



武汉理工大学

[HTTP://WWW.WHUT.EDU.CN](http://www.whut.edu.cn)

机械设计

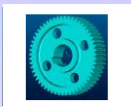
(Mechanical Design)



武汉理工大学

[HTTP://WWW.WHUT.EDU.CN](http://www.whut.edu.cn)

第二章 齿轮传动



第二章 齿轮传动设计

齿轮设计的基本问题 {

- 1. 传动要平稳
- 2. 强度要足够

1. 传动要平稳

正确的几何尺寸 {

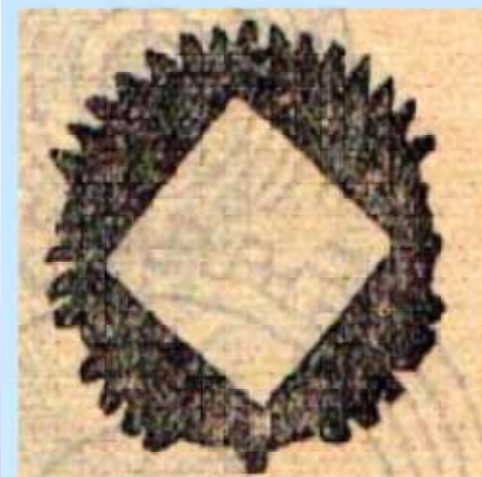
- 一对齿轮啮合：瞬时传动比 $i = \text{常数}$ 齿廓曲线的问题
- 正确啮合条件： $m_1 = m_2$, $\alpha_1 = \alpha_2$, $\beta_1 = \beta_2$ 且旋向相反
- 连续传动条件： $\epsilon = \text{啮合弧} / \text{周节} > 1$

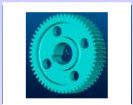
加工制造精度

2. 强度要足够

传递一定的功率 P $a = ?$ 或 $m = ?$

公元前二世纪西汉初年的金属铸造齿轮





§ 2—0 齿轮传动概述（复习）

一. 齿轮传动的特点及应用

一) 齿轮机构传动的特点

优点: {

- ① 传动比稳定;
- ② 传动效率高;
- ③ 工作可靠性高;
- ④ 结构紧凑;
- ⑤ 使用寿命长。

缺点: {

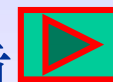
- ① 制造和安装精度要求较高;
- ② 不适宜用于两轴间距离较大的传动。

二) 应用——广泛用于对传动比要求严格、高速重载场合，如机床、汽车、拖拉机的变速箱从实现主、从动轴间运动和动力传递。

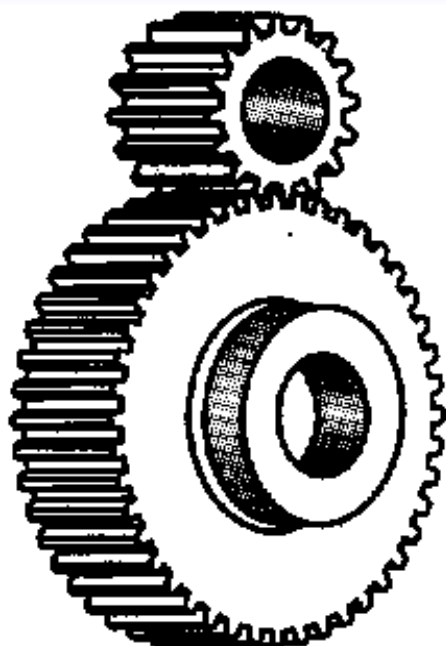
二. 齿轮传动分类

一) 按两
轮轴线相
对位置及
齿向分

1. 圆柱齿轮传动（直、斜、人字齿、内啮合齿
轮、 齿轮齿条件）——用于两平行轴间传动；
2. 圆锥齿轮传动——用于垂直相交轴间传动
3. 螺旋齿轮传动——用于空间交错轴间传动

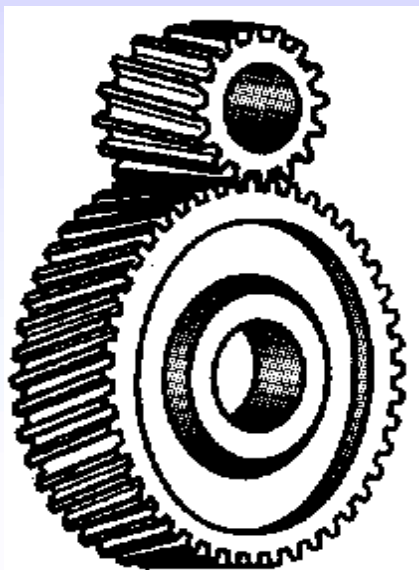


直
齿
圆
柱
齿
轮
传
动

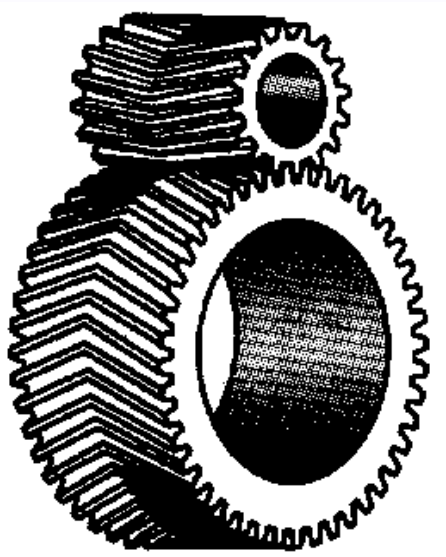


齿轮传动分类

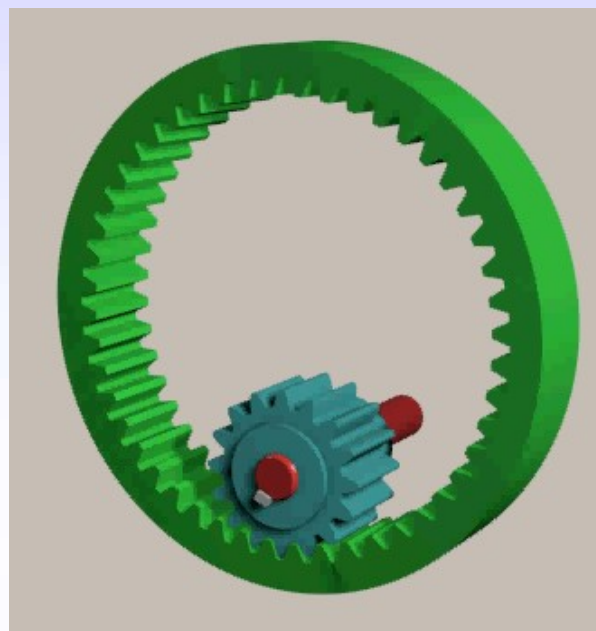
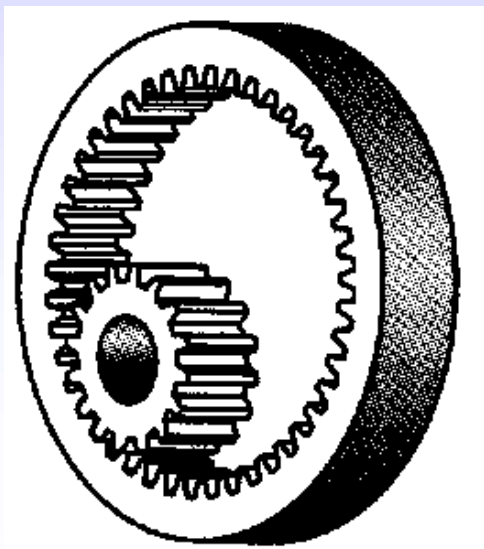
斜齿圆柱齿轮传动



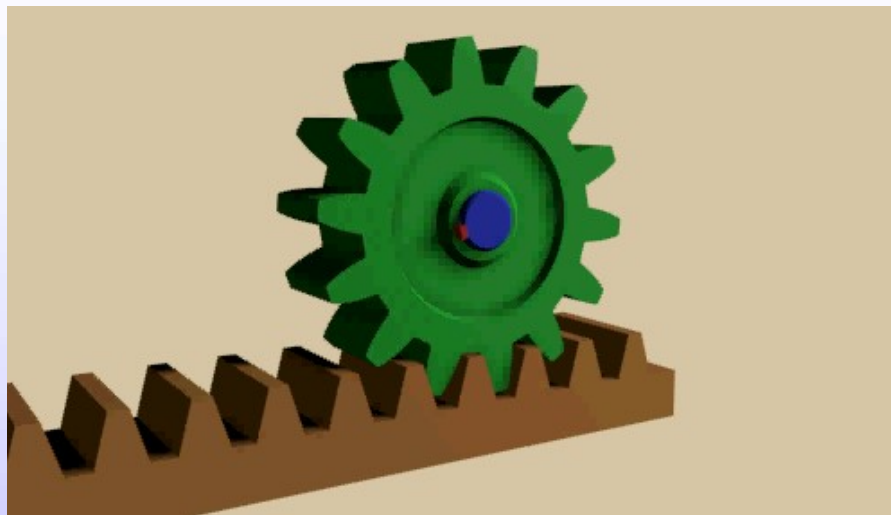
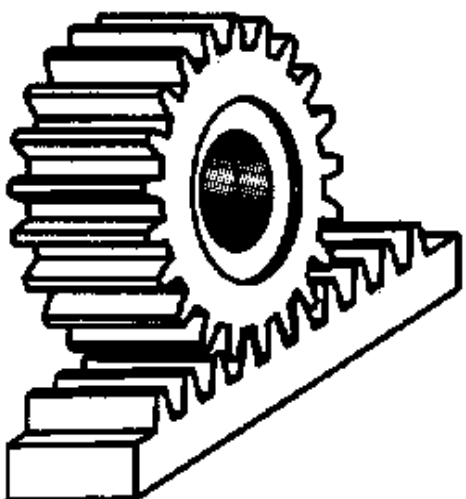
人字齿轮传动



内啮合齿轮传动

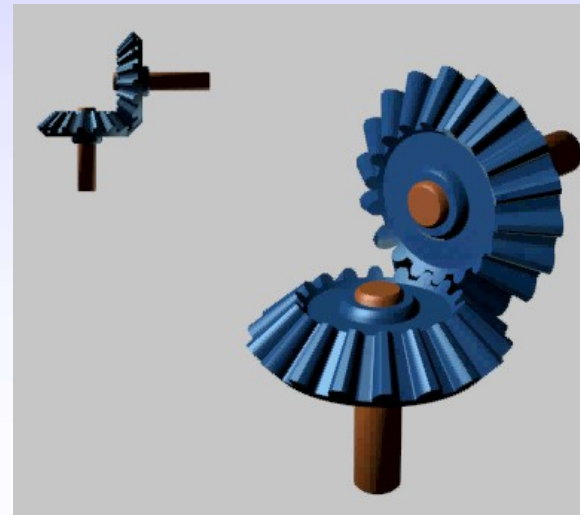
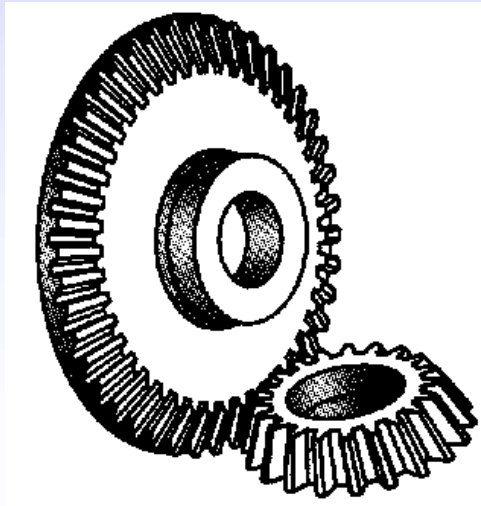


齿轮齿条

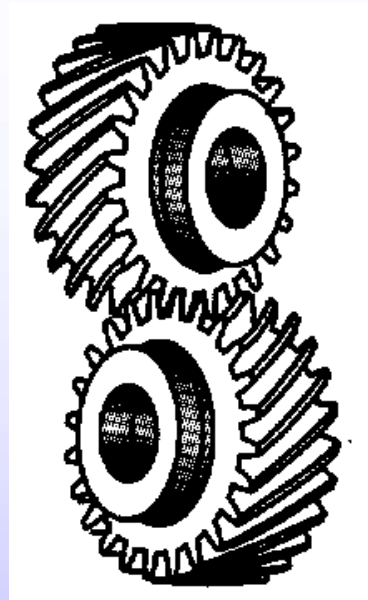


齿轮传动分类

直齿锥齿轮



螺旋齿轮



齿轮传动分类

二) 按齿轮传动情况工作分

- 闭式齿轮传动: 齿轮封闭在箱体内部, 润滑条件好
- 开式齿轮传动: 齿轮完全暴露在空气中, 易进灰、砂, 润滑不良易磨损
- 半开式齿轮传动: 有简单护罩, 较开式传动好, 仍易进灰、砂等。

三) 按齿轮齿面硬度分

- 软齿面齿轮—— $HBS \leq 350$ 的齿轮
- 硬齿面齿轮—— $HBS > 350$ 的齿轮用HRC表示,
 $1HRC \approx 10HBS$



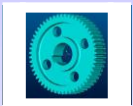
三. 齿轮传动设计需满足的基本要求

1. 保证传动的平稳性 — 即要求瞬时传动比为常数, 为此要研究齿轮廓及啮合原理
2. 保证传动的承载能力 — 在有足够强度前提下使齿轮齿尺寸小、重量轻、寿命长等。

四. 本章 主要内容

1. 齿轮传动类型、特点及应用;
2. 齿轮传动失效形式及计算准则、材料选择;
3. 齿轮传动受力分析(直、斜、锥齿轮传动) 及参数选择。—重点
4. 直齿圆柱齿轮传动的强度计算
5. 斜齿圆柱齿轮传动的设计特点
6. 直齿锥齿轮传动的设计特点
7. 齿轮传动设计实例分析





§ 2- 1 齿轮传动的受力和计算载荷

为了对齿轮的强度进行计算，首先需要对齿轮的所受力的大小、方向和性质进行分析

小齿轮的名义转矩

小齿轮上的名义功率

$$T_1 = 9550 \frac{P_1 (KW)}{n_1 (r / \min)} (Nm)$$

小齿轮上的转速

因为直齿轮是斜齿轮的一种特殊形式所以讨论斜齿轮和圆锥齿轮的受力分析

一、斜齿圆柱齿轮受力分析

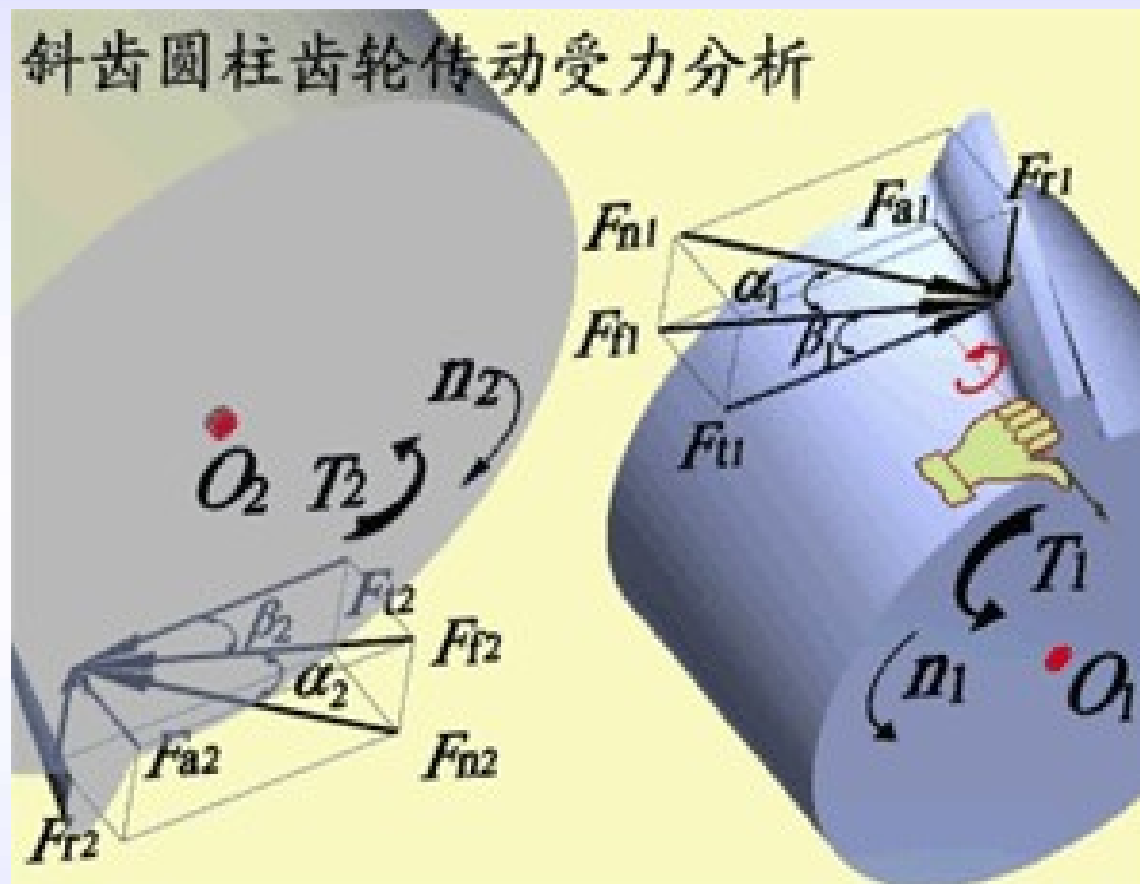
以小齿轮为分析对象

一对斜齿圆柱齿轮，若略去齿面间的摩擦力，作用于节点的法向力 F_n 始终垂直于齿面而且可分解为三个分力：

圆周力 F_t

径向力 F_r

轴向力 F_a



法面内:

$$F_n \begin{cases} F_{r1} & \text{径向力} \\ F_1 & \text{当量齿轮的圆周力} \end{cases}$$

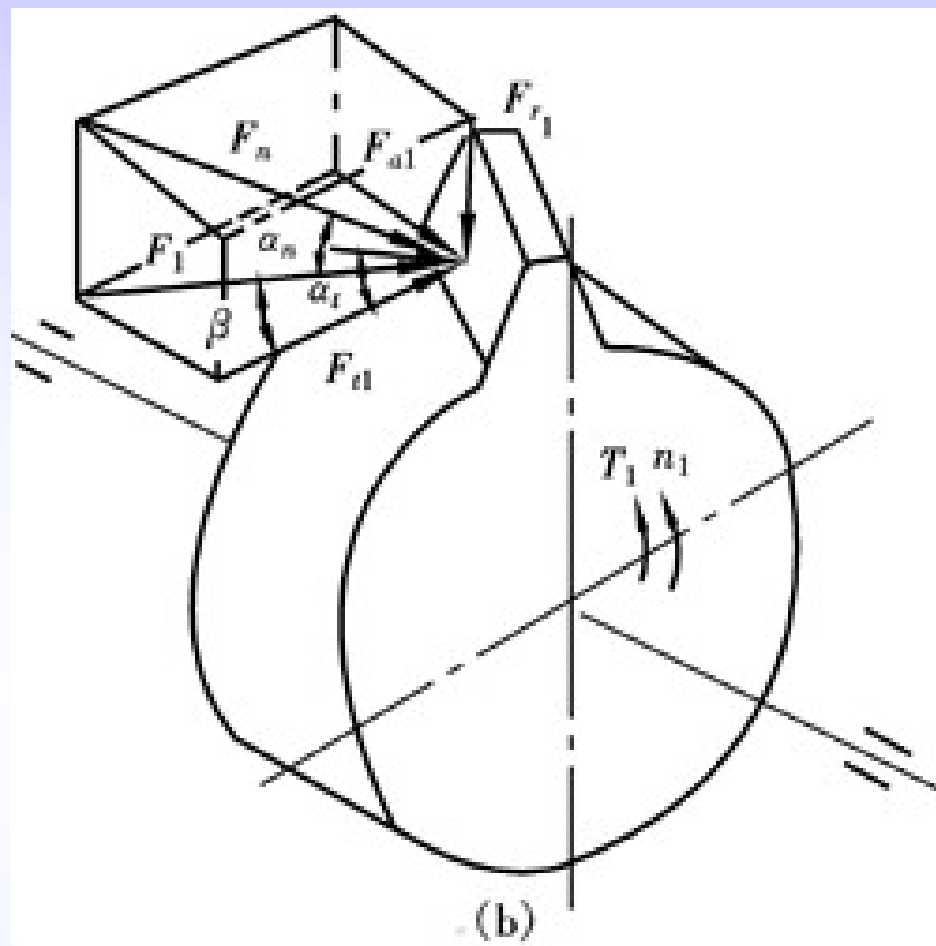
切面内: $F_1 \begin{cases} F_{t1} & \text{圆周力} \\ F_{a1} & \text{轴向力} \end{cases}$

力的大小

$$F_{t1} = \frac{2000T_1}{d_1}$$

$$F_{a1} = F_{t1} \tan \beta$$

$$F_{r1} = \frac{F_{t1}}{\cos \beta} \tan \alpha_n$$



$$\begin{aligned} F_n &= \frac{F_t}{\cos \alpha_n \cdot \cos \beta} = \frac{F_t}{\cos \alpha_t \cdot \cos \beta_b} \\ &= \frac{2T_1}{d_1 \cos \alpha_t \cdot \cos \beta_b} \end{aligned}$$

式中：

α_n 为法面分度圆压力角；

α_t 为端面分度圆压力角；

β 为分度圆螺旋角；

β_b 为基圆螺旋角。

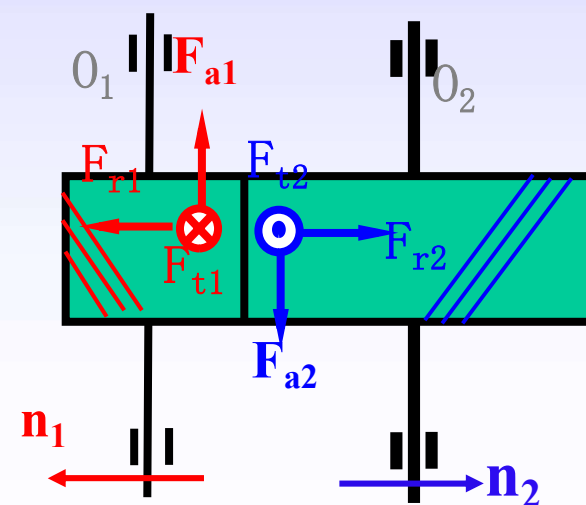
各力的方向

圆周力 F_{t1} : 主动轮上的与转向相反, 从动轮上的与转向相同;

径向力 F_{r1} : 分别指向各自轮心;

轴向力 F_{a1} : 主动轮的轴向力用“左右手法则”来判断:

当主动轮右旋时, 用右手四指的弯曲方向表示主动轮的转动方向, 大拇指所指的方向即为轴向力的方向; 主动轮左旋时, 用左手来判断, 方法同上



斜齿圆
柱齿轮

圆周力 F_t
径向力 F_r
轴向力 F_a

对应关系

$$F_{t1} = -F_{t2} \quad F_{r1} = -F_{r2} \quad F_{a1} = -F_{a2}$$

二、直齿圆锥齿轮的 受力分析

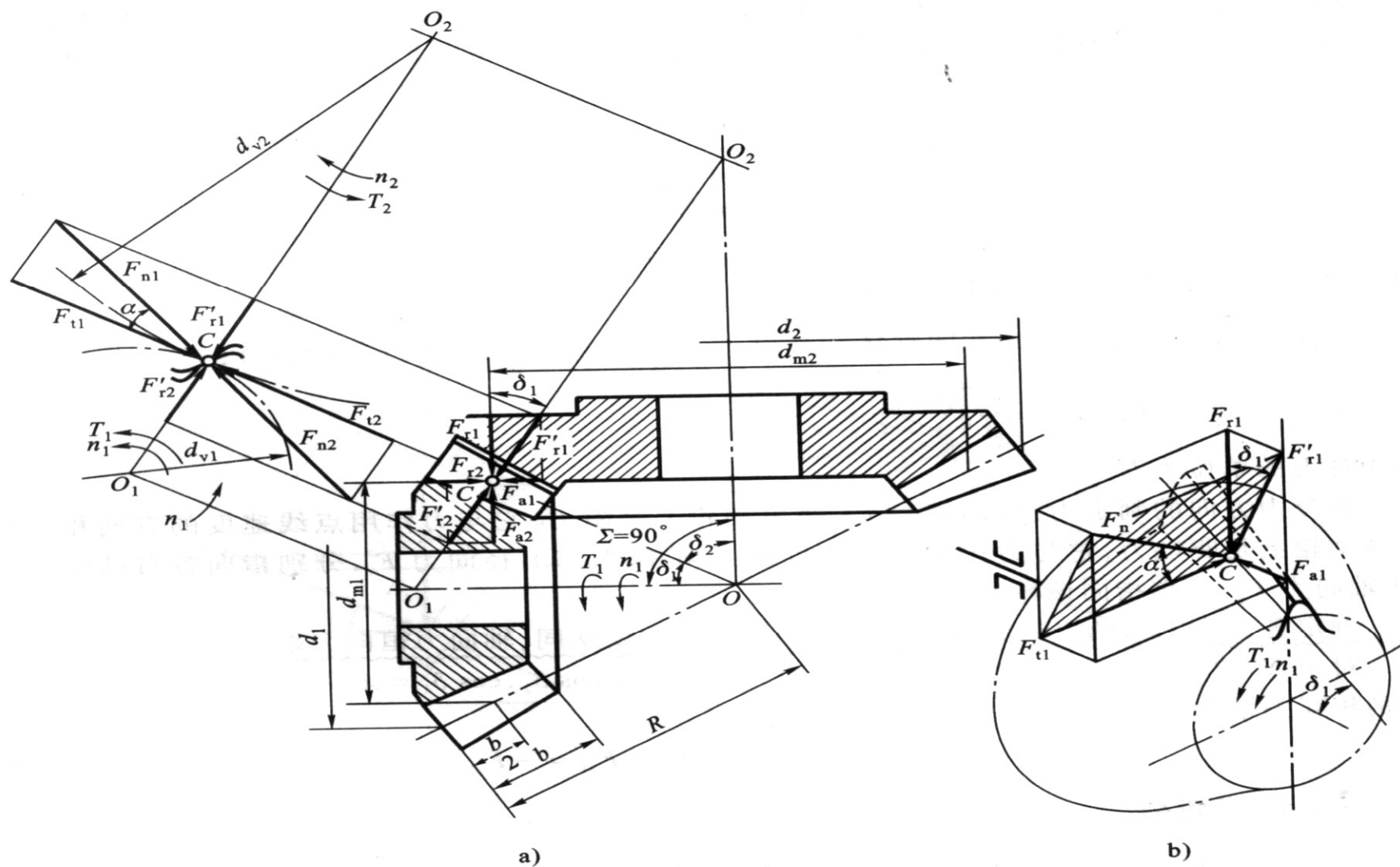


图 11-2 直齿锥齿轮受力分析

直齿圆锥齿轮的 受力分析

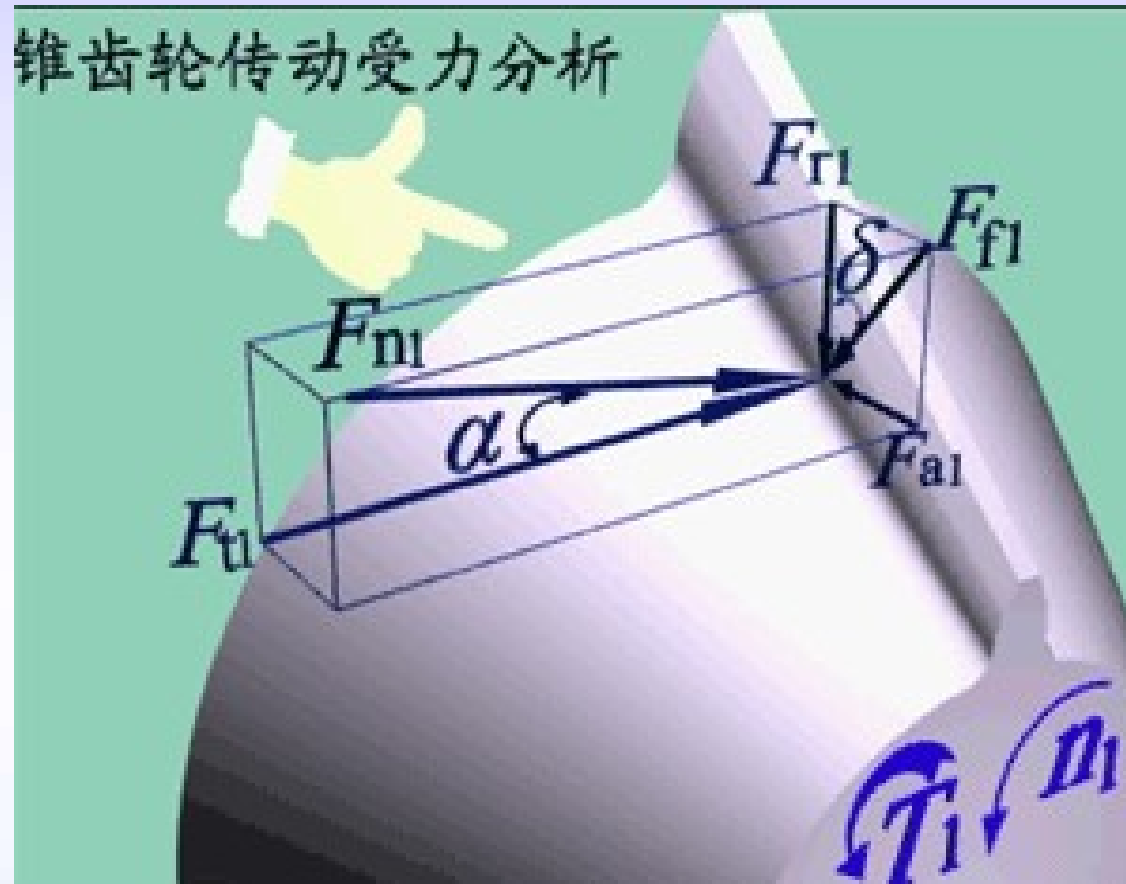
在齿宽中点节线处的法向平面内，法向力 F_n 可分解为三个分力：圆周力 F_t 、径向力 F_r 和轴向力 F_a

力的大小为

$$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_{m1}} = \frac{2T_1}{(1 - 0.5\psi_R)d_1}$$

$$F_{r1} = F'_{t1} \cos \delta_1 = F_{t1} \tan \alpha \cdot \cos \delta_1$$

$$F_{a1} = F'_{t1} \sin \delta_1 = F_{t1} \tan \alpha \cdot \sin \delta_1$$



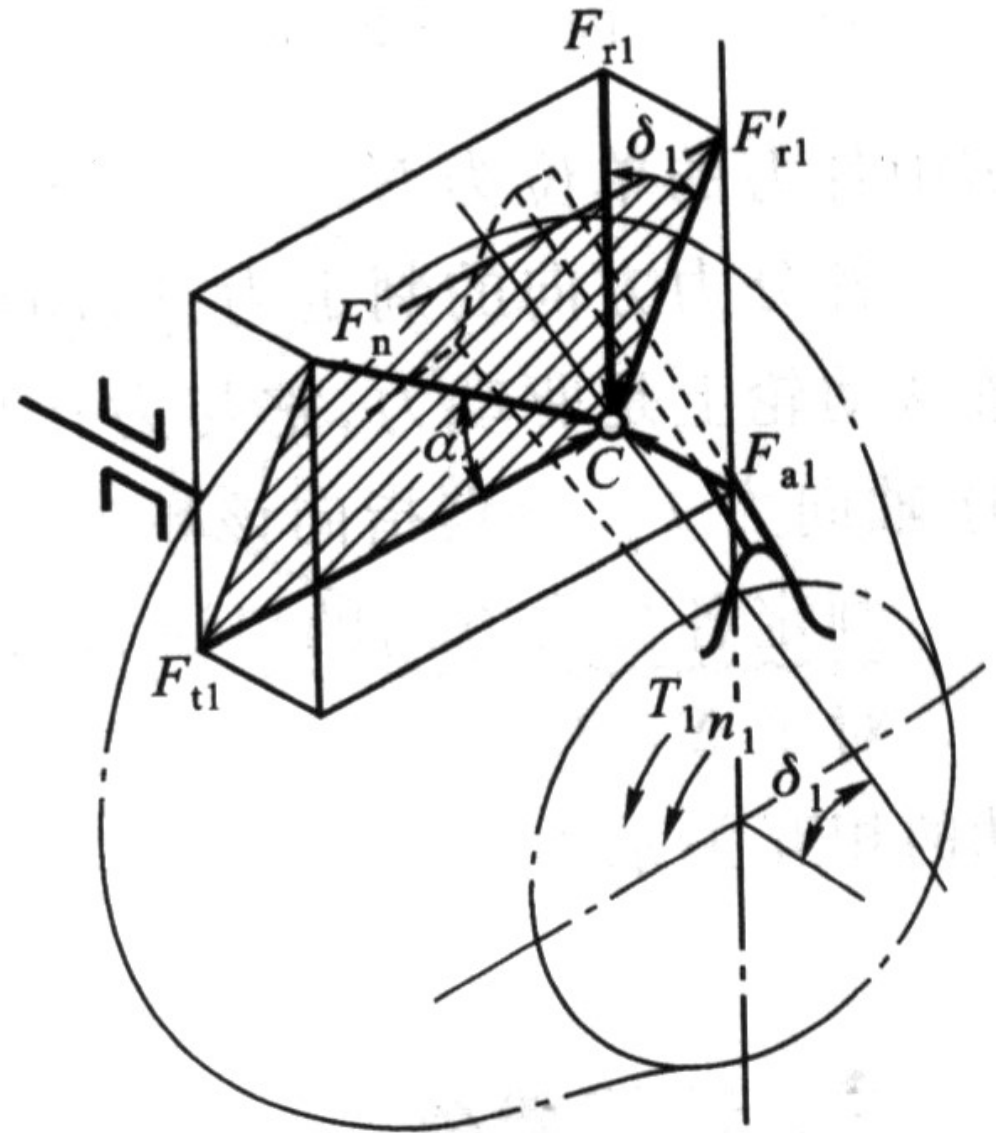
直齿锥齿轮传动的受力分析

力的大小为

$$F_{t1} = \frac{2T_1}{d_{m1}} = \frac{2T_1}{(1 - 0.5\psi_R)d_1}$$

$$F_{r1} = F'_{r1} \cos \delta_1 = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_1$$

$$F_{a1} = F'_{r1} \sin \delta_1 = F_{t1} \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta_1$$



力的方向为

圆周力 F_t ：主动轮上的与转向相反，从动轮上的与转向相同

径向力 F_r ：分别指向各自轮心；

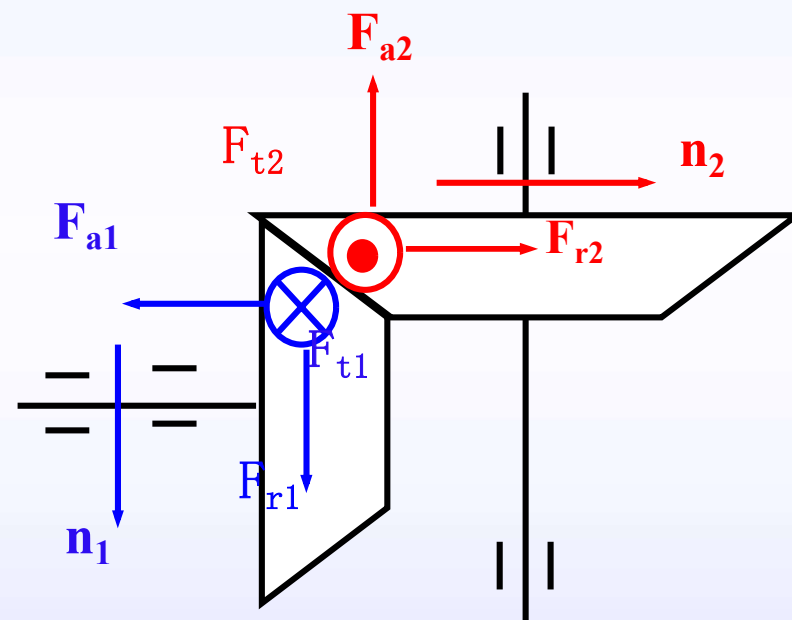
轴向力 F_a ：分别由各轮的小端指向大端。

力的对应关系

$$F_{t1} = -F_{t2}$$

$$F_{r1} = -F_{a2}$$

$$F_{a1} = -F_{r2}$$



$$F_{t1} = -F_{t2} \quad F_{r1} = -F_{a2} \quad F_{a1} = -F_{r2}$$

三) 计算载荷

计算载荷——计入齿轮实际工作中的各种附加动载荷影响后的载荷，是用于零件设计计算的计算值。

对于直齿圆柱齿轮，计算载荷 F_{nc} ：

$$F_{nc} = KF_n = \frac{2000T_1 K}{d_1 \cos \alpha}$$

式中：**K**——载荷系数

$$K = \underbrace{K_A}_{\text{使用系数}} \underbrace{K_V}_{\text{动载系数}} \underbrace{K_\beta}_{\text{齿向载荷分布系数}} \underbrace{K_\alpha}_{\text{齿间载荷分配系数}}$$



1、使用系数 K_A

考虑原动机和工作机的工作特性等引起的动力过载对轮齿受载的影响。其值查表。

使用系数 K_A

工作机的工作特性	原动机的工作特性及其示例			
	均匀平稳 电动机	轻微冲击 汽轮机、液压 马达	中等冲击 多缸内燃机	严重冲击 单缸内燃机
均匀 平稳	1.00	1.10	1.25	1.50
轻微 冲击	1.25	1.35	1.50	1.75
中等 冲击	1.50	1.60	1.75	2.00

2、动载系数 K_v

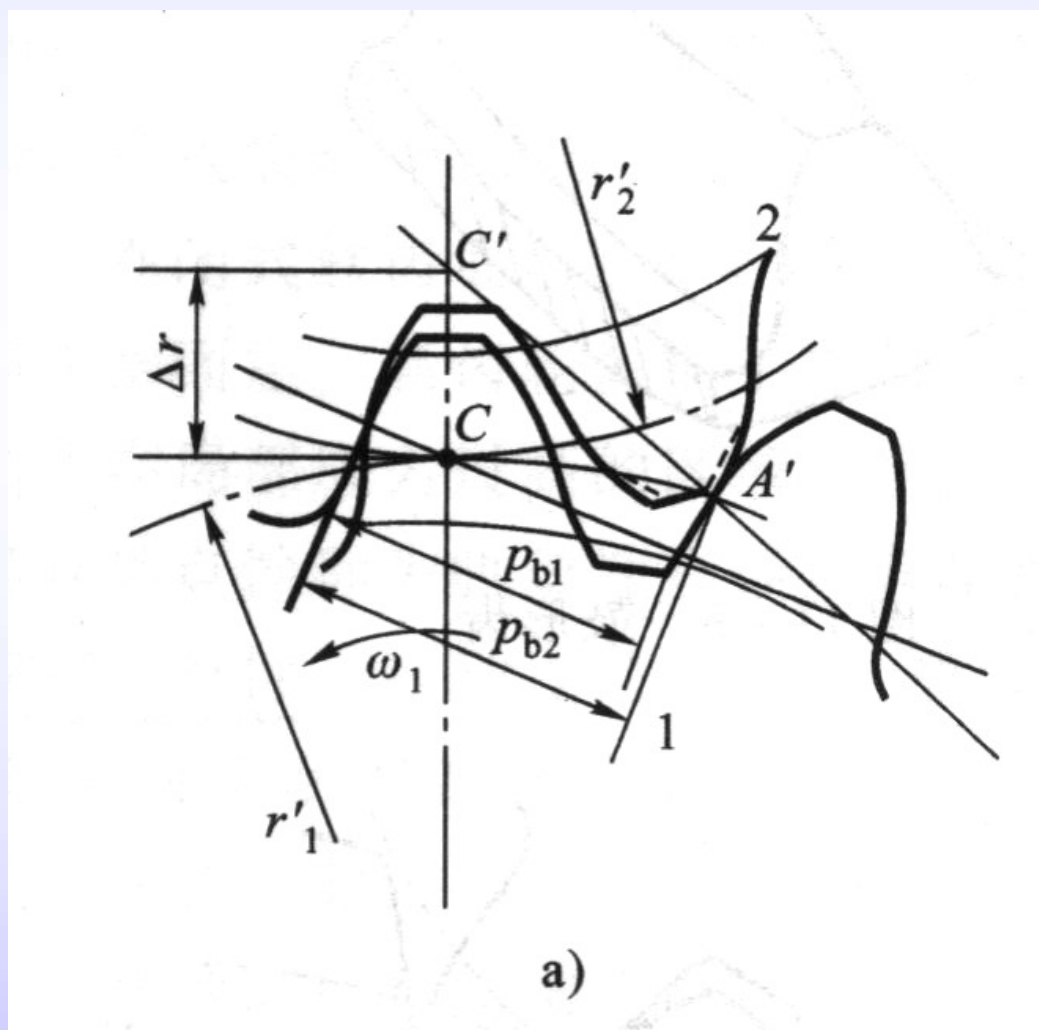
用来考虑齿轮副在啮合过程中，因啮合误差(基节误差、齿形误差和轮齿变形等)所引起的内部附加动载荷对轮齿受载的影响

啮合轮齿的基节不等，若

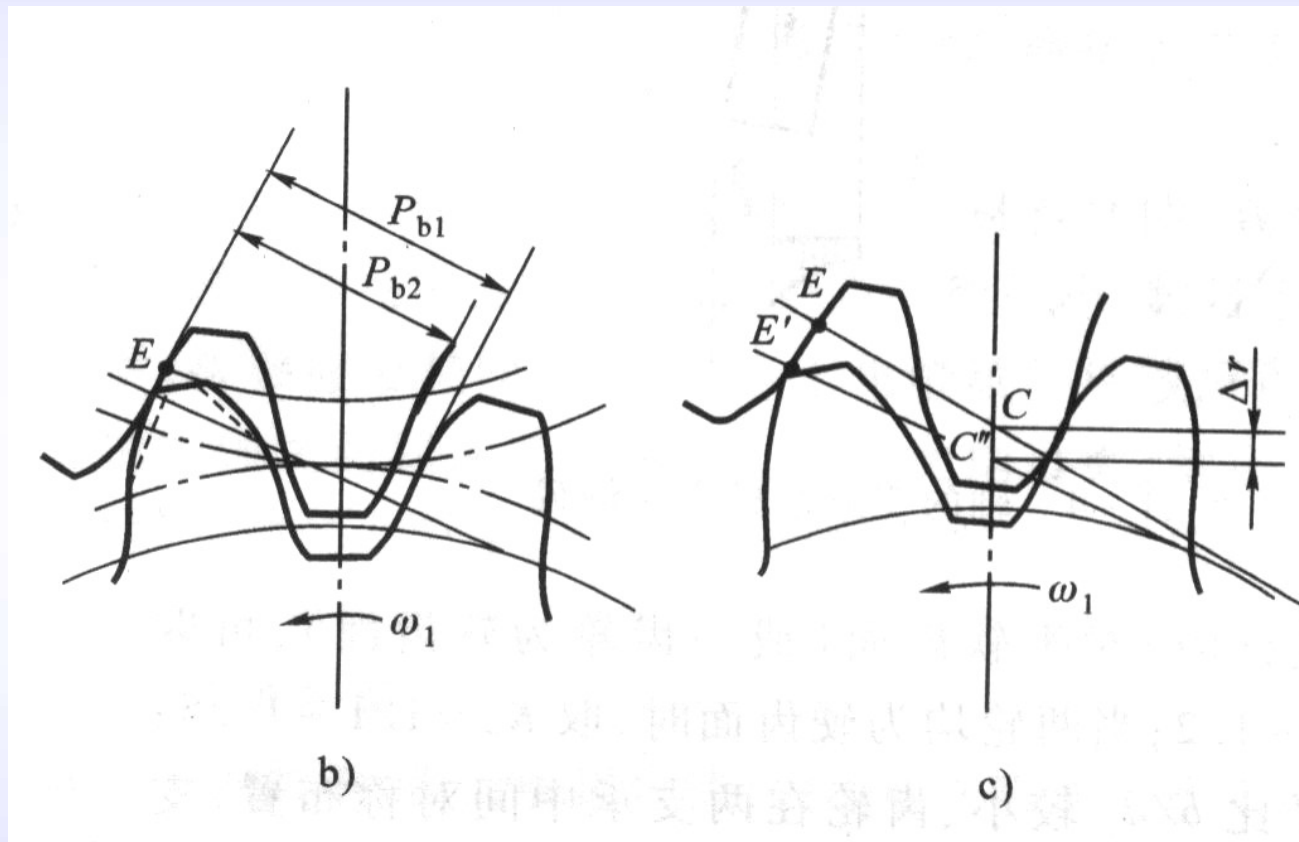
$$p_{b1} < p_{b2}$$

第二对轮齿在尚未进入啮合区时就提前在点A'开始啮合，使瞬时速比发生变化而产生冲击和动载荷。传动比

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2 - \Delta r}{r_1 + \Delta r}$$



同理分析：当 $p_{b1} > p_{b2}$ 时



$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2 + \Delta r}{r_1 - \Delta r}$$

