{1}{5\sqrt{2}}.$$

Faza je $\measuredangle H(j) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{5}{6-1}\right) = -\mathrm{arctg}(1) = -\frac{\pi}{4}$.

Prisilni odziv

$$y_p(t) = 5 \cdot \frac{1}{5\sqrt{2}}\cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right).$$

Totalni odziv:

$$y(t) = y_h(t) + y_p(t) = C_1e^{-2t} + C_2e^{-3t} + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right).$$

Konstante nalazimo iz početnih uvjeta: $y(0^-) = y(0^+) = 0$, $y'(0^-) = y'(0^+) = 1$.

Totalni odziv u 0^{+}: $y(0^{+}) = C_1 + C_2 + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = C_1 + C_2 + \frac{1}{2} = 0.$

Derivacija totalnog odziva $y'(t) = -2C_1 e^{-2t} - 3C_2 e^{-3t} - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(t - \frac{\pi}{4}\right)$

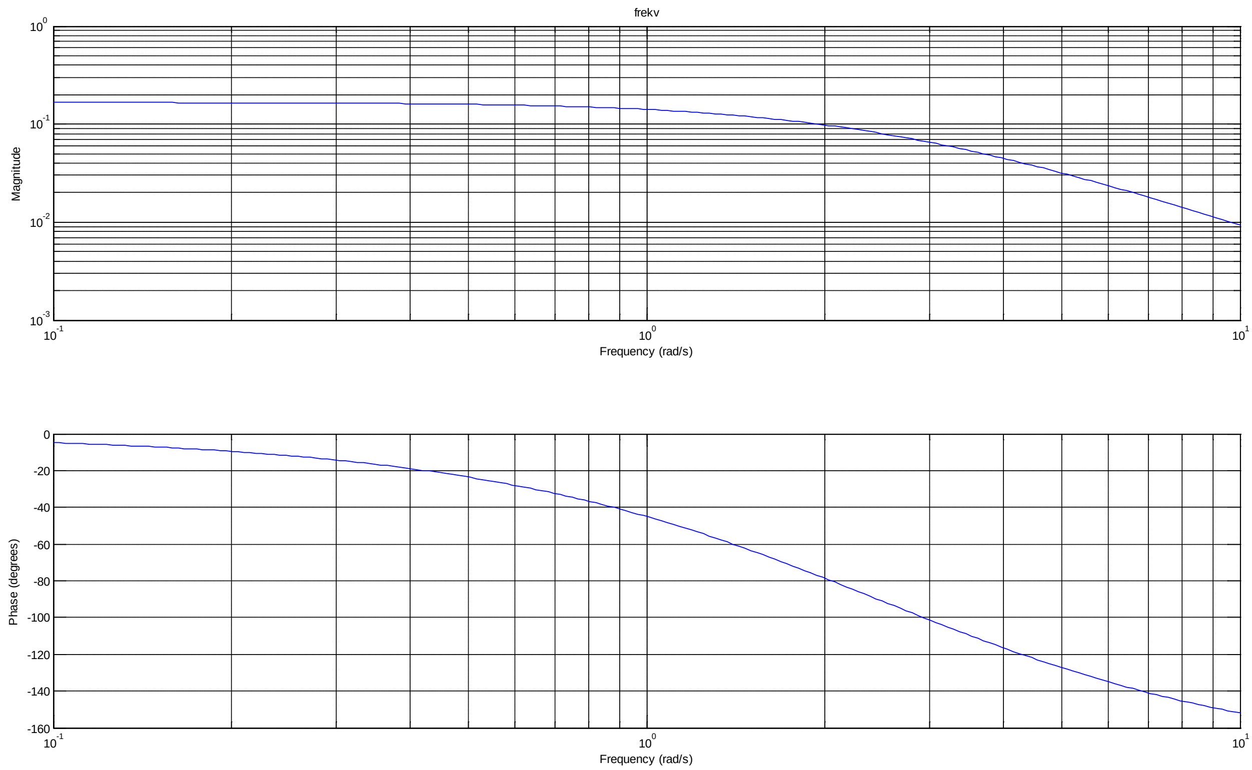
Derivacija totalnog odziva u 0^{+}: $y'(0^{+}) = -2C_1 - 3C_2 - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -2C_1 - 3C_2 + \frac{1}{2} = 1.$

Iz ove dvije jednadžbe sa dvije nepoznanice nađemo tražene konstante $C_1 = -1$, $C_2 = \frac{1}{2}$.

