

第一章习题

1. 设晶格常数为 a 的一维晶格, 导带极小值附近能量 $E_c(k)$ 和价带极大值附近能量 $E_v(k)$ 分别为:

$$E_c = \frac{\hbar^2 k^2}{3m_0} + \frac{\hbar^2 (k - k_1)^2}{m_0}, E_v(k) = \frac{\hbar^2 k_1^2}{6m_0} - \frac{3\hbar^2 k^2}{m_0}$$

m_0 为电子惯性质量, $k_1 = \frac{\pi}{a}$, $a = 0.314nm$ 。试求:

- (1) 禁带宽度;
- (2) 导带底电子有效质量;
- (3) 价带顶电子有效质量;
- (4) 价带顶电子跃迁到导带底时准动量的变化

解: (1)

导带:

$$\text{由 } \frac{2\hbar^2 k}{3m_0} + \frac{2\hbar^2 (k - k_1)}{m_0} = 0$$

$$\text{得: } k = \frac{3}{4} k_1$$

$$\text{又因为: } \frac{d^2 E_c}{dk^2} = \frac{2\hbar^2}{3m_0} + \frac{2\hbar^2}{m_0} = \frac{8\hbar^2}{3m_0} > 0$$

所以: 在 $k = \frac{3}{4} k_1$ 处, E_c 取极小值

价带:

$$\frac{dE_v}{dk} = -\frac{6\hbar^2 k}{m_0} = 0 \text{ 得 } k = 0$$

又因为 $\frac{d^2 E_v}{dk^2} = -\frac{6\hbar^2}{m_0} < 0$, 所以 $k = 0$ 处, E_v 取极大值

$$\text{因此: } E_g = E_c\left(\frac{3}{4}k_1\right) - E_v(0) = \frac{\hbar^2 k_1^2}{12m_0} = 0.64eV$$

$$(2) m_{nC}^* = \frac{\hbar^2}{\frac{d^2 E_c}{dk^2}} \bigg|_{k=\frac{3}{4}k_1} = \frac{3}{8} m_0$$

$$(3) m_{nV}^* = \frac{\hbar^2}{\left. \frac{d^2 E_V}{dk^2} \right|_{k=0_1}} = -\frac{m_0}{6}$$

(4) 准动量的定义: $p = \hbar k$

$$\text{所以: } \Delta p = (\hbar k)_{k=\frac{3}{4}k_1} - (\hbar k)_{k=0} = \hbar \frac{3}{4} k_1 - 0 = 7.95 \times 10^{-25} \text{ N/s}$$

2. 晶格常数为 0.25nm 的一维晶格, 当外加 10^2 V/m , 10^7 V/m 的电场时, 试分别计算电子自能带底运动到能带顶所需的时间。

$$\text{解: 根据: } f = |qE| = \hbar \frac{\Delta k}{\Delta t} \quad \text{得 } \Delta t = \frac{\hbar \Delta k}{-qE}$$

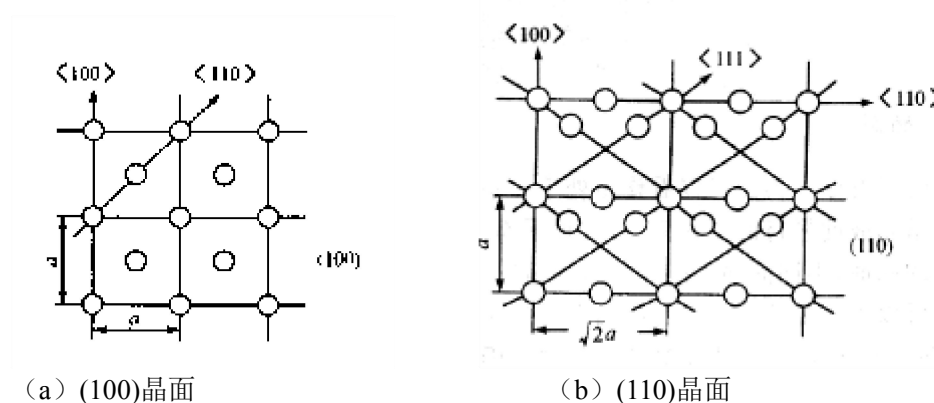
$$\Delta t_1 = \frac{\hbar(0 - \frac{\pi}{a})}{-1.6 \times 10^{-19} \times 10^2} = 8.27 \times 10^{-8} \text{ s}$$

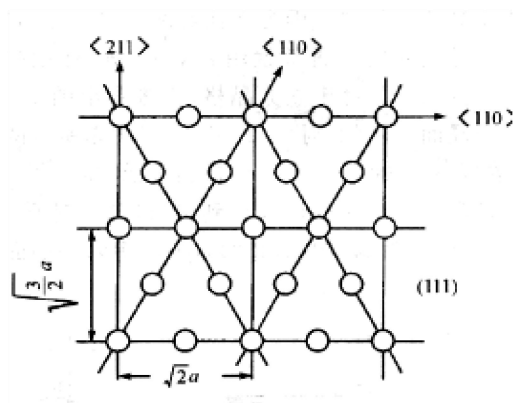
$$\Delta t_2 = \frac{\hbar(0 - \frac{\pi}{a})}{-1.6 \times 10^{-19} \times 10^7} = 8.27 \times 10^{-13} \text{ s}$$

补充题 1

分别计算 Si (100), (110), (111) 面每平方厘米内的原子个数, 即原子面密度 (提示: 先画出各晶面内原子的位置和分布图)

Si 在 (100), (110) 和 (111) 面上的原子分布如图 1 所示:





(c) (111)晶面

$$(100) : \frac{1 + 4 \times \frac{1}{4}}{a^2} = \frac{2}{a^2} = \frac{2}{(5.43 \times 10^{-8})^2} = 6.78 \times 10^{14} \text{ atom/cm}^2$$

$$(110) : \frac{2 + 4 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{2}}{\sqrt{2}a \times a} = \frac{4}{\sqrt{2}a^2} = 9.59 \times 10^{14} \text{ atom/cm}^2$$

$$(111) : \frac{4 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{2} + 2}{\sqrt{\frac{3}{2}}a \times \sqrt{2}a} = \frac{4}{\sqrt{3}a^2} = 7.83 \times 10^{14} \text{ atom/cm}^2$$

补充题 2

一维晶体的电子能带可写为 $E(k) = \frac{\hbar^2}{ma^2} \left(\frac{7}{8} - \cos ka + \frac{1}{8} \cos 2ka \right)$,

式中 a 为 晶格常数，试求

- (1) 布里渊区边界；
- (2) 能带宽度；
- (3) 电子在波矢 k 状态时的速度；
- (4) 能带底部电子的有效质量 m_n^* ；
- (5) 能带顶部空穴的有效质量 m_p^*

解：(1) 由 $\frac{dE(k)}{dk} = 0$ 得 $k = \frac{n\pi}{a}$

($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

进一步分析 $k = (2n+1)\frac{\pi}{a}$ ， $E(k)$ 有极大值，

$$E(k)|_{MAX} = \frac{2\hbar^2}{ma^2}$$

$k = 2n\frac{\pi}{a}$ 时, $E(k)$ 有极小值

所以布里渊区边界为 $k = (2n+1)\frac{\pi}{a}$

$$(2) \text{ 能带宽度为 } E(k)|_{MAX} - E(k)|_{MIN} = \frac{2\hbar^2}{ma^2}$$

$$(3) \text{ 电子在波矢 } k \text{ 状态的速度 } v = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} = \frac{\hbar}{ma} (\sin ka - \frac{1}{4} \sin 2ka)$$

(4) 电子的有效质量

$$m_n^* = \frac{\hbar^2}{\frac{d^2 E}{dk^2}} = \frac{m}{(\cos ka - \frac{1}{2} \cos 2ka)}$$

$$\text{能带底部 } k = \frac{2n\pi}{a} \quad \text{所以 } m_n^* = 2m$$

$$(5) \text{ 能带顶部 } k = \frac{(2n+1)\pi}{a},$$

$$\text{且 } m_p^* = -m_n^*,$$

$$\text{所以能带顶部空穴的有效质量 } m_p^* = \frac{2m}{3}$$

半导体物理第 2 章习题

1. 实际半导体与理想半导体间的主要区别是什么？

答：（1）理想半导体：假设晶格原子严格按周期性排列并静止在格点位置上，实际半导体中原子不是静止的，而是在其平衡位置附近振动。

（2）理想半导体是纯净不含杂质的，实际半导体含有若干杂质。

（3）理想半导体的晶格结构是完整的，实际半导体中存在点缺陷，线缺陷和面缺陷等。

2. 以 As 掺入 Ge 中为例，说明什么是施主杂质、施主杂质电离过程和 n 型半导体。

As 有 5 个价电子，其中的四个价电子与周围的四个 Ge 原子形成共价键，还剩余一个电子，同时 As 原子所在处也多余一个正电荷，称为正离子中心，所以，一个 As 原子取代一个 Ge 原子，其效果是形成一个正电中心和一个多余的电子。多余的电子束缚在正电中心，但这种束缚很弱，很小的能量就可使电子摆脱束缚，成为在晶格中导电的自由电子，而 As 原子形成一个不能移动的正电中心。这个过程叫做施主杂质的电离过程。能够施放电子而在导带中产生电子并形成正电中心，称为施主杂质或 N 型杂质，掺有施主杂质的半导体叫 N 型半导体。

