选择题

第八章：空间解析几何与向量代数

1、平面π_1:$x+2y-z+3=0$，π_2:$x+2y-z=0$的位置关系是：(　　)

A．垂直　　　B．平行但不重合　　　C．重合　　　D．不平行也不垂直

2．在空间直角坐标系中，方程$x^2+y^2=2$的图形是（　　）

A.圆　　　　　　　　B.球面

C.圆柱面　　　　　　D.旋转抛物面

3．已知点$A(7,1,3)$及点$B(5,-1,4)$,则与向量$\overrightarrow{AB}$同向的单位向量是（　　）

A. $\left\{\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{-1}{3}\right\}$　　　　B. $\left\{\frac{-2}{3},\frac{-2}{3},\frac{1}{3}\right\}$

C. $\left\{\frac{-2}{3},\frac{2}{3},\frac{-1}{3}\right\}$　　　　D. $\left\{\frac{2}{3},\frac{-2}{3},\frac{1}{3}\right\}$

4．已知$\vec{a}$=(1，1，-2)，$\vec{b}$=(1，2，3)，则$\vec{a}\times\vec{b}$=（　　）

A.(-7，-1,3)　　　　B.(7，-1，-3)

C.(-7,1,3)　　　　　D.(7,-5，1)

5.方程$x^2+y^2+z^2=9$表示的二次曲面是（　　）

A.球面　　　B.抛物面　　　C.锥面　　　D.柱面

6．若向量$\vec{a}=(1,-1,k)$和向量$\vec{b}=(2,4,2)$垂直,则$k=$（　　）.

A. 1　　　B. -1　　　C. 2　　　D. -2

7.两平行平面$\pi_1:19x-4y+8z+21=0$与$\pi_2:19x-4y+8z+42=0$的距离为（　　）

A.1　　　B. $\frac{1}{2}$　　　C.2　　　D.21

8．方程$x+y-z=0$表示的图形为（　　）.

A.锥面　　　B.平面　　　C. 旋转抛物面　　　D. 椭球面

9.方程组$\begin{cases}x^2-4y^2=8z\\ z=8\end{cases}$在空间表示（　　）

A.双曲柱面　　　　　　B.（0，0，0）

C.平面 z=8 上的双曲线　　　D.椭圆

10．设向量$\vec{a}=(1,1,2),\vec{b}=(2,0,-1)$，则向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　　）．

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{2}$　　C. 0　　D. $\frac{\pi}{6}$

11．设$\vec{a}$与$\vec{b}$均为非零向量，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，则必有（　　）．

A. $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}|+|\vec{b}|$　　B. $|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{a}|-|\vec{b}|$

C. $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$　　D. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{a}-\vec{b}$

12．若向量$\vec{a}=(x_1,y_1,z_1),\vec{b}=(x_2,y_2,z_2)$，则$\vec{a}\perp\vec{b}$的充要条件为（　　）．

A. $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_1}{y_2}=\frac{z_1}{z_2}$　　B. $x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2=0$

C. $x_1y_1=x_2y_2$　　D. $x_1z_1=x_2z_2$

13．设有直线$\frac{x}{4}=\frac{y}{-3}=\frac{z}{0}$，则该直线必定（　　）．

A. 过原点且垂直于z轴　　B. 过原点且平行于z轴

C. 不过原点，但垂直于z轴　　D. 不过原点，但平行于z轴

14．平面π_1:$2x+3y+4z+4=0,\pi_2:2x+3y+4z-4=0$的位置关系为（　　）．

A. 相交且垂直　　B. 相交但不重合

C. 平行但不重合　　D. 重合

15．若平面$Ax+By+Cz+D=0$平行于x轴，则（　　）．

A. A=0　　B. B=0　　C. C=0　　D. D=0

16．下列曲面中，母线平行于y轴的柱面为（　　）

A．$z=x^2$　　B．$z=y^2$　　C．$z=x^2+y^2$　　D．$x+y+z=1$

17．在空间直角坐标系中，点（-1, 2, 4）到x轴的距离为

A．1　　B．2

C．$\sqrt{20}$　　D．$\sqrt{21}$

18、设空间三点的坐标分别为M（1，1，1）、A（2，2，1）、B（2，1，2），$\angle AMB=$(　　)

