

# Solución de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias en Python

Antonio Reyes Montaña

3/24/2021

## 1. Introducción

En esta actividad se realizaron ejercicios para familiarizar al alumno con la integración de funciones diferenciales ordinarias utilizando el método de Euler, Runge-Kutta, y las funciones integradas en la biblioteca SciPy.integrate. Se analizó el caso del oscilador de Van der Pol y su comportamiento al variar sus parámetros. También se analizaron otras funciones diferenciales para encontrar sus soluciones con los métodos ya mencionados anteriormente.

## 2. Método de Euler

En el método de Euler se busca la solución de una ecuación diferencial de primer orden para un rango de valores al conocer sus valores iniciales. Se utiliza un valor inicial  $x_0$  y se avanza escalonadamente en un valor  $h$  que depende de los límites del intervalo y el número de pasos que se quieren hacer.

La ecuación que describe este procedimiento es  $Y_{k+1} = Y_k + hf(x_k, Y_k)$  donde  $Y$  es la solución de la ecuación diferencial y  $f$  es la ecuación diferencial con las variables independientes como argumentos.

## 3. Runge-Kutta

El método de Runge-Kutta de cuarto orden es uno de los métodos más comunes para resolver numéricamente problemas con ecuaciones diferenciales con valores iniciales cuando otros métodos más convencionales como separación de variables fallan. Las ecuaciones diferenciales que se resuelven por este método son de la forma  $\frac{dy(x)}{dx} = f(x, y)$  con  $y(x_0) = y_0$ .

Para este tipo de problemas el método de Runge-Kutta toma la forma  $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}[k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4]$ , con  $i = 0, 1, \dots, n-1$  a lo largo de un intervalo  $[x_0, x_0 + hn]$ , y donde  $k_i$  son las pendientes en diferentes partes del intervalo.

## 4. SciPy.integrate

Las funciones `odeint` y `solve_ivp` de la biblioteca `SciPy.integrate` sirven para encontrar la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias en un intervalo definido. Estas utilizan como argumento una función definida, los argumentos de la función definida, y otros propios de la función `odeint`. Por otro lado la segunda función en cuestión sirve para resolver problemas de valor inicial (PVI). Debido a esto, ambas funciones en conjunto son de gran utilidad para resolver problemas físicos que de otro modo resultarían más complicados, ya que podemos evitar tener que utilizar otros métodos como el de Euler o Runge-Kutta. Definitivamente son funciones que como físicos y programadores deberíamos usar habitualmente.

## 5. Comentarios sobre la actividad

Esta actividad fue bastante interesante, ya que nos permitió aprender a resolver problemas más complicados de manera numérica. Esta actividad ha sido la más compleja hasta el momento en cuanto a su contenido y le asignaría una dificultad un poco sobre la intermedia.

## 6. Referencias

<http://www3.fi.mdp.edu.ar/metodos/apuntes/euler%20-%20Rodrigo.pdf>

<https://esimecu analisis numerico.wordpress.com/2014/05/06/metodo-numerico-de-runge-kutta/>