3. 以 Ga 掺入 Ge 中为例，说明什么是受主杂质、受主杂质电离过程和 p 型半导体。

Ga 有 3 个价电子，它与周围的四个 Ge 原子形成共价键，还缺少一个电子，于是在 Ge 晶体的共价键中产生了一个空穴，而 Ga 原子接受一个电子后所在处形成一个负离子中心，所以，一个 Ga 原子取代一个 Ge 原子，其效果是形成一个负电中心和一个空穴，空穴束缚在 Ga 原子附近，但这种束缚很弱，很小的能量就可使空穴摆脱束缚，成为在晶格中自由运动的导电空穴，而 Ga 原子形成一个不能移动的负电中心。这个过程叫做受主杂质的电离过程，能够接受电子而在价带中产生空穴，并形成负电中心的杂质，称为受主杂质，掺有受主型杂质的半导体叫 P 型半导体。

4. 以 Si 在 GaAs 中的行为为例，说明 IV 族杂质在 III-V 族化合物中可能出现的双性行为。

Si 取代 GaAs 中的 Ga 原子则起施主作用； Si 取代 GaAs 中的 As 原子则起受

主作用。导带中电子浓度随硅杂质浓度的增加而增加，当硅杂质浓度增加到一定程度时趋于饱和。硅先取代 Ga 原子起施主作用，随着硅浓度的增加，硅取代 As 原子起受主作用。

5. 举例说明杂质补偿作用。

当半导体中同时存在施主和受主杂质时，

若 (1) $N_D \gg N_A$

因为受主能级低于施主能级，所以施主杂质的电子首先跃迁到 N_A 个受主能级上，还有 $N_D - N_A$ 个电子在施主能级上，杂质全部电离时，跃迁到导带中的导电电子的浓度为 $n = N_D - N_A$ 。即则有效受主浓度为 $N_{Aeff} \approx N_D - N_A$

(2) $N_A \gg N_D$

施主能级上的全部电子跃迁到受主能级上，受主能级上还有 $N_A - N_D$ 个空穴，它们可接受价带上的 $N_A - N_D$ 个电子，在价带中形成的空穴浓度 $p = N_A - N_D$ 。即有效受主浓度为 $N_{Aeff} \approx N_A - N_D$

(3) $N_A \approx N_D$ 时，

不能向导带和价带提供电子和空穴，称为杂质的高度补偿

6. 说明类氢模型的优点和不足。

7. 锑化铟的禁带宽度 $E_g = 0.18 \text{ eV}$ ，相对介电常数 $\epsilon_r = 17$ ，电子的有效质量

$m_n^* = 0.015m_0$ ， m_0 为电子的惯性质量，求①施主杂质的电离能，②施主的弱束缚电子基态轨道半径。

解：根据类氢原子模型：

$$\Delta E_D = \frac{m_n^* q^4}{2(4\pi\epsilon_0\epsilon_r)^2 \hbar^2} = \frac{m_n^*}{m_0} \frac{E_0}{\epsilon_r^2} = 0.0015 \times \frac{13.6}{17^2} = 7.1 \times 10^{-4} \text{ eV}$$

$$r_0 = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi q^2 m_0} = 0.053 \text{ nm}$$

$$r = \frac{h^2 \epsilon_0 \epsilon_r}{\pi q^2 m_n^*} = \frac{m_0 \epsilon_r}{m_n^*} r_0 = 60 \text{ nm}$$

8. 磷化镓的禁带宽度 $E_g = 2.26 \text{ eV}$ ，相对介电常数 $\epsilon_r = 11.1$ ，空穴的有效质量

$m_p^* = 0.86m_0$ ， m_0 为电子的惯性质量，求①受主杂质电离能；②受主束缚的空穴的基态轨道半径。

解：根据类氢原子模型：

$$\Delta E_A = \frac{m_p^* q^4}{2(4\pi\epsilon_0\epsilon_r)^2 \hbar^2} = \frac{m_p^*}{m_0} \frac{E_0}{\epsilon_r^2} = 0.086 \times \frac{13.6}{11.1^2} = 0.0096 eV$$

$$r_0 = \frac{h^2 \epsilon_0}{\pi q^2 m_0} = 0.053 nm$$

$$r = \frac{h^2 \epsilon_0 \epsilon_r}{\pi q^2 m_p^*} = \frac{m_0 \epsilon_r}{m_p^*} r_0 = 6.68 nm$$

第三章习题和答案

1. 计算能量在 $E=E_c$ 到 $E=E_c + \frac{100\pi\hbar^2}{2m_n^*L^2}$ 之间单位体积中的量子态数。

$$\text{解 } g(E) = \frac{V}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{\frac{3}{2}}}{\hbar^3} (E - E_c)^{\frac{1}{2}}$$

$$dZ = g(E)dE$$

$$\text{单位体积内的量子态数 } Z_0 = \frac{dZ}{V}$$

$$\begin{aligned} Z_0 &= \frac{1}{V} \int_{E_c}^{E_c + \frac{100\pi\hbar^2}{2m_n^*L^2}} g(E)dE = \int_{E_c}^{E_c + \frac{100\pi\hbar^2}{8m_n^*L^2}} \frac{V}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{\frac{3}{2}}}{\hbar^3} (E - E_c)^{\frac{1}{2}} dE \\ &= \frac{V}{2\pi^2} \frac{(2m_n^*)^{\frac{3}{2}}}{\hbar^3} \frac{2}{3} (E - E_c)^{\frac{3}{2}} \bigg|_{E_c}^{E_c + \frac{100\pi\hbar^2}{8m_n^*L^2}} \\ &= \frac{1000\pi}{3L^3} \end{aligned}$$

2. 试证明实际硅、锗中导带底附近状态密度公式为式（3-6）。

2.证明：si、 G_e 半导体的 $E(1C) \sim K$ 关系为

$$E_c(k) = E_c + \frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{m_t} + \frac{k_z^2}{m_l} \right)$$

$$\text{令 } k'_x = \left(\frac{m_a^*}{m_t}\right)^{\frac{1}{2}} k_x, k'_y = \left(\frac{m_a^*}{m_t}\right)^{\frac{1}{2}} k_y, k'_z = \left(\frac{m_a^*}{m_l}\right)^{\frac{1}{2}} k_z$$

$$\text{则： } E_c(k') = E_c + \frac{\hbar^2}{2m_a^*} (k_x'^2 + k_y'^2 + k_z'^2)$$

在 k' 系中,等能面仍为球形等能面

$$\text{在 } k' \text{ 系中的态密度 } g(k') = \left(\frac{m_t \bullet m_l + m_l}{m_a^{*3}} \right)^{\frac{1}{2}} V$$

$$k' = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m_a^*(E - E_c)}$$

在 $E \sim E + dE$ 空间的状态数等于 k 空间所包含的状态数。

$$\text{即 } d_z = g(k') \bullet \nabla V k' = g(k') \bullet 4\pi k'^2 dk$$

$$\therefore g'(E) = \frac{dz}{dE} = 4\pi \bullet \left[\frac{2(m_t \bullet m_l + m_l)}{\hbar^2} \right]^{\frac{3}{2}} (E - E_c)^{\frac{1}{2}} V$$

对于si导带底在100个方向,有六个对称的旋转椭球,锗在(111)方向有四个,

$$\therefore g(E) = sg'(E) = 4\pi \left(\frac{2m_n^*}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} (E - E_c)^{\frac{1}{2}} V$$

$$m_n^* = s^{\frac{2}{3}} [m_t^2 m_l]^{\frac{1}{3}}$$

3. 当 $E-E_F$ 为 $1.5k_0T$, $4k_0T$, $10k_0T$ 时, 分别用费米分布函数和玻耳兹曼分布函数计算电子占据各该能级的概率。

费米能级	费米函数	玻尔兹曼分布函数
$E - E_F$	$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{k_0T}}}$	$f(E) = e^{-\frac{E - E_F}{k_0T}}$
$1.5k_0T$	0.182	0.223
$4k_0T$	0.018	0.0183
$10k_0T$	4.54×10^{-5}	4.54×10^{-5}