A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．π

19、方程$x^2+y^2-z^2=0$表示的二次曲面是　　（　　）

A．球面　　B．旋转抛物面　　C．圆锥面　　D．圆柱面

第九章：多元函数微分法及其应用

20．已知函数 $h(x, y) = x - y + f(x + y)$,且 $h(0,y) = y^2$,则 $f(x + y)$为（ ）

A．$y(y + 1)$ B．$y(y - 1)$ C．$(x + y)(x + y - 1)$ D．$(x + y)(x + y + 1)$

21．下列表达式是某函数 $u(x,y)$的全微分的为（ ）

A．$x^2y\mathrm{d}x + xy^2\mathrm{d}y$ B．$x\mathrm{d}x + xy\mathrm{d}y$ C．$y\mathrm{d}x - x\mathrm{d}y$ D．$y\mathrm{d}x + x\mathrm{d}y$

22．设函数 $z = f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 某领域内有定义，则 $\frac{\partial z}{\partial x}|_{(x0,y0)}=$

A．$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h,y)-f(x,y)}{h}$ B．$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x+h,y+h)-f(x,y)}{h}$

C．$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h,y_0+h)-f(x_0,y_0)}{h}$ D．$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0+h,y_0)-f(x_0,y_0)}{h}$

23.已知函数 $f(x-y,x+y)=x^2-y^2, z=f(x,y)$,则 $\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}=($ $)$

A.2x−2y B.2x+2y

C.x+y D.x−y

24.设函数 $f(x,y)=x^3y$, 则点（0，0）是 f(x,y)的（ ）

A.间断点 B.驻点

C.极小值点 D.极大值点

25、如果在点 (x_0, y_0) 的某邻域内 $\lim\limits_{\substack{x\to x_0\\ y\to y_0}} f(x,y)$ 存在，则 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0)（ ）

A．连续 B．可微 C．间断 D．不一定连续

26、如果 $f(x,y)$ 有二阶连续偏导数，则 $\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x\partial y}=$ （ ）

A．0 B．$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2}$ C．$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}$ D．$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y\partial x}$

27、$z=\ln\sqrt{x^2-y^2}$ 的定义域为 （ ）

A．$x^2-y^2\ge 1$ B．$x^2-y^2\ge 0$ C．$x^2-y^2>1$ D．$x^2-y^2>0$

28．设函数 $f(x,y)=\sqrt[3]{x-y}-xy$，则 $f(y,1)=$（ ）

A．$\sqrt[3]{1-y^2}$ B．$\sqrt[3]{x-y}-xy$

C．$\sqrt[3]{y-x}-xy$ D．$\sqrt[3]{y-1}-y$

29．设函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处偏导数存在，并且取得极大值，则有（ ）

A． $f_x(x_0,y_0)>0$， $f_y(x_0,y_0)>0$　　　　B． $f_x(x_0,y_0)<0$， $f_y(x_0,y_0)<0$

C． $f_x(x_0,y_0)>0$， $f_y(x_0,y_0)<0$　　　　D． $f_x(x_0,y_0)=0$， $f_y(x_0,y_0)=0$

30. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{\sin 3(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$ （　　）

A. 等于 0　　　　B. 等于 $\dfrac{1}{3}$

C. 等于 3　　　　D. 不存在

31. 设函数 $z=f(x,y)$ 由方程 $x^2+y^2-z^2=0$ 所确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$（　　）.

A. $-\dfrac{x}{z}$　　　　B. $\dfrac{x}{z}$　　　　C. $-\dfrac{z}{x}$　　　　D. $\dfrac{z}{x}$

32. 设 $\left.\dfrac{\partial f}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_0\\y=y_0}}$， $\left.\dfrac{\partial f}{\partial y}\right|_{\substack{x=x_0\\y=y_0}}$ 存在. 则 $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 为（　　）

A. 连续　　　　B. 不连续　　　　C. 可微　　　　D. 以上均不能确定

33. 曲面 $x^2+2y^2+3z^2=12$ 在 $(1,-2,1)$ 处的切平面是（　　）

A. $2x+8y-6z=24$　　　　B. $2x-8y+6z=0$

C. $x+4y-3z=12$　　　　D. $x-4y+3z=12$

34. 如果 (x_0,y_0) 为 $f(x,y)$ 的极值点，且 $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处的两个一阶偏导数存在，则点 (x_0,y_0) 必为 $f(x,y)$ 的（　　）.

A. 最大值点　　　　B. 驻点　　　　C. 连续点　　　　D. 最小值点

35. 设 $z=x^2+y$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial y}=$（　　）.

A. 1　　　　B. $2x$　　　　C. $2x+1$　　　　D. x^2

36. 函数 $z=\dfrac{1}{\ln(x+y)}$ 的定义域是（　　）.

A. $x+y\neq0$　　　　B. $x+y>0$

C. $x+y>0$ 且 $x+y\neq1$　　　　D. $x+y\geq1$

37. 设 $z=2x^2+3xy-y^2$，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$（　　）.

