

北京亦庄实验中学

研究性学习课程 开题报告

课题名称 浅析复杂动态规划模型及其优化

课题组组长 尹玉文东_____
指导教师 张敏_____
管理教师 张敏_____
研究领域 信息学、技术_____

2022 年 4 月 1 日

一 简表

课题组	姓名	性别	所在年级（班级）
课题组成员	蔡越同	女	高一
	李灏冬	男	高一
	张钰晨	女	高一
课题组组长	尹玉文东	男	高一
指导教师	姓名	职称	工作单位
	张敏	无	北京亦庄实验中学
课题名称	浅析复杂动态规划模型及其优化		
研究领域	技术		
摘要	<p>本文研究了复杂动态规划模型及其优化。首先，研究了状态压缩动态规划，这是一类以集合信息为状态，以状态总数为指数级的问题；之后，还研究了技巧性较强的数位动态规划。除此之外，本文研究了四种动态规划的优化方式，包括单调队列优化、斜率优化、四边形不等式优化及 CDQ 分治优化，这些方法可以降低原有算法的时间复杂度，使其趋近空间复杂度。研究过程中，参考了 NOI 国家集训队的有关论文，具体分析了算法竞赛中的真实例题，并用 C++ 语言进行了完整的代码实现。</p>		
关键词	动态规划；单调队列；四边形不等式；CDQ 分治		

二 选题依据

动态规划（Dynamic Programming, DP）与分治方法相似，都是通过组合子问题的解来求解原问题。分治方法将问题划分为互不相交的子问题，再将它们的解组合起来，求出原问题的解。与之相反，动态规划应用于子问题重叠的情况，即不同的子问题具有公共的子子问题（递归进行）。在这种情况下，分治算法会做许多不必要的工作，它会反复地求解那些公共子子问题。而动态规划算法对每个子子问题只求解一次，将其解保存在一个表格中，从而无需每次求解一个子子问题时都要重新计算，避免了这种不必要的计算工作。

近年来，动态规划（Dynamic Programming，下文或将简称为 DP）在信息学中的应用愈发广泛。简单的动态规划模型如线性 DP、背包 DP、区间 DP 已被多数人熟练掌握并运用，本文将不再赘述。而与之形成对比地一些复杂动态规划问题由于其算法本身的难度，难以被应用或被信息学竞赛选手解答出，故本文将这些算法进行了整合并且进行了详细地解析，可以作为信息学竞赛选手及相关领域的参考资料使用。

对于一些时间复杂度本身较劣的 DP 思路，硬件运行速度的提升往往是常量级的，在数据规模快速增长时效果甚微，而直接对 DP 的状态设计进行本质优化往往具有局限性，无法系统整理并在其他 DP 上如法炮制。故本文还将介绍四种被广泛应用的 DP 转移优化方式，在保持原有状态设计和转移方式的基础上最大限度地省去不必要的计算，已达到优化时间复杂度的目的。

三 研究内容

主要研究两种复杂动态规划算法——状态压缩动态规划及计数动态规划，以及四种动态规划的优化方式——单调队列优化、斜率优化、四边形不等式优化、CDQ 分治优化。

文章分为两个部分，先会对两种动态规划算法进行理论讲解及典型例题分析。例题的分析中先会使用文字进行解析，之后会附上代码，便于进一步理解。

第二部分会逐一探究四种动态规划的优化方式，并分析它们对于动态规划算法的优化效果。

四 研究方案

本课题拟采用的研究方法主要为文献法。课题组将通过校内的图书资料、互联网等途径查阅文献，学习与上述几类复杂动态规划问题及其优化方式的已有的解决方法，同时搜集并整理相关的典型例题进行分析。

在对于典型例题的文字分析中，会适当使用数学方法对一些结论进行证明及推导，再使用程序对结论进行实现。

课题中探究的经典问题求解算法解决方案拟采用的程序实现语言为 C++14。编写、编译和调试的集成开发环境为 Visual Studio Code。

较为复杂的算法经程序实现后，需验证其正确性。课题组拟采用令该程序与另一解决同一问题且正确性有保证、但时空复杂度较劣的程序一同计算 20000 组以上可精确描述实际问题的数据，并使用指令对比二者计算结果差异，通过不完全归纳法验证该程序正确性。

五 研究进度安排

研究开始至 4 月 28 日：小组成员自行学习相关算法并完成典型例题。

4 月 29 日至 5 月 4 日：利用假期完成论文写作。

5 月 4 日后：整理完善相关材料，准备答辩。

六 预期研究成果

对于算法的介绍与描述可以做到详细、清晰、易懂，可以作为学习资料使用。

对于典型例题的解法力求最优解，可以用尽可能简便、快速的解法解决问题，有助于他人学习。

七 本课题创新之处

在信息学竞赛中，各类动态规划算法通常会单独形成相关文献。本小组将各类复杂的动态规划算法进行了整合，且进行了相关优化方式的分析讲述，是一创新之处。

开题报告评价表

课题名称			
课题组成员			
项 目	评价要素	分值	得分
选 题	科学性	3	
	创新性	5	
	可行性	2	
开题报告	选题依据	1	
	研究内容	2	
	研究方案	2	
	进度安排	1	
论证过程	团队合作	1	
	任务分工	1	
	语言表达	1	
	应答能力	1	
课题组成绩			
指导教师评语	指导教师签字： 年 月 日		