4. 画出 -78°C 、室温 (27°C)、 500°C 三个温度下的费米分布函数曲线, 并进行比较。

5. 利用表 3-2 中的 m_n^* , m_p^* 数值, 计算硅、锗、砷化镓在室温下的 N_c , N_v 以及本征载流子的浓度。

$$5 \left\{ \begin{array}{l} N_c = 2 \left(\frac{2\pi k_0 T m_n^*}{h^2} \right)^{3/2} \\ N_v = 2 \left(\frac{2\pi k_0 T m_p^*}{h^2} \right)^{3/2} \\ n_i = (N_c N_v)^{1/2} e^{-\frac{E_g}{2k_0T}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} G_e : m_n^* = 0.56m_0; m_p^* = 0.37m_0; E_g = 0.67\text{eV} \\ Si : m_n^* = 1.08m_0; m_p^* = 0.59m_0; E_g = 1.12\text{eV} \\ GaAs : m_n^* = 0.068m_0; m_p^* = 0.47m_0; E_g = 1.428\text{eV} \end{array} \right.$$

6. 计算硅在 -78°C , 27°C , 300°C 时的本征费米能级, 假定它在禁带中间合理吗?

Si 的本征费米能级, $[Si : m_n^* = 1.08m_0, m_p^* = 0.59m_0]$

$$E_F = E_i = \frac{E_C - E_V}{2} + \frac{3kT}{4} \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$$

$$\text{当 } T_1 = 195\text{K 时, } kT_1 = 0.016\text{eV}, \frac{3kT}{4} \ln \frac{0.59m_0}{1.08m_0} = -0.0072\text{eV}$$

$$\text{当 } T_2 = 300\text{K 时, } kT_2 = 0.026\text{eV}, \frac{3kT}{4} \ln \frac{0.59}{1.08} = -0.012\text{eV}$$

$$\text{当 } T_2 = 573\text{K 时, } kT_3 = 0.0497\text{eV}, \frac{3kT}{4} \ln \frac{0.59}{1.08} = -0.022\text{eV}$$

所以假设本征费米能级在禁带中间合理，特别是温度不太高的情况下。

7. ①在室温下，锗的有效态密度 $N_c=1.05 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ， $N_v=3.9 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ，试求锗的载流子有效质量 m_n^* 、 m_p^* 。计算 77K 时的 N_c 和 N_v 。已知 300K 时， $E_g=0.67\text{eV}$ 。77K 时 $E_g=0.76\text{eV}$ 。求这两个温度时锗的本征载流子浓度。②77K 时，锗的电子浓度为 10^{17} cm^{-3} ，假定受主浓度为零，而 $E_c-E_D=0.01\text{eV}$ ，求锗中施主浓度 N_D 为多少？

$$7(1) \text{ 根据 } N_c = 2 \left(\frac{k_0 T m_n^*}{2 \pi \hbar^2} \right)^{3/2}$$

$$N_v = 2 \left(\frac{k_0 T m_p^*}{2 \pi \hbar^2} \right)^{3/2} \text{ 得}$$

$$m_n^* = \frac{2 \pi \hbar^2}{k_0 T} \left[\frac{N_c}{2} \right]^{2/3} = 0.56 m_0 = 5.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$m_p^* = \frac{2 \pi \hbar^2}{k_0 T} \left[\frac{N_v}{2} \right]^{2/3} = 0.29 m_0 = 2.6 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

(2)77K时的 N_c 、 N_v

$$\frac{N'_c(77K)}{N_c(300K)} = \sqrt[3]{\frac{T'}{T}}$$

$$\therefore N'_c = N_c \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{77}{300}\right)^3} = 1.05 \times 10^{19} \times \sqrt[3]{\left(\frac{77}{300}\right)^3} = 1.37 \times 10^{18} / \text{cm}^3$$

$$N'_v = N_v \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{77}{300}\right)^3} = 3.9 \times 10^{18} \times \sqrt[3]{\left(\frac{77}{300}\right)^3} = 5.08 \times 10^{17} / \text{cm}^3$$

$$(3)n_i = (N_c N_v)^{1/2} e^{-\frac{E_g}{2k_0 T}}$$

$$\text{室温: } n_i = (1.05 \times 10^{19} \times 3.9 \times 10^{18})^{1/2} e^{-\frac{0.67}{2k_0 \times 300}} = 1.7 \times 10^{13} / \text{cm}^3$$

$$77\text{K时, } n_i = (1.37 \times 10^{18} \times 5.08 \times 10^{17})^{1/2} e^{-\frac{0.76}{2k_0 \times 77}} = 1.98 \times 10^{-7} / \text{cm}^3$$

$$n_0 = n_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2e^{-\frac{E_D - E_F}{k_0 T}}} = \frac{N_D}{1 + 2e^{-\frac{E_D - E_c + E_c - E_F}{k_0 T}}} = \frac{N_D}{1 + 2e^{-\frac{\Delta E_D}{k_0 T} - \frac{n_0}{N_c}}}$$

$$\therefore N_D = n_0 (1 + 2e^{\frac{\Delta E_D}{k_0 T} \cdot \frac{n_0}{N_c}}) = 10^{17} (1 + 2e^{\frac{0.01}{0.067} \cdot \frac{10^{17}}{1.37 \times 10^{18}}}) = 1.17 \times 10^{17} / \text{cm}^3$$

8. 利用题 7 所给的 N_c 和 N_v 数值及 $E_g=0.67\text{eV}$ ，求温度为 300K 和 500K 时，含施主浓度 $N_D=5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ，受主浓度 $N_A=2 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$ 的锗中电子及空穴浓度为多少？

$$8.300K\text{时: } n_i = (N_c N_v)^{1/2} e^{-\frac{E_g}{2k_0T}} = 2.0 \times 10^{13} / \text{cm}^3$$

$$500K\text{时: } n_i = (N'_c N'_v)^{1/2} e^{-\frac{E_g}{2k_0T}} = 6.9 \times 10^{15} / \text{cm}^3$$

根据电中性条件:

$$\begin{cases} n_0 - p_0 - N_D + N_A = 0 \\ n_0 p_0 = n_i^2 \end{cases} \rightarrow n_0^2 - n_0(N_D - N_A) - n_i^2 = 0$$

$$\therefore n_0 = \frac{N_D - N_A}{2} + \left[\left(\frac{N_D - N_A}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2}$$

$$p_0 = \frac{N_A - N_D}{2} + \left[\left(\frac{N_A - N_D}{2} \right)^2 + n_i^2 \right]^{1/2}$$

$$T = 300K\text{时: } \begin{cases} n_0 \approx 5 \times 10^{15} / \text{cm}^3 \\ p_0 = 8 \times 10^{10} / \text{cm}^3 \end{cases}$$

$$t = 500K\text{时: } \begin{cases} n_0 = 9.84 \times 10^{15} / \text{cm}^3 \\ p_0 = 4.84 \times 10^{15} / \text{cm}^3 \end{cases}$$

9. 计算施主杂质浓度分别为 10^{16}cm^{-3} , 10^{18}cm^{-3} , 10^{19}cm^{-3} 的硅在室温下的费米能级, 并假定杂质是全部电离, 再用算出的费米能级核对一下, 上述假定是否在每一种情况下都成立。计算时, 取施主能级在导带底下的面的 0.05eV 。

9. 解假设杂质全部由强电离区的 E_F

$$E_F = E_c + k_0 T \ln \frac{N_D}{N_c}, T = 300K\text{时, } \begin{cases} N_c = 2.8 \times 10^{19} / \text{cm}^3 \\ n_i = 1.5 \times 10^{10} / \text{cm}^3 \end{cases}$$

$$\text{或 } E_F = E_i + k_0 T \ln \frac{N_D}{N_i},$$

$$N_D = 10^{16} / \text{cm}^3; E_F = E_c + 0.026 \ln \frac{10^{16}}{2.8 \times 10^{19}} = E_c - 0.21\text{eV}$$

$$N_D = 10^{18} / \text{cm}^3; E_F = E_c + 0.026 \ln \frac{10^{18}}{2.8 \times 10^{19}} = E_c - 0.087\text{eV}$$

$$N_D = 10^{19} / \text{cm}^3; E_F = E_c + 0.026 \ln \frac{10^{19}}{2.8 \times 10^{19}} = E_c - 0.027\text{eV}$$