A. 6　　　B. 3　　　C. −2　　　D. 2

38. 函数 $z=x^2+y^2-x^2y^2$ 在点 $(1,1)$ 处的全微分 $dz\big|_{(1,1)}=$（　　）.

A. 0　　　B. $dx+dy$　　　C. $2dx+2dy$　　　D. $2dx-2dy$

39. 函数 $z=\sin(x^2+y)$ 在点 $(0,0)$ 处（　　）.

A. 无定义　　　B. 无极限　　　C. 有极限但不连续　　　D. 连续

第十章：重积分

40. $\iiint\limits_{\Omega} z^2 dv$ 在柱面坐标系下化为三次积分为(　　)，其中 Ω 为 $x^2+y^2+z^2\le R^2$ 的上半球体.

A. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^R rdr\int_0^R z^2dz$　　　B. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^R rdr\int_0^r z^2dz$

C. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^R dr\int_0^{\sqrt{R^2-r^2}} z^2dz$　　　D. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^R rdr\int_0^{\sqrt{R^2-r^2}} z^2dz$

41. 设 D 是由 $1\le x^2+y^2\le 4$ 所确定的平面区域，则二重积分 $\iint_D dxdy=$（　　）

A. 3π　　　B. 4π

C. 15π　　　D. 8π

42. 交换积分顺序，则 $\int_0^1 dy\int_0^{y^2} f(x,y)dx=$（　　）

A. $\int_0^1 dx\int_0^{x^2} f(x,y)dy$　　　B. $\int_0^1 dx\int_{x^2}^1 f(x,y)dy$

C. $\int_0^1 dx\int_{\sqrt{x}}^1 f(x,y)dy$　　　D. $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$

43. 设 $f(x,y)$ 连续且 $a>0$，$\int_0^a dx\int_0^x f(x,y)dy=$（　　）

A. $\int_0^a dy\int_0^y f(x,y)dx$　　　B. $\int_0^a dy\int_a^y f(x,y)dx$

C. $\int_0^a dy\int_y^a f(x,y)dx$　　　D. $\int_0^a dy\int_0^a f(x,y)dx$

44. D 由 $x^2+y^2=4$ 围成，则 $\iint\limits_D e^{x^2+y^2}dxdy=$（　　）

A. $\frac{\pi}{2}(e^4-1)$　　　B. $\pi(e^4-1)$　　　C. $2\pi(e^4-1)$　　　D. e^4

45. 设 D 是方形域：$-1\le x\le 1, 0\le y\le 1$ 则 $\iint\limits_D \sqrt{y}d\sigma=$（　　）.

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{4}{3}$

46. 设D是由 $y=kx(k>0), y=0$和$x=1$所围成的三角形区域，且$\iint xy^2dxdy=\frac{1}{15}$，则$k=$（　　）.

A. 1　　B. $\sqrt[3]{\frac{4}{5}}$　　C. $\sqrt[3]{\frac{1}{15}}$　　D. $\sqrt[3]{\frac{2}{5}}$

47. 设 D 是第一象限内的一个有界闭区域，而且 $0<y<1$ 记

$$I_1=\iint_D yxd\sigma, I_2=\iint_D y^2xd\sigma, I_3=\iint_D y^{\frac{1}{2}}xd\sigma,$$

则I_1，I_2，I_3的大小顺序是（　　）.

A. $I_1\le I_2\le I_3$　　B. $I_2\le I_1\le I_3$　　C. $I_3\le I_1\le I_2$　　D. $I_3\le I_2\le I_1$

48. $\iint\limits_{x^2+y^2\le a^2}(x^2+y^2)dxdy=8\pi(a\ge 0)$，则$a=$（　　）.

