

# 真空中静电场

• **库仑定律**  $F = q_1 q_2 r / (4\pi\epsilon_0 r^3)$  .

• **电场强度** 定义:  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$  场强叠加原理:  $\vec{E} = \sum \vec{E}_i$

点电荷系的场强:  $\vec{E} = \sum \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} \vec{e}_{r_i}$  电荷连续分布带电体的场强:  $\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$

- 计算圆弧带电体圆心位置、均匀带电直线、圆环的轴线上、带电圆板轴线上的电场强度

电荷 $q$ 均匀地分布在半径为 $R$ 的一段圆弧上，计圆弧圆心位置的场强:

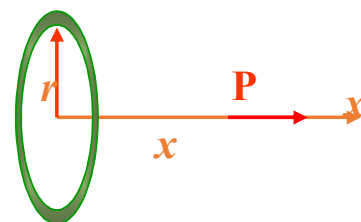
$$E_y = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0 R^2} \frac{\sin(\theta/2)}{\theta}$$

真空中均匀带电直线外一点的场强（设电荷线密度为 $\lambda$ ）

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \quad E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

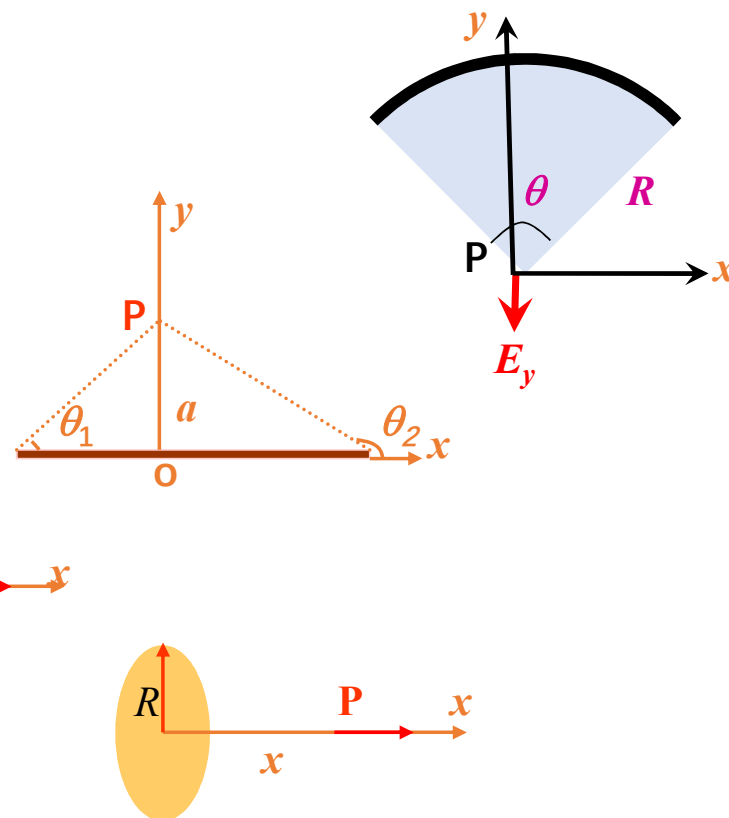
电荷均匀分布圆环轴线上一点的场强:

$$E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + r^2)^{3/2}}$$



电荷面密度为 $\sigma$ 、半径为 $R$ 均匀带电圆板轴线上一点的电场强度:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[ 1 - \frac{x}{(x^2 + R^2)^{1/2}} \right]$$



- **高斯定理** 电场强度通量  $\Phi_e = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$

真空中穿过闭合曲面的电场强度通量  $\Phi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \Sigma q_i / \epsilon_0$

- 计算无限长均匀带电直线、无限大平面、均匀带电球面（或球体）、无限长均匀带电圆柱面（或圆柱体）激发的电场强度

半径为 $R$ 的无限长均匀带电圆柱体的场强分布：（电荷密度为 $\rho$ ）

(1) 圆柱体外某点的场强  $E = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0 r} \quad (r \geq R)$

(2) 圆柱体内某点的场强  $E = \frac{\rho r}{2\epsilon_0} \quad (r \leq R)$

均匀带电球体的场强分布（已知球体半径为 $R$ ，带电量为 $q$ ，电荷密度为 $\rho$ ）

(1) 球外某点的场强  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \quad (r \geq R)$

(2) 球体内一点的场强  $E = \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \quad (r < R)$