传动比变化 \longrightarrow 速度波动 \longrightarrow 震动和冲击

齿轮速度越高，精度越低，齿轮动载荷越大。

直齿圆柱齿轮： $K_v=1.05\sim1.4$ ；

斜齿圆柱齿轮： $K_v=1.02\sim1.2$ 。

齿轮精度低、速度高时，取大值；反之，取小值。

措施：

(1) 提高齿轮的制造精度

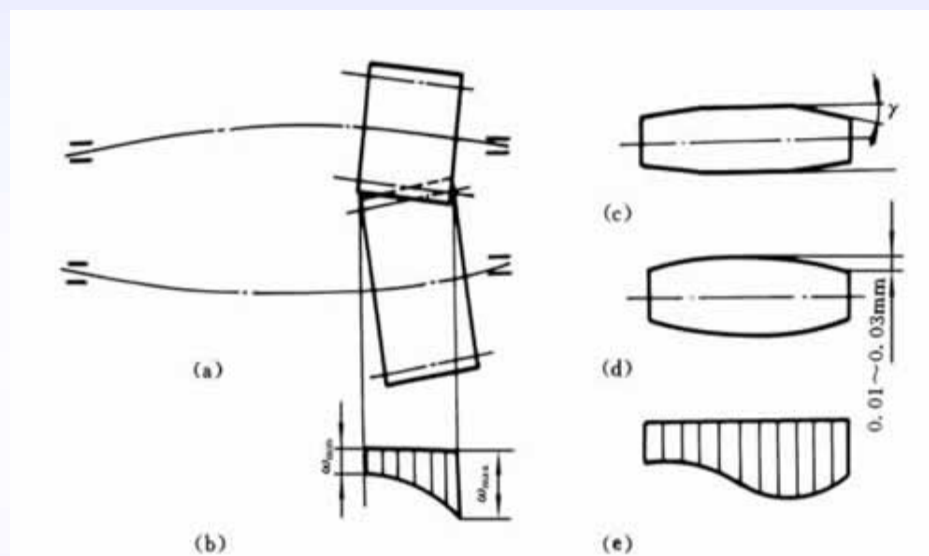
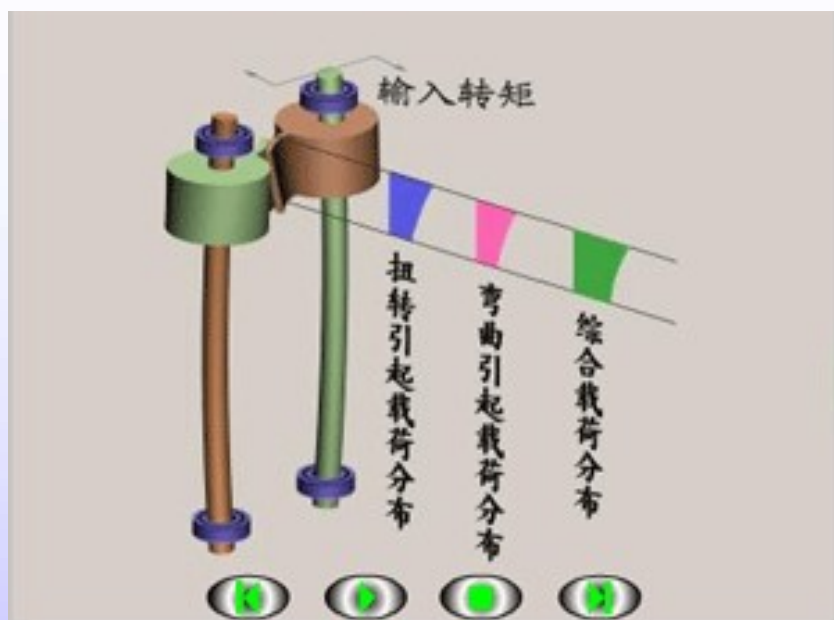
(2) 对齿轮进行适当的齿顶修形(如图，将齿顶按虚线所示切掉一部分)可达到降低动载荷的目的。

3、齿向载荷分布系数 K_β

用来考虑由于轴的变形和齿轮制造误差等引起载荷集中的影响

(1)轴的弯曲变形:

当齿轮相对轴承布置不对称时, 齿面上的载荷沿接触线分布不均匀



(2)轴的扭转变形

受转矩作用的轴也会产生载荷沿齿宽分布不均。且靠近转矩输入端一侧, 轮齿载荷最大

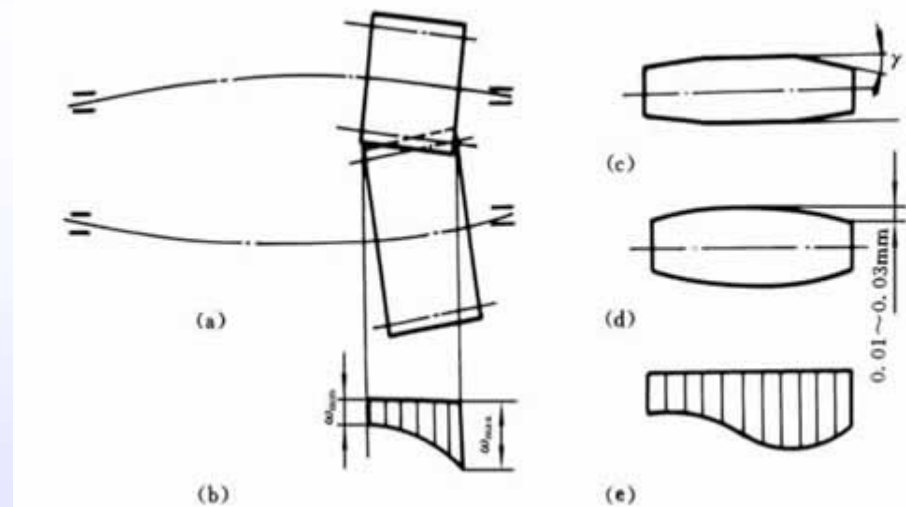
(3)制造、安装误差、齿面跑合性轴承及箱体的变形等对载荷集中均有影响

当两轮均为硬齿面时： $K_{\beta} = 1.1 \sim 1.35$ ；否则 $K_{\beta} = 1 \sim 1.2$
宽径比 b/d_1 较小、齿轮在轴承间对称布置、轴的刚性较大时，取小值；反之 K_{β} 取大值。

减小 K_{β} 的方法：

提高齿轮制造和安装精度

提高轴承和箱体的刚度、合理选择齿宽、把齿轮布置在远离转矩输入端的位置(上图示)、将齿侧沿齿宽方向进行修形或将齿面做成鼓形等，可降低轮齿上的载荷集中。



4、齿间载荷分配系数 K_α

齿轮啮合过程中，单对齿、双对齿交替参与啮合如右图示，在双对齿啮合区内，载荷在两对齿上的分布是不均匀的。主要是因为载荷作用点的位置在啮合线上是不断变化的，导致轮齿的刚度也不断的变化，刚度大者承担载荷也大，这样就造成了载荷在齿间分配是不均匀的。

直齿圆柱齿轮： $K_\alpha = 1 \sim 1.2$

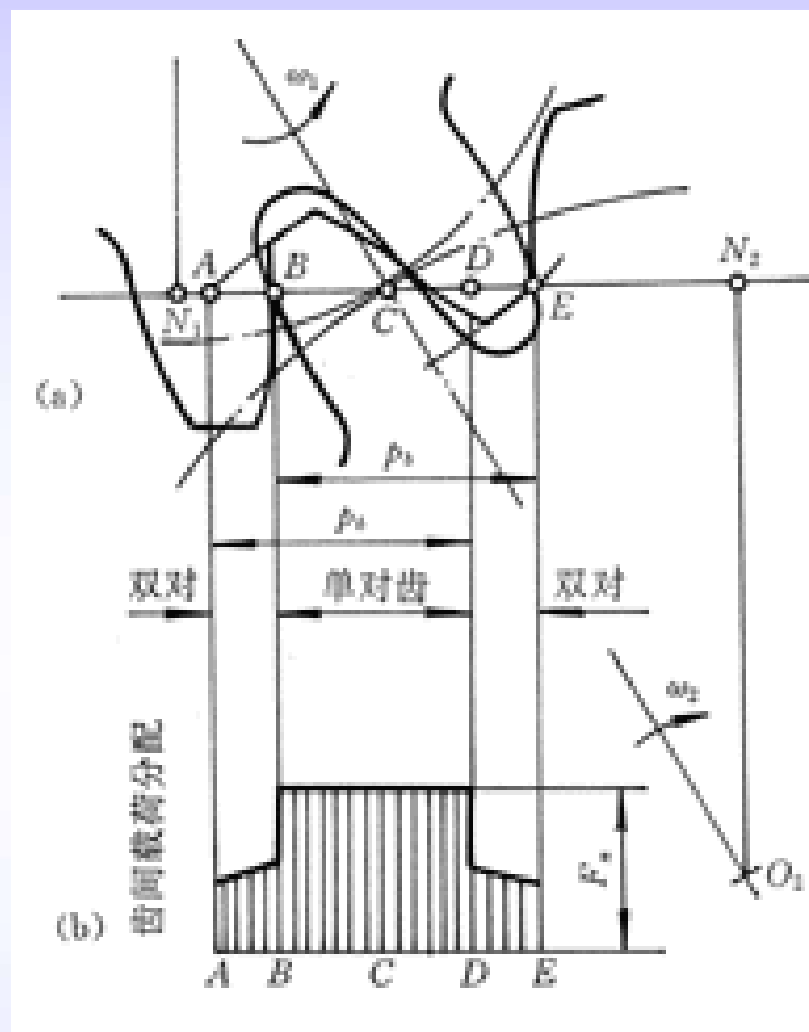
斜齿圆柱齿轮： $K_\alpha = 1 \sim 1.2$

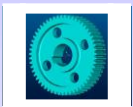
$K_\alpha = 1.2 \sim 1.4$

(齿轮精度>7级)

(齿轮精度<7级)

精度低、硬齿面时，取大值；反之取小值。

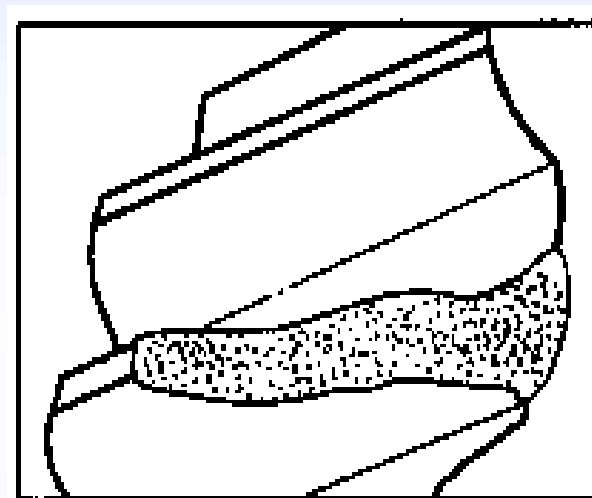
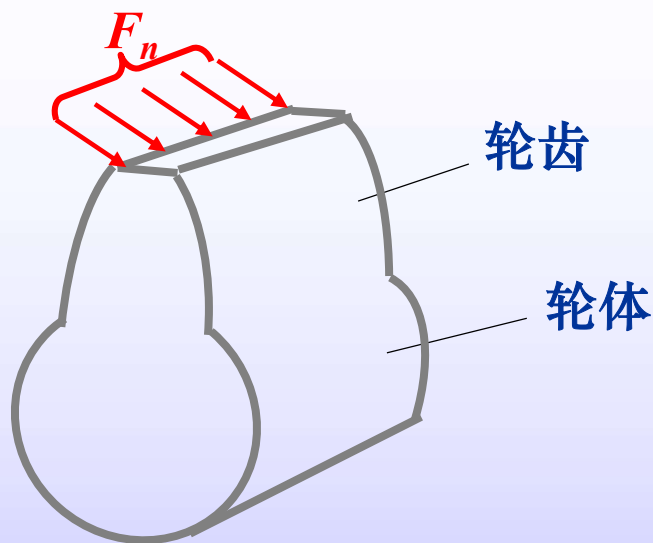




§ 2-2 齿轮传动的失效形式及计算准则

一. 齿轮传动的失效形式——指轮齿失效，轮齿主要失效形式有：

1. 轮齿折断——有过载折断（短时突然过载引起）、疲劳折断（循环弯应力作用引起）两种情况



断齿原因

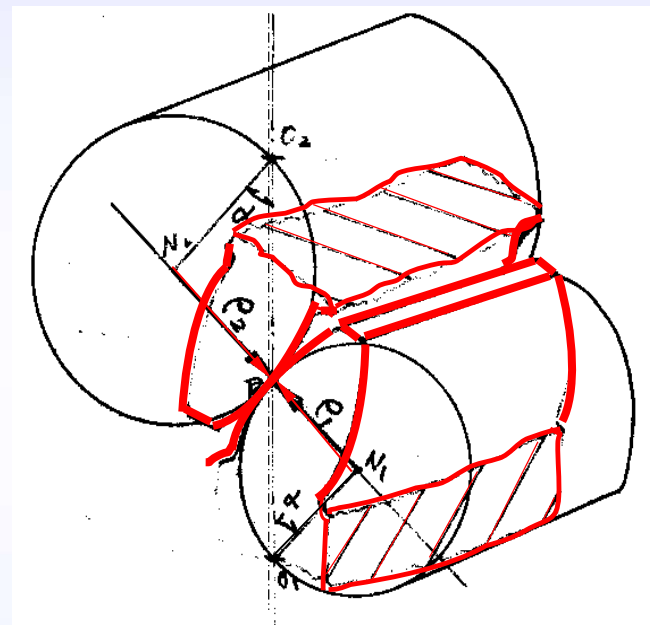
- 1) 齿根弯曲应力过大，即： $\sigma_F > \sigma_{FP}$ （许用弯曲应力）
- 2) 齿根有应力集中。
- 3) 过载折断：齿轮严重过载或受大冲击载荷作用

措施

- 1) 合理设计 $\sigma_F \leq \sigma_{FP}$ （许用弯曲应力）
- 2) 选用合适的材料和热处理方法，使齿根芯部有足够的韧性
- 3) 采用正变位齿轮
- 4) 对齿根处进行喷丸、辊压等强化处理工艺

齿轮传动的失效形式

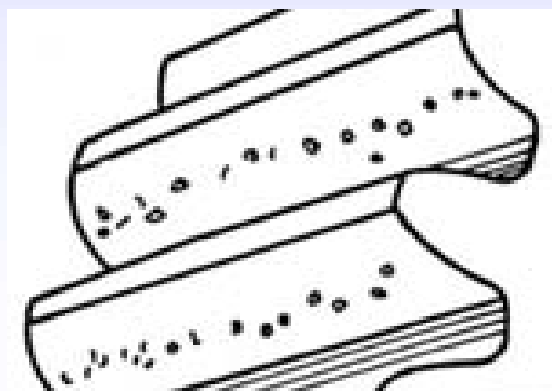
2. 齿面点蚀——齿面金属脱落而形成麻点状小坑，称为齿面疲劳点蚀。



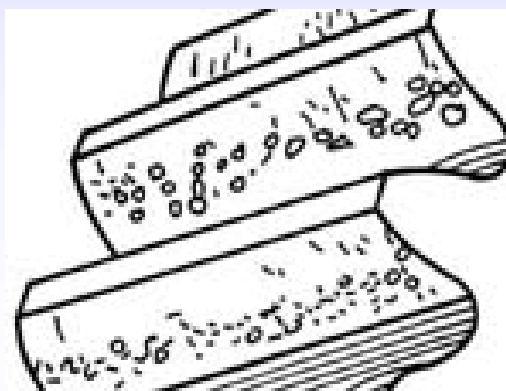
疲劳点蚀部位 ——一般多出现在节线附近的齿根表面上，然后再向其它部位扩展

产生原因 1) 节线处同时啮合齿对数少，接触应力大

产生原因 2) 节节点处齿廓相对滑动速度小, 油膜不易形成, 摩擦力大



早期点蚀



破坏性点蚀



点蚀实例

措施 :

- 1) 合理设计 $\sigma_H \leq \sigma_{HP}$ (许用接触应力)
- 2) 采用高黏度的油 (容易形成油膜)
- 3) 变位齿轮 (增大齿轮的综合曲率半径)

开式齿轮传动中, 齿面的点蚀还来不及出现或扩展就被磨去, 因此一般不会出现点蚀

齿轮传动的失效形式

3. 齿面磨损 — 轮齿接触表面上材料因摩擦而发生损耗的现象。

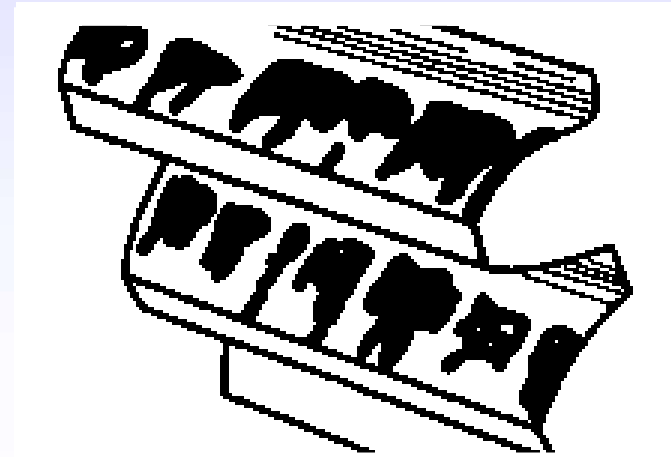
后果：

1 齿廓形状破坏，引起冲击、振动和噪声

2，且由于齿厚减薄而可能发生轮齿折断。

原因：

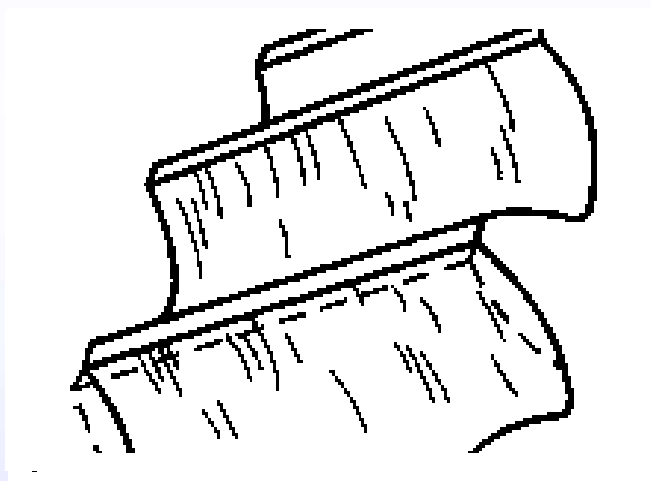
齿面间落入砂粒、铁屑、非金属物等磨料性物质时，发生磨料磨损



措施：

- 1) 闭式传动 改善密封和润滑条件
- 2) 保持油的清洁，定期换油，油中加入减摩添加剂
- 3) 提高齿面硬度

4. 齿面胶合



在一定的温度或压力作用下，发生粘着，随着齿面的相对运动，使金属从齿面上撕落而引起严重的粘着磨损现象

热胶合：在重载高速齿轮传动中，由于啮合处产生很大的摩擦热，导致局部温度过高，使齿面油膜破裂，产生两接触齿面金属融焊而粘着

冷胶合：在重载低速齿轮传动中，由于局部齿面啮合处压力很高，且速度低，不易形成油膜，使接触表面膜被刺破而粘着

措施：

- 1) 减小滑动系数 减小模数、降低齿高、采用角度变位齿轮
- 2) 采用抗胶合能力强的润滑油(极压油)
- 3) 提高齿面硬度

齿轮传动的失效形式

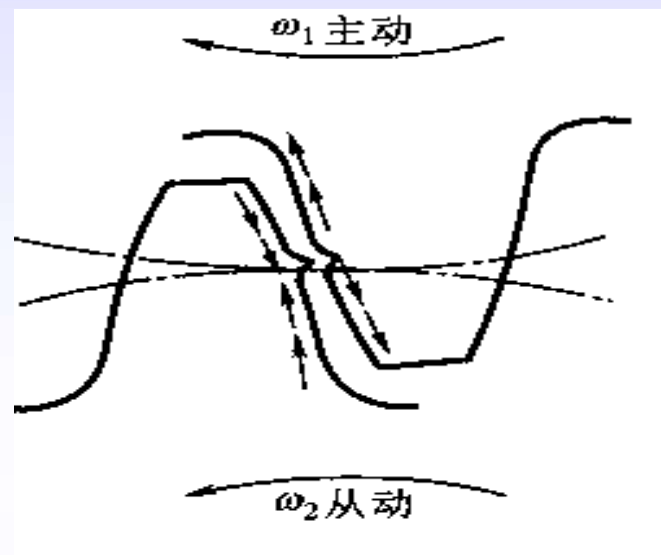
5. 齿面塑性变形 —— 轮齿材料因屈服产生塑性流动而形成齿面的塑性变形。其后果，使齿面失去正确的齿形，在齿面节线处产生凸棱。



主动
轮塑性
变形



从动
轮塑性
变形



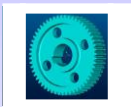
原因：

轮齿材料较软，载荷及摩擦力又很大时，轮齿在啮合过程中，齿面表层材料就会沿着摩擦力的方向产生塑性变形



措施：

- 1) 提高齿面硬度，
- 2) 采用粘度高的润滑，减少摩擦力



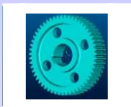
§ 2-2 齿轮传动的失效形式及计算准则

二. 齿轮传动的计算准则

闭式齿轮传动，当一对齿轮或一轮齿为软齿面时，轮齿的主要损伤形式是齿面疲劳点蚀，也可能发生轮齿折断及其他失效形式，故应按接触疲劳强度的设计公式确定主要尺寸，然后校核弯曲疲劳强度。

若一对齿轮均为硬齿面时，轮齿的主要失效形式可能是轮齿折断，也可能发生点蚀、胶合等失效，则应按弯曲疲劳强度的设计公式确定模数，然后校核接触疲劳强度。

开式齿轮传动，其主要失效形式是齿面磨损，但往往又因轮齿磨薄后而发生折断，故仍按轮齿齿根弯曲疲劳强度设计，但适当降低（20%）许用应力以考虑磨损的影响。



§ 2-3 齿轮材料、热处理及许用应力

一. 对齿轮材料的基本要求

轮齿齿面— 有足够的硬度和耐磨性，有利于提高齿面抗点蚀、胶合、磨损及塑性变形的能力；

轮齿芯部— 有足够的抗弯曲强度及冲击韧性；
齿轮加工及热处理性能好；

二. 常用材料

锻钢

中碳钢 — 45、50钢...

中碳合金钢 — 40 Cr、35 SiMn

低碳合金钢 — 20 Cr、20 SiMnTi

中小
尺寸
齿轮

铸钢

— ZG310-570、ZG340-640...用于尺寸大齿

铸铁

灰铸铁 — HT250、HT300 ...