Pa je totalno rješenje

$$y(t) = -e^{-2t} + \frac{1}{2}e^{-3t} + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right).$$

Za $t \gg 0$ se istitraju vlastite frekvencije sustava i ostane samo prisilno rješenje $y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right)$.



2. Diskretan sustav zadan je jednadžbom diferencija:

$$y(n) - 2y(n-1) + y(n-2) = u(n).$$

Naći amplitudno-frekvencijsku i fazno-frekvencijsku karakteristiku sustava, te odziv na pobudu $u(n) = 5$. Početni uvjeti su $y(-2) = 0$, $y(-1) = 1$. Komentirajte izgled odziva za $n \gg 0$.

Rješenje:

Zadana je jednadžba diferencija $y(n) - 2y(n-1) + y(n-2) = u(n)$.
Njezina prijenosna funkcija

$$Y(z) - 2z^{-1}Y(z) + z^{-2}Y(z) = U(z)$$
$$(1 - 2z^{-1} + z^{-2})Y(z) = U(z)$$
$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(s)} = \frac{1}{1 - 2z^{-1} + z^{-2}} = \frac{z^2}{z^2 - 2z + 1} = \frac{z^2}{(z-1)^2}.$$

Polovi $p_{1,2} = 1$, nule $z_{1,2} = 0$. Kako je amplituda polova jednaka 1, a oba pola su jednaka, sustav je nestabilan, te nema frekvencijske karakteristike.

Kada tražimo odziv na pobudu, prvo moramo riješiti homogeni sustav. Homogeno rješenje je

$$y_h(n) = (C_1 + C_2 n) \cdot 1^n.$$

Zadana pobuda je $u(n) = 5 = 5 \cdot 1^n$ i jednake je frekvencije kao i homogeno rješenje, pa je pretpostavljeno partikularno rješenje: $y_p(n) = Kn^2 1^n$.
Pomaknuta partikularna rješenja:

$$y_p(n-1) = K(n-1)^2 1^{n-1},$$
$$y_p(n-2) = K(n-2)^2 1^{n-2}.$$

Uvrštavanjem u zadanu jednadžbu:

$$Kn^2 1^n - 2K(n-1)^2 1^{n-1} + K(n-2)^2 1^{n-2} = 5 \cdot 1^n,$$

nalazimo konstantu $K = \frac{5}{2}$.
Partikularno rješenje je $y_p(n) = \frac{5}{2} n^2 1^n$.

Totalni odziv: $y(n) = y_h(n) + y_p(n) = (C_1 + C_2 n) \cdot 1^n + \frac{5}{2} n^2 1^n$.

Konstante nalazimo iz početnih uvjeta: $y(-2) = 0, y(-1) = 1 \rightarrow y(0) = 7, y(1) = 18$.

$$y(0) = C_1 = 7,$$
$$y(1) = C_1 + C_2 + \frac{5}{2} = 18,$$
$$C_1 = 7, C_2 = 8.5.$$

Pa je totalno rješenje

$$y(n) = (7 + 8.5n + 2.5n^2)1^n.$$

Za $n \gg 0$ amplituda teži u beskonačno.

3. Kontinuirani sustav zadan je diferencijalnom jednadžbom:

$$y''(t) + 2y'(t) + 5y(t) = u(t).$$

Pronađite odziv sustava, ako je sustav pobuđen s $u(t) = \sin t$, za $t < 0$, te s $u(t) = 2\sin 2t$, za $t \geq 0$. Komentirajte odziv sustava za $t \gg 0$.

