安徽大学 2018—2019 学年第 1 学期

《大学物理 A(下)》期中考试试题答案

一、选择题（共 30 分）

1. A D　2. C　3. C　4. B　5. B　6. C　7. D　8. C　9. B　10. C

二、填空题（每小题 4 分，共 28 分）

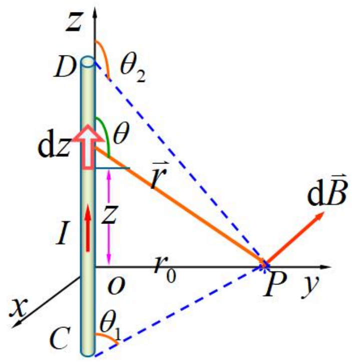
11. 4N / C　　12. $m v_0 /(qB)$　　13. $\dfrac{1}{2}qE$　　14. $\dfrac{1}{6}U_A+\dfrac{1}{2}U_B$　　15. $-\dfrac{R}{d}q$

16. 有关　　17. $-\dfrac{\varepsilon_0 SU^2}{4d}$，$-\dfrac{\varepsilon_0 SU^2}{2d}$

三、计算题（共 42 分）

18. (本题 10 分)

解：建立坐标系如图，由毕奥-萨伐尔定律，



$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}z\sin\theta}{r^2}$$ (2 分)

由于 $d\vec{B}$ 方向均沿 x 轴的负方向，所以有

$$B=\int \mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{CD}\frac{I\mathrm{d}z\sin\theta}{r^2}$$ (2 分)

$z=-r_0\cot\theta$，$r=r_0/\sin\theta$，$\mathrm{d}z=r_0\mathrm{d}\theta/\sin^2\theta$ （4 分）

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

$\vec{B}$ 的方向沿 x 轴的负方向 （2 分）

19. (本题 10 分)

解：根据高斯定理，$\oint_S \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=4\pi r^2 E=\dfrac{\sum q}{\varepsilon_0}$ （4 分）

$r\le R$ 时，$\sum q=\rho\cdot\dfrac{4}{3}\pi r^3$，$E=\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}r$ （3 分）

$r>R$ 时，$\sum q=\rho\cdot\dfrac{4}{3}\pi R^3$，$E=\dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$ （3 分）

20．(本题 12 分)

解法一：设两金属线的电荷线密度为$\pm\lambda$

两金属线产生的$E = E_+ + E_- = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} + \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 (d-x)}$ （4 分）

两导线间总电压$U = \displaystyle\int_R^{d-R} E dx = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_R^{d-R}\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{d-x}\right)dx = \dfrac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{d-R}{R}$ （5 分）

单位长度电容$C = \dfrac{\lambda}{U} = \pi\varepsilon_0 \Big/ \ln\dfrac{d-R}{R}$ （3 分）

解法二：设两金属线的电荷线密度为$\pm\lambda$

左侧金属线产生的$E_+ = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$ （3 分）

左侧金属线在两导线间引起的电压

$U_+ = \displaystyle\int_R^{d-R} E dx = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_R^{d-R}\dfrac{1}{x}dx = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{d-R}{R}$ （4 分）

两导线间总电压$U = 2U_+ = \dfrac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{d-R}{R}$ （2 分）

单位长度电容$C = \dfrac{\lambda}{U} = \pi\varepsilon_0 \Big/ \ln\dfrac{d-R}{R}$ （3 分）

21．(本题 10 分)

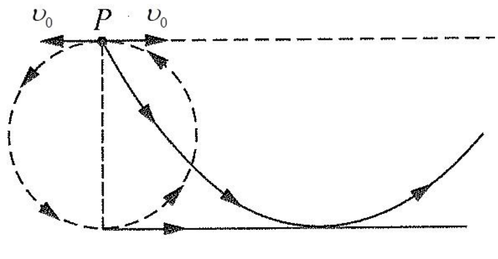
解：（1）为使P经直线运动通过b，要求P所受磁场力与重力平衡，有

$$q\upsilon_0 B = mg \quad （3 分）$$

$$\upsilon_0 = \frac{mg}{qB} \quad （1 分）$$

（2）质点由静止释放，可以看成同时具有大小为υ_0向左初速度和向右初速度．向右的初速度引起的洛伦兹力平衡了重力，向左的初速度引起的洛伦兹力使得质点的分运动为逆时针匀速圆周运动，所以可以回到ab直线高度。（4 分）