(2) $\because E_c - E_D = 0.05\text{eV}$ 施主杂质全部电离标准为90%, 10%占据施主

$$\frac{n_D}{N_D} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \exp(\frac{E_D - E_F}{k_0 T})} \text{ 是否 } \leq 10\%$$

$$\text{或 } \frac{n_D^+}{N_D} = \frac{1}{1 + 2 \exp(-\frac{E_D - E_F}{k_0 T})} \geq 90\%$$

$$N_D = 10^{16} : \frac{n_D}{N_D} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} e^{\frac{E_D - E_C + 0.21}{0.026}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} e^{\frac{0.16}{0.026}}} = 0.42\% \text{成立}$$

$$N_D = 10^{18} : \frac{n_D}{N_D} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} e^{\frac{0.037}{0.026}}} = 30\% \text{不成立}$$

$$N_D = 10^{19} : \frac{n_D}{N_D} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} e^{\frac{-0.023}{0.026}}} = 80\% > 10\% \text{不成立}$$

(2)' 求出硅中施主在室温下全部电离的上限

$$D_- = \left(\frac{2N_D}{N_C} \right) e^{\frac{\Delta E_D}{kT}} \text{ (未电离施主占总电离杂质数的百分比)}$$

$$10\% = \frac{2N_D}{N_C} e^{\frac{0.05}{0.026}}, N_D = \frac{0.1N_C}{2} e^{\frac{-0.05}{0.026}} = 2.5 \times 10^{17} / \text{cm}^3$$

$$N_D = 10^{16} \text{ 小于 } 2.5 \times 10^{17} \text{ cm}^3 \text{ 全部电离}$$

$$N_D = 10^{16}, 10^{18} > 2.5 \times 10^{17} \text{ cm}^3 \text{ 没有全部电离}$$

(2)" 也可比较 E_D 与 E_F , $E_D - E_F \gg k_0 T$ 全电离

$$N_D = 10^{16} / \text{cm}^3; E_D - E_F = -0.05 + 0.21 = 0.16 \gg 0.026 \text{ 成立, 全电离}$$

$$N_D = 10^{18} / \text{cm}^3; E_D - E_F = 0.037 \sim 0.26 E_F \text{ 在 } E_D \text{ 之下, 但没有全电离}$$

$$N_D = 10^{19} / \text{cm}^3; E_D - E_F = -0.023 < 0.026, E_F \text{ 在 } E_D \text{ 之上, 大部分没有电离}$$

10. 以施主杂质电离 90% 作为强电离的标准, 求掺砷的 n 型锗在 300K 时, 以杂质电离为主的饱和区掺杂质的浓度范围。

10. 解

$$A_s \text{ 的电离能 } \Delta E_D = 0.0127 \text{ eV}, N_C = 1.05 \times 10^{19} / \text{cm}^3$$

室温 300K 以下, A_s 杂质全部电离的掺杂上限

$$D_- = \frac{2N_D}{N_C} \exp\left(\frac{\Delta E_D}{k_0 T}\right)$$

$$10\% = \frac{2N_D}{N_C} \exp\left(\frac{+0.0127}{0.026}\right)$$

$$\therefore N_{D\text{上限}} = \frac{0.1N_C}{2} e^{\frac{0.0127}{0.026}} = \frac{0.1 \times 1.05 \times 10^{19}}{2} e^{\frac{0.0127}{0.026}} = 3.22 \times 10^{17} / \text{cm}^3$$

A_s 掺杂浓度超过 $N_{D\text{上限}}$ 的部分, 在室温下不能电离

$$G_e \text{ 的本征浓度 } n_i = 2.4 \times 10^{13} / \text{cm}^3$$

$$\therefore A_s \text{ 的掺杂浓度范围 } 5n_i \sim N_{D\text{上限}}, \text{ 即有效掺杂浓度为 } 2.4 \times 10^{14} \sim 3.22 \times 10^{17} / \text{cm}^3$$

11. 若锗中施主杂质电离能 $\Delta E_D = 0.01 \text{ eV}$, 施主杂质浓度分别为 $N_D = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ 及

10^{17}cm^{-3} 。计算①99%电离；②90%电离；③50%电离时温度各为多少？

12. 若硅中施主杂质电离能 $\Delta E_D=0.04\text{eV}$,施主杂质浓度分别为 10^{15}cm^{-3} , 10^{18}cm^{-3} 。

计算①99%电离；②90%电离；③50%电离时温度各为多少？

13. 有一块掺磷的 n 型硅, $N_D=10^{15} \text{cm}^{-3}$, 分别计算温度为①77K; ②300K; ③500K;

④800K 时导带中电子浓度 (本征载流子浓度数值查图 3-7)

13.(2)300K时, $n_i=10^{10} / \text{cm}^3 \ll N_D=10^{15} / \text{cm}^3$ 强电离区

$$n_0 \approx N_D = 10^{15} / \text{cm}^3$$

(3)500K时, $n_i=4 \times 10^{14} / \text{cm}^3 \sim N_D$ 过度区

$$n_0 = \frac{N_D + \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2} \approx 1.14 \times 10^{15} / \text{cm}^3$$

(4)800K时, $n_i=10^{17} / \text{cm}^3$

$$n_0 \approx n_i = 10^{17} / \text{cm}^3$$

14. 计算含有施主杂质浓度为 $N_D=9 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$, 及受主杂质浓度为 $1.1 \times 10^{16} \text{cm}^{-3}$, 的

硅在 300K 时的电子和空穴浓度以及费米能级的位置。

解: $T=300\text{K}$ 时, Si的本征载流子浓度 $n_i=1.5 \times 10^{10} \text{cm}^{-3}$,

掺杂浓度远大于本征载流子浓度, 处于强电离饱和区

$$p_0 = N_A - N_D = 2 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$$

$$n_0 = \frac{n_i^2}{p_0} = 1.125 \times 10^5 \text{cm}^{-3}$$

$$E_F - E_V = -k_0 T \ln \frac{p_0}{N_V} = -0.026 \ln \frac{2 \times 10^{15}}{1.1 \times 10^{19}} = 0.224 \text{eV}$$

$$\text{或: } E_F - E_i = -k_0 T \ln \frac{p_0}{n_i} = -0.026 \ln \frac{2 \times 10^{15}}{1.5 \times 10^{10}} = -0.336 \text{eV}$$

15. 掺有浓度为每立方米为 10^{22} 硼原子的硅材料, 分别计算①300K; ②600K 时

费米能级的位置及多子和少子浓度 (本征载流子浓度数值查图 3-7)。

(1) $T = 300K$ 时, $n_i = 1.5 \times 10^{10} / cm^3$, 杂质全部电离

$$p_0 = 10^{16} / cm^3$$

$$n_0 = \frac{n_i^2}{p_0} = 2.25 \times 10^4 / cm^3$$

$$E_F - E_i = -k_0 T \ln \frac{p_0}{n_i} = -0.026 \ln \frac{10^{16}}{10^{10}} = -0.359 eV$$

$$\text{或 } E_F - E_V = -k_0 T \ln \frac{p_0}{N_V} = -0.184 eV$$

(2) $T = 600K$ 时, $n_i = 1 \times 10^{16} / cm^3$

处于过渡区:

$$p_0 = n_0 + N_A$$

$$n_0 p_0 = n_i^2$$

$$p_0 = 1.62 \times 10^{16} / cm^3$$

$$n_0 = 6.17 \times 10^{15} / cm^3$$

$$E_F - E_i = -k_0 T \ln \frac{p_0}{n_i} = -0.052 \ln \frac{1.62 \times 10^{16}}{1 \times 10^{16}} = -0.025 eV$$

16. 掺有浓度为每立方米为 1.5×10^{23} 砷原子 和立方米 5×10^{22} 铟的锗材料, 分别计算①300K; ②600K 时费米能级的位置及多子和少子浓度 (本征载流子浓度数值查图 3-7)。

解: $N_D = 1.5 \times 10^{17} cm^{-3}$, $N_A = 5 \times 10^{16} cm^{-3}$

300K: $n_i = 2 \times 10^{13} cm^{-3}$

杂质在300K能够全部电离, 杂质浓度远大于本征载流子浓度, 所以处于强电离饱和区

$$n_0 = N_D - N_A = 1 \times 10^{17} cm^{-3}$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{4 \times 10^{26}}{1 \times 10^{17}} = 10^9 cm^{-3}$$

$$E_F - E_i = k_0 T \ln \frac{n_0}{n_i} = 0.026 \ln \frac{1 \times 10^{17}}{2 \times 10^{13}} = 0.22 eV$$