A. $\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. 1　　D. 2

49.顶点坐标为（0，0），（0，1），（1，1）的三角形面积可以表示为（　　）

A. $\int_0^x dy\int_0^y dx$　　B. $\int_0^1 dx\int_1^x dy$

C. $\int_0^1 dx\int_x^1 dy$　　D. $\int_0^1 dy\int_y^0 dx$

第十一章：曲线积分与曲面积分

50．设积分曲线$L:x^2+y^2=1$，则对弧长的曲线积分$\oint_L(x+y)ds=$

A．0　　B．1

C．π　　D．2π

51．设 L 是圆周 $x^2+y^2=2$，则对弧长的曲线积分$\oint_L(x^2+y^2)ds=$（　　）

A．$4\sqrt{2}\pi$　　B．4π　　C．$8\sqrt{2}\pi$　　D．8π

52.下列曲线积分中，与路径无关的曲线积分为（　　）

A. $\int_L(x-2y)\mathrm{d}x+(2x-y)\mathrm{d}y$　　B. $\int_L(x+2y)\mathrm{d}x+(y-2x)\mathrm{d}y$

C. $\int_L(x+2y)\mathrm{d}x+(2x+y)\mathrm{d}y$　　D. $\int_L(2x+y)\mathrm{d}x+(2x-y)\mathrm{d}y$

53. L: $x^2+y^2=1$的一周（逆时针方向），$\oint_L(2x-y)dx+(2y+x)dy=$（　　）

A. π　　B. $-\pi$　　C. 2π　　D. -2π

54、若Σ为球面$x^2+y^2+z^2=R^2$的外侧, 则 $\iint\limits_{\Sigma} x^2y^2zdxdy$ 等于　　（　　）

A. $\iint\limits_{D_{xy}} x^2y^2\sqrt{R^2-x^2-y^2}dxdy$　　B. $2\iint\limits_{D_{xy}} x^2y^2\sqrt{R^2-x^2-y^2}dxdy$

C. 0　　D. $\iint\limits_{D_{xz}} x^2(R^2-x^2-z^2)zdxdz$

第十二章：无穷级数

55. 已知幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n}x^n$，则其收敛半径 R 为（　　）.

A. 2　　B. 1

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\sqrt{2}$

56. 设 0≤u_n≤v_n(n=1, 2, …)，且无穷级数$\sum_{n=1}^{\infty}v_n$收敛，则无穷级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$（　　）

A. 条件收敛　　B. 绝对收敛

C. 发散　　D. 收敛性不确定

57. 下列级数中绝对收敛的是（　　）.

A. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{n+1}$　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n}}$　　C. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n}$　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n^2}$

58. 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}x^n$收敛域为（　　）

A. $(-1\ ,1)$　　B. $[-1,\ 1]$　　C. $[-1\ ,1)$　　D. $(-1,\ 1]$

59. 设$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$与$\sum_{n=1}^{\infty}v_n$都是正项级数，且$u_n\le v_n(n=1,2,\cdots)$，则下列命题正确的是（　　）.

A. 若$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛，则$\sum_{n=1}^{\infty}v_n$收敛　　B. 若$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛，则$\sum_{n=1}^{\infty}v_n$发散

C. 若$\sum_{n=1}^{\infty}v_n$发散，则$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$发散　　D. 若$\sum_{n=1}^{\infty}v_n$收敛，则$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$收敛

60. 设无穷级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$收敛, 无穷级数$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$发散, 则无穷级数$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$（　　）

A.条件收敛　　　　　　　　　　B.绝对收敛

C.发散　　　　　　　　　　　　D.可能收敛也可能发散

61.下列级数中为条件收敛的是（　　）.

A. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}(\frac{n}{2n+1})$　　　　B. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}(\frac{1}{n\sqrt{n}})$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}(\frac{1}{\sqrt{n}})$　　　　D. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\sin\frac{1}{n^2}$

62.级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{p+1}}$ 收敛，则有（　　）.

A． $p\le 0$　　B． $p>0$　　C． $p\le 1$　　D． $p<1$

63.下列命题正确的是（　　）.

A．若 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，则必有 $\lim_{n\to\infty}u_n=0$　　B．若 $\lim_{n\to\infty}u_n=0$，则 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 必收敛

C．若 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 发散，则必有 $\lim_{n\to\infty}u_n\ne 0$　　D．若 $\lim_{n\to\infty}u_n\ne 0$，则 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 未必发散

64．已知函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，它在 $[-\pi,\pi)$ 上的表达式为

$f(x)=\begin{cases}0,-\pi\leqslant x<0\\1,0\leqslant x<\pi\end{cases}$，$S(x)$ 是 $f(x)$ 傅里叶级数的和函数，则 $S(2\pi)=$

A．0　　　　B． $\frac{1}{2}$

C．1　　　　D．2

65．已知函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，它在 $[-\pi,\pi)$ 上的表达式为

$f(x)=\begin{cases}0,-\pi\leqslant x<0\\1,0\leqslant x<\pi\end{cases}$，$S(x)$ 是 $f(x)$ 傅里叶级数的和函数，则 $s(\frac{\pi}{2})=$

A．0　　　　B． $\frac{1}{2}$

C．1　　　　D．2

66．无穷级数 $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n!}$ 的和为（　　　）

A． $e+1$　　B． $e-1$　　C． $e-2$　　D． $e+2$

67 、函数项级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} nx^{n+1}$在$(-1,1)$内的和函数是 （ ）

A. $-\left(\dfrac{x}{1-x}\right)^2$　　B. $\left(\dfrac{x}{1-x}\right)^2$　　C. $\dfrac{-x^2}{1-x}$　　D. $\dfrac{x^2}{1-x}$

填空题

第八章：空间解析几何与向量代数

1. 方程$x^2+y^2=1$在空间所表示的图形是________________

2. 过点$(1,1,1)$且垂直于平面$2x-3y+z-5=0$的直线方程为_____________.