球墨铸铁

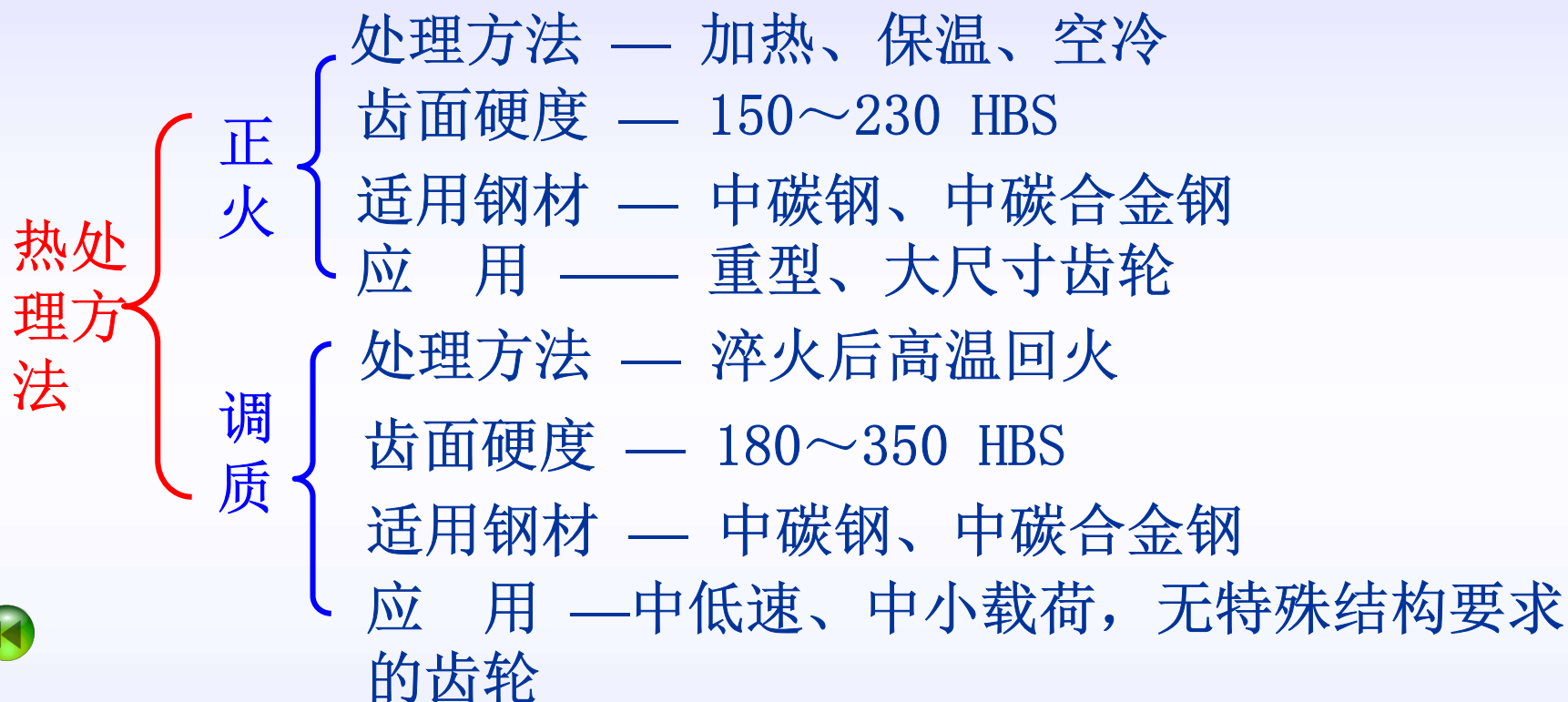
— QT500-5、QT600-2

低速轻载、尺寸要求不严的
开式齿轮

非金属材料 — 夹布胶 木、塑料...用于高速、小功率、精度不高或要求低噪声的齿轮

三. 齿轮的热处理方法

1. 软齿面齿轮（硬度 $\leq 350\text{HBS}$ ）



特点 — 可在热处理后进行切齿

注意事项 — 当一对齿轮均为软齿面齿轮时，由于小齿轮的啮合次数较大，所以小齿轮的齿面硬度一般应比大齿轮高 $30\sim 50\text{HBS}$ 。

齿轮的热处理方法

2. 硬齿面齿轮（硬度>350HBS）

热处理方法

表面淬火

处理方法 — 调质后，表面加热（高频或火焰），水冷

硬度

齿面 — 40~45 HRC

芯部 — 调质硬度

适用钢材 — 中碳钢、中碳合金钢

应用 — 高速、重载，要求结构紧凑的齿轮，如变速箱齿轮

特点 — 热处理后齿面将产生变形，一般都需要经过磨齿

渗碳淬火

处理方法 — 表面渗碳后，淬火（高频或火焰加热，水冷）

硬度

齿面 — 58~62 HRC

芯部 — 低碳钢本身的硬度（低硬度）

适用钢材 — 低碳钢、低碳合金钢

应用 — 高速重载，有很大冲击齿轮，如汽车拖拉齿轮

特点 — 热处理后齿面将产生变形，一般都需要磨齿



齿轮的热处理方法

渗 氮

处理方法 — 用化学方法对齿面渗氮

齿面硬度 — 大于850 HV

适用钢材 — 38CrMoAlA

特点及应用 — 热处理变形小，用于齿面硬度要求高，而又不便磨齿的 齿轮，如内齿轮



四. 许用应力

1) 许用弯曲应力 σ_{FP} —
$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{ST}}{S_{Fmin}} Y_N$$

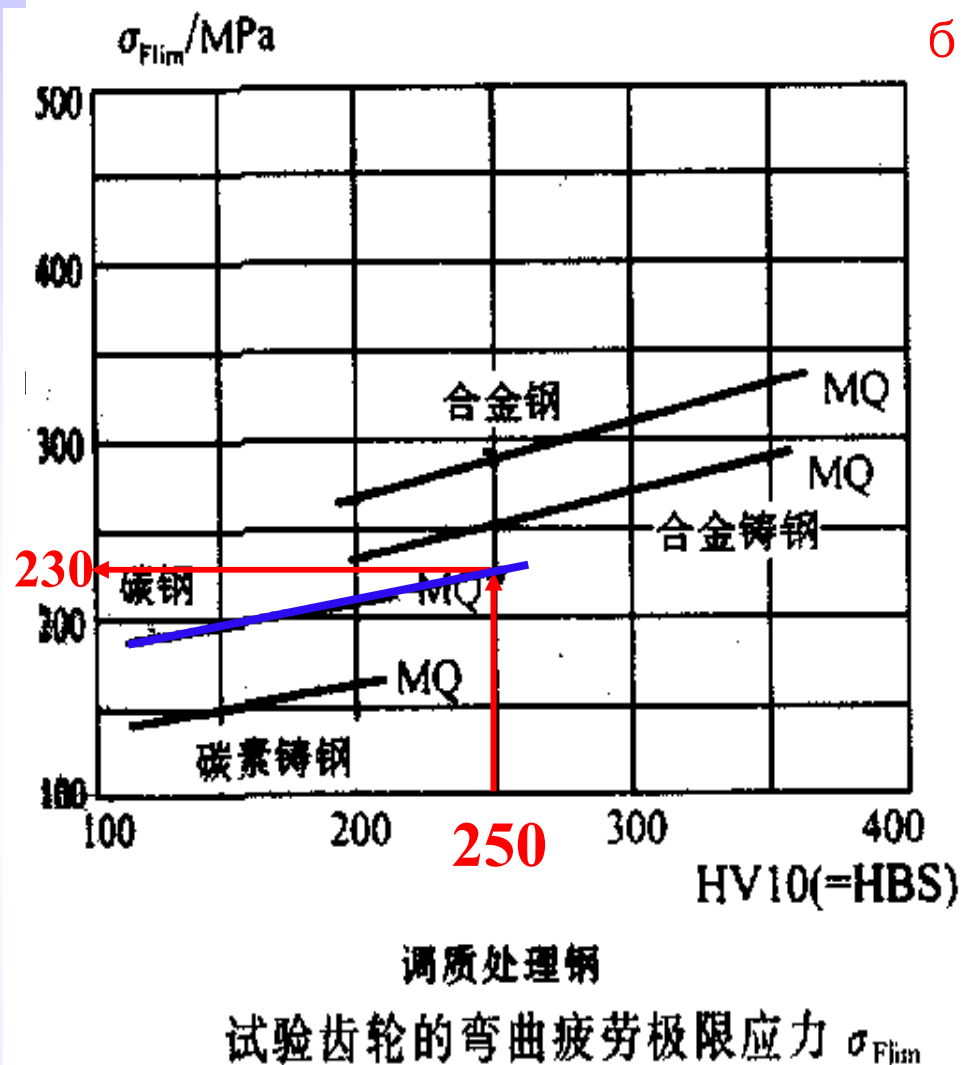
式中:

σ_{Flim} — 试验齿轮齿根的弯曲疲劳极限, 查图2—12;

Y_{ST} — 试验齿轮的应力修正系数, 本书采用国家标准给定的 σ_{Flim} 值计算时, $Y_{ST} = 2$;

S_{Fmin} — 弯曲强度的最小安全系数。一般传动取 $S_{Fmin} = 1.3$ — 1.5; 重要传动取 $S_{Fmin} = 1.6 - 3.0$

Y_N — 弯曲疲劳强度计算的寿命系数, 一般取 $Y_N = 1$ 。当考虑齿轮工作在有限寿命时, 弯曲疲劳许用应力可以提高的系数, 查图2-15;

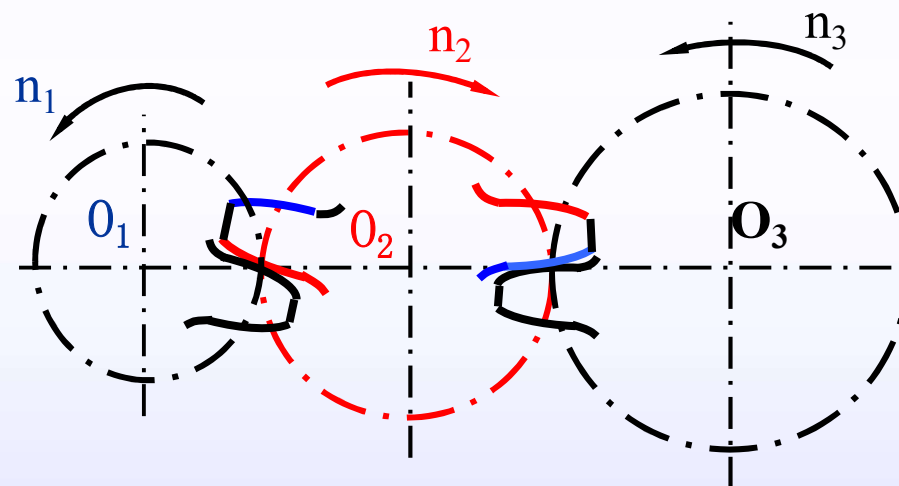


3. 对于开式齿轮传动，用降低20%左右的许用弯曲应力来考虑磨损的影响。



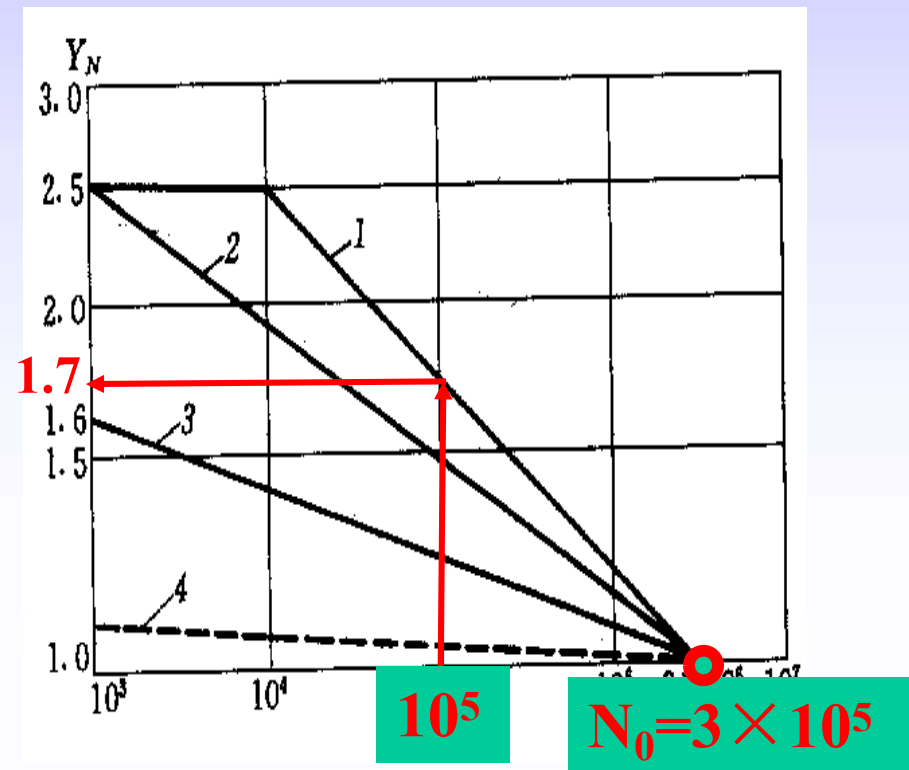
6 σ_{Flim} 取值说明:

1. 图中给出的 σ_{Flim} ，是齿轮材质及热处理质量达到中等要求时的中限（MQ）。
2. 对双向传动齿轮，即在对称循环变应力下工作的齿轮（如行星齿轮、中间齿轮等），其值应将图示值乘以系0.7。



齿根弯应力
循环特性

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{\sigma_{F1}} = 0 \\ \gamma_{\sigma_{F2}} = -1 \\ \gamma_{\sigma_{F3}} = 0 \end{array} \right.$$



弯曲强度计算的寿命系数 Y_N

- 1—碳钢经正火、调质,球墨铸铁;
- 2—碳钢经表面淬火、渗碳淬火;
- 3—氮化钢气体氮化,灰铸铁;
- 4—碳钢调质后液体氮化

2) 齿面许用接触应力 σ_{HP} —
$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_{Hmin}} Z_N Z_W$$

式中： σ_{Hlim} ——试验齿轮的接触疲劳极限；图2-14

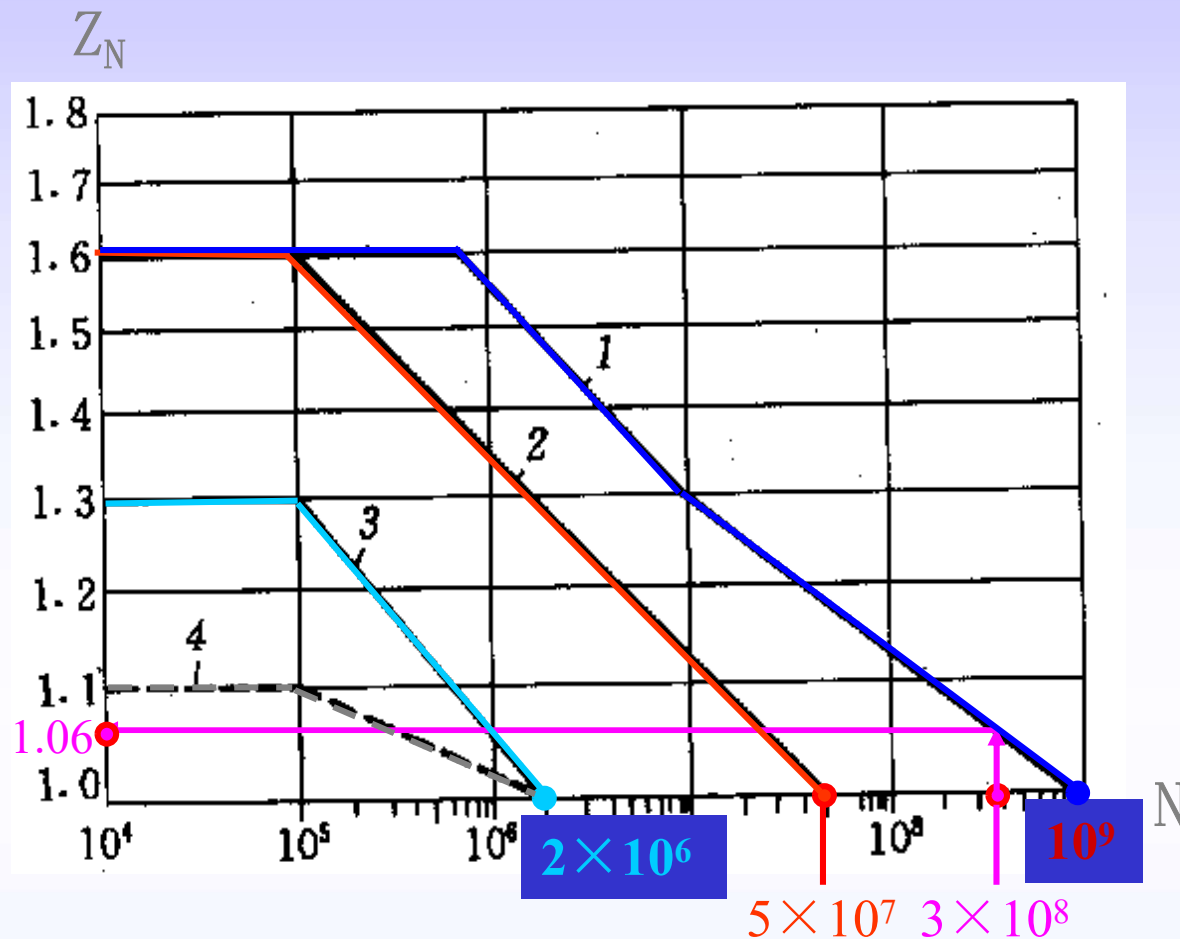
S_{hmin} ——接触强度的最小安全系数，

一般传动取 $S_{Hmin}=1.0\sim1.2$ ，重要传动取 $S_{Hmin}=1.3\sim1.6$ ；

Z_N ——接触疲劳强度计算的寿命系数，一般 $Z_N=1$ ，当考虑齿轮只要求有限寿命时，接触疲劳许用应力可以提高的系数图2-16；

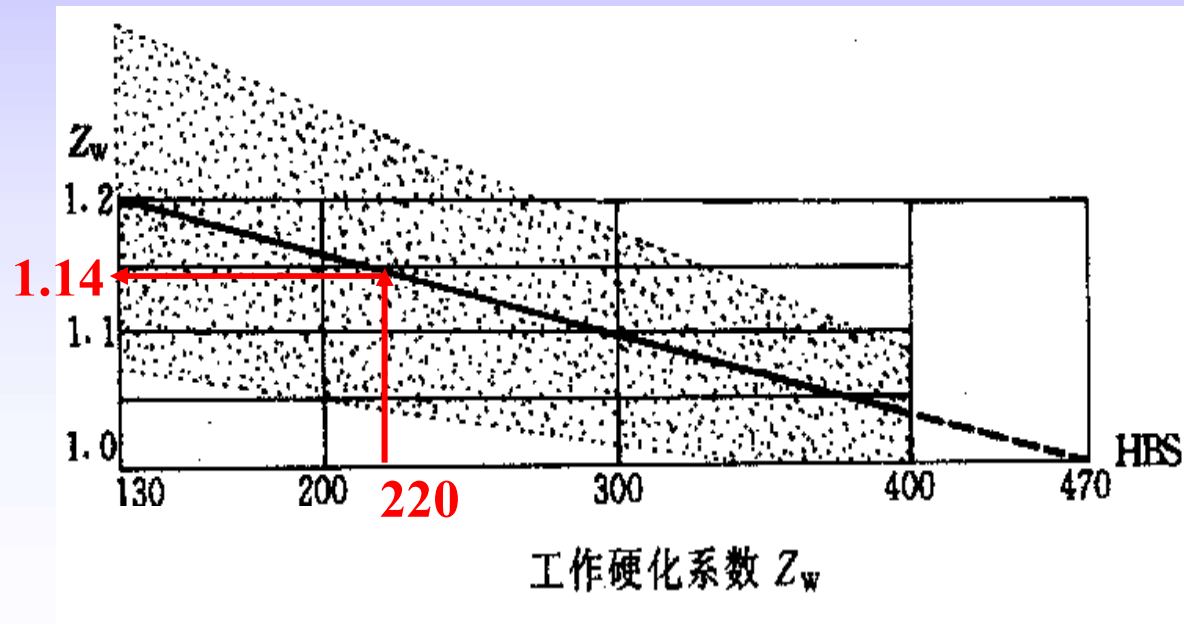
Z_W ——工作硬化系数，它是用以考虑经磨齿的硬齿面小齿轮与调质钢大齿轮相啮合时，对大齿轮齿面产生冷作硬化的作用，从而使大齿轮的 σ_{Hlim} 得到提高的系数，大齿轮的 Z_W 由图2-17查取，小齿轮的 Z_W 应略去，当两轮均为硬齿面或软齿面时， $Z_W=1$ 。





- 1—碳钢经正火、调质、表面淬火及渗碳淬火,球墨铸铁(允许一定的点蚀);
- 2—同1,不允许出现点蚀;
- 3—碳钢调质后气体氮化,氮化钢气体氮化,灰铸铁;
- 4—碳钢调质后液体氮化

接触强度计算的寿命系数 Z_N



当要求按有限寿命计算时，齿轮的循环次数 N 计算式为：

$$N = 60 n a t$$

n ——齿轮转速， r / \min ；

a ——齿轮每转一转时，轮齿同侧齿面啮合次数；

t ——齿轮总工作时间， h 。



§ 2-4 直齿圆柱齿轮传动的强度计算

一. 直齿圆柱齿轮轮齿强度计算

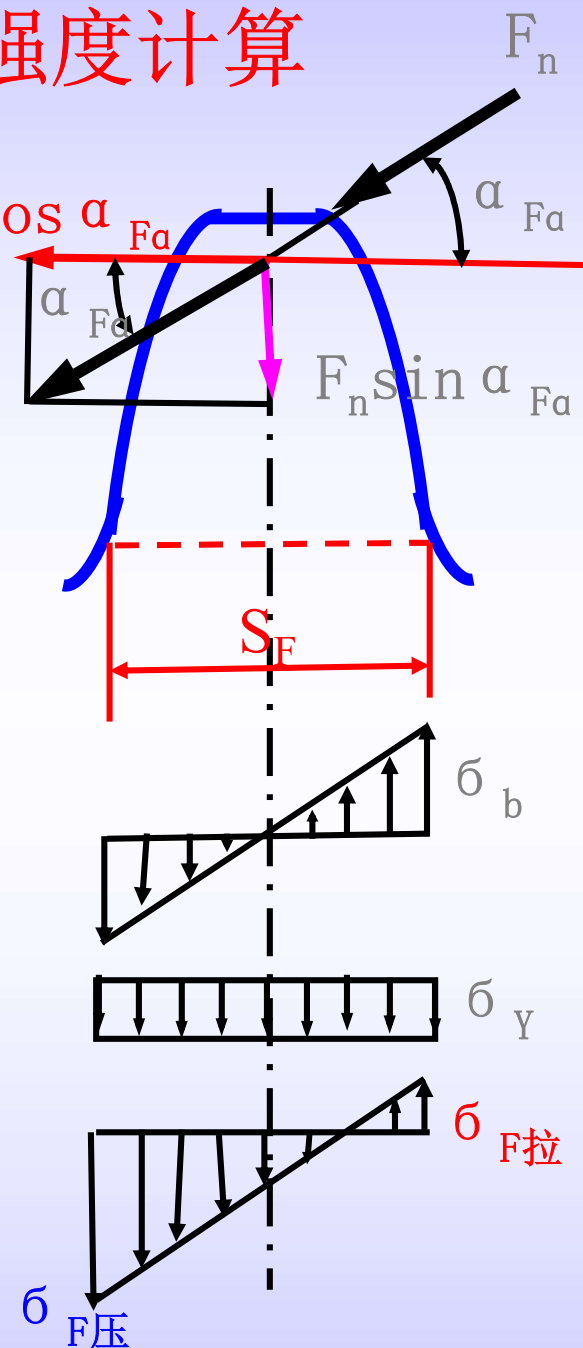
轮齿强度计算 { 齿根弯曲强度计算
齿面接触强度计算

一) 齿根弯曲强度计算

1. 轮齿受载时齿根应力状况

F_n 分解 { 水平分力: $F_n \cos \alpha_{Fa}$ — 使齿根产生弯应力 σ_b
垂直分力: $F_n \sin \alpha_{Fa}$ — 使齿根产生压应力 σ_Y

合成应力 { 受拉一侧—— $\sigma_F = \sigma_b - \sigma_Y$
受压一侧—— $\sigma_F = \sigma_b + \sigma_Y$