<u>Rješenje:</u>
Zadana je diferencijalna jednadžba $y''(t) + 2y'(t) + 5y(t) = u(t)$.
Njezina prijenosna funkcija

$$s^2Y(s) + 2sY(s) + 5Y(s) = U(s)$$
$$(s^2 + 2s + 5)Y(s) = U(s)$$
$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2 + 2s + 5} = \frac{1}{(s + 1 + 2j)(s + 1 - 2j)}$$

Polovi $s_1 = -1 - 2j$, $s_2 = -1 + 2j$. Kako su realni dijelovi oba pola negativni, sustav je stabilan, pa možemo tražiti frekvencijsku karakteristiku. Nju tražimo tako da uvrstimo $s = j\omega$:

$$H(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^2 + 2j\omega + 5} = \frac{1}{5 - \omega^2 + j2\omega}.$$

Amplitudno – frekvencijska karakteristika

$$|H(j\omega)| = \left|\frac{1}{5 - \omega^2 + j2\omega}\right| = \frac{1}{\sqrt{(5 - \omega^2)^2 + 4\omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{\omega^4 - 6\omega^2 + 25}}.$$

Fazno – frekvencijska karakteristika

$$\measuredangle H(j\omega) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{2\omega}{5 - \omega^2}\right).$$

Kada tražimo odziv na pobudu, prvo moramo riješiti homogeni sustav. Homogeno rješenje je

$$y_h(t) = C_1 e^{(-1-2j)t} + C_2 e^{(-1+2j)t}.$$

Zadana pobuda je $u(t) = \sin t$ za $t < 0$. Frekvencija pobude je $\omega = 1$. Amplituda signala na toj frekvenciji:

$$|H(j)| = \frac{1}{\sqrt{1 - 6 + 25}} = \frac{1}{\sqrt{20}} = \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10}.$$

Faza je $\measuredangle H(j) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{2}{5-1}\right) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{1}{2}\right) = -26.56°$.
Prisilni odziv

$$y_{p1}(t) = \frac{\sqrt{5}}{10}\sin(t - 26.56°),\, t < 0.$$

Za $t \geq 0$ pobuda je $u(t) = 2\sin 2t$. Njezina frekvencija je $\omega = 2$. Amplituda signala na toj frekvenciji je:

$$|H(j2)| = \frac{1}{\sqrt{2^4 - 6 \cdot 2^2 + 25}} = \frac{1}{\sqrt{17}}.$$

Faza je $\measuredangle H(j2) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{2\cdot 2}{5-2^2}\right) = -\mathrm{arctg}(4) = -75.96°$.
Prisilni odziv

$$y_{p2}(t) = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{17}}\sin(2t - 75.96°),\, t \geq 0.$$

S obzirom da je sustav stabilan, a pobuda $u(t) = \sin t$ počela u $t = -\infty$, do trenutka $t = 0$ istitrao se prirodni odziv, te je ostalo samo partikularno rješenje, tj. prisilni odziv. Ovu činjenicu ćemo iskoristiti kako bismo našli početne uvjete u 0^-:

$$y_{p1}(0^-) = \frac{\sqrt{5}}{10}\sin(0^- - 26.56°) = -0.1$$
$$y'_{p1}(t) = \frac{\sqrt{5}}{10}\cos(t - 26.56°)\,, t < 0.$$
$$y'_{p1}(0^-) = \frac{\sqrt{5}}{10}\cos(0^- - 26.56°) = 0.2.$$

Preračunavamo početne uvjete u 0^+:

$$y(0^+) = y(0^-) = -0.1,$$
$$y'(0^+) = y'(0^-) = 0.2.$$

Za $t \geq 0$ postoji i homogeno i partikularno rješenje, pa je totalno odziv:

$$y(t) = y_h(t) + y_{p2}(t) = C_1 e^{(-1-2j)t} + C_2 e^{(-1+2j)t} + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{17}}\sin(2t - 75.96°).$$

Konstante nalazimo iz upravo izračunatih početnih uvjeta.
Totalni odziv u 0^+: $y(0^+) = C_1 + C_2 + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{17}}\sin(-75.96°) = -0.1.$

