

## Signali i sustavi - Zadaci za vježbu

### XV. tjedan

#### Z-transformacija

1. Znaete da je prijenosna funkcija nekog LTI diskretnog sustava

$$H(z) = \frac{(e^{-2} - e^{-1})z}{(z - e^{-2})(z - e^{-1})},$$

no ne znate koje je područje konvergencije. Postoje tri moguća područja konvergencije:

- $|z| > e^{-1}$ ,
- $e^{-2} < |z| < e^{-1}$ ,
- $|z| < e^{-2}$ .

Za svako od navedenih područja konvergencije odredite impulsni odziv sustava. Za koji od navedenih slučajeva možemo tvrditi da je impulsni odziv kauzalan?

2. Poznat je impulsni odziv LTI sustava u vremenskoj domeni  $\{\dots, 0, \underline{2}, 1, 0, -1, 0, 0, 0, \dots\}$ . Nađite odziv sustava na pobudu  $\{\dots, 0, \underline{0}, 1, 2, 1, 0, 0, \dots\}$  koristeći:
- konvolucijsku sumaciju,
  - $z$  – transformaciju.
- (Podvučena vrijednost je amplituda impulsa u trenutku  $n=0$ .)

3. Sustav je zadan prijenosnom funkcijom:

$$H(z) = \frac{2z(3z - 23)}{(25 - 6z + z^2)(z - 1)^2}$$

Odredite:

- razvojem u red (dijeljenje razlomaka) amplitudu trećeg elementa niza uz impulsnu pobudu;
- impulsni odziv sustava u vremenskoj domeni koristeći parcijalne razlomke.

4. LTI sustav je zadan jednađbom diferencija:

$$y(n+2) - y(n+1) = 4u(n+2) - 3u(n+1) + u(n)$$

Neka je pobuda  $u(n) = \mu(n) + \mu(n-1)$ , a početni uvjeti  $y(-1) = 1, y(-2) = 1$ .

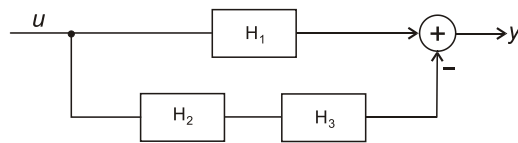
- Nađite prijenosnu funkciju sustava.
- Nađite odziv mirnog sustava.
- Nađite odziv nepobuđenog sustava.

5. LTI sustav je zadan jednađbom diferencija:

$$y(n) - y(n-2) = u(n)$$

- Nađite prijenosnu funkciju sustava.
- Odredite početnu i konačnu vrijednost odziva na jediničnu stepenicu iz  $z$ -domene. Je li zadani sustav stabilan?
- Nađite odziv na jediničnu stepenicu  $\mu(n)$ .

6. Složeni mirni diskretni sustav zadan je slikom:



Koliki je impulsni odziv drugog podsustava  $h_2(n)$  ako je impulsni odziv prvog podsustava  $h_1(n) = \{0, 0, 1, 3, 3, 3, 3, \dots\}$ , impulsni odziv trećeg podsustava  $h_3(n) = \{0, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, \dots\}$ , te prijenosna funkcija sustava  $H(z) = 0$ ?

#### Dodatni zadaci:

Petković, Jeren i ostali. Zbirka riješenih zadataka iz signala i sustava:

Poglavlje 13. Linearne jednačbe diferencija. Primjer 13.18, Zadaci 13.5 do 13.12.

#### Laplaceova transformacija

1. Zadan je kontinuiran sustav

$$y''(t) - 5y'(t) + 6y(t) = u(t) + 3u'(t),$$

$y(0^-) = 3, y'(0^-) = 0$ . Pronađite odziv sustava na pobudu  $u(t) = 2\mu(t)$ .

- U vremenskoj domeni (homogeno + partikularno).
- Pomoću Laplaceove transformacije.

2. Zadan je kontinuirani sustav

$$y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = u(t).$$

- Nađite impulsni odziv sustava koristeći Laplaceovu transformaciju.
- Nađite odziv sustava u vremenskoj domeni ako je sustav pobuđen signalom  $u(t) = (12t + 16)\mu(t)$  te ako su početni uvjeti  $y(0^-) = 3, y'(0^-) = -8$ . Riješite sa i bez korištenja Laplaceove transformacije.

3. Zadan je impulsni odziv kontinuiranog LTI sustava  $h(t) = 2te^{-t}\mu(t)$ . Pronađite:

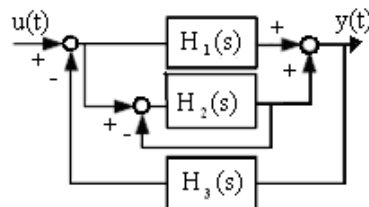
- prijenosnu funkciju sustava,
- odziv sustava, ako je sustav pobuđen signalom  $u(t) = 2\mu(t)$  te ako su početni uvjeti  $y(0^-) = 2, y'(0^-) = 0$ .

4. Kontinuirani kauzalni LTI sustav opisan diferencijalnom jednačbom

$$y'(t) + 4y(t) = u(t) + 2u'(t)$$

pobuđen je signalom  $u(t) = \mu(t)$ . Početni uvjet je  $y(0^-) = 2$ .

- Izračunajte početni uvjet u  $y(0^+)$ .
  - Odredite odziv sustava na zadanu pobudu rješavanjem jednačbe u vremenskoj domeni.
  - Odredite odziv sustava na zadanu pobudu korištenjem Laplaceove transformacije.
  - Odredite prijenosnu funkciju sustava. Je li sustav stabilan?
5. Kontinuirani sustav prikazan je pomoću blokovskog dijagrama. Odredite ekvivalentnu prijenosnu funkciju cijelog sustava. Ako su dani podsustavi kauzalni, s prijenosnim funkcijama:  $H_1(s) = \frac{1}{s+2}$ ,  $H_2(s) = \frac{1}{s+1}$ ,  $H_3(s) = \frac{1}{s+4}$ , ispitati stabilnost cijelog sustava. Naći odziv sustava na jedinični skok (početni uvjeti su nula).



**Dodatni zadaci:**

Iz zbirke T. Petković, B. Jeren i ostali potrebno je proučiti poglavlja 11.1, 11.2 i 13.4. Posebnu pozornost obratite na zadatke:

- Primjer 11.5.
- Primjer 11.15.
- Primjer 13.14.
- Zadatak 13.7.
- Zadatak 13.11.