2. 齿根弯应力 σ_F 的计算

计算弯曲应力时，可将轮齿视为悬臂梁， σ_F 的计算以刘易斯(w. Lewis)公式

$$\sigma_F = \frac{M}{W} = \frac{F_n \cos \alpha_F h_F}{b S_F^2 / 6}$$

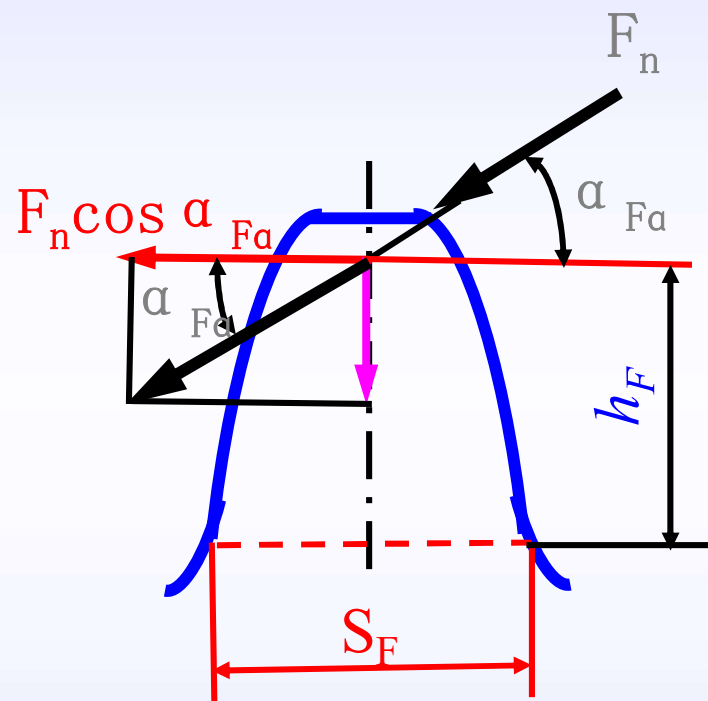
式中： b ——轮齿宽度，mm；

α_F ——法向载荷作用角；（不等于
齿顶压力角 α_a ）

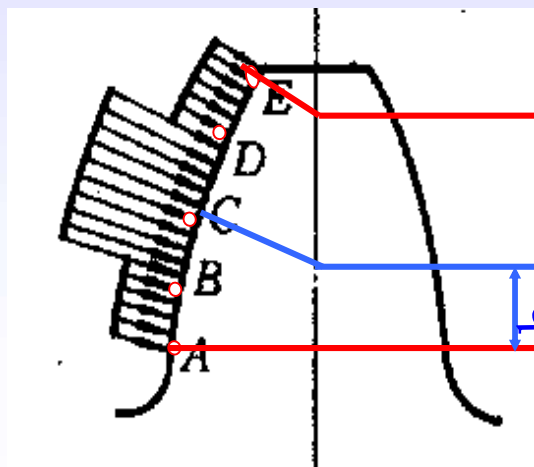
h_F ——载荷作用的弯曲力臂，mm；

S_F ——齿根危险截面的齿厚，mm。

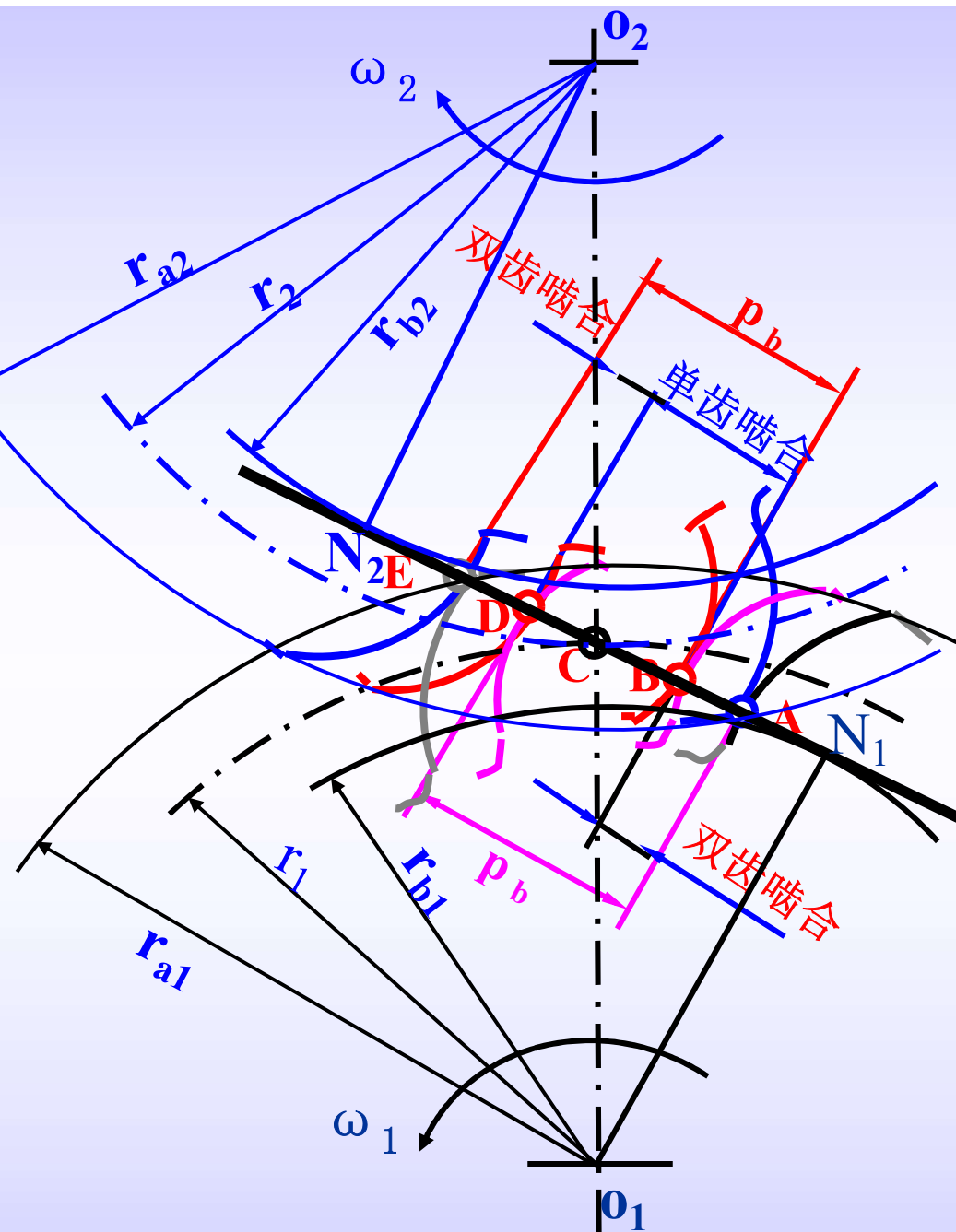
其中 α_F 、 h_F 与 F_n 在轮齿上作用点的位置有关， S_F 与齿根危险截面的位置有关，要计算 σ_F 必须确定载荷作用点的位置和齿根危险截面的位置。



1) 产生 M_{\max} 时, 载荷作用点的位置确定



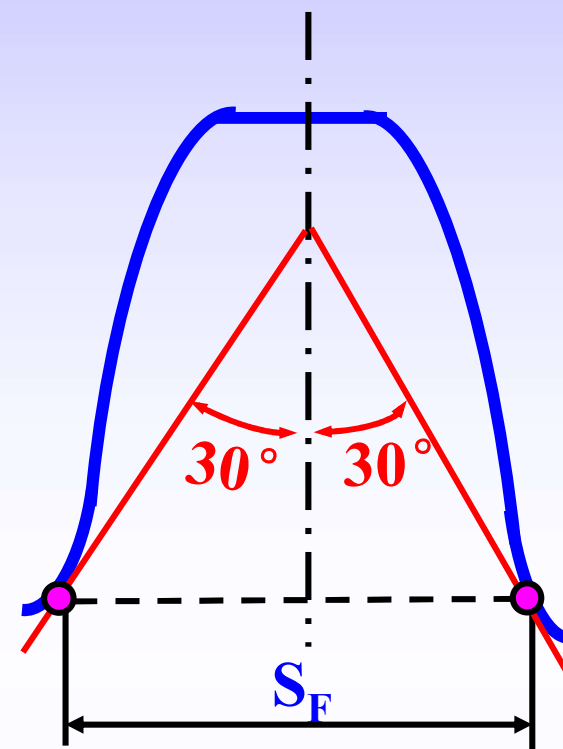
应以 M_{\max} 处 (如D点) 为 σ_F 的计算点, 但按此处计算比较复杂, 为简化计算, 对于一般精度的齿轮, 近似按 F_n 全部作用于齿顶且由一对轮齿承受来计算 σ_F 。



载荷作用点的位置

2) 轮齿齿根危险截面位置确定

通常用 30° 的切线法确定齿根危险截面的位置。作与轮齿对称线成 30° 角的两直线与齿根圆角过渡曲线相切，过两切点并平行于齿轮轴线的截面即为齿根的危险截面，其齿厚用 S_F 表示。



齿根危险截面

3) 齿根弯曲应力 σ_F 的计算公式

$$\sigma_F = \frac{M}{W} = \frac{F_n \cos \alpha_F h_F}{b S_F^2 / 6} = \frac{F_{t1} 6(h_F / m) \cos \alpha_F}{b m (s_F / m)^2 \cos \alpha}$$

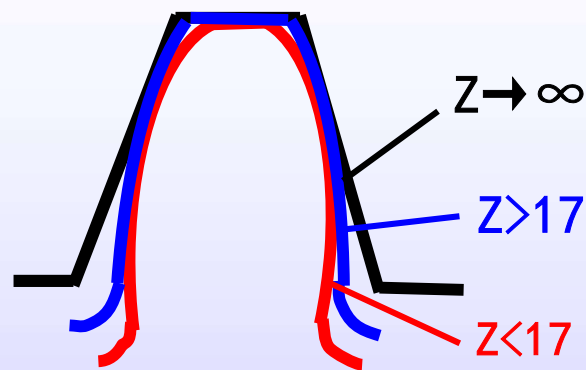
$$= \frac{F_{t1}}{b m} \left(\frac{6(h_F / m) \cos \alpha_F}{(s_F / m)^2 \cos \alpha} \right) = \frac{F_{t1}}{b m} (Y_{Fa})$$

式中： F_{t1} —— 作用于小齿轮上的圆周力；
 m —— 模数；

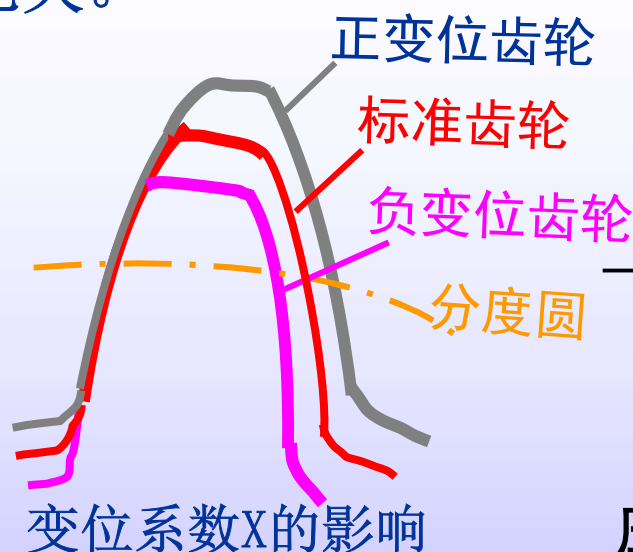
$$Y_{Fa} = \frac{6(h_F / m) \cos \alpha_F}{(s_F / m)^2 \cos \alpha}$$

为载荷作用于齿顶的齿形系数

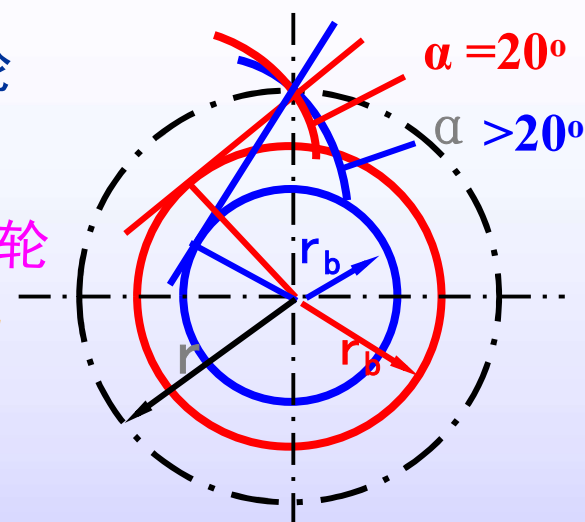
Y_{Fa} 是反映轮齿齿形（几何形状）抗弯曲能力的系数， Y_{fa} 愈小，轮齿的弯曲强度愈高。 Y_{Fa} 只与影响轮齿几何形状的参数（齿数 Z 、压力角 α 、变位系数 X 、齿顶高系数 h_a^* 有关），而与齿轮的模数 m 无关。



齿数对齿形影响



变位系数X的影响



压力角对轮齿齿廓影响

3. 齿根弯曲强度计算

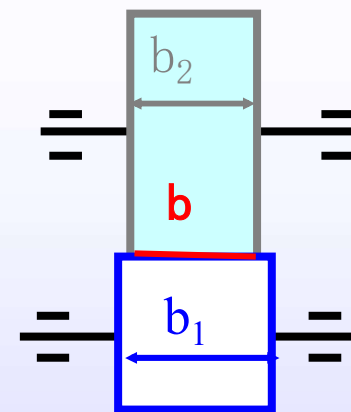
1) 强度校核计算——齿轮参数已知，校核齿轮的工作能力考虑压应力、切应力和应力集中等对 σ_F 的影响，引入重合度系数 Y_ε 及载荷作用于齿顶时的应力修正系数 Y_{sa} ，并令 $Y_{FS} = Y_{Fa} Y_{sa}$ 。并代入 $F_{t1c} = 2000 KT_1/d_1$ 和 $d_1 = mz_1$

则可得齿根弯曲强度校核式：

$$\sigma_F = \frac{2000 KT_1}{bmd_1} Y_{Fa} Y_{Sa} = \frac{2000 KT_1}{bm^2 Z_1} Y_{FS} \leq \sigma_{FP}$$

式中： **K** —— 载荷系数

b —— 两轮的有效接触齿宽



Y_{Fs} —— 为载荷作用于齿顶时的复合齿形系数，由图2—18查取

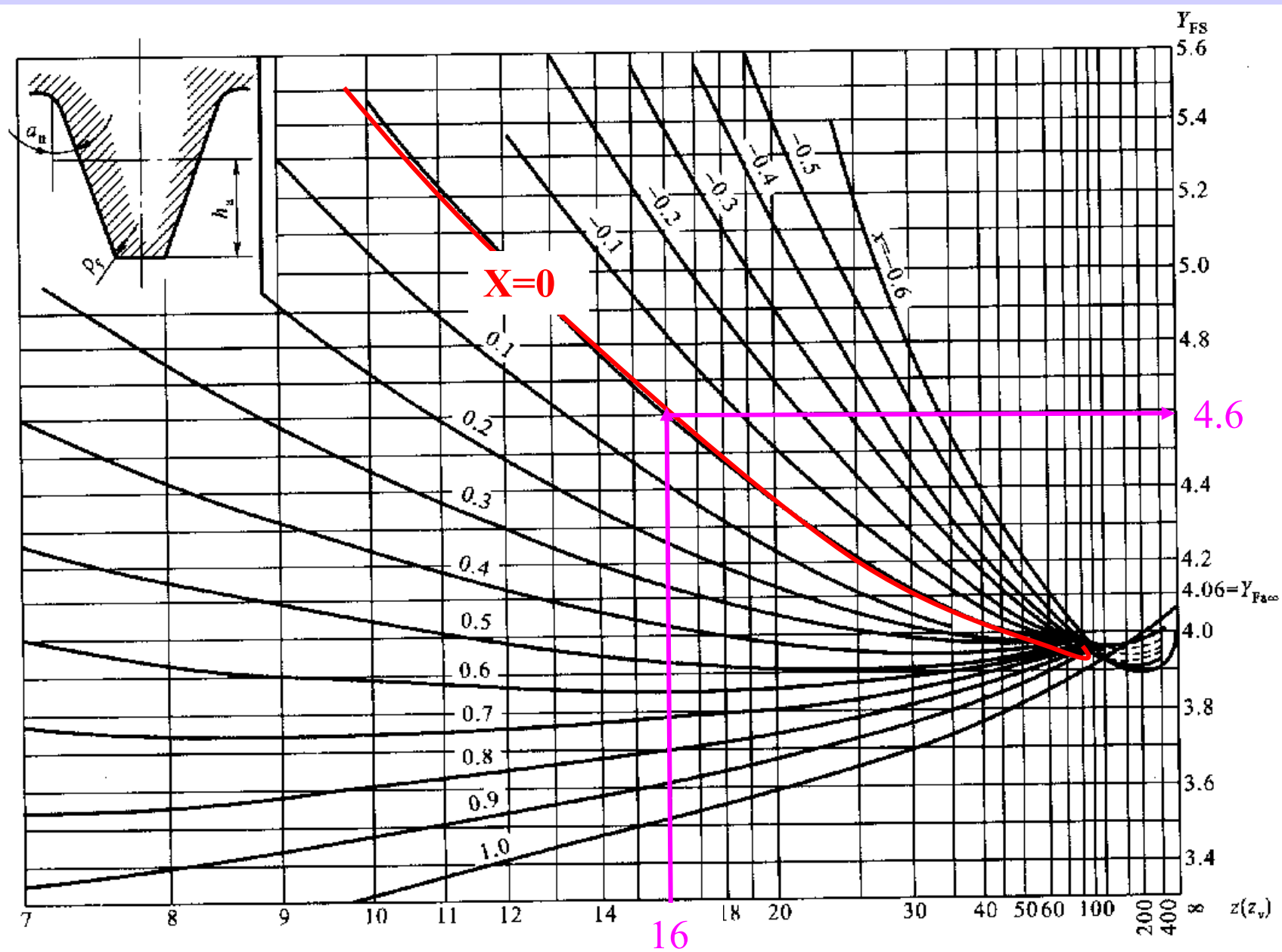


图2-19 外齿轮的复合齿形系数 Y_{FS}



注意：通常两啮合齿轮材料的 σ_{FP1} 和 σ_{FP2} 不同，复合齿形系数 Y_{FS1} 和 Y_{FS2} 也不相同，故应**分别校核两啮合齿轮的齿根弯曲疲劳强度**。即：

$$\sigma_{F1} = \frac{2000 KT_1}{bm^2 Z_1} Y_{FS1} \leq \sigma_{FP1}$$

$$\sigma_{F2} = \frac{2000 KT_1}{bm^2 Z_1} Y_{FS2} = \sigma_{F1} \frac{Y_{FS2}}{Y_{FS1}} \leq \sigma_{FP2}$$

2) 设计计算——根据齿轮工作能力决定齿轮参数（模数m）

方法：取齿宽系数 $\psi_d = b/d_1$ ，代入上式可得**设计公式**

$$m_c \geq \sqrt[3]{\frac{2000KT_1}{\psi_d Z_1^2} \left(\frac{Y_{FS}}{\sigma_{FP}} \right)} \quad \text{mm} \quad \text{或者} \quad m_c \geq 12.6 \sqrt[3]{\frac{KT_1}{\psi_d Z_1^2} \left(\frac{Y_{FS}}{\sigma_{FP}} \right)} \quad \text{mm}$$



$$m_c \geq 12.6 \sqrt[3]{\frac{KT_1}{\psi_d z_1^2} Y_\varepsilon \left(\frac{Y_{FS}}{\sigma_{FP}} \right)} \quad \text{mm}$$

设计计算公式使用说明：

- 1) 设计式中 $Y_{FS}/\sigma_{FP} = \max(Y_{FS1}/\sigma_{FP1} \text{ 与 } Y_{FS2}/\sigma_{FP2})$ ，因比值大的齿轮齿根弯曲疲劳强度较弱，
- 2) 对于开式齿轮传动，只按弯曲疲劳强度设计，但考虑到齿面磨损的影响，将求得的模数增大10%-15%，再圆整为标准模数，或将许用应力降低20%。

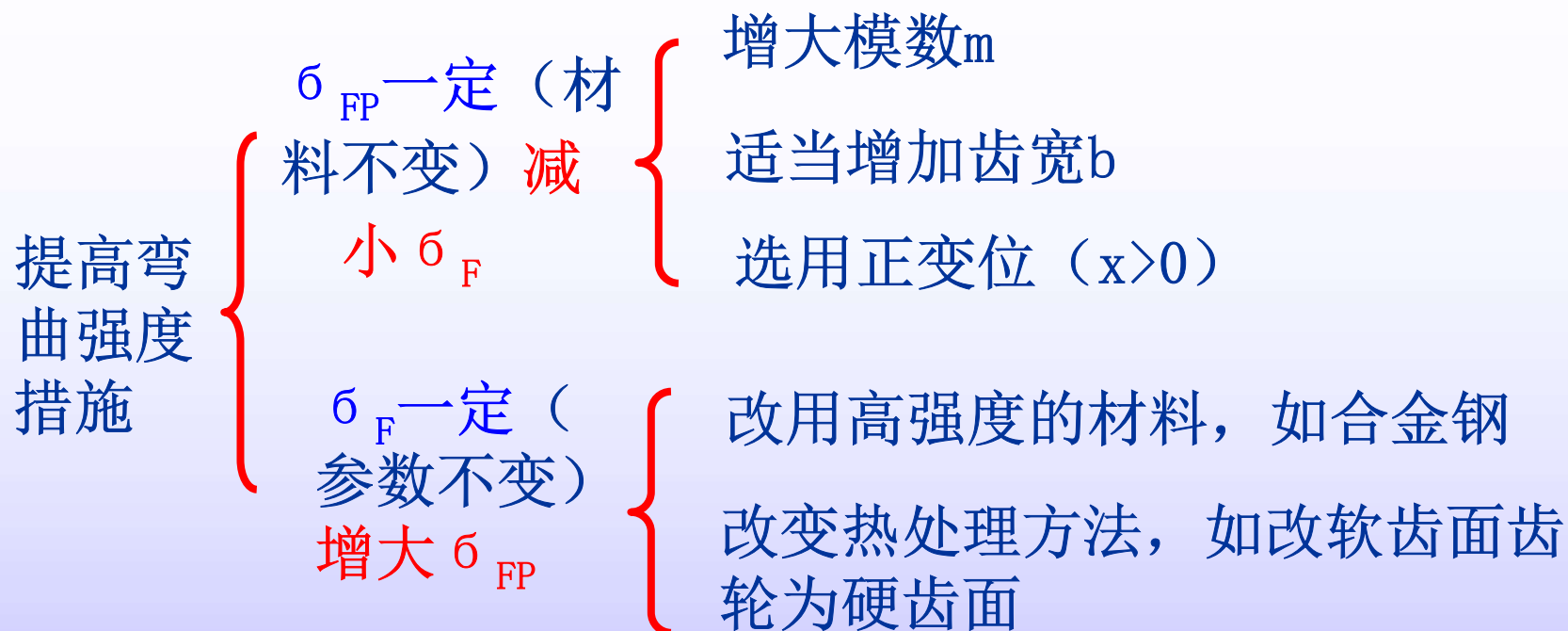
计算步骤：选择齿轮材料及热处理方法 → 选择齿数 Z_1 、齿宽系数 ψ_d → 计算 m_c → 圆为标准模数 m