Derivacija totalnog odziva $y'(t) = (-1-2j)C_1 e^{(-1-2j)t} + (-1+2j)C_2 e^{(-1+2j)t} + \frac{4}{\sqrt{17}}\cos(2t - 75.96°).$
Derivacija totalnog odziva u 0^+: $y'(0^+) = (-1-2j)C_1 + (-1+2j)C_2 + \frac{4}{\sqrt{17}}\cos(-75.96°) = 0.2.$
Iz ove dvije jednadžbe sa dvije nepoznanice nađemo tražene konstante

$$C_1 = 0.185 + 0.084j,\ C_2 = 0.185 - 0.084j.$$

Pa je totalno rješenje za $t \geq 0$ nakon kratkog sređivanja

$$y(t) = \left(e^{-t}(0.37\cos 2t + 0.17\sin 2t) + \frac{2}{\sqrt{17}}\sin(2t - 75.96°)\right)\mu(t).$$

Totalno rješenje je:

$$y(t) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{5}}{10}\sin(t - 26.56°)\,, t < 0 \\ e^{-t}(0.37\cos 2t + 0.17\sin 2t) + \dfrac{2}{\sqrt{17}}\sin(2t - 75.96°)\,, t \geq 0 \end{cases}.$$

Za $t \gg 0$ se istitraju vlastite frekvencije sustava i ostane samo prisilno rješenje

$$y(t) = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{17}}\sin(2t - 75.96°).$$

4. Kontinuirani sustav zadan je diferencijalnom jednadžbom:

$$y'(t) + 3y(t) = u(t).$$

Ako je izlaz iz sustava u trenutku nula jednak nuli, $y(0^-) = 0$, naći odziv sustava na pobudu

$$u(t) = (\sin t + 2\sin 2t + 3\sin 3t + 4\sin 4t)\mu(t).$$

Komentirajte izgled odziva za $t \gg 0$.
UPUTA: Koristite frekvencijsku karakteristiku sustava.

Rješenje:

Zadana je diferencijalna jednadžba $y'(t) + 3y(t) = u(t)$.
Njezina prijenosna funkcija

$$sY(s) + 3Y(s) = U(s)$$
$$(s+3)Y(s) = U(s)$$
$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s+3}.$$

Realni dio pola $s_1 = -3$ je negativan, pa je sustave stabilan, te možemo tražiti frekvencijsku karakteristiku. Nju tražimo tako da uvrstimo $s = j\omega$:

$$H(j\omega) = \frac{1}{j\omega + 3}.$$

Amplitudno – frekvencijska karakteristika

$$|H(j\omega)| = \left|\frac{1}{j\omega + 3}\right| = \frac{1}{\sqrt{3^2 + \omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{9 + \omega^2}}.$$

Fazno – frekvencijska karakteristika

$$\measuredangle H(j\omega) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{3}\right).$$

Kada tražimo odziv na pobudu, prvo moramo riješiti homogeni sustav. Homogeno rješenje je

$$y_h(t) = Ce^{-3t}.$$

Kako je sustav linearan vremenski stalan, pobudu možemo rastaviti na četiri pobude, te gledati odziv na svaki dio posebno.

Prvi dio pobude je $u(t) = \sin t\,\mu(t)$. Njegova frekvencija je $\omega = 1$. Amplituda signala na toj frekvenciji je $|H(j)| = \frac{1}{\sqrt{10}}$, a faza je $\measuredangle H(j) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{1}{3}\right) = -0.322$. Prisilni odziv $y_{p1}(t) = \frac{1}{\sqrt{10}}\sin(t - 0.322)$.

Drugi dio pobude je $u(t) = 2\sin 2t\,\mu(t)$. Njegova frekvencija je $\omega = 2$. Amplituda signala na toj frekvenciji je $|H(j)| = \frac{1}{\sqrt{13}}$, a faza je $\measuredangle H(j) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{2}{3}\right) = -0.588$. Prisilni odziv $y_{p2}(t) = \frac{2}{\sqrt{13}}\sin(2t - 0.588)$.

Treći dio pobude je $u(t) = 3\sin 3t\,\mu(t)$. Njegova frekvencija je $\omega = 3$. Amplituda signala na toj frekvenciji je $|H(j)| = \frac{1}{\sqrt{18}}$, a faza je $\measuredangle H(j) = -\mathrm{arctg}(1) = -0.785$. Prisilni odziv $y_{p3}(t) = \frac{3}{\sqrt{18}}\sin(3t - 0.785)$.