600K: $n_i = 2 \times 10^{17} cm^{-3}$

本征载流子浓度与掺杂浓度接近, 处于过度区

$$n_0 + N_A = p_0 + N_D$$

$$n_0 p_0 = n_i^2$$

$$n_0 = \frac{N_D - N_A + \sqrt{(N_D - N_A)^2 + 4n_i^2}}{2} = 2.6 \times 10^{17}$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = 1.6 \times 10^{17}$$

$$E_F - E_i = k_0 T \ln \frac{n_0}{n_i} = 0.072 \ln \frac{2.6 \times 10^{17}}{2 \times 10^{17}} = 0.01 eV$$

17. 施主浓度为 10^{13} cm^{-3} 的 n 型硅, 计算 400K 时本征载流子浓度、多子浓度、少子浓度和费米能级的位置。

$$17. \text{ si} : N_D = 10^{13} / \text{cm}^3, 400 \text{ K 时}, n_i = 1 \times 10^{13} / \text{cm}^3 (\text{查表})$$

$$\begin{cases} n - p - N_D = 0 \\ np = n_i^2 \end{cases}, n = \frac{N_D}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2} = 1.62 \times 10^{13}$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = 6.17 \times 10^{12} / \text{cm}^3$$

$$E_F - E_i = k_0 T \ln \frac{n}{n_i} = 0.035 \times \ln \frac{1.62 \times 10^{13}}{1 \times 10^{13}} = 0.017 \text{ eV}$$

18. 掺磷的 n 型硅, 已知磷的电离能为 0.044 eV , 求室温下杂质一半电离时费米能级的位置和浓度。

$$18. \text{解: } n_D = \frac{N_D}{1 + \frac{1}{2} e^{\frac{E_D - E_F}{k_0 T}}}$$

$$n_D = \frac{1}{2} N_D \text{ 则有 } e^{\frac{E_D - E_F}{k_0 T}} = 2.$$

$$E_F = E_D - k_0 T \ln 2$$

$$E_F = E_D - k_0 T \ln 2 = E_C - \Delta E_D - k_0 T \ln 2 = E_C - 0.044 - 0.026 \ln 2$$

$$= E_C - 0.062 eV$$

$$\text{si} : E_g = 1.12 eV, E_F - E_i = 0.534 eV$$

$$n = N_c e^{-\frac{E_C - E_F}{k_0 T}} = 2.8 \times 10^{19} \times e^{-\frac{0.062}{0.026}} = 2.54 \times 10^{18} / \text{cm}^3$$

$$n = 50\% N_D \therefore N_D = 5.15 \times 10^{19} / \text{cm}^3$$

19. 求室温下掺锑的 n 型硅，使 $E_F = (E_C + E_D) / 2$ 时锑的浓度。已知锑的电离能为 0.039eV。

$$19. \text{解: } \because E_F = \frac{E_C + E_D}{2}$$

$$\therefore E_C - E_F = E_C - \frac{E_C + E_D}{2} = \frac{2E_C - E_C - E_D}{2} = \frac{E_C - E_D}{2} = \frac{\Delta E_D}{2} = \frac{0.039}{2} = 0.0195 < k_0 T$$

发生弱减并

$$\begin{aligned} \therefore n_0 &= N_c \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{\frac{1}{2}} \left[\frac{E_F - E_C}{k_0 T} \right] = N_c \frac{2}{\sqrt{\pi}} F_{\frac{1}{2}} (-0.71) \\ &= 2.8 \times 10^{19} \times \frac{2}{\sqrt{3.14}} \times 0.3 = 9.48 \times 10^{18} / \text{cm}^3 \end{aligned}$$

求用: $n_0 = n_D^+$

$$E_F - E_D = \frac{E_C + E_D}{2} - E_D = \frac{E_C - E_D}{2} = \frac{\Delta E_D}{2} = 0.0195$$

$$\frac{2N_C}{\sqrt{\pi}} F_{\frac{1}{2}} \left[\frac{E_F - E_C}{k_0 T} \right] = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_0 T}\right)}$$

$$\begin{aligned} \therefore N_D &= \frac{2N_C}{\sqrt{\pi}} F_{\frac{1}{2}} \left[\frac{E_F - E_C}{k_0 T} \right] (1 + 2 \exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_0 T}\right)) \\ &= \frac{2N_C}{\sqrt{\pi}} F_{\frac{1}{2}} \left[\frac{-0.0195}{0.026} \right] (1 + 2 \exp\left(\frac{0.0195}{0.026}\right)) = 9.48 \times 10^{18} / \text{cm}^3 \end{aligned}$$

20. 制造晶体管一般是在高杂质浓度的 n 型衬底上外延一层 n 型外延层，再在外延层中扩散硼、磷而成的。

(1) 设 n 型硅单晶衬底是掺锑的，锑的电离能为 0.039eV，300K 时的 E_F 位于导带下面 0.026eV 处，计算锑的浓度和导带中电子浓度。

(2) 设 n 型外延层杂质均匀分布，杂质浓度为 $4.6 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ ，计算 300K 时 E_F 的位置及电子和空穴浓度。

(3) 在外延层中扩散硼后，硼的浓度分布随样品深度变化。设扩散层某一深度处硼浓度为 $5.2 \times 10^{15} \text{cm}^{-3}$ ，计算 300K 时 E_F 的位置及电子和空穴浓度。

(4) 如温度升到 500K，计算③中电子和空穴的浓度（本征载流子浓度数查

图 3-7)。

20.(1) $E_C - E_F = 0.026 = k_0 T$, 发生弱减并

$$\therefore n_0 = \frac{2N_c}{\sqrt{\pi}} F_{\frac{1}{2}}(-1) = \frac{2 \times 2.8 \times 10^{19}}{\sqrt{3.14}} \times 0.3 = 9.48 \times 10^{18} / \text{cm}^3$$

$$n_0 = n_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_0 T}\right)}$$

$$\therefore N_D = n_0 (1 + 2 \exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_0 T}\right)) = n_0 (1 + 2e^{\frac{0.013}{0.026}}) = 4.07 \times 10^{19} / \text{cm}^3$$

(2) 300K 时杂质全部电离

$$E_F = E_c + k_0 T \ln \frac{N_D}{N_C} = E_C - 0.223 \text{eV}$$

$$n_0 = N_D = 4.6 \times 10^{15} / \text{cm}^3$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{4.6 \times 10^{15}} = 4.89 \times 10^4 / \text{cm}^3$$

$$(3) p_0 = N_A - N_D = 5.2 \times 10^{15} - 4.6 \times 10^{15} = 6 \times 10^{14} / \text{cm}^3$$

$$n_0 = \frac{n_i^2}{p_0} = \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{6 \times 10^{14}} = 3.75 \times 10^5 / \text{cm}^3$$

$$E_F - E_i = -k_0 T \ln \frac{p_0}{n_i} = 0.026 \ln \frac{6 \times 10^{14}}{1.5 \times 10^{10}} = -0.276 \text{eV}$$

(4) 500K 时: $n_i = 4 \times 10^{14} \text{cm}^{-3}$, 处于过度区

$$n_0 + N_A = p_0 + N_D$$

$$n_0 p_0 = n_i^2$$

$$p_0 = 8.83 \times 10^{14}$$

$$n_0 = 1.9 \times 10^{14}$$

$$E_E - E_i = -k_0 T \ln \frac{p_0}{n_i} = -0.0245 \text{eV}$$

21. 试计算掺磷的硅、锗在室温下开始发生弱简并时的杂质浓度为多少?

$$21. \frac{2N_C}{\sqrt{\pi}} F_{\frac{1}{2}} \left[\frac{E_F - E_C}{k_0 T} \right] = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_0 T}\right)}$$

发生弱减并 $E_C - E_F = 2k_0 T$

$$N_{D_{Si}} = \frac{2N_C}{\sqrt{\pi}} F_{\frac{1}{2}}(-2) \left[1 + 2e^{\frac{-0.008}{0.026}} \right]$$

$$= \frac{2 \times 2.8 \times 10^{19}}{\sqrt{3.14}} \times 0.1 \times (1 + 2e^{\frac{-0.008}{0.026}}) = 7.81 \times 10^{18} / \text{cm}^3 (\text{Si})$$

$$N_{D_{Ge}} = \frac{2 \times 1.05 \times 10^{19}}{\sqrt{3.14}} F_{\frac{1}{2}}(-2) \left[1 + 2e^{\frac{-0.0394}{0.026}} \right] = 1.7 \times 10^{18} / \text{cm}^3 (\text{Ge})$$

22. 利用上题结果, 计算掺磷的硅、锗的室温下开始发生弱简并时有多少施主发生电离? 导带中电子浓度为多少?