3. 设$\vec{a}=(2,0,-1),\vec{b}=(1,-2,-2)$，则$3\vec{a}+\vec{b}=$______________.

4. 过点$M(1-,\ ;)$，且与平面$x-y+2z+1=0$垂直的直线方程为________________.

5. 向量$\vec{a}$=（3，0，−1），$\vec{b}$=（2，−3，2），则$\vec{a}\times\vec{b}$= _______________.

6. 过点$P(1,\ 2,\ -1)$且与直线$x=-t+2,\ \ y=3t-4,\ \ z=t-1$，垂直的平面方程为

_____________________________.

7. 已知向量$\vec{a}$=（3，−7，6）与向量$\vec{b}$=（9，k，18）平行，则常数k=_________.

8. 已知向量$\vec{a}$=（−2，c，6）与向量$\vec{b}$=（1，4，−3）垂直，则常数c=______.

第九章：多元函数微分法及其应用

9. 函数$z=\dfrac{\sqrt{4x-y^2}}{\ln(1-x^2-y^2)}$的定义域为__________________.

10. 已知函数$z=e^{xy}$，则在（2，1）处的全微分$dz=$___________________.

11. 设函数$z=2x^2+y^2$，则全微分dz=_______________.

12. 设函数$z=u+v$，而$u=x+y$，$v=xy$，则$\dfrac{\partial z}{\partial x}$=________________.

13. $z=x^3y+xy^3$的全微分dz=______________.

14. 设$f(x,y)=xy^2$　　则 $\nabla f(1,1)=$_________________.

15. 设$f(x,y)=e^{-x}\sin(x+2y)$，则$f_x(0,\dfrac{\pi}{4})=$________________.

16. 设函数 $z=2x^2y$，则$\dfrac{\partial z}{\partial x}$=_______________.

17. 函数 $f\left(x,y\right)=4x-4y-x^2-y^2$ 的极值是________________.

18. 若函数 $z=2x^2+2y^2+3xy+ax+by+c$ 在点 $(-2,3)$ 处取得极小值－3，则常数 a,b,c 之积 $abc=$____________.

19. 设 $z=\ln\left(x^2+y^2\right)$，则 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{x=1,\quad y=1}=$ ________________________.

20．已知函数 $z=e^x\cos y$，则 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$__________.

21．函数 $z=\sqrt{4-x^2-y^2}\ln(x^2+y^2-1)$ 的定义域为______.

第十章：重积分

22. 交换积分次序，$\int_1^e dx\int_0^{\ln x} f(x,y)dy=$_______________.

23. 设 D: $4\le x^2+y^2\le 9$ 则 $\iint\limits_D dxdy=$_______________.

24. 已知D是长方形区域：$a\le x\le b,0\le y\le 1$，则 $\iint\limits_D dxdy=$______________.

25. $\int_0^2 dx\int_x^2 e^{-y^2}dy$ 的值等于_______________.

26. $\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le R^2} dv=$_______________.

27. $f(x,y)$ 为连续函数，则二次积分 $\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^1 f(x,y)dx$ 交换积分次序后为______.

28. 二次积分 $I=\int_{-1}^1 \mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)\mathrm{d}x$,交换积分次序后 $I=$______.

第十一章：曲线积分与曲面积分

29. 设 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=a^2$, 则对面积的曲面积分 $\oiint\limits_{\Sigma} dS=$______________.

30. 设 L 为一条按段光滑的闭曲线，P、Q 在 L 所围成的单连通闭区域内连续，且具有一阶连续偏导数，则积分 $\oint_L Pdx+Qdy$ 与路径无关的条件是_______________.

第十二章：无穷级数

31．无穷级数 $\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+1)}+\cdots$ 的和为_______________.

32. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{3^n}(x-1)^n$ 的收敛区间为_______________.

33. 若级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$绝对收敛，则$\sum_{n=1}^{\infty}|u_n|$必定______________，若级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n$条件收敛，则$\sum_{n=1}^{\infty}|u_n|$必定______________.