Četvrti dio pobude je $u(t) = 4\sin 4t\,\mu(t)$. Njegova frekvencija je $\omega = 4$. Amplituda signala na toj frekvenciji je $|H(j)| = \frac{1}{5}$, a faza je $\measuredangle H(j) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{4}{3}\right) = -0.927$. Prisilni odziv $y_{p4}(t) = \frac{4}{5}\sin(4t - 0.927)$.

Totalni odziv:

$$y(t) = y_h(t) + y_{p1}(t) + y_{p2}(t) + y_{p3}(t) + y_{p4}(t)$$
$$= Ce^{-3t} + \frac{1}{\sqrt{10}}\sin(t - 0.322) + \frac{2}{\sqrt{13}}\sin(2t - 0.588) + \frac{3}{\sqrt{18}}\sin(3t - 0.785) + \frac{4}{5}\sin(4t - 0.927).$$

Konstantu nalazimo iz početnog uvjeta: $y(0^-) = y(0^+) = 0$.
Totalni odziv u 0^+:

$$y(0^+) = C + \frac{1}{\sqrt{10}}\sin(-0.322) + \frac{2}{\sqrt{13}}\sin(-0.588) + \frac{3}{\sqrt{18}}\sin(-0.785) + \frac{4}{5}\sin(-0.927) = 0.$$

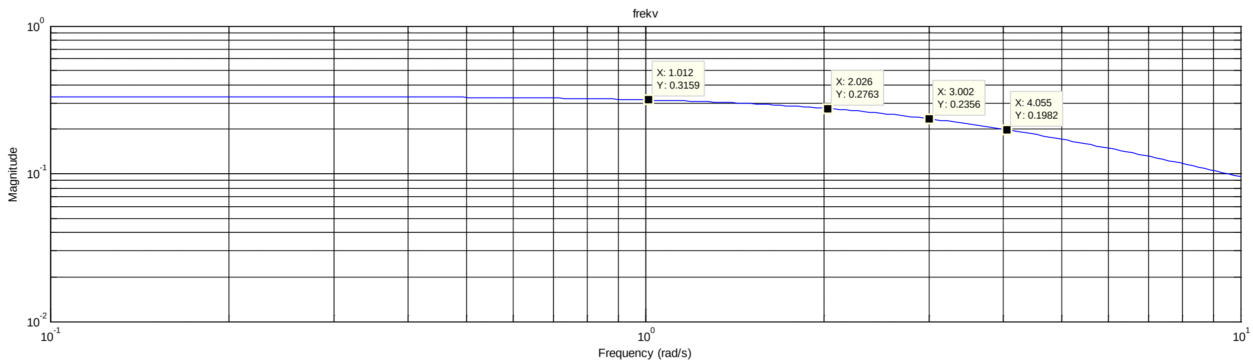
Tražena konstanta iznosi $C = 1.55$.

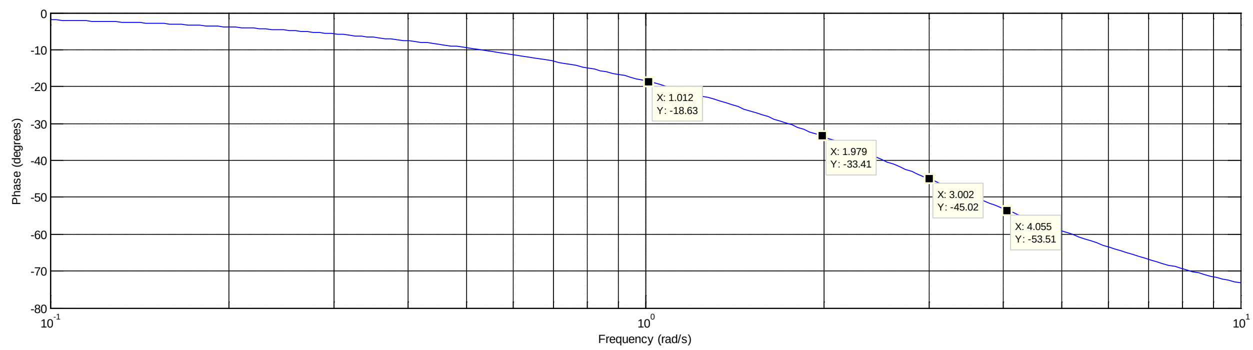
Pa je totalno rješenje

$$y(t) = \left(1.55e^{-3t} + \frac{1}{\sqrt{10}}\sin(t - 0.322) + \frac{2}{\sqrt{13}}\sin(2t - 0.588) + \frac{3}{\sqrt{18}}\sin(3t - 0.785) + \frac{4}{5}\sin(4t - 0.927)\right)\mu(t).$$