$$n_0 = n_D^+ = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(\frac{E_F - E_D}{k_0 T}\right)}$$

$$\text{Si}: n_0 = n_D^+ = \frac{7.81 \times 10^{18}}{1 + 2e^{\frac{0.008}{0.026}}} = 3.1 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

$$\text{Ge}: n_0 = n_D^+ = \frac{1.7 \times 10^{18}}{1 + 2e^{\frac{0.0394}{0.026}}} = 1.18 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

第四章习题及答案

1. 300K 时, Ge 的本征电阻率为 $47 \Omega \text{ cm}$, 如电子和空穴迁移率分别为 $3900 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{S})$ 和 $1900 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{S})$ 。试求 Ge 的载流子浓度。

解: 在本征情况下, $n = p = n_i$, 由 $\rho = 1/\sigma = \frac{1}{nqu_n + pqu_p} = \frac{1}{n_i q(u_n + u_p)}$ 知

$$n_i = \frac{1}{\rho q(u_n + u_p)} = \frac{1}{47 \times 1.602 \times 10^{-19} \times (3900 + 1900)} = 2.29 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

2. 试计算本征 Si 在室温时的电导率, 设电子和空穴迁移率分别为 $1350 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{S})$ 和 $500 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{S})$ 。当掺入百万分之一的 As 后, 设杂质全部电离, 试计算其电导率。比本征 Si 的电导率增大了多少倍?

解: 300K 时, $u_n = 1350 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{S})$, $u_p = 500 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{S})$, 查表 3-2 或图 3-7 可知, 室温下 Si 的本征载流子浓度约为 $n_i = 1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ 。

本征情况下,

$$\sigma = nqu_n + pqu_p = n_i q(u_n + u_p) = 1 \times 10^{10} \times 1.602 \times 10^{-19} \times (1350 + 500) = 3.0 \times 10^{-6} \text{ S/cm}$$

金钢石结构一个原胞内的等效原子个数为 $8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} + 4 = 8$ 个, 查看附录 B 知

Si 的晶格常数为 0.357 nm , 则其原子密度为 $\frac{8}{(0.357 \times 10^{-7})^3} = 5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ 。

掺入百万分之一的 As, 杂质的浓度为 $N_D = 5 \times 10^{22} \times \frac{1}{1000000} = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, 杂

质全部电离后, $N_D \gg n_i$, 这种情况下, 查图 4-14 (a) 可知其多子的迁移率为 $800 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$

$$\sigma' \approx N_D q u_n' = 5 \times 10^{16} \times 1.602 \times 10^{-19} \times 800 = 6.4 \text{ S/cm}$$

$$\text{比本征情况下增大了 } \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{6.4}{3 \times 10^{-6}} = 2.1 \times 10^6 \text{ 倍}$$

3. 电阻率为 $10 \Omega \cdot \text{m}$ 的 p 型 Si 样品, 试计算室温时多数载流子和少数载流子浓度。

解: 查表 4-15 (b) 可知, 室温下, $10 \Omega \cdot \text{m}$ 的 p 型 Si 样品的掺杂浓度 N_A 约为 $1.5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, 查表 3-2 或图 3-7 可知, 室温下 Si 的本征载流子浓度约为 $n_i = 1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $N_A \gg n_i$

$$p \approx N_A = 1.5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{(1.0 \times 10^{10})^2}{1.5 \times 10^{15}} = 6.7 \times 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

4. 0.1 kg 的 Ge 单晶, 掺有 $3.2 \times 10^{-9} \text{ kg}$ 的 Sb, 设杂质全部电离, 试求该材料的电阻率 [$\mu_n = 0.38 \text{ m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$, Ge 的单晶密度为 5.32 g/cm^3 , Sb 原子量为 121.8]。

解: 该 Ge 单晶的体积为: $V = \frac{0.1 \times 1000}{5.32} = 18.8 \text{ cm}^3$;

$$\text{Sb 掺杂的浓度为: } N_D = \frac{3.2 \times 10^{-9} \times 1000}{121.8} \times 6.025 \times 10^{23} / 18.8 = 8.42 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

查图 3-7 可知, 室温下 Ge 的本征载流子浓度 $n_i \approx 2 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, 属于过渡区

$$n = p_0 + N_D = 2 \times 10^{13} + 8.4 \times 10^{14} = 8.6 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$

$$\rho = 1/\sigma \approx \frac{1}{n q u_n} = \frac{1}{8.6 \times 10^{14} \times 1.602 \times 10^{-19} \times 0.38 \times 10^4} = 1.9 \Omega \cdot \text{cm}$$

5. 500 g 的 Si 单晶, 掺有 $4.5 \times 10^{-5} \text{ g}$ 的 B, 设杂质全部电离, 试求该材料的电阻率 [$\mu_p = 500 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$, 硅单晶密度为 2.33 g/cm^3 , B 原子量为 10.8]。

解: 该 Si 单晶的体积为: $V = \frac{500}{2.33} = 214.6 \text{ cm}^3$;

$$\text{B 掺杂的浓度为: } N_A = \frac{4.5 \times 10^{-5}}{10.8} \times 6.025 \times 10^{23} / 214.6 = 1.17 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

查表 3-2 或图 3-7 可知，室温下 Si 的本征载流子浓度约为 $n_i = 1.0 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ 。

因为 $N_A \gg n_i$ ，属于强电离区， $p \approx N_A = 1.12 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

$$\rho = 1/\sigma \approx \frac{1}{pqu_p} = \frac{1}{1.17 \times 10^{16} \times 1.602 \times 10^{-19} \times 500} = 1.1 \Omega \cdot \text{cm}$$

6. 设电子迁移率 $0.1 \text{ m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$, Si 的电导有效质量 $m_c = 0.26m_0$ ，加以强度为 10^4 V/m 的电场，试求平均自由时间和平均自由程。

解：由 $\mu_n = \frac{q\tau_n}{m_c}$ 知平均自由时间为

$$\tau_n = \mu_n m_c / q = 0.1 \times 0.26 \times 9.108 \times 10^{-31} / (1.602 \times 10^{-19}) = 1.48 \times 10^{-13} \text{ s}$$

平均漂移速度为

$$\bar{v} = \mu_n E = 0.1 \times 10^4 = 1.0 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$$

平均自由程为

$$\bar{l} = \bar{v} \tau_n = 1.0 \times 10^3 \times 1.48 \times 10^{-13} = 1.48 \times 10^{-10} \text{ m}$$

7 长为 2cm 的具有矩形截面的 Ge 样品，截面线度分别为 1mm 和 2mm，掺有 10^{22} m^{-3} 受主，试求室温时样品的电导率和电阻。再掺入 $5 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ 施主后，求室温时样品的电导率和电阻。

解： $N_A = 1.0 \times 10^{22} \text{ m}^{-3} = 1.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ，查图 4-14 (b) 可知，这个掺杂浓度下，

Ge 的迁移率 u_p 为 $1500 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ ，又查图 3-7 可知，室温下 Ge 的本征载流子浓度 $n_i \approx 2 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ， $N_A \gg n_i$ ，属强电离区，所以电导率为

$$\sigma = pqu_p = 1.0 \times 10^{16} \times 1.602 \times 10^{-19} \times 1500 = 2.4 \Omega \cdot \text{cm}$$

电阻为

$$R = \rho \frac{l}{s} = \frac{l}{\sigma \cdot s} = \frac{2}{2.4 \times 0.1 \times 0.2} = 41.7 \Omega$$

掺入 $5 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ 施主后

$$n = N_D - N_A = 4.0 \times 10^{22} \text{ m}^{-3} = 4.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

总的杂质总和 $N_i = N_D + N_A = 6.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ，查图 4-14 (b) 可知，这个浓度下，

Ge 的迁移率 u_n 为 $3000 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$,

$$\sigma' = nqu_n = nqu_n = 4.0 \times 10^{16} \times 1.602 \times 10^{-19} \times 3000 = 19.2 \Omega \cdot \text{cm}$$

电阻为

$$R = \rho \frac{l}{s} = \frac{l}{\sigma' \cdot s} = \frac{2}{19.2 \times 0.1 \times 0.2} = 5.2 \Omega$$

8. 截面积为 0.001 cm^2 圆柱形纯 Si 样品, 长 1 mm , 接于 10 V 的电源上, 室温下希望通过 0.1 A 的电流, 问:

- ①样品的电阻是多少?
- ②样品的电阻率应是多少?
- ③应该掺入浓度为多少的施主?