质点的最大速度发生在最低点，大小为$2\upsilon_0 = \dfrac{2mg}{qB}$（2 分）



一（1）小球受重力和洛仑兹力，做直线运动，合力如果不为零，与速度不共线，矛盾，故小球做匀速直线运动，故：$mg=qvB$

解得： $v=mg/qB$

（2）如果速度不等于 mg/qB，则洛仑兹力不等于重力，做曲线运动；
将速度 v 分解为向右的速度 $v_1=mg/qB$ 和水平速度 $v_2=|v-mg/qB|$，故小球的实际运动是以 v_1 向右做匀速直线运动和以速度 v_2 做匀速圆周运动的合运动；
运动时间为：$t=l/v_1=lqB/mg$；
粒子的圆周运动的周期：$T=2\pi m/qB$，故：$t=nT$
联立解得： $l=2\pi nm^2g/q^2B^2$ （其中 n=1、2、3、…）
（3）由第二问分析可知：$t=nT=2\pi nm/qB$ （其中 n=1、2、3、…）
（4）初速度为零，分解为一对相反的水平速度，分速度大小均为 mg/qB；
故水平分运动的位移为 l 的运动时间为：$t=l/v_1=2\pi n\cdot m/qB$（其中 n=1、2、3、…）
小球的圆周运动（分运动）的周期：$T=2\pi m/qB$，
故 $t=nT$
故小球也可以通过 b 点；
当两个分运动的速度相同时，速度最大，故：
$v_{max}=2v_1=2mg/qB$

答：（1）若无论 l 取什么值，均可使 P 经直线运动通过 b 点，问 v 应为 mg/qB；
（2）若 v 为（1）问可取值之外的任意值，则当 $l=2\pi nm^2g/q^2B^2$
（其中 n=1、2、3、…）时，可使 P 必定会经曲线运动通过 b 点；
（3）对每一个满足（2）问要求的 l 值，各种可能的曲线运动对应的 P 从 a 到 b 所经过的时间均为 $2\pi nm/qB$（其中 n=1、2、3、…）.
（4）对每一个满足（2）问要求的 l 值，P 能从 a 静止释放后通过 b 点，P 在以后运动过程中可达到的最大运动速率 v_{max} 为 $2mg/qB$.

II 解析：
（1）要使 P 经直线运动通过 b 点，必有：$mg=qvB$，解得：$v=mg/qB$。①

(2)设质点速度为 $v+\triangle v$，质点所受洛伦兹力为 $q(v+\triangle v)B$，与重力合力为 $mg+q(v+\triangle v)B=q\triangle vB$，所以质点的运动可视为沿 ab 连线方向做速度为 v 的匀速直线运动和速度为 $\triangle v$ 的圆周运动的合运动，要使质点通过 b 点，$t=nT$，②
$T=2\pi m/qB$，③ $l=vt$，④
联立①②③④解得：$l=2\pi nm^2/q^2B^2$。（n=1,2,3,4···）⑤

（3）由②③解得：$t=2\pi nm/qB$（n=1,2,3,4···），
(4) 质点 P 从 a 静止释放后的运动可视为沿水平方向速度 $v=mg/qB$ 的匀速直线运动和沿反方向的线速度 $v=mg/qB$ 的匀速圆周运动，一个周期质点前进距离 $L=vT=mg/qB\cdot 2\pi m/qB=2\pi m^2g/q^2B^2$。
所以 P 从 a 静止释放后可以通过 b 点。
当质点做匀速圆周运动到最高点时运动速率最大，最大运动速率 $v_{max}=2v=2mg/qB$，