34. 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}$的收敛区间为_________________.

35. 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(x-1)^n}{n}$的收敛域_________________.

36．已知无穷级数$\sum_{n=1}^{\infty}u_n=1+\frac{2}{3}+\frac{3}{3^2}+\frac{4}{3^3}+\cdots$，则通项 u_n=_________.

37．幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{n+1}}{3^n}$的收敛半径 R=______.

计算题

第八章：空间解析几何与向量代数

1. 设平面π过点$(1,0,-1)$，且与平面$\pi_1:4x-y+2x-8=0$平行，求平面π的方程 .

2. 求过点（1，0，2）且平行直线$\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z}{3}$的直线方程。

3. 求过点$M(1,2,-1)$，且平行于向量$\vec{s}=(2,-1,1)$的直线方程.

4. 求过点$M(1,2,3)$且与直线$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{-2}$垂直的平面方程。

5. 已知平面过原点O，且垂直于两平面

Π_1： $x+2y+3z-2=0$，

Π_2： $6x-y-5z+23=0$，

求此平面方程.

6. 直线L过点$A(-2,1,3)$与$B(0,-1,2)$，求点$C(10,5,10)$到直线L的距离.

7．已知两直线的方程为：

L_1： $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{0}=\frac{z-3}{-1}$

L_2： $\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$，

求过L_1且平行于L_2的平面方程.

8. 求曲线$\begin{cases} x^2 - z = 0 \\ 3x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$上一点$(1,-2,1)$处的切线与直线$\begin{cases} 9x - 7y - 21 = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$间的夹角余弦.

9. 求直线$l_1: \dfrac{x-9}{4} = \dfrac{y+2}{-3} = \dfrac{z}{1}$与直线$l_2: \dfrac{x}{-2} = \dfrac{y+7}{9} = \dfrac{z-7}{2}$的公垂线方程。

10．将直线$\begin{cases} 3x + 2y + z = 0 \\ x + 2y + 3z - 4 = 0 \end{cases}$化为参数式和对称式方程.

11．求直线$\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+9}{-1}$与直线$\dfrac{x}{1} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z-2}{2}$的夹角.

第九章：多元函数微分法及其应用

12. 已知$z = f(\sin x \cos y, e^{x+y})$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

13. 计算 $z = x^y$ 的全微分$dz =$

14．设函数$z = e^{x^2 \sin y}$，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

15．已知方程$x^2 + y^2 + z^2 - e^z = 0$确定了函数$z = z(x, y)$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$

16. 设$z = u^2 + v^2, u = \sin x, v = x + y$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$

17. 求$z = x^3 y - 3x^2 y^3$的全微分.

18. 设$z = e^u \sin v, u = xy, v = x+y$, 求$\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}$.

19. 求函数$z = x\sin\left(x^2 + y^2\right)$的全微分.

20. 设函数$z = e^{x^2 \sin y}$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}, \dfrac{\partial z}{\partial y}, \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

21. 求椭球面$x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$上平行于平面$x - y + 2z = 0$的切平面方程.

22. 设$z = z(x, y)$是由$x^2 - 6xy + 10y^2 - 2yz - z^2 + 18 = 0$确定的函数，求$z = z(x, y)$的极值点和极值.

23. 设$z = x\ln(xy)$，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

24. 设 $z=e^{\ln\sqrt{x^2+y^2}}\ \arctan\dfrac{x}{y}$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$， $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

25. 设方程组 $\begin{cases} x+y+z+z^2=0 \\ x+y^2+z+z^3=0 \end{cases}$，求 $\dfrac{dy}{dx}$， $\dfrac{dz}{dx}$.

26. 求二元函数 $f(x,y)=x^2\left(2+y^2\right)+y\ln y$ 的极值..

27.设方程 $f(x+y+z, x, x+y)=0$ 确定函数 $z=z(x,y)$,其中 f 为可微函数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

28.求曲面 $z=2y+\ln\dfrac{x}{y}$ 在点（1，1，2）处的切平面方程.

29.求函数 $z=x^2-y^2$ 在点（2，3）处，沿从点 A（2，3）到点 B（3，3+$\sqrt{3}$ ）的方向 l 的方向导数.

30．设 f 是可微的二元函数，并且 $z=f(x-y,x^2+y^2)$，求全微分 dz.

31．已知方程 $e^{xy}-x+2y-z^2-z=5$ 确定函数 $z=z(x,y)$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

32．设函数 $f(x,y)=\arctan\dfrac{y}{x}$，求梯度 **grad** $f(x,y)$.