解: ① 样品电阻为 $R = \frac{V}{I} = \frac{10}{0.1} = 100 \Omega$

② 样品电阻率为 $\rho = \frac{Rs}{l} = \frac{100 \times 0.001}{0.1} = 1 \Omega \cdot \text{cm}$

③ 查表 4-15 (b) 知, 室温下, 电阻率 $1 \Omega \cdot \text{cm}$ 的 n 型 Si 掺杂的浓度应该为 $5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 。

9. 试从图 4-13 求杂质浓度为 10^{16} cm^{-3} 和 10^{18} cm^{-3} 的 Si, 当温度分别为 -50°C 和 $+150^\circ \text{C}$ 时的电子和空穴迁移率。

解: 电子和空穴的迁移率如下表, 迁移率单位 $\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$

浓度 温度	10^{16} cm^{-3}		10^{18} cm^{-3}	
	-50°C	$+150^\circ \text{C}$	-50°C	$+150^\circ \text{C}$
电子	2500	750	400	350
空穴	800	600	200	100

10. 试求本征 Si 在 473 K 时的电阻率。

解: 查看图 3-7, 可知, 在 473 K 时, Si 的本征载流子浓度 $n_i = 5.0 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, 在这个浓度下, 查图 4-13 可知道 $u_n \approx 600 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$, $u_p \approx 400 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$

$$\rho_i = 1/\sigma_i = \frac{1}{n_i q(u_n + u_p)} = \frac{1}{5 \times 10^{14} \times 1.602 \times 10^{-19} \times (400 + 600)} = 12.5 \Omega \cdot \text{cm}$$

11. 截面积为 10^{-3} cm^2 , 掺有浓度为 10^{13} cm^{-3} 的 p 型 Si 样品, 样品内部加有强度为 10^3 V/cm 的电场, 求;

①室温时样品的电导率及流过样品的电流密度和电流强度。

②400K 时样品的电导率及流过样品的电流密度和电流强度。

解：

①查表 4-15 (b) 知室温下，浓度为 10^{13}cm^{-3} 的 p 型 Si 样品的电阻率为 $\rho \approx 2000\Omega \cdot \text{cm}$ ，则电导率为 $\sigma = 1/\rho \approx 5 \times 10^{-4} \text{ S/cm}$ 。

电流密度为 $J = \sigma E = 5 \times 10^{-4} \times 10^3 = 0.5 \text{ A/cm}^2$

电流强度为 $I = Js = 0.5 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-4} \text{ A}$

② 400K 时，查图 4-13 可知浓度为 10^{13}cm^{-3} 的 p 型 Si 的迁移率约为 $u_p = 500\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$ ，则电导率为 $\sigma = pqu_p = 10^{13} \times 1.602 \times 10^{-19} \times 500 = 8 \times 10^{-4} \text{ S/cm}$

电流密度为 $J = \sigma E = 8 \times 10^{-4} \times 10^3 = 0.8 \text{ A/cm}^2$

电流强度为 $I = Js = 0.8 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-4} \text{ A}$

12. 试从图 4-14 求室温时杂质浓度分别为 10^{15} ， 10^{16} ， 10^{17}cm^{-3} 的 p 型和 n 型 Si 样品的空穴和电子迁移率，并分别计算他们的电阻率。再从图 4-15 分别求他们的电阻率。

浓度 (cm^{-3})	10^{15}		10^{16}		10^{17}	
	N 型	P 型	N 型	P 型	N 型	P 型
迁移率 ($\text{cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s})$) (图 4-14)	1300	500	1200	420	690	240
电阻率 ρ ($\Omega \cdot \text{cm}$)	4.8	12.5	0.52	1.5	0.09	0.26
电阻率 ρ ($\Omega \cdot \text{cm}$) (图 4-15)	4.5	14	0.54	1.6	0.085	0.21

硅的杂质浓度在 $10^{15}-10^{17}\text{cm}^{-3}$ 范围内，室温下全部电离，属强电离区， $n \approx N_D$ 或

$p \approx N_A$

电阻率计算用到公式为 $\rho = \frac{1}{pqu_p}$ 或 $\rho = \frac{1}{nqu_n}$

13. 掺有 1.1×10^{16} 硼原子 cm^{-3} 和 9×10^{15} 磷原子 cm^{-3} 的 Si 样品，试计算室温时多数载流子和少数载流子浓度及样品的电阻率。

解：室温下，Si 的本征载流子浓度 $n_i = 1.0 \times 10^{10} / \text{cm}^3$

有效杂质浓度为： $N_A - N_D = 1.1 \times 10^{16} - 9 \times 10^{15} = 2 \times 10^{15} / \text{cm}^3 \gg n_i$ ，属强电离区

多数载流子浓度 $p \approx N_A - N_D = 2 \times 10^{15} / \text{cm}^3$

$$\text{少数载流子浓度 } n = \frac{n_i^2}{p_0} = \frac{1 \times 10^{20}}{2 \times 10^{15}} = 5 \times 10^4 / \text{cm}^3$$

总的杂质浓度 $N_i \approx N_A + N_D = 2 \times 10^{16} / \text{cm}^3$ ，查图 4-14（a）知，

$u_p \text{多子} \approx 400 \text{cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$ ， $u_n \text{少子} \approx 1200 \text{cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$

电阻率为

$$\rho = \frac{1}{pqu_p + nqu_n} \approx \frac{1}{u_p qp} = \frac{1}{1.602 \times 10^{-19} \times 2 \times 10^{15} \times 400} = 7.8 \Omega \cdot \text{cm}$$

14. 截面积为 0.6cm^2 、长为 1cm 的 n 型 GaAs 样品，设 $u_n = 8000 \text{cm}^2 / (\text{V} \cdot \text{s})$ ， $n = 10^{15} \text{cm}^{-3}$ ，试求样品的电阻。

$$\text{解： } \rho = \frac{1}{nqu_n} = \frac{1}{1.602 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{15} \times 8000} = 0.78 \Omega \cdot \text{cm}$$

$$\text{电阻为 } R = \rho \frac{l}{s} = 0.78 \times 1 / 0.6 = 1.3 \Omega$$

15. 施主浓度分别为 10^{14} 和 10^{17}cm^{-3} 的两个 Ge 样品，设杂质全部电离：

①分别计算室温时的电导率；

②若于两个 GaAs 样品，分别计算室温的电导率。

解：查图 4-14（b）知迁移率为

施主浓度 样品	10^{14}cm^{-3}	10^{17}cm^{-3}
Ge	4800	3000
GaAs	8000	5200

Ge 材料，

$$\text{浓度为 } 10^{14} \text{cm}^{-3}, \sigma = nqu_n = 1.602 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{14} \times 4800 = 0.077 \text{S/cm}$$

$$\text{浓度为 } 10^{17} \text{cm}^{-3}, \sigma = nqu_n = 1.602 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{17} \times 3000 = 48.1 \text{S/cm}$$

GaAs 材料,

$$\text{浓度为 } 10^{14} \text{ cm}^{-3}, \sigma = nqu_n = 1.602 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{14} \times 8000 = 0.128 \text{ S/cm}$$

$$\text{浓度为 } 10^{17} \text{ cm}^{-3}, \sigma = nqu_n = 1.602 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{17} \times 5200 = 83.3 \text{ S/cm}$$

16. 分别计算掺有下列杂质的 Si, 在室温时的载流子浓度、迁移率和电阻率:

①硼原子 $3 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$;

②硼原子 $1.3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ + 磷原子 $1.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

③磷原子 $1.3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ + 硼原子 $1.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

④磷原子 $3 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ + 镓原子 $1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ + 砷原子 $1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ 。

解: 室温下, Si 的本征载流子浓度 $n_i = 1.0 \times 10^{10} / \text{cm}^3$, 硅的杂质浓度在 $10^{15} - 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ 范围内, 室温下全部电离, 属强电离区。

①硼原子 $3 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$

$$p \approx N_A = 3 \times 10^{15} / \text{cm}^3 \quad n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{1 \times 10^{20}}{3 \times 10^{15}} = 3.3 \times 10^4 / \text{cm}^3$$

查图 4-14 (a) 知, $\mu_p = 480 \text{ cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$

$$\rho = \frac{1}{u_p q N_A} = \frac{1}{1.602 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^{15} \times 480} = 4.3 \Omega \cdot \text{cm}$$

②硼原子 $1.3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ + 磷原子 $1.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

$$p \approx N_A - N_D = (1.3 - 1.0) \times 10^{16} / \text{cm}^3 = 3 \times 10^{15} / \text{cm}^3 ,$$

$$n = \frac{n_i^2}{p} = \frac{1 \times 10^{20}}{3 \times 10^{15}} = 3.3 \times 10^4 / \text{cm}^3$$