Za $t \gg 0$ se istitraju vlastite frekvencije sustava i ostane samo prisilno rješenje

$$y(t) = \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\sin(t - 0.322) + \frac{2}{\sqrt{13}}\sin(2t - 0.588) + \frac{3}{\sqrt{18}}\sin(3t - 0.785) + \frac{4}{5}\sin(4t - 0.927)\right)\mu(t).$$





5. Diskretan sustav zadan je jednadžbom diferencija:

$$y(n) + 0.5y(n-1) = u(n).$$

Ako je početni uvjet $y(-1) = 1$, naći odziv sustava na pobudu

$$u(n) = \left(\cos\left(\frac{\pi n}{2} + \frac{\pi}{5}\right) + 2\cos\pi n + 3\cos(1.5\pi n) + 4\cos(2\pi n)\right)\mu(n).$$

Komentirajte izgled odziva za $n \gg 0$.

Rješenje:

Zadana je jednadžba diferencija $y(n) + 0.5y(n-1) = u(n)$.
Njezina prijenosna funkcija

$$Y(z) + 0.5z^{-1}Y(z) = U(z)$$
$$(1 + 0.5z^{-1})Y(z) = U(z)$$
$$H(z) = \frac{Y(z)}{U(s)} = \frac{1}{1 + 0.5z^{-1}} = \frac{z}{z + 0.5}.$$

Pol $p_1 = -0.5$, kako je apsolutna vrijednost pola manja od 1 sustav je stabilan.

Kada tražimo odziv na pobudu, prvo moramo riješiti homogeni sustav. Homogeno rješenje je

$$y_h(n) = C\left(-\frac{1}{2}\right)^n.$$

Frekvencijsku karakteristiku dobijemo uvrštavanjem $z = e^{j\Omega}$ u prijenosnu funkciju

$$H(e^{j\Omega}) = \frac{1}{1 + 0.5e^{-j\Omega}} = \frac{1}{1 + 0.5(\cos\Omega - j\sin\Omega)}.$$

Amplitudno – frekvencijska karakteristika

$$|H(e^{j\Omega})| = \left|\frac{1}{1 + 0.5e^{-j\Omega}}\right| = \left|\frac{1}{1 + 0.5(\cos\Omega - j\sin\Omega)}\right| = \frac{1}{\sqrt{(1 + 0.5\cos\Omega)^2 + (0.5\sin\Omega)^2}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{1.25 + \cos\Omega}}.$$

Fazno – frekvencijska karakteristika

$$\measuredangle H(j\Omega) = -\mathrm{arctg}\left(\frac{-0.5\sin\Omega}{1 + 0.5\cos\Omega}\right) = \mathrm{arctg}\left(\frac{\sin\Omega}{2 + \cos\Omega}\right).$$

Kako je sustav linearan vremenski stalan, pobudu možemo rastaviti na četiri pobude, te gledati odziv na svaki dio posebno.

Prvi dio pobude je $u_1(n) = \cos\left(\frac{\pi n}{2} + \frac{\pi}{5}\right)\mu(n)$. Njegova frekvencija je $\Omega = \frac{\pi}{2}$. Amplituda signala na toj frekvenciji je $\left|H\left(e^{\frac{j\pi}{2}}\right)\right| = \frac{1}{\sqrt{1.25 + \cos\frac{\pi}{2}}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, a faza je $\measuredangle H\left(e^{\frac{j\pi}{2}}\right) = \mathrm{arctg}\left(\frac{\sin\frac{\pi}{2}}{2 + \cos\frac{\pi}{2}}\right) = 0.46$. Prisilni odziv $y_{p1}(n) = \frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\left(\frac{\pi n}{2} + \frac{\pi}{5} + 0.46\right)\mu(n) = \frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\left(\frac{\pi n}{2} + 1.09\right)\mu(n).$

