座位号 __（ ）

高等数学A(一) 1-3章模拟测验

（满分100分 时间50分钟）

姓名：________ 学号：________________ 班级：__________ 得分：_____

选择题每空4分，大题每题12分。

1. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\ln(1+e^{\frac{2}{x}})}{\ln(1+e^{\frac{1}{x}})}-2[x]\right)=$（　　　　），$\lim\limits_{x\to 0}(\cos x+x^2)^{\frac{1}{x\ln(1+x)}}=$（　　　　）。

2. 函数$y=y(x)$由参数方程$\begin{cases}x=\ln\sqrt{1+t^2}\\ y=\arctan t\end{cases}$确定，则$\dfrac{d^2y}{dx^2}=$（　　　　）。

3. $y=\sqrt[3]{\dfrac{2019^x(\arcsin x)^{2020}}{(\ln x)^{2021}\sec(2022x)}}$，则$\dfrac{dy}{dx}=$（　　　　）。

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n^4+1^3}+\dfrac{2^2n}{n^4+2^3}+\dfrac{3^2n}{n^4+3^3}+\ldots\ldots+\dfrac{n^3}{n^4+n^3}\right)=$（　　　　）。

5. 默写如下“差化积”公式：

$\sin\alpha-\sin\beta=$（　　　　），$\cos\alpha-\cos\beta=$（　　　　）。

6. 求$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{e^{\frac{1}{x}}\arctan\dfrac{1}{x+1}}{e^{nx}+x^2}$的间断点，并判断它们的类型（小类）。

7. 设$u(x)$、$v(x)$均可导，$v(x)\neq 0$，请用定义证明：$\left[\dfrac{u(x)}{v(x)}\right]'=\dfrac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{v^2(x)}$。

座位号

__（　　）

8. 设函数$f(x)=\begin{cases} x\arctan\dfrac{1}{x^2}, x\neq 0 \\ 0, \qquad\qquad x=0 \end{cases}$，求$f'(x)$，并讨论$f'(x)$在$x=0$处的连续性。

9. $y=f(x)$严格单调、二阶导函数连续，$x=\varphi(y)$，$f(1)=2$，$f'(1)=2$，$f''(1)=4$，求$\varphi''(2)$。

10. 函数$y=f(x)$由方程$\tan(xy)+\ln(y-x)=x$确定，求曲线$y=f(x)$在$x=0$处的法线方程。

11. 设数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$，$a_{n+1}=2+\dfrac{a_n}{2+a_n},(n=1,2,\ldots)$，请判断$\{a_n\}$的敛散性并证明。