

# 2023 级电气工程与自动化学院转专业试卷

试题来自回忆, 可能存在差错, 有一两道题没记

## 一、选择题

1. 若  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ , 则 ( ).  
A. 连续且可微      B. 连续但不可微      C. 不连续      D. 无法判断
2. 已知  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\sqrt{1+n^2}}$  ( ).  
A. 条件收敛      B. 绝对收敛      C. 发散      D. 无法确定
3. 若  $f(x)$  的一个原函数为  $e^{-x^2}$ , 则  $\int x f(x) dx = ( )$ .  
A.  $(1+2x^2)e^{-x^2} + C$       B.  $-(1+2x^2)e^{-x^2} + C$   
C.  $(1-2x^2)e^{-x^2} + C$       D.  $-(1-2x^2)e^{-x^2} + C$
4. 广义积分  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(x+1)} dx$  与  $\int_0^1 \frac{1}{(x+1)x} dx$  的收敛情况分别为 ( ).  
A. 收敛, 收敛      B. 收敛, 发散      C. 发散, 收敛      D. 发散, 发散
5.  $x$  趋于 0 时, 以下无穷小量中阶数最高的为 ( ).  
A.  $1 - \cos x$       B.  $\frac{1}{2}x^2$       C.  $\sqrt{x^2+1} - 1$       D.  $x - \arctan x$

## 二、填空题

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \arctan n}{n^2 + 1} =$ \_\_\_\_\_.
2.  $e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$  对应的二阶线性常微分方程为\_\_\_\_\_.
3.  $x^2 - y + 1 = e^y$ , 则  $\frac{d^2 y}{dx^2} =$ \_\_\_\_\_.
4.  $\int_0^{\pi/6} dy \int_y^{\pi/6} \frac{\cos x}{x} dx =$ \_\_\_\_\_.
5. 若  $\Sigma: |x| + |y| + |z| = 1$ , 则  $\oiint_{\Sigma} (x + |y|) dS =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x \cos x)}{\ln(x + \sqrt{1+x^2})}$ .

2. 直线  $L$  过点  $(1, 0)$  且与  $y = \sqrt{x-2}$  相切, 求  $L$  与  $y = \sqrt{x-2}$  和  $x$  轴围成图像绕  $x$  轴旋转所得旋转体的体积.

3. 求方程  $x \ln x dy + (y - \ln x) dx = 0$  满足  $y(e) = 1$  的特解.

4.  $f(u, v)$  为二元可导函数,  $z = f(\frac{x}{y}, \frac{y}{x})$ , 求  $x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y}$ . (可能记反了)

5. 曲面  $\Sigma: z = 1 - x^2 - y^2$  方向取上侧, 求  $\iint_{\Sigma} 2x^3 dy dz + 2y^3 dz dx + 3(z^2 - 1) dx dy$ .

6. 求  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2n+1}$ .

7. 求力  $\vec{F} = \frac{x+y}{4x^2+y^2} \vec{i} + \frac{4x-y}{4x^2+y^2} \vec{j}$  沿曲线  $x^2 + y^2 = 2$  逆时针一圈作的功.

8. 证明:  $(1+x) \ln^2(1+x) < x^2$  ( $x > 0$ ).