Drugi dio pobude je $u_2(n) = 2\cos\pi n\,\mu(n)$. Njegova frekvencija je $\Omega = \pi$. Amplituda signala na toj frekvenciji je $\left|H\left(e^{j\pi}\right)\right| = \frac{1}{\sqrt{1.25+\cos\pi}} = 2$, a faza je $\measuredangle H\left(e^{j\pi}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin\pi}{2+\cos\pi}\right) = 0$. Prisilni odziv $y_{p2}(n) = 2\cdot 2\cos(\pi n)\,\mu(n) = 4\cos(\pi n)\,\mu(n)$.

Treći dio pobude je $u_3(n) = 3\cos(1.5\pi n)\,\mu(n)$. Njegova frekvencija je $\Omega = 1.5\pi$. Amplituda signala na toj frekvenciji je $\left|H\left(e^{j1.5\pi}\right)\right| = \frac{1}{\sqrt{1.25+\cos 1.5\pi}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, a faza je $\measuredangle H\left(e^{j1.5\pi}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin 1.5\pi}{2+\cos 1.5\pi}\right) = -0.46$. Prisilni odziv $y_{p3}(n) = 3\cdot\frac{2\sqrt{5}}{5}\cos(1.5\pi n - 0.46)\,\mu(n) = \frac{6\sqrt{5}}{5}\cos(1.5\pi n - 0.46)\,\mu(n)$.

Četvrti dio pobude je $u_3(n) = 4\cos(2\pi n)\,\mu(n)$. Njegova frekvencija je $\Omega = 2\pi$. Amplituda signala na toj frekvenciji je $\left|H\left(e^{j2\pi}\right)\right| = \frac{1}{\sqrt{1.25+\cos 2\pi}} = \frac{2}{3}$, a faza je $\measuredangle H\left(e^{j2\pi}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin 2\pi}{2+\cos 2\pi}\right) = 0$. Prisilni odziv $y_{p4}(n) = 4\cdot\frac{2}{3}\cos(2\pi n)\,\mu(n) = \frac{8}{3}\cos(2\pi n)\,\mu(n)$.

Totalni odziv:

$$
\begin{aligned}
y(n) &= y_h(n) + y_{p1}(n) + y_{p2}(n) + y_{p3}(n) + y_{p4}(n) \\
&= \left(C\left(-\frac{1}{2}\right)^n + \frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\left(\frac{\pi n}{2} + 1.09\right) + 4\cos(\pi n) + \frac{6\sqrt{5}}{5}\cos(1.5\pi n - 0.46) \right. \\
&\quad \left. + \frac{8}{3}\cos(2\pi n)\right)\mu(n).
\end{aligned}
$$

Konstante nalazimo iz početnog uvjeta: $y(-1) = 1$.

$$y(0) = u(0) - 0.5y(-1) = 9.3,$$

$$
\begin{aligned}
y(0) &= \left(C + \frac{2\sqrt{5}}{5}\cos(1.09) + 4\cos(0) + \frac{6\sqrt{5}}{5}\cos(-0.46) + \frac{8}{3}\cos(0)\right)\mu(0) \\
&= \mathrm{C} + 0.414 + 4 + 2.4 + 2.66 \\
C &= -0.18.
\end{aligned}
$$

Pa je totalno rješenje

$$
\begin{aligned}
y(n) = &\left(-0.18\left(-\frac{1}{2}\right)^n + \frac{2\sqrt{5}}{5}\cos\left(\frac{\pi n}{2} + 1.09\right) + 4\cos(\pi n) + \frac{6\sqrt{5}}{5}\cos(1.5\pi n - 0.46) \right. \\
&\left. + \frac{8}{3}\cos(2\pi n)\right)\mu(n).
\end{aligned}
$$

Za $n \gg 0$ homogeno rješenje se istitira i ostaje samo partikularno rješenje.