4. 提高轮齿弯曲疲劳强度的主要措施

强度条件： $\sigma_F \leq \sigma_{FP}$ ，若出现 $\sigma_F \geq \sigma_{FP}$ 的情况，则必需采取措施来提高其齿根弯曲强度。

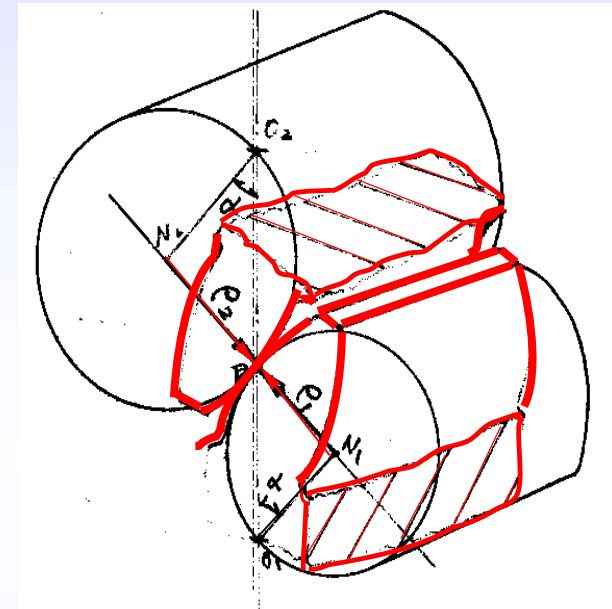
$$\sigma_F = \frac{2000 KT_1}{bmd_1} Y_{Fa} Y_{Sa} = \frac{2000 KT_1}{bm^2 Z_1} Y_{FS} \leq \sigma_{FP}$$



二) 直齿圆柱齿轮轮面接触疲劳强度计算

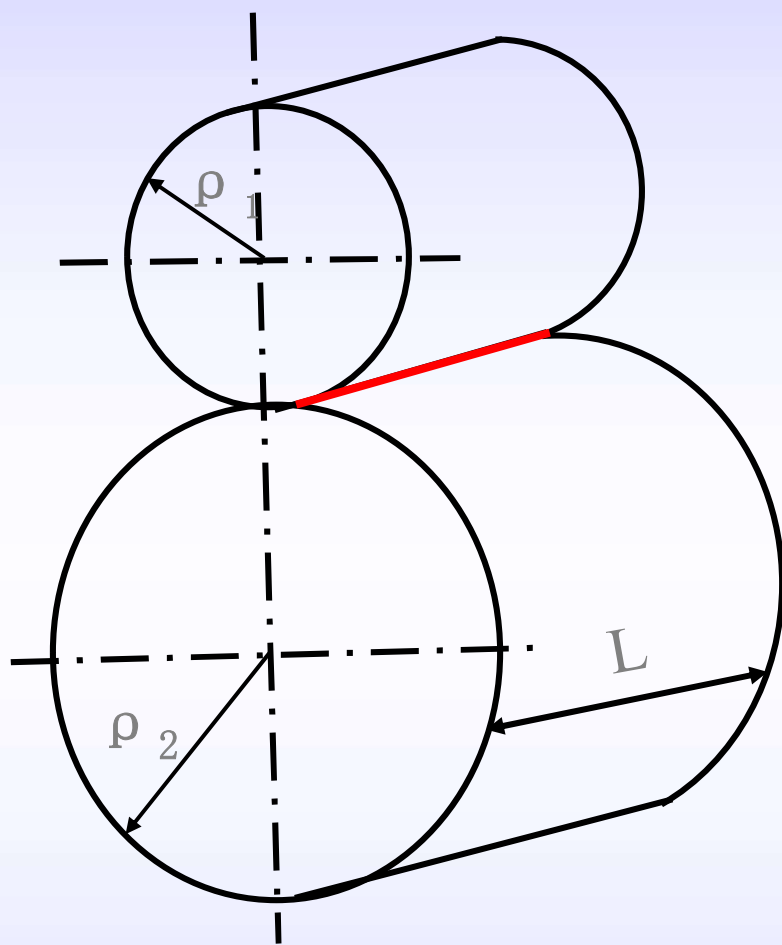
齿轮传动是线接触的高副机构，受载时接触线变成狭小的接触面，其上产生局部压应力，称为表面接触应力，用 σ_H 表示。齿轮在交变接触应力作用下，轮齿表面产生疲劳点蚀，要避免点蚀，则应使

$$\sigma_H \leq \sigma_{HP} \text{ (许用接触应力)}$$

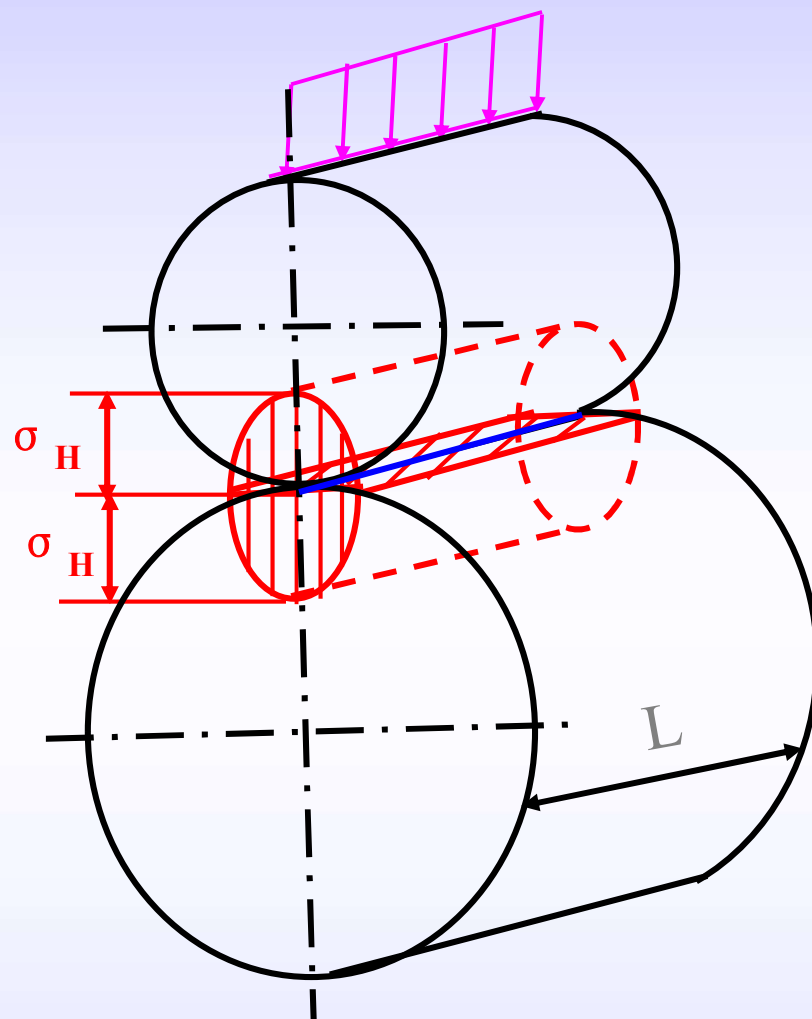


1. 齿面接触应力 σ_H 计算

- 1) σ_H 计算依据——两弹性圆柱体接触应力公式（赫兹 (H. Hertz) 公式）



未受载荷为接触线



受载荷时变为狭窄接触面

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \right)}} \sqrt{\frac{F_n}{L} \frac{1}{\rho_\Sigma}} = Z_E \sqrt{\frac{F_n}{L} \frac{1}{\rho_\Sigma}}$$

式中： F_n ——作用于两圆柱体上的法向力，N；

L ——两圆柱体接触长度，mm；

E_1 、 E_2 ——两圆柱体材料的弹性模量；

μ_1 、 μ_2 ——两圆柱体材料的泊松比。

Z_E —材料的弹性系数，弹性系数用以考虑材料弹性模量 E 和泊松比 μ 对赫兹应力的影响， Z_E 值列于表2-3中。

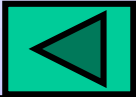
ρ_Σ ——综合曲率半径， $\rho_\Sigma = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 \pm \rho_2}$ ，其中 ρ_1 、 ρ_2 分别为两圆柱体的曲率半径，mm，“+”号用于外啮合，“-”号用于内啮合；

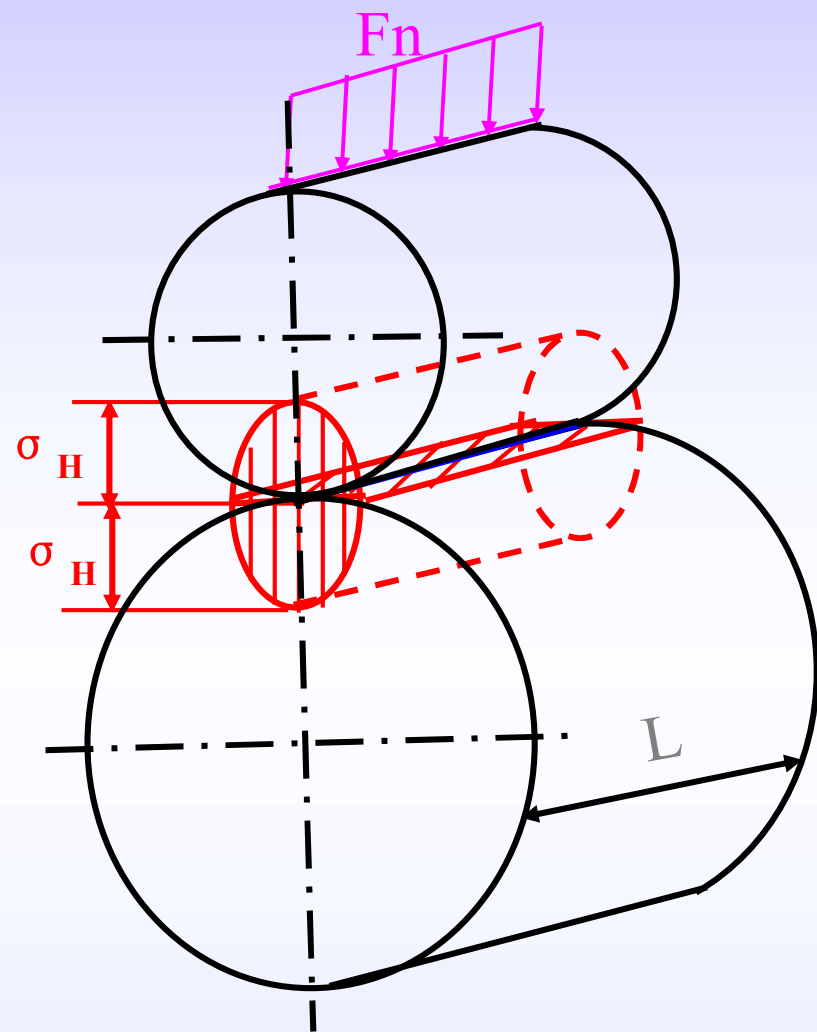


表2-3

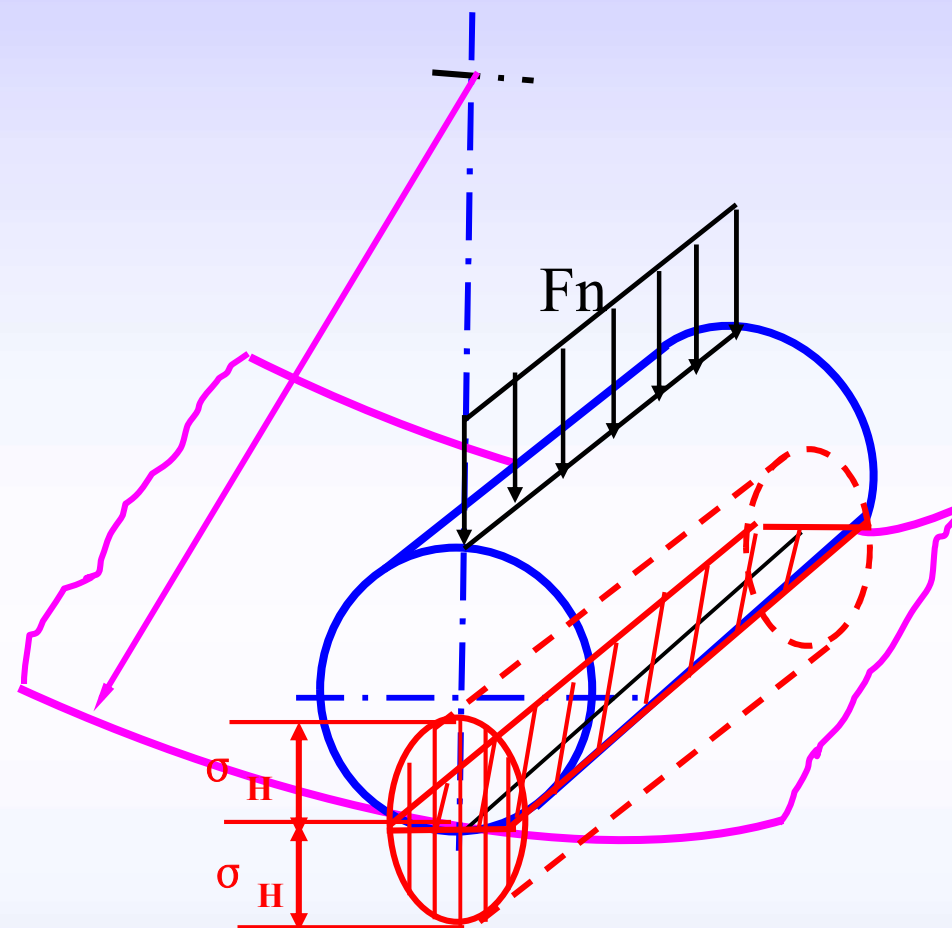
弹性系数

$\sqrt{\text{MPa}}$

齿轮材料	配对齿轮材料				
	弹性模量 E/MPa				
	灰铸铁	球墨铸铁	铸 钢	锻 钢	夹布塑胶
锻 钢	11.8×10^4	17.3×10^4	20.6×10^4 188.9	20.6×10^4 189.8	0.875×10^4
锻 钢	162.0	181.4	188.9	189.8	56.4
铸 钢	161.4	180.5	188.0	—	—
球墨铸铁	156.6	173.9	—	—	—
灰铸铁	143.7	—	—	—	



a) 外接触



b) 内接触

计算点：一般按节点C处的接触应力进行条件性计算。

圆柱体的长度 $L =$ 齿轮的齿宽 b

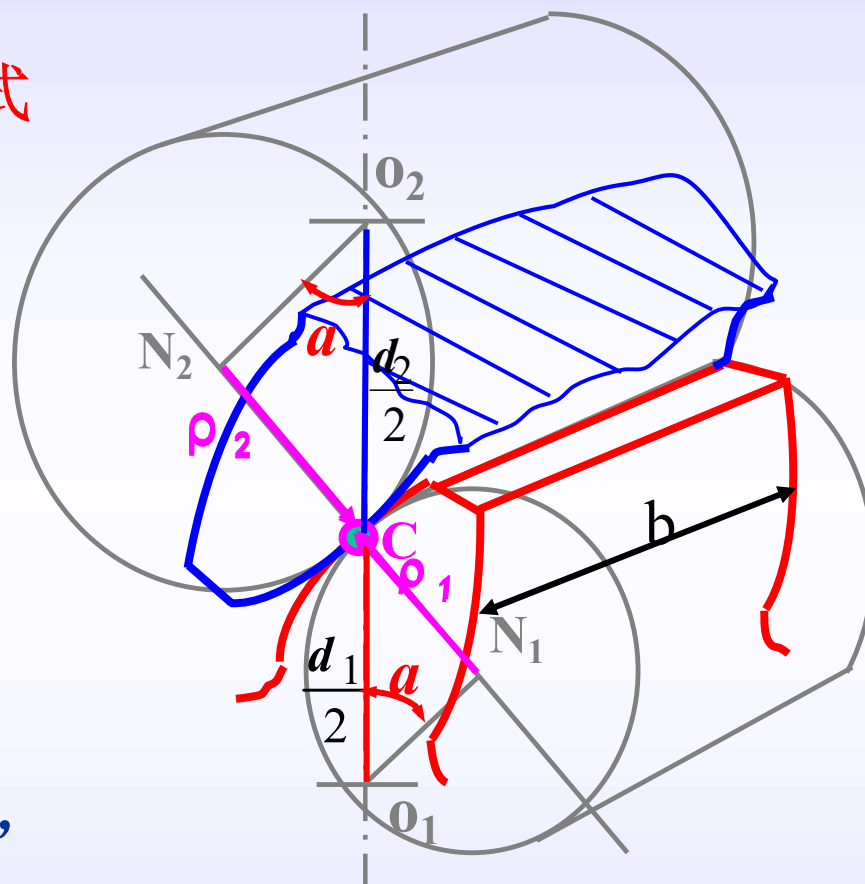
3) 齿轮齿面接触应力 σ_H 计算公式

当两标准齿轮标准安装 ($a' = a$) 时，两轮齿廓在节点C处的曲率半径分别为：

$$\rho_1 = \frac{d_1}{2} \sin a \quad \rho_2 = \frac{d_2}{2} \sin a$$

设两齿的齿数比 $u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1}$,

则 $\frac{1}{\rho_\Sigma} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} = \frac{2}{d_1 \sin \alpha} \cdot \frac{u \pm 1}{u}$



将 $L=b$ （齿宽）， $F_n = F_{nC} = KF_{t1}/\cos \alpha$ ， $\frac{1}{\rho_\Sigma} = \frac{2}{d_1 \sin \alpha} \cdot \frac{u \pm 1}{u}$
 代入 σ_H 算式中，并考虑重合度的影响，可得：

$$\sigma_H = Z_E Z_\varepsilon \sqrt{\frac{2}{\sin \alpha \cos \alpha}} \sqrt{\frac{KF_{t1}}{bd_1} \frac{u \pm 1}{u}} = Z_E Z_\varepsilon Z_H \sqrt{\frac{KF_{t1}}{bd_1} \frac{u \pm 1}{u}}$$

$$Z_H = \sqrt{\frac{2}{\sin \alpha \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{4}{\sin 2 \alpha}} \text{——称为节点区域系数。}$$

用以考虑节点处齿廓曲率对接触应力的影响，并将分度圆上圆周力折算为节圆上的法向力的系数。

Z_ε ——重合度系数，直齿圆柱齿轮传动取 $Z_\varepsilon = 0.85 \sim 0.92$ 。



2. 齿面接触疲劳强度计算

1) 齿面接触疲劳强度校核计算

将, $F_{t1} = \frac{2000T_1}{d_1}$, $Z_H = \sqrt{\frac{4}{\sin 40^\circ}} = 2.5$ 代入式中, 可得:

$$\sigma_H = 112Z_E Z_\varepsilon \sqrt{\frac{KT_1}{bd_1^2} \frac{(u \pm 1)}{u}} \leq \sigma_{HP}$$

说明:

- ① 两轮的齿面接触应力为作用力与反作用力的关系, 而 σ_H 计算时综合考两轮的材料和曲率半径, 故两轮齿面接触应力相等。即: $\sigma_{H1} = \sigma_{H2} = \sigma_H$
- ② 因两齿轮的材料、齿面硬度等可能不同, 则两轮的许用接触应力不一定相等 ($\sigma_{HP1} \neq \sigma_{HP2}$), 因此, 计算时, 许用接触应力应取 $\sigma_{HP} = \min(\sigma_{HP1}, \sigma_{HP2})$ 。

2) 按齿面接触疲劳强度设计计算式

令为齿宽系数, $\psi_d = \frac{b}{d_1}$ 则 $b = \psi_d \cdot d_1$, 将其代入上式, 整理后即得按齿面接触疲劳强度计算的小齿轮分度圆直径

$$d_{1c} \geq \sqrt[3]{\left(\frac{112Z_E}{\sigma_{HP}}\right)^2 \frac{KT_1(u \pm 1)}{\psi_d u}}$$

设计计算步骤:

选择齿轮材料及热处理方法 → 选择齿数 Z_1 、齿宽系数 ψ_d →

计算 d_c → 按所选 Z_1 求出 $m_c = \frac{d_{1c}}{z_1}$ → 根据标准模数系列确定模数 m

三. 设计参数的选择

一) **精度等级** — 国标规定精度等级为：1、2、3...12个等级，1级为最高级，12级为最低级，常用6、7、8级。

**齿轮精度
等级选择**

对传动影响 — 精度等级 \uparrow ，则内部动载荷 \downarrow 、噪音 \downarrow 、传动平稳性 \uparrow ，但造价提高，成本增加

精度选择 — 一般按工作机的要求和齿轮的**圆周速度**确定精度等级，圆周速度与精度等级的关系见表2—4。



二) 齿数和模数

Z_1 、 m 对传动的影 响

$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 \uparrow, m \uparrow \\ \text{则 } d_1 \uparrow \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_H \downarrow \\ \sigma_F \downarrow \end{array} \right\}$ 在 $\sigma_{HP} \sigma_{FP}$ 一定时, 齿轮强度 \uparrow

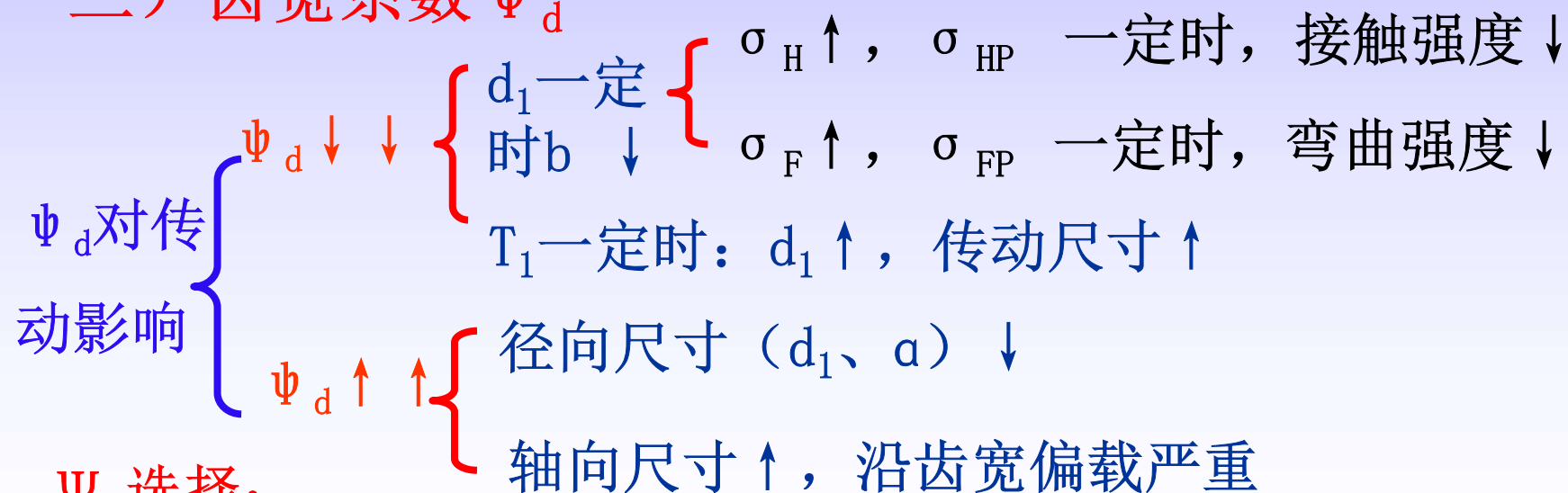
$\left\{ \begin{array}{l} d_1 \text{一定时} \\ Z_1 \uparrow \\ m \downarrow \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_\alpha \uparrow, \text{平稳性} \uparrow, \text{齿厚 } e \downarrow, h_a \downarrow \\ \text{材料} \downarrow, \text{胶合} \downarrow, \text{接触强度不变} \\ \text{但 } \sigma_F \uparrow, \sigma_{FP} \text{一定时, 弯曲强度} \downarrow \end{array} \right\}$