无限大均匀带电平面的场强分布（电荷密度为 $\sigma$ ）

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

均匀带电球面、圆柱面场强公式自己总结

- 电势  $U$ : 定义式 (场强与电势的积分关系. 下式中  $p$  表示场点, (0) 表示电势零点):  $U = \int_p^{(0)} \vec{E} \cdot d\vec{l}$

$$\text{电势差 } U_{AB} = U_A - U_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \text{静电场力的功 } W_{AB} = qU_{AB}$$

$$\text{电势叠加原理 } U = \sum U_i$$

$$\text{点电荷系激发的电势: } U = \sum q_i / (4\pi\epsilon_0 r_i) \quad \text{连续带电体激发的电势: } U = \int [dq / (4\pi\epsilon_0 r)]$$

$$\text{场强与电势的微分关系 } \vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k} = - \left( \frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} \right)$$

- 计算圆环的轴线上、无限长均匀带电直线、无限大平面、均匀带电球面 (或球体)、无限长均匀带电圆柱面 (或圆柱体) 激发的电场的电势

均匀带电细圆环, 总电量为  $q$ , 半径为  $R$ , 圆环轴线任一点的电势:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{1/2}}$$

半径为  $R$  的均匀带电球体, 带电量为  $q$ , 电势分布:

$$V = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} & r \geq R \\ \frac{q(3R^2 - r^2)}{8\pi\epsilon_0 R^3} & r < R \end{cases}$$

均匀带电球面激发的电势: 球面内  $U = Q/(4\pi\epsilon_0 R)$ ; 球面外  $U = Q/(4\pi\epsilon_0 r)$ ;

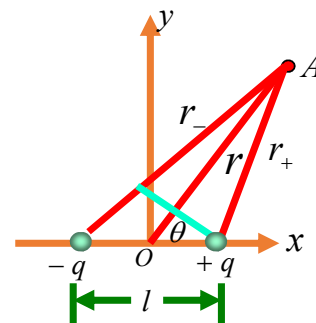
$$\text{电偶极子: } U \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{l \cos \theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}$$

$$\vec{p} = ql$$

$$(1) \text{ 当 } y=0 \text{ 时, 即延长线上, } E = \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0 x^3} = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 x^3}$$

$$(2) \text{ 当 } x=0 \text{ 时, 即中垂线上, } E = \frac{ql}{4\pi\epsilon_0 y^3} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 y^3}$$

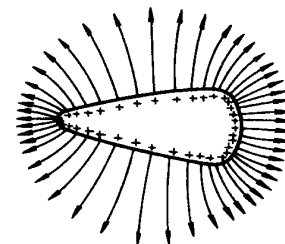
电偶极子外场中的能量、受力、力矩



# 静电场与物质相互作用

## • 导体的静电平衡时的性质

1. 导体内部，场强处处为零。
2. 导体内各处电势相同，导体为等势体，导体表面为等势面。



导体表面和表面附近的场强:  $\vec{E}_{\perp} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_n$

电荷总量为 $q$ 、半径为 $R$ 的导体表面电荷（不管电荷分布均匀与否）在导体球球心处产生的电势为：

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

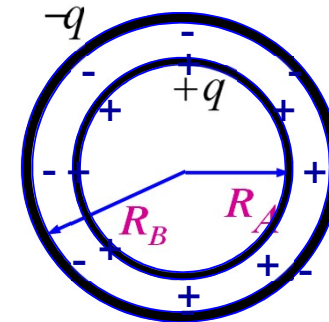
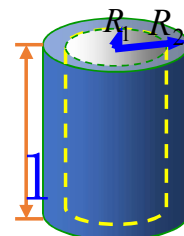
## • 电容：定义式 $C=Q/\Delta U=Q/(U_1 - U_2)$ ；

平行板电容器  $C=\epsilon S/d$ , 球形电容器的电容  $C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_A R_B}{R_B - R_A}$

单位长度圆柱形电容器的电容  $C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$

电容器并联  $C = C_1 + C_2$

电容器串联  $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$



## • 静电场的能量:

点电荷系  $W = \frac{1}{2} \sum_i q_i U_i$  带电体连续分布  $W = \frac{1}{2} \int_{(Q)} dq U$

电容器电能:  $W_e = (1/2)qU = (1/2)CU^2 = q^2/(2C)$ ; 电场能密度:  $w_e = \frac{dW_e}{dV} = \frac{1}{2}DE$   $W_e = \iiint_V w_e dV = \frac{1}{2} \iiint_V DE dV$

$$D = \epsilon E$$

带电导体球静电场能:  $W_e = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$

- 静电场中的电介质

电极化强度矢量  $\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_i}{\Delta V}$

$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

—— $\chi_e$  称为介质的电极化率

极化电荷分布  $\sigma' = P \cos \theta = \vec{P} \cdot \vec{e}_n$   $\rho' = -\nabla \cdot \vec{P}$

定义电位移矢量:  $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

介质中的高斯定理  $\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum_{S \text{ 内}} q_f = \iiint_V \rho_f dV$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad \vec{P} = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \vec{E}$$

场强与界面斜交

$$D_{1n} = D_{2n}$$

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$$

