

一、(本题满分 21 分, 每小题 3 分) 单项选择题 (请将所选答案填入题号前的方括号内):

【 】 1. $\int x f''(x) dx =$

(A) $xf(x) - f(x) + C$.

(B) $xf'(x) - f(x) + C$.

(C) $f'(x) - f(x) + C$.

(D) $xf(x) - f'(x) + C$.

【 】 2. $\int_0^{\pi} \sqrt{1 + \cos 2x} dx =$

(A) $2\sqrt{2}$.

(B) $2\sqrt{2} - 2$.

(C) 0.

(D) 2.

【 】 3. 设 $f(x)$ 连续, 则 $\int_a^b f(x) dx =$

(A) $\int_a^b f(3x) d(3x)$.

(B) $\int_{\frac{3}{a}}^{\frac{b}{3}} f(-3x) d(-3x)$.

(C) $\int_a^b f(-3x) d(-3x)$.

(D) $\int_{\frac{3}{a}}^{\frac{b}{3}} f(3x) d(3x)$.

【 】 4. 由曲线 $y = e^x$, $y = e$, $y = e^2$ 及 y 轴所围平面图形的面积为

(A) $2e$.

(B) $2e^2$.

(C) e^2 .

(D) e .

【 】 5. 微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \tan \frac{y}{x}$ 的通解为

(A) $x \sin \frac{y}{x} = C$. (B) $\cos \frac{y}{x} = x^2 + C$. (C) $x^2 \cos \frac{y}{x} = C$. (D) $\sin \frac{y}{x} = Cx$.

【 】 6. 用待定系数法求二阶方程 $y'' + y = xe^x$ 的一个特解时, 其特解的形式应设为

(A) $y^* = (ax + b)e^x$. (B) $y^* = x(ax + b)e^x$. (C) $y^* = axe^x$. (D) $y^* = ax^2 e^x$.

【 】 7. 曲线 $y = \sqrt{x}$ 与 x 轴及直线 $x = 1$ 所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积是

(A) $\frac{\pi}{2}$.

(B) π .

(C) 2π .

(D) $\frac{3\pi}{2}$.

二、(本题满分 21 分, 每小题 3 分) 填空题:

1. 设 $f(x)$ 的一个原函数为 x^2 , 则 $\int x f(x) dx =$ _____.

2. $\int_{-1}^1 \frac{\sin x}{1+x^4} dx =$ _____.

3. 设函数 $f(x) = \int_0^{2x} e^{t^2} dt$, 则 $f'(x) =$ _____.

4. 椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ 所围成的平面图形的面积为_____.

5. $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} =$ _____.

6. 微分方程 $yy'' + 2(y')^2 = 0$ 的通解为_____.

7. 微分方程 $y'' - y' - 2y = 0$ 的通解为_____.

【温馨提醒】 (1) 以下各题的求解过程必须按题号写在答题卡上指定的方框内, 题号对应错误以及超出方框部分的解答均无效. (2) 答题卡上的任何位置不得用胶带粘贴, 不得用涂改液涂改, 否则将不被扫描仪识别.

三、(本题满分 8 分) 计算不定积分 $\int x \cos 3x dx$.

四、(本题满分 8 分) 计算定积分 $\int_0^1 \frac{x^2}{x^2+1} dx$.

五、(本题满分 8 分) 计算定积分 $\int_0^4 \frac{x+2}{\sqrt{2x+1}} dx$.

六、(本题满分 8 分) 求微分方程 $y' - y = 2e^{2x}$ 满足初始条件 $y(0) = 1$ 的特解.

七、(本题满分 8 分) 求微分方程 $y'' + 6y' + 13y = 0$ 的通解.

八、(本题满分 8 分) 求由曲线 $y = \ln x$ 及直线 $x = 1$, $x = e$ 以及 x 轴所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.

九、(本题满分 10 分) 将一直角边长为 a 的等腰直角三角形薄片垂直放入水中, 其中一条直角边与水面齐平, 求此薄片一侧所受的水压力(已知水的密度为 ρ).