Z_1 、 m 选择

$\left\{ \begin{array}{l} \text{满足不根切条件: } Z_1 \geq Z_{1\min} \text{ (直齿圆柱齿轮 } Z_{1\min} = 17) \\ \text{满足轮齿弯曲强度要求: 对于动力传动 } m \geq 1.5 \sim 2 \text{ mm} \\ \text{闭式硬齿面齿轮及开式齿轮: 为保证有较大的模数 } m, \\ \text{推荐 } Z_1 \geq 17 \sim 25 \\ \text{闭式软齿面齿轮: 在满足轮齿弯曲强度条件下, } Z_1 \\ \text{尽量选大, 推荐取 } Z_1 = 24 \sim 40 \end{array} \right.$



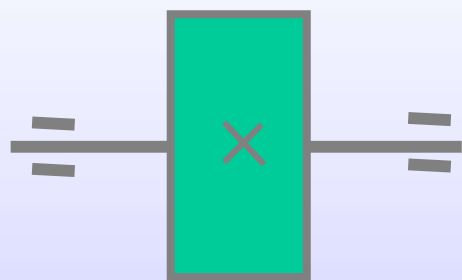
三) 齿宽系数 ψ_d



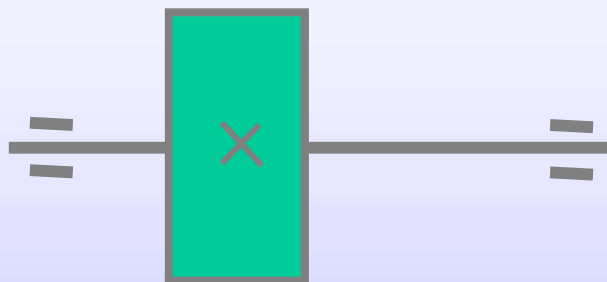
ψ_d 选择:

根据齿轮相对于轴承布置选

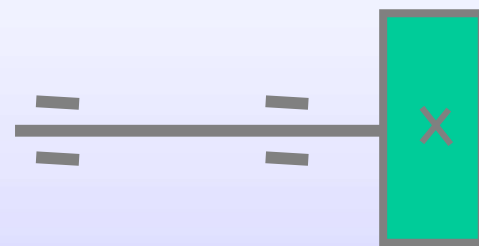
- 对称布置: 偏载小, $\psi_d \uparrow$, $\psi_d = 0.8-1.4$;
- 非对称布置时: 偏载大, $\psi_d = 0.6-1.2$;
- 悬臂布置: 偏载严重, $\psi_d \downarrow$, $\psi_d = 0.3-0.4$



对称布置



非对称布置



悬臂布置

根据齿面
硬度选

一对软齿面齿轮： $\psi_d \uparrow$

两轮均为硬齿面齿轮： $\psi_d \downarrow$ ， ψ_d 值相应减小50%

根据使用
条件选

减速器齿轮： 齿轮数目少， 轴向尺寸要求不
严， $\psi_d \uparrow$

变速箱齿轮： 齿轮数目多， 轴向尺寸不过
大， $\psi_d \downarrow$ ， $\psi_d \geq 0.2$



四) 齿数比*u*

齿数比*u*:
$$u = \frac{Z_{2(\text{大轮齿数})}}{Z_{1(\text{小轮齿数})}}$$

*u*与*i*的区别:
$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_{2(\text{从动轮齿数})}}{Z_{1(\text{主动轮齿数})}} \left\{ \begin{array}{l} \text{减速传动} - u=i \\ \text{增速传动} - u=1/i \end{array} \right.$$

u ↑ 则大小齿轮的尺寸相差悬殊大, 传动装置的结构尺寸大。

u 的选择 { $\left. \begin{array}{l} \text{直齿圆柱齿轮} \text{ —— } u \leq 5; \\ \text{斜齿圆柱齿轮} \text{ —— } u \leq 6-7; \\ \text{开式传动或手动传动齿轮} \text{ —— } u \text{ 可取到 } 8-12。 \end{array} \right\}$

内容小结

1. 齿轮传动失效形式及计算准则、材料选择;



2. 齿轮传动受力分析——重点

各力
方向
判定

圆周
力 F_t

主动轮——受阻
力， F_{t1} 与力作用点线速度的方向相反；

从动轮——受驱动
力， F_{t2} 与力作用点线速度的方向相同

径向力 F_r ——分别指向各自的轮心

轴向力 F_a

斜齿轮传动——用“主动轮左、右手定则”来判断

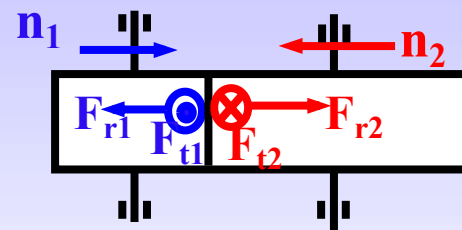
锥齿轮传动——分别指向各轮轮齿的大端

直齿圆柱齿轮

圆周力 F_t

径向力 F_r

$$F_{t1} = -F_{t2}$$



$$F_{r1} = -F_{r2}$$

斜齿圆柱齿轮

圆周力 F_t

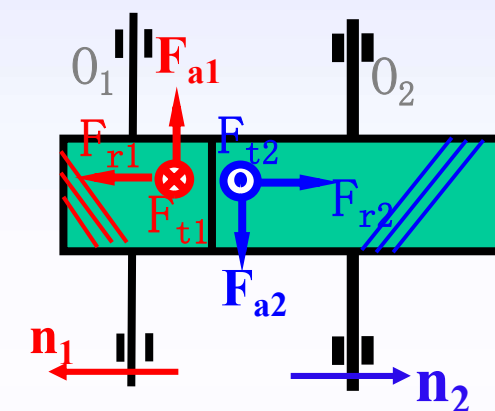
径向力 F_r

轴向力 F_a

$$F_{t1} = -F_{t2}$$

$$F_{r1} = -F_{r2}$$

$$F_{a1} = -F_{a2}$$



直齿锥齿轮

圆周力 F_t

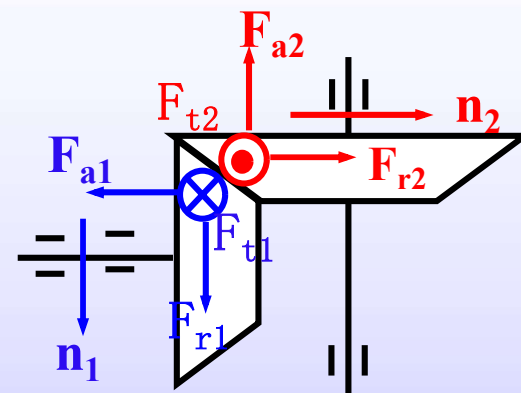
径向力 F_r

轴向力 F_a

$$F_{t1} = -F_{t2}$$

$$F_{r1} = -F_{a2}$$

$$F_{a1} = -F_{r2}$$



3. 齿轮传动的参数选择——重点

$$\text{齿数 } Z_1 \left\{ \begin{array}{l} \text{闭式软齿面齿轮} \text{——} Z_1 = 20 \sim 40 \\ \text{闭式硬齿面齿轮} \text{——} Z_1 = 17 \sim 25 \\ \text{开式齿轮} \text{——} Z_1 = 17 \sim 20 \end{array} \right\} Z_2 = i Z_1 \text{——圆为整数}$$

模数 m —— 在满足齿根弯曲强度要求的前提下，尽可能取小些，对于动力传动齿轮必须使 $m \geq 1.5 \text{ mm}$ 。

$$\text{齿宽系数} \left\{ \begin{array}{l} \text{圆柱齿轮 } \psi_d = \frac{b}{d_1} \\ \text{锥齿轮 } \psi_R = \frac{b}{R} = 0.25 \sim 0.3 \end{array} \right.$$

斜齿轮的螺旋角 β —— 一般取 $\beta = 8^\circ \sim 20^\circ$ ，最佳 $\beta = 10^\circ \sim 15^\circ$ ，

$$\beta_{\max} \leq 25^\circ$$

4. 齿轮强度计算



§ 2-5 斜齿圆柱齿与直齿圆锥齿轮传动的强度计算特点

一、斜齿圆柱齿轮强度计算

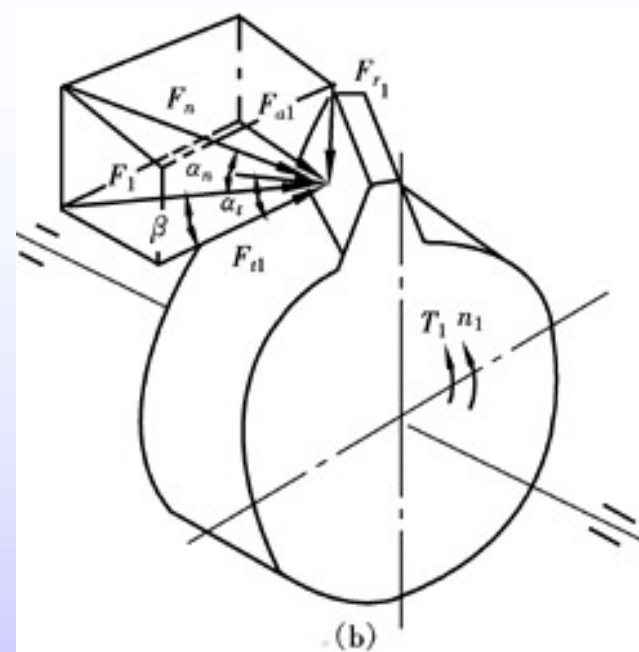
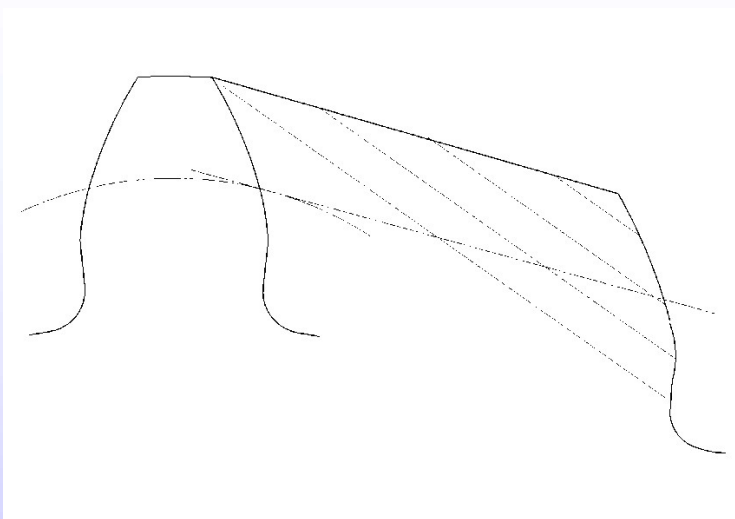
(一) 斜齿圆柱齿轮强度计算的特点

接触线倾斜，同时啮合的齿数多

- 1、重合度大，故传动平稳，噪声小
- 2、弯曲强度和接触强度高



斜齿圆柱齿轮传动



当量齿轮的概念

作齿线的法面 **n-n**，过斜齿轮分度圆柱螺旋线上 **P** 点，剖面与分度圆柱的交线为椭圆，以椭圆端点 **P** 的曲率圆为分度圆的直齿齿轮。该直齿轮为斜齿轮的当量齿轮，把斜齿轮强度计算转化为直齿圆柱齿轮的强度计算问题。

模数：斜齿轮法面模数 m_n

压力角：斜齿轮法面压力角 α_n

分度圆直径：

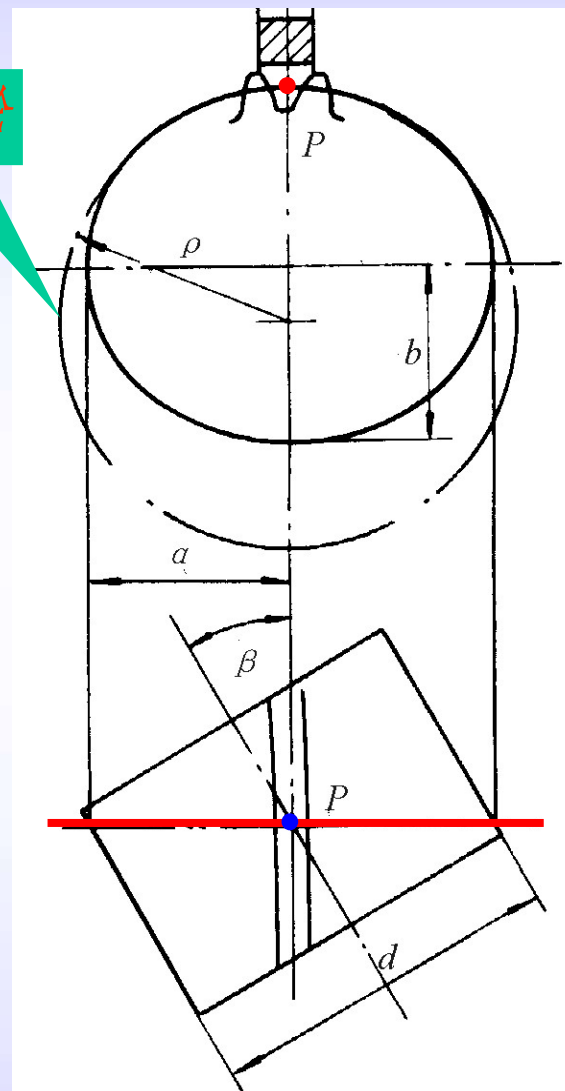
$$\rho = \frac{a^2}{b} = \frac{\left(\frac{d}{2\cos\beta}\right)^2}{\frac{d}{2}} = \frac{d}{2\cos^2\beta}$$

$$d_v = \frac{d}{\cos^2\beta}$$

当量齿数：

$$z_v = \frac{d_v}{m_n} = \frac{\frac{m_n z}{\cos\beta}}{\cos^2\beta} \frac{1}{m_n} = \frac{z}{\cos^3\beta}$$

当量齿轮



（二）斜齿轮的强度计算

1、齿根弯曲疲劳强度计算

斜齿轮啮合过程中，接触线和危险截面位置在不断的变化，要精确计算其齿根应力是很难的，只能近似的按法面上的当量直齿圆柱齿轮来计算其齿根应力。将当量齿轮的有关参数代入直齿圆柱齿轮的弯曲强度计算公式，并考虑螺旋角的影响，在 $\beta=8^\circ \sim 15^\circ$ 时

则可得齿根弯曲强度校核式：

$$\sigma_F = \frac{1900 KT_1}{bm_n^2 Z_1} Y_{FS} \leq \sigma_{FP}$$

式中： **K**—— 载荷系数

b——两轮的有效接触齿宽

Y_{FS} ——为载荷作用于齿顶时的复合齿形系数，由图2-19

由当量齿数 Z_v 查取

弯曲强度设计计算式——根据齿轮工作能力决定齿轮参数
(模数 m)

方法：取齿宽系数 $\psi_d = b/d_1$ ，代入上式可得设计公式

$$m_{nc} \geq \sqrt[3]{\frac{1900KT_1}{\psi_d z_1^2} \left(\frac{Y_{FS}}{\sigma_{FP}} \right)} \quad \text{mm}$$

或者

$$m_{nc} \geq 12.4 \sqrt[3]{\frac{KT_1}{\psi_d z_1^2} \left(\frac{Y_{FS}}{\sigma_{FP}} \right)} \quad \text{mm}$$

几点说明:

- 1、 Y_{FS} 按当量齿数分别查图2-19;
- 2、 σ_{FP} 与直齿圆柱齿轮的相同;
- 3、当螺旋角 $\beta=15^\circ \sim 30^\circ$ ，考虑接触线倾斜有利于提高弯曲强度，在公式中将1900改为1680，将12.4改为11.9；
- 4、采用弯曲强度的设计计算式时，式中

$$Y_{FS}/\sigma_{FP} = \max(Y_{FS1}/\sigma_{FP1} \text{ 与 } Y_{FS2}/\sigma_{FP2}) \text{ 代入计算;}$$

- 5、扭矩 T_1 的单位为 “N · M”；

6、由于系数比直齿圆柱齿轮的小，所以尺寸相同时，斜齿圆柱齿轮的承载能力比直齿轮的大；在外载和材料相同时，斜齿圆柱齿轮的尺寸比直齿轮的小。

2、齿面接触疲劳强度计算

特点:

(1)啮合的接触线是倾斜的，重合度大，传动平稳，有利于提高接触强度，引入重合度与螺旋角系数 $Z_{\varepsilon\beta}$ ；

(2)节点的曲率半径按法面计算；

可以认为一对斜齿圆柱齿轮啮合相当于它们的当量直齿轮啮合，因此斜齿圆柱齿轮强度计算可转化为当量直齿轮的强度计算。

与直齿圆柱齿轮一样，利用赫芝公式，代入当量直齿轮的有关参数后，得到斜齿圆柱齿轮的齿面接触疲劳强度条件

$$\sigma_H = Z_E Z_{\varepsilon\beta} Z_H' \sqrt{\frac{KF_{t1}}{bd_1^2} \frac{u \pm 1}{u}} \leq \sigma_{HP}$$

式中 $Z_{\epsilon\beta} = 0.75 \sim 0.88 \sqrt{\cos \beta}$

当 $\beta = 8 \sim 15^\circ$ 时

$$\sigma_H = 109 Z_E \sqrt{\frac{K F_{t1}}{b d_1^2} \frac{u \pm 1}{u}} \leq \sigma_{HP}$$

令为齿宽系数， $b / d_1 = \psi_d$ 则 $b = \psi_d \cdot d_1$ ，将其代入上式，整理后即得按齿面接触疲劳强度计算的小齿轮分度圆直径

$$d_{1c} \geq \sqrt[3]{\left(\frac{109 Z_E}{\sigma_{HP}} \right)^2 \frac{K T_1 (u \pm 1)}{\psi_d u}}$$

一对钢制齿轮 $Z_E = 189.8$ ，代入后

$$d_{1c} \geq 753 \sqrt[3]{\frac{KT_1 (u \pm 1)}{\psi_d u \sigma_{HP}^2}}$$

几点说明：

- 1、 Z_E 可查表2-3；
- 2、 σ_{HP} 取法与直齿圆柱齿轮的相同，以小值代入；
- 3、当螺旋角 $\beta = 15^\circ \sim 30^\circ$ ，考虑接触线倾斜有利于提高弯曲强度，在公式中将109改为104，将753改为730；
- 4、扭矩 T_1 的单位为“N·M”；
- 5、由于系数比直齿圆柱齿轮的小，所以尺寸相同时，斜齿圆柱齿轮的承载能力比直齿轮的大；在外载和材料相同时，斜齿圆柱齿轮的尺寸比直齿轮的小

- 6、推荐螺旋角 $\beta=10 \sim 25^\circ$ 以提高传动平稳性;
- 7、考虑接触线倾斜, 齿宽系数 Ψ_d 可比直齿圆柱齿轮取得大些;

设计出 d_1 后, 其他参数计算步骤:

- ➡ 初选小齿轮齿数 z_1 (闭式齿轮20~40; 开式齿轮17~25);
- ➡ 初选螺旋角 β ($8 \sim 15^\circ$);
- ➡ 计算 $m_n = d_1 \cos \beta / z_1$, 向上圆整为标准值且 $m_n \geq 1.5$;
- ➡ 计算中心距 $a = (d_1 + d_2) / 2 = m_n (z_1 + z_2) / (2 \cos \beta)$, 圆整;
- ➡ 反算 $\beta = \cos^{-1} [m_n (z_1 + z_2) / 2a]$, 精确到秒;
- ➡ 精确计算 d_1, d_2 ;

二、直齿圆锥齿轮传动的强度计算特点

锥齿轮传动常用于传递两相交轴间的运动和动力。根据轮齿方向和分度圆母线方向的相互关系，可分为直齿、斜齿和曲线齿锥齿轮传动。本节仅介绍常用的轴交角为 90° 的直齿锥齿轮传动的强度条件。

锥齿轮加工较为困难，不易获得高的精度，因此在传动中会产生较大的振动和噪声，所以直齿锥齿轮传动仅适合于 $V \leq 5\text{m/s}$ 的传动。

直齿锥齿轮的标准模数为大端模数，几何尺寸按大端计算。由于锥齿轮沿齿宽方向截面大小不等，引起载荷沿齿宽方向分布不均，其受力和强度计算都相当复杂，故一般以齿宽中点的当量直齿圆柱齿轮作为计算基础。

(一) 直齿锥齿轮传动的当量齿轮的几何关系

1、直齿锥齿轮传动的主要参数

因大端模数 m 为标准值，故几何计算按大端进行

大端分度圆直径： $d_1 = mz_1$ ； $d_2 = mz_2$

齿数比： $u = z_2 / z_1 = d_2 / d_1$

分度圆锥角：

$$\tan \delta_1 = 1 / u; \tan \delta_2 = u$$

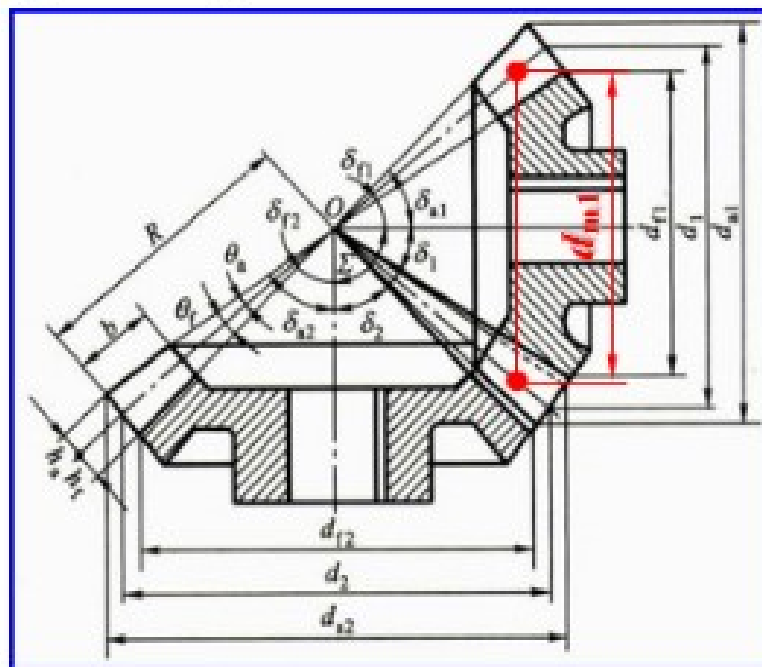
锥距： $R = 0.5d_1 \sqrt{1 + u^2}$

齿宽系数： $\psi_R = b / R$

齿宽中点分度圆直径：

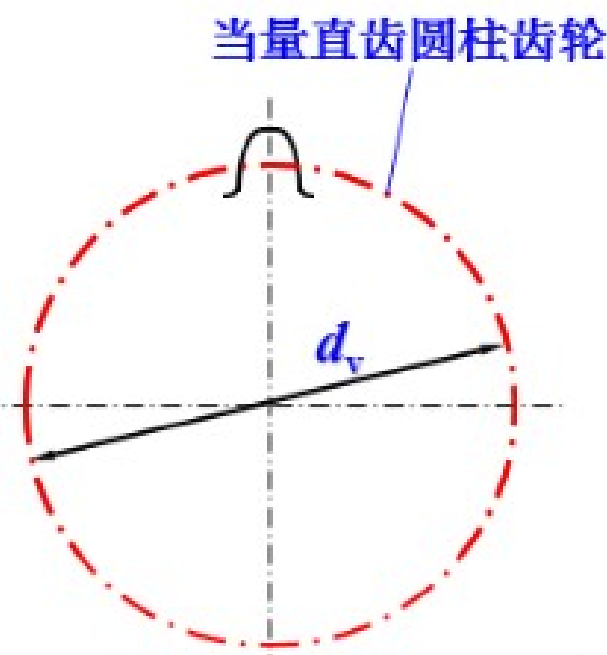
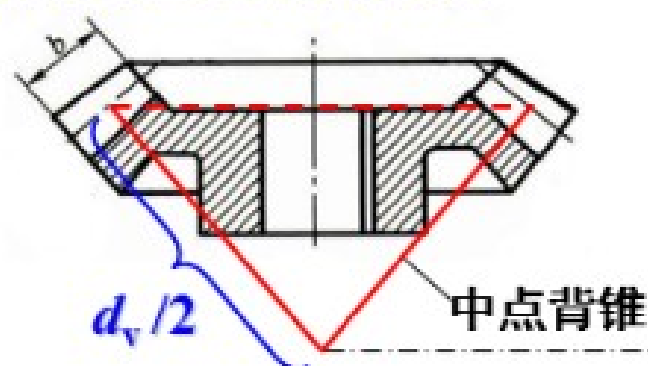
$$d_{m1} = (1 - 0.5\psi_R)d_1$$

