

Universidad Autónoma de Coahuila

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Metodos Numericos

Metodo de Horner

29 de Noviembre del 2019

José Antonio Olveda García

1. Objetivo

El objetivo de este programa es resolver los polinomios por medio del metodo de Horner o del metodo de la division sintetica.

2. Introduccion

Consiste en calcular el cociente y el resto de la division de polinomios, operando unicamente con coeficientes.

¿En que caso se aplica?

Es un metodo general, se aplica para dividir polinomios de cualquier grado, pero se aconseja su uso cuando el divisor es mayor o igual que 2.

La evaluacion usando la forma monomial del polinomio de grado n requiere al menos n sumas y $\frac{n+1}{2}$ multiplicaciones, si las potencias se calculan mediante la repeticion de multiplicaciones.

3. Metodologia

Sea un polinomio de grado n

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n \quad (1)$$

Un polinomio $P_n(x)$ de grado n **tiene n ceros** (algunos o todos pueden ser complejos)

$$P(x) = a_0(x - x_0)^{m_1}(x - x_2)^{m_2} \dots (x - x_k)^{m_k} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^k m_i = m_k = n \quad (3)$$

Ejemplo

$$2x^2 + 6x + 4 = 2(x + 1)(x + 2)$$

Ejemplo de aplicacion del metodo de Horner

Sea el polinomio $P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4$

	2	0	-3	3	-4	
-2		-4	8	-10	14	Resto
	2	-4	5	-7	10	

Figura 1: Division Sintetica 1

Entonces podemos expresar:

$$\frac{2x^4 - 3x^2 + 3x - 4}{x + 2} = 2x^3 - 4x^2 + 5x - 7 + \frac{10}{x + 2} \quad (4)$$

O bien

$$(x + 2)(2x^3 - 4x^2 + 5x - 7) + 10$$
$$P(-2) = 10$$

4. Descripcion del metodo de Horner

Sea un polinomio

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n \quad (5)$$

Se toman

$$d_0 = a_0$$

$$d_k = a_k + a_{k-1}x_0 \quad (k = 1, \dots, n-1)$$

$$d_n = P(x_0)$$

Asi el cociente de hacer $\frac{P(x)}{x - x_0}$ es:

$$Q(x) = d_0x^{n-1} + d_1x^{n-2} + \dots + d_{n-1}$$

Las ventajas del metodo de Horner son:

Podemos expresar un polinomio en forma

$$P(x) = (x - x_0)Q(x) + d_n$$

Al derivar la anterior expresion, tenemos

$$P'(x)=Q(x)+(x-x_0)Q'(x)$$

Es decir. $P'(x_0)=Q(x_0)$

5. Ventajas y Desventajas

Ventajas

1. Es optimo para programar debido a que solo maneja puros coeficientes.
2. Es facil y rapido

Desventajas

1. Una vez teniendo un grado bastante elevado torna a hacerse bastante complicado y puede obtenerse un error.

6. Implementacion del programa

En este caso se realizo una funcion del metodo de horner para asi simular el efecto de la division sintetica, donde comprobaremos si el resultado es correcto a partir del siguiente ejemplo

$$P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 3x - 4 \quad (6)$$

con $x_0 = -2$ Aplicando el programa, veremos si la aproximacion cumple

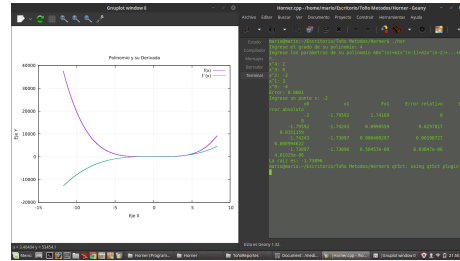


Figura 2: Metodo de Horner implementado como programa

Mostrando asi que mi nueva aproximacion es de 1.796, la cual es correcta, dicha aproximacion presentada, ademas de añadir una grafica donde muestra la funcion presentada, y que es lo que hace

7. Conclusiones

Este metodo que acabamos de mencionar es importante porque nos permite dividir dos polinomios de cualquier grado para obtener especialmente el cociente y el residuo de la division.