

北京亦庄实验中学

研究性学习课程 开题报告

课题名称 对凸包与半平面交问题的研究

课题组组长 蔡越同

指导教师 苏虹宇

管理教师 王千

研究领域 数学 信息学

2021 年 11 月 19 日

一 简表

课题组	姓名	性别	所在年级（班级）
课题组成员	尹玉文东	男	高一
	张钰晨	女	高一
	李灏冬	男	高一
课题组组长	蔡越同	女	高一
指导教师	姓名	职称	工作单位
	苏虹宇	二级教师	北京亦庄实验中学
课题名称	对凸包和半平面交问题的研究		
研究领域	数学、信息学		
摘要	<p>计算几何算法在众多领域都发挥了重要作用，本课题组拟探究凸包问题和半平面交问题。课题组拟通过文献，了解这两类问题的相关算法思路，并使用 C++ 语言编写计算几何工具库，利用其进一步研究凸包和半平面交问题。</p> <p>课题组拟在 2022 年 1 月 15 日前完成主体部分的研究，在结题报告中介绍两种较为常用的高效率算法。之后，通过对算法竞赛中相关典例的分析，进一步指出了两类问题在算法竞赛和生活中的应用。</p>		
关键词	计算几何；凸包；半平面交		

二 选题依据

<p>随着信息学的迅速发展，计算几何学已经成为几何学的重要分支，也是信息学的重要分支。在诸如计算机图形学、GIS(Geographic Information System)等众多的应用领域中，计算几何算法都发挥了重要作用。</p> <p>与此同时，解析几何学也在迅速发展，但在使用计算机技术解决几何问题时，计算几何比解析几何更加有效。一方面，解析几何基于笛卡尔坐标系和代数运算，现代计算几何基于向量运算，向量运算能有效避免浮点数运算及精度损失。另一方面，向量运算体系更加灵活，形式更加简洁。因此，计算几何更适用于计算机计算，在注重精度和效率的算法竞赛中具有很高的研究效益。</p> <p>凸包和半平面交问题是计算几何中的经典问题，其求解方法及性质在信息学上有广泛应用。目前，对问题的求解方法较为成熟，在不同应用场景中，均已衍生出很多高效率算法。以凸包的求解为例，有分治法、Jarvis 步进法、Graham 扫描法、Andrew 算法等，这些算法的时空复杂度略有区别。</p> <p>在算法竞赛上，凸包和半平面交的应用问题缺乏系统化整理。</p>
--

三 研究内容

<p>本课题组拟探究凸包问题和半平面交问题。</p> <p>首先对凸包和半平面交的定义进行明确，以便后续量化表述。</p> <p>然后逐步分析可能的求解思路，对前人已有的研究成果进行概述并比较不同思路之间时空复杂度以及精度之间的差异，并用程序展示算法的实现。</p> <p>最后对不同算法可能有的应用场景和问题进行归纳和总结，抽象出实际生活场景中的具体数学模型，并提出合理的解决方案。</p>
--

四 研究方案

本课题拟采用的研究方法主要为文献法。课题组将通过中央图书馆、学科教室图书、互联网等途径查阅文献，学习与计算几何基础有关的理论知识以及两类问题已有的解决方法，获取并整理算法竞赛中已有的应用问题。

在对于整理出的应用问题的解决方案探究中，课题将先采用数学工具对研究对象进行一系列量化处理，得到表述更为精确的数字形式结论，再使用程序对结论进行实现。

课题中探究的经典问题求解算法和应用问题解决方案拟采用的程序实现语言为 C++14，编写、编译和调试的集成开发环境为 Visual Studio Code。

较为复杂的算法经程序实现后，正确性往往难以保证。对于这类程序正确性的验证，课题组拟采用令该程序与另一解决同一问题且正确性有保证、但时空复杂度较劣的程序一同计算 20000 组以上可精确描述实际问题的数据，并使用指令对比二者计算结果差异，通过不完全归纳法验证该程序正确性。

在绘图方面，课题组拟使用 Geogebra 和 Latex 语言中的 TikZ 宏包，以得到更为精确和复杂的图像。

五 研究工作进度安排

研究开始至 2021 年 11 月 19 日：阅读文献，了解基础内容，确定研究方向。

2021 年 11 月 19 日至 2022 年 1 月 15 日：初步研究求凸包和求半平面交的算法，使用 C++ 语言编写计算几何工具库。在分析两类问题应用的同时，对结果进行归纳整理，形成结题报告。

2022 年 1 月 15 日至 2022 年 1 月 20 日：进一步整理研究成果，准备答辩。

六 预期研究成果

课题拟介绍时间复杂度为 $O(n \log n)$ 的凸包求解方法以及半平面交求解方法。将依据目前计算机界对两类问题的现有研究成果，综合考虑实现难度和计算机算力等因素，对各个算法进行评估，并在总结整理出几类算法可能的应用场景和问题后，使用较优的算法得到合理的问题解决方案。

七 本课题创新之处

从较为简单的解决典型问题的算法切入，深入探究时空复杂度更优的算法以及各个算法在解决实际问题中的应用，为算法的理解与运用提供了新的方案。

开题报告评价表

课题名称	对凸包与半平面交问题的研究		
课题组成员	尹玉文东 蔡越同 李灏冬 张钰晨		
项 目	评价要素	分值	得分
选 题	科学性	3	
	创新性	5	
	可行性	2	
开题报告	选题依据	1	
	研究内容	2	
	研究方案	2	
	进度安排	1	
论证过程	团队合作	1	
	任务分工	1	
	语言表达	1	
	应答能力	1	
课题组成绩			
指导教师评语	指导教师签字： 年 月 日		