...n_Kwok的博客
...间掷地有声

【LeetCode】132. Palindrome Partitioning II 基于动态规划DP、C++、Java的分析及解法

2016年05月16日 20:29:43 阅读数：1200

132. Palindrome Partitioning II

Total Accepted: 50256 **Total Submissions: 230441** **Difficulty: Hard**

Given a string s, partition s such that every substring of the partition is a palindrome.

Return the minimum cuts needed for a palindrome partitioning of s.

For example, given s = "aab",

Return 1 since the palindrome partitioning ["aa","b"] could be produced using 1 cut.

【分析】

重述题意：输入一个字符串，将其进行分割，分割后各个子串必须是“回文”结构，要求最少的分割次数。显然，为了求取最少分割次数，一个简单的思路是穷尽所有分割情况，再从中找出分割后可构成回文子串且次数最少的分割方法。

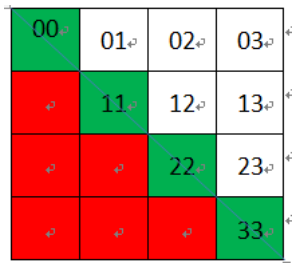
解题思路：对于输入字符串如s=“aab”,一个直观的思路是判断“aab”是否构成回文，根据回文的特点是对称性，那么，我们可以判断s[0]与s[2]是否相等，不等，因此“aab”不能构成回文，此后再怎么判断呢？？？这种无章法的操作没有意义，因为一个字符串构成回文的情况是很复杂的，对于一个长度为n的字符串，其构成回文的子串长度可能的长度分布范围可以是1—n：整体构成回文如“baab”，则子串长度可为n=4;如“cab”，只能构成长度为1的回文子串。

鉴于上述分析，对于一个字符串，我们需要考虑所有可能的分割，这个问题可以抽象成一个DP问题，对于一个长度为n的字符串，设DP[i][j]表示第i个字符到第j个字符是否构成回文，若是，则DP[i][j]=1;若否，则DP[i][j]=0;如此，根据回文的约束条件（对称性），DP[i][j]构成回文需满足：

1、输入字符串s[i]==s[j],对称性；

2、条件1满足并不能保证i到j构成回文，还须：（j–i）<=1或者DP[i+1][j–1]=1；即，i、j相邻或者i=j，也就是相邻字符相等构成回文或者字符自身构成回文，如果i、j不相邻或者相等，i到j构成回文的前提就是DP[i+1][j–1]=1.

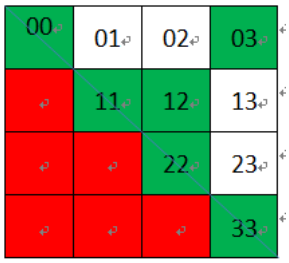
所以状态转移方程：DP[i][j]=(s[i]==s[j]&&(j–i<=1||DP[i+1][j–1]==1))。由于i必须小于j，i>=0&&i<s.length().如此，DP[i][j]构成一个下三角矩阵，空间、时间复杂度均为O(n2),如下所示：对于长度为4的字符串s=“baab”，其中红色部分为i>j，为无意义部分；绿色部分i==j，即字符串自身必然构成回文，DP[i][j]=1;白色部分，为长度大于1的子串，需要状态转移方程进行判断。



对于输入字符串，我们对其回文子串构成进行判断，Java代码如下：

```
public longestPalindrome_1(String s)
        {
        int [][] dp=new int[s.length()][s.length()];//存储状态变量，初始化为0
        for(int i=s.length()-1;i>=0;i--)
        {
                for(int j=i;j<s.length();j++)
            {
                if(s.charAt(i)==s.charAt(j)&&(j-i<=1||dp[i+1][j-1]==1))//状态转移方程
                {
                    dp[i][j]=1; //可进行回文分割，则置为1
                }
            }
        }
    }
```

经过判断，得到状态矩阵：绿色部分，即字符串“baab”可构成的回文子串分割情况：绿色部分DP[0][0]、DP[1][1]、DP[2][2]和DP[3][3]构成的是单字符回文子串，DP[1][2]和DP[0][3]构成的是多字符回文子串。



在得到输入字符串的所有回文子串的分割情况之后，我们需要考虑如何求取回文子串的最小分割次数，显然，回文子串越长，分割次数越少，因此，分割的时候回文子串应分别取最大长度，如上面的例子，s="baab"，可行的分割情况有三种：（显然，最少分割次数为0，当然，根据DP[][]矩阵可以很容易求取最长回文子串！！！！）。

1、{DP[0][0]、DP[1][1]、DP[2][2]、DP[3][3]};

2、{DP[0][0]、DP[1][2]、DP[3][3]};

3、{DP[0][3]}

当输入字符串所有可能的分割情况求出来之后，我们需要进一步寻找最少分割次数，我们可以用一个一维数组来存储分割次数：设int[] cut=new int[s.length()+1],cut[i]表示第i个字符到最后一个字符所构成的子串的最小分割次数，这里的i有约束条件，就是第i个位置必须是可进行回文分割的，即DP[i][j]==1 (j>=i&&j<s.length()),故：

$$cut[i] = \min_{i \le j < len} (1 + cut[j]), \text{前提条件：} DP[i][j] = 1$$

根据这个公式，我们最终要求的cut[0]与cut[0]、cut[1]...cut[len]都有关，直接求需要递归，效率低，因此我们可以逆序求解，即：先求cut[len-1]，最后求cut[0].

【解法一：基于Java的解法】

```
public class Solution {
    public int minCut(String s) {
        int [][] dp=new int[s.length()][s.length()];
        int [] cut=new int[s.length()+1];

        for(int i=s.length()-1;i>=0;i--)
        {
            cut[i]=Integer.MAX_VALUE;
                for(int j=i;j<s.length();j++)
            {
                if(s.charAt(i)==s.charAt(j)&&(j-i<=1||dp[i+1][j-1]==1))
                {
                    dp[i][j]=1;
                    cut[i]=Math.min(1+cut[j+1],cut[i]);
                }
            }
```

```
        }
        return cut[0]-1;
    }
}
```

【解法二：基于C++的解法】

```
class Solution {
public:
    int minCut(string s)
    {
        vector<vector<int>> dp;
        vector<int> temp;
        for(int i=0;i<s.size();i++)
        temp.push_back(0);

        for(int i=0;i<s.size();i++)
            dp.push_back(temp);

        vector<int> cut(s.size()+1,0);

        for(int i=s.size()-1;i>=0;i--)
        {
            cut[i]=INT_MAX;
                for(int j=i;j<s.size();j++)
            {
                if(s.at(i)==s.at(j)&&(j-i<=1||dp[i+1][j-1]==1))
                {
                    dp[i][j]=1;
                    cut[i]=min(1+cut[j+1],cut[i]);
                }
            }
        }
        return cut[0]-1;
    }
};
```

【参考文献】

http://blog.csdn.net/yutianzuijin/article/details/16850031

文章标签： leetcode Palindrome Partition C++Java DP 解题报告

个人分类： LeetCode Java Dynamic Programming