

Universidad Autónoma de Coahuila

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Metodos Numericos

Regla Falsa

29 de Noviembre del 2019

José Antonio Olveda García

1. Objetivo

Mostrar la utilidad del buscador de raíces de polinomios por medio del método de regla falsa, así como las ventajas y desventajas que este pueda presentar

2. Introducción

Es una mezcla de la seguridad del método de bisección con la rapidez del método de la secante, que mide los puntos con una recta que intersecta en el eje x, la cual proporciona una mejor aproximación a la raíz.

Reemplazamiento de la curva por una recta de una posición falsa de la raíz.

3. Metodología

El método de la regla falsa, o "falsa posición", es otro de los muchos métodos iterativos para la resolución de problemas con ecuaciones no lineales. La peculiaridad de éste, es que combina dos métodos: el método de bisección y el de la secante (ya explicados en otros artículos).

A continuación veremos una explicación de en qué consiste.

Se basa en trazar una recta que una los extremos de un intervalo dado, considerando que la solución está cerca de uno de éstos extremos.

Hemos agregado por tanto, esa línea recta que une el intervalo $[a, b]$. La idea principal es que si tomamos el punto donde la recta corta el eje x, estaremos más cerca de hallar la raíz.

Entonces, supongamos que tenemos una función $f(x)$, que es continua en el intervalo $[x_a, x_b]$, y que además $f(x_a)$ y $f(x_b)$ tienen signos opuestos por lo que se deduce que existe al menos una solución para esa ecuación.

Ahora, necesitamos saber la ecuación de la línea recta que une esos dos puntos. Para ello nos ayudamos de la ecuación punto-pendiente, por eso, hallamos la pendiente:

$$m = \frac{f(x_b) - f(x_a)}{x_b - x_a} \quad (1)$$

Ahora vamos a sustituir eso en la ecuación de la recta:

$$y - f(x_a) = \frac{f(x_b) - f(x_a)}{x_b - x_a}(x - x_a) \quad (2)$$

Simplificamos multiplicando todo por $x_b - x_a$, para quitar el denominador:

$$(y - f(x_a))(x_b - x_a) = f(x_b)(x - x_a) - f(x_a)(x - x_a) \quad (3)$$

Como paso final, despejamos la incógnita x:

$$x = x_a - \frac{f(x_a)(x_b - x_a)}{f(x_b) - f(x_a)} \quad (4)$$

Vamos ahora a describir paso a paso como se desarrolla el método de la regla falsa (considerando $f(x)$ continua):

1) Primero debemos encontrar unos valores iniciales x_a y x_b tales que:

$$f(x_a)f(x_b) < 0 \quad (5)$$

2) Aproximamos a la raíz, para ello usamos la ecuación 4.

3) Evaluamos $f(x_r)$. Se pueden dar hasta tres casos:

$$f(x_a)f(x_r) < 0$$

Como $f(x_a)$ y $f(x_r)$ tienen signos opuestos, por la condición mencionada anteriormente deducimos que, la raíz se encuentra en el intervalo $[x_a, x_r]$

B)

$$f(x_a)f(x_r) > 0$$

$f(x_a)$ y $f(x_r)$ tienen el mismo signo. Así que x_b y x_r han de tener signos distintos, pues:

$$f(x_r)f(x_b) < 0$$

Por tanto, la raíz se encuentra en el intervalo $[x_r, x_b]$.

Como consideramos que la ecuación tiene que ser continua (si o si), al darse este caso, no cumpliría con la condición de continuidad, al menos que tomemos como referencia un tercer punto (x_r) cuya imagen ($f(x_r)$) será de signo opuesto.

C)

$$f(x_a)f(x_r) = 0$$

En este caso, como $f(x_r) = 0$ ya tenemos localizada la raíz.

Debemos repetir estos 3 pasos señalados anteriormente hasta que:

$$|Ea| < Eb$$

4. Ejemplo

Resuelva el siguiente polinomio por medio de la regla falsa.

$$2x^4 - 5^2 + x \text{ en el intervalo } [1, 3.5]$$

Evaluando obtenemos los siguientes valores

$$f_a = -2$$

$$f_b = 242.3$$

$$x_a = 1$$

$x_b = 3.5$ Aplicando la regla falsa obtenemos que el punto de la primera aproximación es de $c = 4.502$ Realizando la multiplicación entre las funciones evaluadas en a y c , obtenemos

$$-2 * 4.502 = -9.004$$

Por lo tanto se extiende la regla ahora con un nuevo intervalo, siendo de $[4, 502, 3.5]$, volviendo a realizar la regla falsa obtenemos un valor de $c = 2.9$, extendiéndose la comprobación hasta n iteraciones deseadas. Graficado por medio de Geogebra obtenemos una de sus raíces la cual es $x = 1.674$

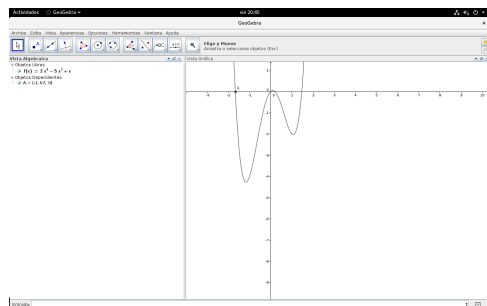


Figura 1: Programa del metodo de Regla Falsa

5. Ventajas y Desventajas

Ventajas

1. La ventaja del método de Regla - Falsa, al igual que el de bisección, es que es siempre convergente para funciones continuas $f(x)$. Aunque en general, converge más rápidamente que el método de la bisección.

Desventajas

1. Converge lentamente a la solución, debido al efectuar las iteraciones uno de los extremos del intervalo no se modifica.

6. Implementacion del programa

El proceso de regla falsa al ser tan similar al de bisección, lo único que se generó un cambio considerable en él fue la declaración de la nueva ecuación establecida por regla falsa, manteniendo los demás factores ingresados dentro de estos

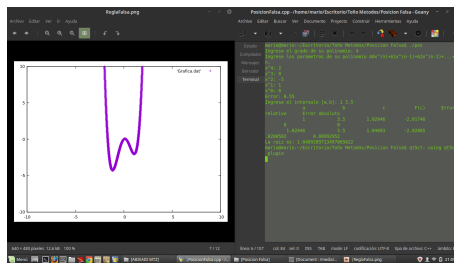


Figura 2: Programa del metodo de Regla Falsa

como podemos analizar de la situación la raíz de corte nos dio un valor de $x = 1.04$ siendo bastante aproximado al método implementado