33．设函数 $z=\ln(\sqrt{x}+\sqrt{y})$，证明 $2x\dfrac{\partial z}{\partial x}+2y\dfrac{\partial z}{\partial y}=1$.

34.求函数 $f(x,y)=3+14y+32x-8xy-2y^2-10x^2$ 的极值.

35．求函数 $f(x,y)=6xy-5x^2-4y^2+16x-14y-15$ 的极值.

第十章：重积分

36．求由平面 $z=0, x+y=1$ 及曲面 $z=xy$ 所围立体的体积.

37. 设 $\mathrm{D}=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1, 0\le y\le x\}$，利用极坐标计算 $\iint\limits_D \arctan\dfrac{y}{x}dxdy$.

38．计算二重积分 $\iint\limits_D e^{-x^2-y^2}dxdy$，其中积分区域 D： $x^2+y^2\le 2$

39．计算三重积分 I=$\iiint\limits_\Omega (x^2+y^2)dxdydz$，其中 Ω 是由曲面 $x^2+y^2=1, z=0, z=1$ 所围成的闭区域.

40. $\iint\limits_D \sin\sqrt{x^2+y^2}dxdy$ $\qquad D:\pi^2\le x^2+y^2\le 4\pi^2$ 确定

41. 计算积分 $\iint\limits_D e^x dxdy$，其中 D 由 $x=0, y=x$ 和 $y=2$ 所围成。

42. 计算二重积分 $\iint\limits_D (x-y)dxdy$，其中 $D=\{(x,y)\,|\,(x-1)^2+(y-1)^2\le 2, y\ge x\}$.

43. 计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega} z dv$，其中 Ω 为 $z^2=x^2+y^2$ 与 $z=1$ 围成的立体.

44. 求球体 $x^2+y^2+z^2\le R^2$ 与 $x^2+y^2+z^2\le 2Rz$ 的公共部分的体积.

45. 设 D 是由 $\boldsymbol{x=1, y=x}$ 及 $\boldsymbol{y=2}$ 所围成的闭区域，求 $\iint\limits_{\boldsymbol{D}} \boldsymbol{xyd\sigma}$.

46. 利用极坐标系计算积分 $\iint\limits_{D} e^{-(x^2+y^2)}d\sigma$，其中 $D: x^2+y^2\le 1$.

47. 计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dv$，其中积分区域 Ω 为平面曲线 $\begin{cases} y^2=2z \\ x=0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周形成的曲面与平面 $z=8$ 所围成.

48. 求曲面 $z=x^2-y^2$ 被柱面 $x^2+y^2=1$ 所围部分的曲面面积.

49. 求解 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dv$，其中 Ω 是由曲面 $4z^2=25(x^2+y^2)$ 及平面 $z=5$ 所围成的闭区域。

50. 计算密度函数 $\rho=x^2+y^2+z^2$ 的立体 Ω 的质量 M，这里 Ω 是由平面 $z=1$ 与锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的区域（锥面的内部）。

51.计算二重积分 $\iint\limits_{D}\left(3y^2+\sin x\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中积分区域 D 是由 $y=|x|$ 和 $y=1$ 所围成.

52.计算三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega} xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$，其中积分区域 Ω 是由 $x^2+y^2=4$ 及平面 $z=0$，$z=2$ 所围的在第一卦限内的区域.

53. 计算二重积分 $\iint\limits_{D}\frac{1}{x^2+y^2}dxdy$，其中积分区域 $D{:}1\leqslant x^2+y^2\leqslant 2$.

54. 计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} xdv$，其中积分区域 Ω 是由 $x=0, x=1, y=0, y=1, z=0$ 及 $x+2y+z=4$ 所围.

第十一章：曲线积分与曲面积分

55. 利用格林公式计算 $\int_{\mathrm{L}}(e^x\sin y-2y)dx+(e^x\cos y-2)dy$，其中 L 为沿上半圆周 $(x-a)^2+y^2=a^2$（$y>0$），从 $A(2a,0)$ 到 $O(0,0)$ 的弧段.

56. 计算对弧长的曲线积分 $\int_{C}(x+y)ds$，其中 C 是连接 A(2，0)及 B(0,2)两点的直线段.

57. 验证 $(2x+y)dx+(x+2y)dy$ 在整个 oxy 平面内是某个二元函数 $u(x,y)$ 的全微分，并求这样一个 $u(x,y)$.

58. 计算对坐标的曲线积分$\int_C xdx+(y+x)dy$，其中 C 为从点（1，0）到点（2，1）的直线段.

