

mm 大学 2021—2022 学年第 二 学期

《大学物理 A (上)》期中考试试题参考答案及评分标准

一、单选题 (每小题 2 分, 共 20 分)

1. A 2. C 3. A 4. D 5. A 6. C 7. D 8. B 9. C 10. C

二、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

11. $2R\vec{i}$ πR

12. 3cm 400J

13. $2t^2\vec{i} + 2\vec{j}$ (m/s) $\frac{2}{3}t^3\vec{i} + 2t\vec{j}$ (m)

14. 20J 4J

三、计算题 (共 52 分)

15. 解: (1) 由牛顿运动定律 $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ 得 (r 分)

$$-k\nu^2 = m \frac{d\nu}{dt}, \text{ 分离变量 } -\frac{k}{m} dt = \frac{d\nu}{\nu^2}$$

两边积分 $\int_0^t -\frac{k}{m} dt = \int_{\nu_0}^{\nu} \frac{d\nu}{\nu^2}$ 得 (r 分)

速率随时间变化的规律为 $\nu = \frac{1}{\frac{1}{\nu_0} + \frac{k}{m}t}$ (r 分)

(2) 由位移和速度的积分关系 $x = \int_0^t \nu dt + x_0$, 设 $x_0 = 0$

积分 $x = \int_0^t \nu dt = \int_0^t \frac{1}{\frac{1}{\nu_0} + \frac{k}{m}t} dt = \frac{m}{k} \ln\left(\frac{1}{\nu_0} + \frac{k}{m}t\right) - \frac{m}{k} \ln \frac{1}{\nu_0}$ (d 分)

路程随时间变化的规律为 $x = \frac{m}{k} \ln\left(1 + \frac{k}{m}\nu_0 t\right)$ (d 分)

16. 解: 设两根绳子的张力分别为 T_1 、 T_2 ; m_2 、 m_3 相对 B 轮的加速度大小为 a'_2 ; m_1 、 m_2 、 m_3 的加速度大小分别为 a_1 、 a_2 、 a_3 。

根据牛顿运动定律

$$m_1 g - T_1 = m_1 a_1 \quad (\text{d 分})$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2 = m_2 (a'_2 - a_1) \quad (\text{d 分})$$

$$m_3 g - T_2 = m_3(-a_3) = m_3(-a'_2 - a_1) \quad (\text{d 分})$$

$$2T_2 - T_1 = 0 \quad (\text{d 分})$$

由以上六式解得

$$a_1 = \frac{1}{5}g = 2(m/s^2) \quad \text{方向竖直向下} \quad a'_2 = \frac{2}{5}g = 4(m/s^2)$$

$$a_2 = \frac{1}{5}g = 2(m/s^2) \quad \text{方向竖直向下} \quad a_3 = \frac{3}{5}g = 6(m/s^2) \quad \text{方向竖直向上}$$

$$T_1 = 0.16g = 1.6(N) \quad T_2 = 0.08g = 0.8(N) \quad (\text{d 分})$$

17. 解: (1) 应用角动量守恒定律

$$mv \cdot \frac{3}{4}l = \frac{1}{3}Ml^2\omega + m\left(\frac{3}{4}l\right)^2\omega \quad (\text{d 分})$$

$$\text{得 } \omega = \frac{\frac{3}{4}mv}{\left(\frac{1}{3}M + \frac{9}{16}m\right)l} = \frac{\frac{3}{4} \times 8 \times 10^{-3} \times 200}{\left(\frac{1}{3} \times 1.5 + \frac{9}{16} \times 8 \times 10^{-3}\right) \times 0.4} = 5.95(\text{rad/s}) \quad (\text{d 分})$$

(2) 应用机械能守恒定律

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}Ml^2 + m\left(\frac{3}{4}l\right)^2\right]\omega^2 - Mg\frac{l}{2} - mg\frac{3l}{4} = -Mg\frac{l}{2}\cos\theta - mg\frac{3l}{4}\cos\theta \quad (\text{d 分})$$

$$\text{得 } \cos\theta = 1 - \frac{\frac{2}{3}M + \frac{9}{8}m}{2M + 3m} \cdot \frac{l}{g}\omega^2 = 0.52 \quad \theta = 58.6^\circ \quad (\text{d 分})$$

18 解: 设小球和圆弧形槽的速度分别为 v_1 和 v_2

$$(1) \text{由动量守恒定律 } mv_1 + Mv_2 = 0 \quad (\text{d 分})$$

$$\text{由机械能守恒定律 } \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv_2^2 = mgR \quad (\text{d 分})$$

由上面两式解得

$$v_1 = \sqrt{\frac{2MgR}{m+M}} = M\sqrt{\frac{2gR}{(m+M)M}} \quad v_2 = -m\sqrt{\frac{2gR}{(m+M)M}} \quad (\text{d 分})$$

(2) 小球相对槽的速度为 $\bar{v} = \bar{v}_1 - \bar{v}_2$

$$v = v_1 - v_2 = (M+m)\sqrt{\frac{2gR}{(m+M)M}} \quad (\text{d 分})$$

竖直方向应用牛顿运动第二定律

$$N - mg = m \frac{v^2}{R} \quad (\text{d 分})$$

$$N' = N = mg + m \frac{v^2}{R} = mg + (M + m)^2 \frac{2mg}{(m + M)M} = 3mg + \frac{2m^2 g}{M} \quad (\text{d 分})$$

四、证明题（共 12 分）

19. 证：两小球碰撞过程中，机械能守恒，动量守恒

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \quad v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 \quad (1) \quad (\text{d 分})$$

$$m\vec{v}_0 = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 \quad \vec{v}_0 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \quad (2) \quad (\text{d 分})$$

由（2）式可以作出矢量三角形，又由（1）式可知三矢量大小满足勾股定理定理，且 \vec{v}_0 为

斜边，因此 \vec{v}_1 与 \vec{v}_2 是互相垂直的 (4 分)