齿宽中点模数： $m_m = (1 - 0.5\psi_R)m$



2、齿宽中点当量直齿圆柱齿轮的主要参数

齿宽中点当量齿轮的概念：



直径: $d_{v1} = \frac{d_{m1}}{\cos \delta_1}$ $d_{v2} = \frac{d_{m2}}{\cos \delta_2}$

齿数: $z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}$ $z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}$

齿数比: $u_v = \frac{z_{v2}}{z_{v1}} = \frac{z_2 \cos \delta_1}{z_1 \cos \delta_2} = u^2$

转矩: $T_{v1} = F_t \frac{d_{v1}}{2} = \frac{T_1}{\cos \delta_1}$

齿宽 = 锥齿轮齿宽 b

模数 = 平均模数 m_m

(二) 强度计算

计算载荷

$$F_{tc} = KF_{t1}$$

1. 轮齿弯曲疲劳强度计算

因为锥齿轮精度低，齿根弯曲强度降低 15%，忽略重合度影响，按齿宽中点的当量直圆柱齿轮进行计算，将当量齿轮的参数代入，得

$$\sigma_F = \frac{2000 KT_1}{0.85 b m_m d_{m1}} Y_{Fs} = \frac{2360 KT_1}{b m^2 Z_1 (1 - 0.5 \Psi_R)^2} Y_{FS} \leq \sigma_{FP}$$

将 $\Psi_R = b / R$ 代入，整理得设计式

$$m_c \geq \sqrt[3]{\left[\frac{69}{(1 - 0.5 \Psi_R)} \right]^2 \frac{KT_1}{\psi_R Z_1^2 \sqrt{u^2 + 1}} \left(\frac{Y_{FS}}{\sigma_{FP}} \right)}$$

2、齿面接触疲劳强度条件计算

齿面接触疲劳强度按齿宽中点处的当量直齿圆柱齿轮进行计算。因直齿圆锥齿轮一般制造精度较低，可忽略重合度的影响，即略去，并取有效齿宽**0.85b**，将当量齿轮的有关参量代入直齿圆柱齿轮的强度计算公式，得

$$\sigma_H = 112Z_E \sqrt{\frac{KT_{v1}}{0.85bd_{v1}^2} \frac{u_v + 1}{u_v}} = 121Z_E \sqrt{\frac{KT_1}{bd_1^2(1-0.5\Psi_R)^2} \frac{\sqrt{u^2 + 1}}{u}} \leq \sigma_{HP}$$

将 **$\Psi_R = b / R$** 代入，整理得设计式

$$d_{1c} \geq \sqrt[3]{\left(\frac{117Z_E}{(1-0.5\Psi_R)\sigma_{HP}} \right)^2 \frac{KT_1(u \pm 1)}{\psi_R u}}$$

§ 2-6 齿轮传动的润滑（自学）

§ 2-7 齿轮的结构设计

齿轮的(包括圆柱齿轮和圆锥齿轮)的主参数，如齿数、模数、齿宽、齿高、螺旋角、分度圆直径等，是通过强度计算确定的。

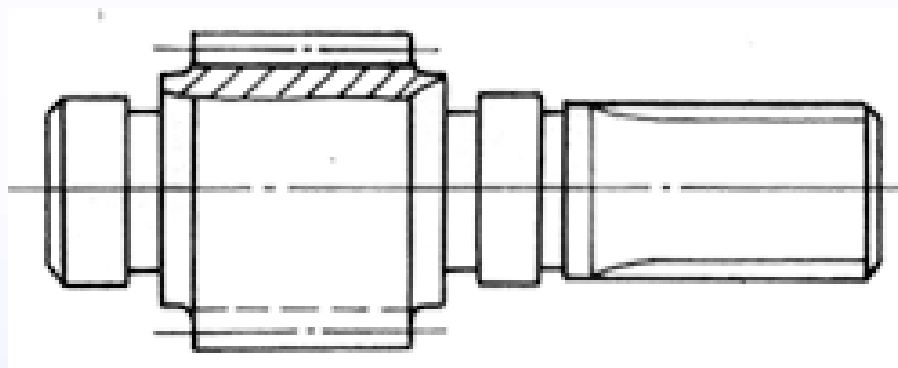
结构设计主要确定轮辐、轮毂的形式和尺寸。齿轮结构设计时，要同时考虑加工、装配、强度、回用等多项设计准则，通过对轮辐、轮毂的形状、尺寸进行变换，设计出符合要求的齿轮结构。

齿轮的直径大小是影响轮辐、轮毂形状尺寸的主要因素，通常是先根据齿轮直径确定合适的结构形式，然后再考虑其他因素对结构进行完善，有关细部结构的具体尺寸数值，可参阅相关手册。

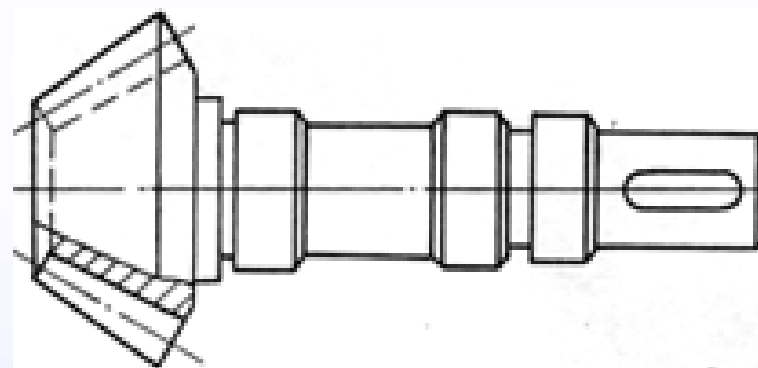
齿轮结构可分成四种基本形式：

1、齿轮轴

对于直径很小的齿轮，如果从键槽底面到齿根的距离 x 过小(如圆柱齿轮 $x \leq 2.5m$ ，锥齿轮 $x \leq 1.6m$ ， m 为模数)，则此处的强度可能不足，易发生断裂，此时应将齿轮与轴做成一体，称为齿轮轴(图3-23)，齿轮与轴的材料相同。



圆柱齿轮轴



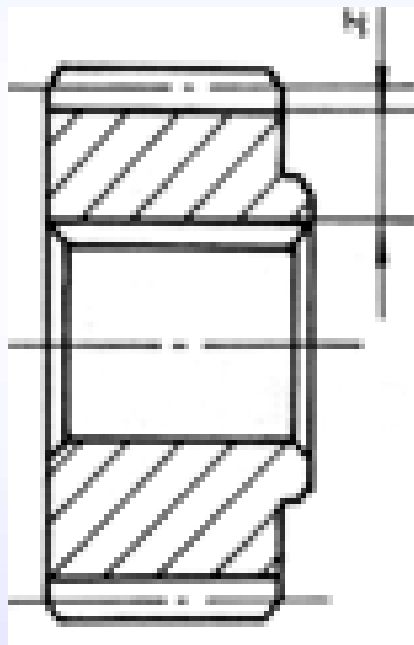
锥齿轮轴

2、实心式齿轮

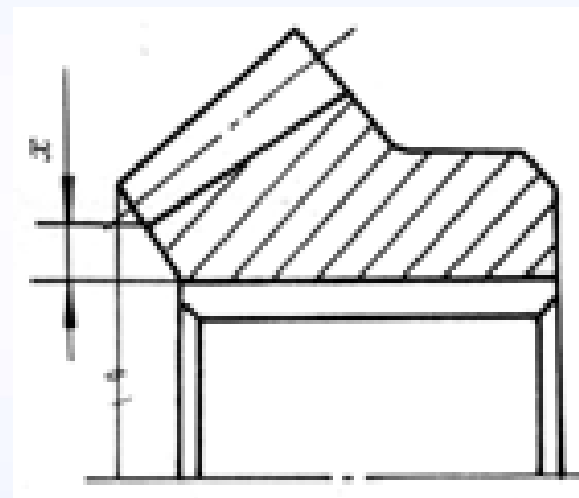
当轮辐的宽度与齿宽相等时得到实心式齿轮结构，它的结构简单、制造方便。

适用条件：

(a) 齿顶圆直径 $d_a \leq 200\text{mm}$ ； (b) 对可靠性有特殊要求；



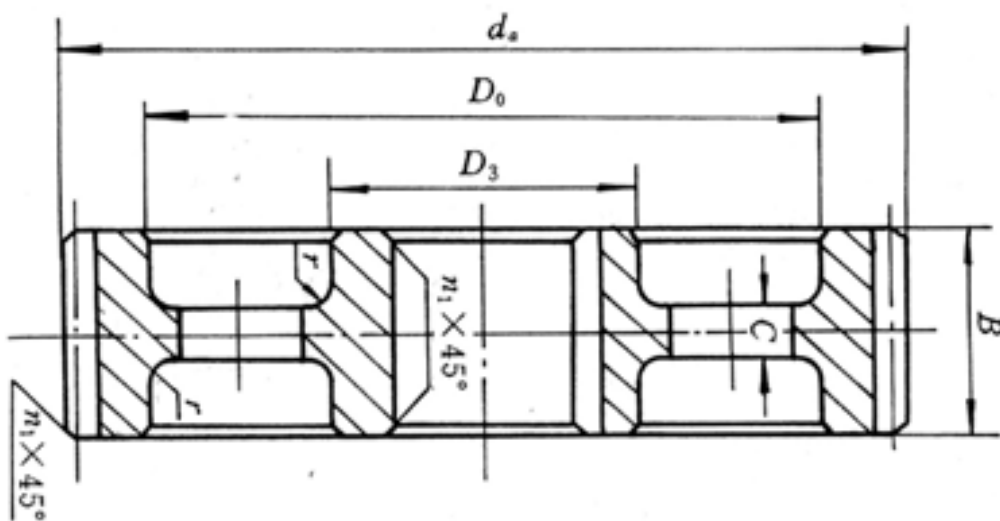
实心式圆柱齿轮



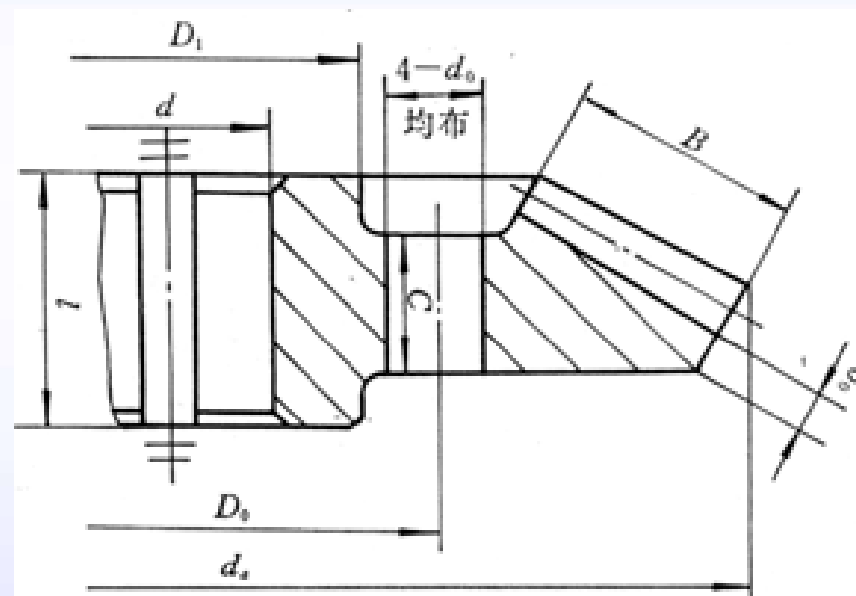
实心式锥齿轮

3、腹板式齿轮

当齿顶圆直径 $d_a > 200 \sim 500\text{mm}$ 时，可做成腹板式结构，以节省材料、减轻重量。考虑到加工时夹紧及搬运的需要，腹板上常对称的开出4~6个孔。直径较小时，腹板式齿轮的毛坯常用可锻材料通过锻造得到，批量小时采用自由锻。



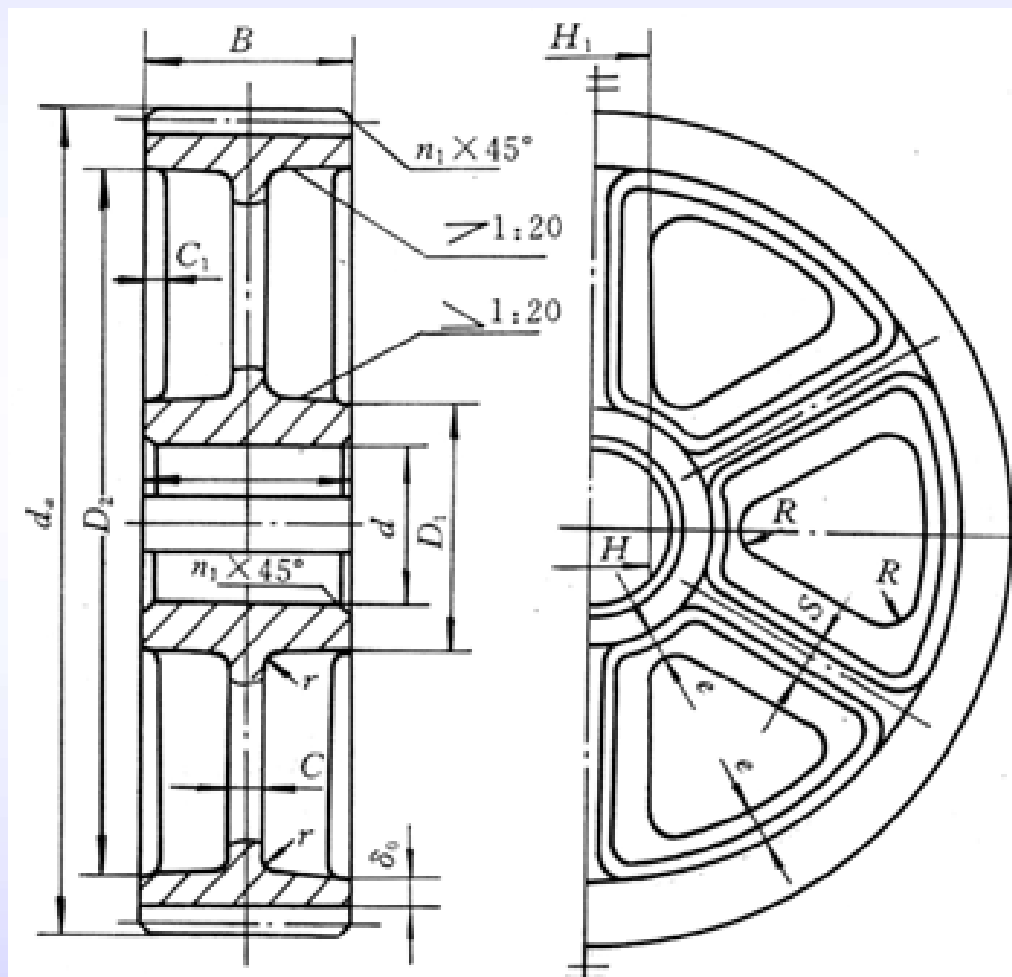
自由锻圆柱齿轮



自由锻锥齿轮

4、轮辐式齿轮

当齿顶圆直径 $d_a > 400 \sim 1000$ mm时，为减轻重量，可做成轮辐式铸造齿轮(图3-28)，轮辐剖面常为"+"字形。



轮辐式铸造齿轮

- 设计斜齿圆柱齿轮传动时，螺旋角 β 一般在 $8^\circ \sim 25^\circ$ 范围内选取， β 太小斜齿轮传动的优点不明显，太大则会引起_____。
A. 啮合不良
B. 重合度减小
C. 加工困难，且轴向力增大
D. 传动平稳性下降
- 在圆柱齿轮减速器中，为什么小齿轮齿宽 b_1 要略大于大齿轮齿宽 b_2 ？在强度计算时齿宽系数 ψ_d 按 b_1 还是按 b_2 计算？为什么？

答案： 1. C

2.为弥补安装误差并保证一对齿轮啮合的实际长度为设计齿宽**b**，设计时取小 齿轮齿宽**b₁**略大于大齿轮齿宽**b₂**。在强度计算时齿宽系数**ψ_d**应按实际接触长度**b₂**计算。

§ 2-8 齿轮传动的设计实例

一. 设计实例

设计某厂装配线上用的由电动机驱动的两级斜齿圆柱齿轮减速器中的高速级齿轮传动。已知电机为Y系列三相异步电动机，型号为Y180L-6，额定功率 $P=15\text{kW}$ ，满载转速 $n_1=970\text{r/min}$ 。设计高速级齿轮时按额定功率计算，并已知传动比 $i=4.5$ 。该减速器工况为：两班制工作，工作寿命为5年，单向连续运转，载荷较平稳。要求齿轮工作可靠，体积尽可能小些，7级精度加工。

解：

齿轮选用硬齿面，其设计准则为：先按轮齿弯曲疲劳强度设计，再校核齿面接触疲劳强度。设计步骤：

1. 选择材料，确定许用应力

大小齿轮均采用渗碳淬火，材料选用20CrMnTi钢（表2-2），淬火后硬度为：56-62HRC。由图2-13c查得弯曲疲劳极限应力 $\sigma_{Flim}=430\text{MPa}$ ；由图2-14c查得接触疲劳极限应力 $\sigma_{Hlim}=1500\text{MPa}$ ；

2. 按轮齿弯曲疲劳强度设计

由式 (2-23b)

$$m_n \geq 12.4 \sqrt[3]{\frac{KT_1 Y_{FS}}{\psi_d z_1^2 \sigma_{FP}}}$$

(1) 确定许用弯曲应力

由式 (2-9)

$$\sigma_{FP1} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{ST}}{S_{Flim}} Y_N$$

取 $Y_{ST}=2$, $S_{Fmin}=1.6$, 齿轮的循环次数为

$$N = 60nat = 60 \times 970 \times 1 \times (300 \times 16 \times 5) = 13.968 \times 10^8$$

取寿命系数 $Y_N=1$, 则

$$\sigma_{FP1} = \frac{\sigma_{Flim} Y_{ST}}{S_{Flim}} Y_N = \frac{430 \times 2}{1.6} \times 1MPa = 538MPa$$

(2) 计算小齿轮名义转矩

$$T_1 = 9550 \frac{P_1}{n_1} = 9550 \times \frac{15}{970} N \cdot m = 147.68 N \cdot m$$

(3) 选取载荷系数

由于是斜齿轮传动，加工精度7级，K可取较小值，K=1.3

(4) 初定齿轮参数

$$z_1=29; z_2=i z_1=4.5 \times 29=130.5; \text{取 } z_2=130, \psi_d=0.5;$$

$$\beta=15^\circ; u=130/29=4.483$$

(5) 确定复合齿形系数 Y_{FS}

两轮材料及热处理相同，其 σ_{FP} 相同，设计时按小齿轮复合齿形系数 σ_{FP1} 代入，其当量齿数为：

$$z_{v1} = z_1 / \cos^3 \beta = 29 / \cos^3 15^\circ = 32$$

由图2-19， $Y_{FS}=4.06$

代入式2-23b,

$$m_n = 12.43 \sqrt[3]{\frac{KT_1 Y_{FS1}}{\psi_d z_1^2 \sigma_{FP1}}} = 12.43 \sqrt[3]{\frac{1.3 \times 147.68 \times 4.06}{0.5 \times 29^2 \times 538}} \text{mm} = 1.87 \text{mm}$$

据表2-5取标准模数 $m_n=2\text{mm}$, 中心距为

$$a = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} = \frac{2 \times (29 + 130)}{2 \cos 15^\circ} \text{mm} = 164.6 \text{mm}$$

为便于箱体加工和校验, 取 $a=165\text{mm}$

$$\cos \beta = \frac{m_n(z_1 + z_2)}{2a} = \frac{2 \times (29 + 130)}{2 \times 165} = 0.963636$$

$$\beta = 15^\circ 29' 55''$$

(6) 确定齿轮几何尺寸

$$d_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} = \frac{2 \times 29}{0.963636} = 60.189 \text{ mm}$$

$$d_2 = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} = \frac{2 \times 130}{0.963636} = 269.811 \text{ mm}$$

$$b_2 = \psi_d d_1 = 0.5 \times 60.189 = 30.09 \text{ mm, 取 } 32$$

$$b_1 = b_2 + (5-10) \text{ mm} = 37-42 \text{ mm, 取 } 40$$

3. 校核齿轮的接触强度（式2-25）

$$\sigma_H = 109 Z_E \sqrt{\frac{K T_1 u + 1}{b d_1^2 u}} \leq \sigma_{HP}$$

齿轮为钢制，其弹性系数 $Z_E = 189.8$

$$\sigma_H = 109 \times 189.8 \sqrt{\frac{1.3 \times 147.68 \times (4.483 + 1)}{32 \times 60.189^2 \times 4.483}} = 93.1 \text{ MPa}$$

由式2-10，许用接触应力 σ_{FP} ，由于系统比较重要，取 $S_{Hlim}=1.4$, $Z_N=1$, $Z_W=1$

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_{Hmin}} Z_N Z_W = \frac{1500}{1.4} \times 1 \times 1 = 1071 MPa$$

$$\sigma_H \leq \sigma_{HP}$$

强度足够

4. 进行齿轮结构设计，绘制齿轮零件图（略）

結束

作业： 2-1； 2-3； 2-4； 2-6； 2-7； 2-8