59. $\int_L (x^2-y)dx-(x+\sin^2 y)dy$　　L 为圆周 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 上由点 $(0,0)$ 到点 $(1,1)$ 的一段弧

60. $\oiint_\Sigma xdydz+ydzdx+zdxdy$　　其中 Σ 是介于 $z=0$ 和 $z=3$ 之间的圆柱体 $x^2+y^2\le 9$ 的整个表面的外侧.

61.计算对弧长的曲线积分 $I=\int_L y^2 ds$，其中 L 为圆周 $x^2+y^2=9$ 的左半圆.

62.计算对坐标的曲线积分 $I=\oint_L y(1+x^2)\mathrm{d}x+x(1-y^2)\mathrm{d}y$，其中 L 是平面区域

D：$x^2+y^2\leqslant 4$ 的正向边界.

63．验证对坐标的曲线积分$\int_L xy^2dx+x^2ydy$ 与路径无关，并计算 $I=\int_{(1,1)}^{(2,2)} xy^2dx+x^2ydy$.

64．计算对坐标的曲面积分 $I=\oiint_\Sigma (x^2-yz)dydz+(y^2-xz)dxdz+(z^2-xy)dxdy$，其中$\Sigma$是柱面 $x^2+y^2=1$ 及 $z=0, z=2$ 所围柱体表面的外侧.

第十二章：无穷级数

65. 判别级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}$的敛散性；

66. 判别级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt{n}}$的敛散性：

67．求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-1)^n}{n+1}$的收敛区间.

68. 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\,2^n}$ 收敛域

69. 将函数 $f(x)=\frac{1}{x}$展成$x-2$的幂级数

70. 求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$的收敛半径与收敛区间.

71. 判定级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{2^n}$的敛散性。

72.设α为任意实数，判断无穷级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(n\alpha)}{n^2}$的敛散性，若收敛，是绝对收敛还是条件收敛？

73．设函数 $f(x)=x^2\cos x$ 的麦克劳林级数为 $\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$，求系数 a_6.

74.将函数 $f(x)=\frac{x}{x^2-2x-3}$ 展开为 x 的幂级数.

75．判断无穷级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ 的敛散性，若收敛，是条件收敛还是绝对收敛？

76．求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{2n+1}$ 的收敛半径和收敛域.

77．将函数 $f(x)=\sin 2x$ 展开为 x 的幂级数.

证明与应用

第八章：空间解析几何与向量代数

第九章：多元函数微分法及其应用

1. 求函数 $f(x,y)=x^2+5y^2-6x+10y+6$ 的极值.

2．求函数 $f(x,y)=8x^3-12xy+y^3$ 的极值.

3. 周长为 $2p$ 的矩形绕它的一边旋转构成一个圆柱体，矩形的边长各为多少时，，能使圆柱体体积达到最大值。（用拉格朗日乘数法）

4. 求函数 $f(x,y)=x^3+y^3-9xy+27$ 的极值.

5. 设 $F(x-az,y-bz)=0$（a,b 为常数），$F(u,v)$ 为可微函数，$F_z\neq 0$，证明由方程所确定的函数 $z=z(x,y)$ 满足方程 $a\frac{\partial z}{\partial x}+b\frac{\partial z}{\partial y}=1$.

6. 求函数 $z=x^2-xy+y^2-2x+y$ 的极值。

第十章：重积分

7．求平面 $x+y+z=2$ 在第一卦限部分的面积

8. 设平面 $x=1,x=-1,y=1$ 和 $y=-1$ 围成的柱体被坐标平面 $z=0$ 和平面 $x+y+z=3$ 所截，求所截下部分立体的体积.

9. 求由曲面 $z=6-x^2-y^2$ 及 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围的立体的体积

10. 求三重积分 $\iiint_{\Omega}xydv$，其中 Ω 为柱面 $x^2+y^2=1$ 及平面 $z=1,z=0,x=0,y=0$ 所围成的在第一卦限内的闭区域.

第十一章：曲线积分与曲面积分

11. 利用高斯公式计算 $\iint_{\Sigma}2xdydz+ydzdx+zdxdy$，$\Sigma$ 为抛物面 $z=x^2+y^2\ (0\le z\le 1)$

的下侧

12. 证明积分$\int_{(1,1)}^{(2,3)}(x+2y)dx+(2x-y)dy$在整个$xoy$平面上与路线无关，并计算积分值。

13. 计算曲线积分$\int_{\Gamma}xdx+ydy+(x+y-1)dz$，其中$\Gamma$是从点（1，1，1）到点（2，3，4）的一段直线.

第十二章：无穷级数

14. 在区间$(-1,1)$内求幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$的和函数

.