$N_i = N_A + N_D = 2.3 \times 10^{16} / \text{cm}^3$, 查图 4-14 (a) 知, $\mu_p = 350 \text{ cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$

$$\rho \approx \frac{1}{u_p q p} = \frac{1}{1.602 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^{15} \times 350} = 5.9 \Omega \cdot \text{cm}$$

③磷原子 $1.3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ + 硼原子 $1.0 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

$$n \approx N_D - N_A = (1.3 - 1.0) \times 10^{16} / \text{cm}^3 = 3 \times 10^{15} / \text{cm}^3 ,$$

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{1 \times 10^{20}}{3 \times 10^{15}} = 3.3 \times 10^4 / \text{cm}^3$$

$$N_i = N_A + N_D = 2.3 \times 10^{16} / \text{cm}^3, \text{ 查图 4-14 (a) 知, } \mu_n = 1000 \text{cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$$

$$\rho \approx \frac{1}{u_n q p} = \frac{1}{1.602 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^{15} \times 1000} = 2.1 \Omega \cdot \text{cm}$$

$$\textcircled{4} \text{ 磷原子 } 3 \times 10^{15} \text{cm}^{-3} + \text{镓原子 } 1 \times 10^{17} \text{cm}^{-3} + \text{砷原子 } 1 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$$

$$n \approx N_{D1} - N_A + N_{D2} = 3 \times 10^{15} / \text{cm}^3, p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{1 \times 10^{20}}{3 \times 10^{15}} = 3.3 \times 10^4 / \text{cm}^3$$

$$N_i = N_A + N_{D1} + N_{D2} = 2.03 \times 10^{17} / \text{cm}^3, \text{ 查图 4-14 (a) 知, } \mu_n = 500 \text{cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$$

$$\rho \approx \frac{1}{u_n q p} = \frac{1}{1.602 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^{15} \times 500} = 4.2 \Omega \cdot \text{cm}$$

17. ①证明当 $u_n \neq u_p$ 且电子浓度 $n = n_i \sqrt{u_p / u_n}, p = n_i \sqrt{u_n / u_p}$ 时, 材料的电导率最小, 并求 σ_{\min} 的表达式。

$$\text{解: } \sigma = p q u_p + n q u_n = \frac{n_i^2}{n} q u_p + n q u_n$$

$$\frac{d\sigma}{dn} = q \left(-\frac{n_i^2}{n^2} u_p + u_n \right), \quad \frac{d^2\sigma}{dn^2} = q \frac{2n_i^2}{n^3} u_p$$

$$\text{令 } \frac{d\sigma}{dn} = 0 \Rightarrow \left(-\frac{n_i^2}{n^2} u_p + u_n \right) = 0 \Rightarrow n = n_i \sqrt{u_p / u_n}, p = n_i \sqrt{u_n / u_p}$$

$$\left. \frac{d^2\sigma}{dn^2} \right|_{n=n_i \sqrt{u_p / u_n}} = q \frac{2n_i^2}{n_i^3 (u_p / u_n) \sqrt{u_p / u_n}} u_p = q \frac{2u_n \sqrt{u_n}}{n_i u_p \sqrt{u_p}} > 0$$

因此, $n = n_i \sqrt{u_p / u_n}$ 为最小点的取值

$$\sigma_{\min} = q(n_i \sqrt{u_n / u_p} u_p + n_i \sqrt{u_p / u_n} u_n) = 2q n_i \sqrt{u_u u_p}$$

②试求 300K 时 Ge 和 Si 样品的最小电导率的数值, 并和本征电导率相比较。

查表 4-1, 可知室温下硅和锗较纯样品的迁移率

$$\text{Si: } \sigma_{\min} = 2q n_i \sqrt{u_u u_p} = 2 \times 1.602 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{10} \times \sqrt{1450 \times 500} = 2.73 \times 10^{-7} \text{ S/cm}$$

$$\sigma_i = q n_i (u_p + u_n) = 1.602 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{10} \times (1450 + 500) = 3.12 \times 10^{-6} \text{ S/cm}$$

$$\text{Ge: } \sigma_{\min} = 2q n_i \sqrt{u_u u_p} = 2 \times 1.602 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{10} \times \sqrt{3800 \times 1800} = 8.38 \times 10^{-6} \text{ S/cm}$$

$$\sigma_i = q n_i (u_p + u_n) = 1.602 \times 10^{-19} \times 1 \times 10^{10} \times (3800 + 1800) = 8.97 \times 10^{-6} \text{ S/cm}$$

18. InSB 的电子迁移率为 $7.5\text{m}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$, 空穴迁移率为 $0.075\text{m}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$, 室温时本征载流子浓度为 $1.6\times 10^{16}\text{cm}^{-3}$, 试分别计算本征电导率、电阻率和最小电导率、最大电导率。什么导电类型的材料电阻率可达最大。

$$\text{解: } \sigma_i = qn_i(u_p + u_n) = 1.602 \times 10^{-19} \times 1.6 \times 10^{16} \times (75000 + 750) = 194.2\text{S/cm}$$

$$\rho_i = 1/\sigma_i = 0.052\Omega\cdot\text{cm}$$

借用 17 题结果

$$\sigma_{\min} = 2qn_i\sqrt{u_u u_p} = 2 \times 1.602 \times 10^{-19} \times 1.6 \times 10^{16} \times \sqrt{75000 \times 750} = 38.45\text{S/cm}$$

$$\rho_{\max} = 1/\sigma_{\min} = 1/12.16 = 0.026\Omega\cdot\text{cm}$$

当 $n = n_i\sqrt{u_p/u_n}$, $p = n_i\sqrt{u_u/u_p}$ 时, 电阻率可达最大, 这时

$$n = n_i\sqrt{750/75000} < p = n_i\sqrt{75000/750}, \text{ 这时为 P 型半导体。}$$

19. 假设 Si 中电子的平均动能为 $3k_{\text{BT}}/2$, 试求室温时电子热运动的均方根速度。如将 Si 置于 10V/cm 的电场中, 证明电子的平均漂移速度小于热运动速度, 设电子迁移率为 $15000\text{cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$. 如仍设迁移率为上述数值, 计算电场为 10^4V/cm 时的平均漂移速度, 并与热运动速度作一比较, 。这时电子的实际平均漂移速度和迁移率应为多少?

20. 试证 G_c 的电导有效质量也为

$$\frac{1}{m_c} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{m_1} + \frac{2}{m_t} \right)$$

第五章习题

1. 在一个 n 型半导体样品中, 过剩空穴浓度为 10^{13}cm^{-3} , 空穴的寿命为 $100\mu\text{s}$. 计算空穴的复合率。

$$\text{已知: } \Delta p = 10^{13} / \text{cm}^{-3}, \tau = 100\mu\text{s}$$

求: $U = ?$

$$\text{解: 根据 } \tau = \frac{\Delta p}{U}$$

$$\text{得: } U = \frac{\Delta p}{\tau} = \frac{10^{13}}{100 \times 10^{-6}} = 10^{17} / \text{cm}^3\text{s}$$

2. 用强光照 n 型样品, 假定光被均匀地吸收, 产生过剩载流子, 产生率为, 空穴寿命为 τ 。

- (1) 写出光照下过剩载流子所满足的方程;
 (2) 求出光照下达到稳定状态时的过剩载流子浓度。

解: 均匀吸收, 无浓度梯度, 无飘移。

$$\therefore \frac{d\Delta p}{dt} = -\frac{\Delta p}{\tau} + g_L$$

$$\text{方程的通解: } \Delta p(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + g_L \tau$$

$$(2) \text{达到稳定状态时, } \frac{d\Delta p}{dt} = 0$$

$$\therefore \frac{-\Delta p}{\tau} + g_L = 0.$$

$$\therefore \Delta p = g \tau$$

3. 有一块 n 型硅样品, 寿命是 1us, 无光照时电阻率是 $10\Omega \cdot \text{cm}$ 。今用光照射该样品, 光被半导体均匀的吸收, 电子-空穴对的产生率是 $10^{22} \text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$, 试计算光照下样品的电阻率, 并求电导中少数载流子的贡献占多大比例?

$$\text{光照达到稳定态后. } -\frac{\Delta p}{\tau} + g_L = 0$$

$$\Delta p = \Delta n = g \tau = 10^{22} \times 10^{-6} = 10^{16} \text{cm}^{-3}$$

$$\text{光照前: } \rho_0 = \frac{1}{n_0 q \mu_n + p_0 q \mu_p} = 10 \Omega \text{cm}$$

$$\text{光照后: } \sigma' = n p \mu_n + p q \mu_p = n_0 q \mu_n + p_0 q \mu_p + \Delta n q \mu_n + \Delta p q \mu_p$$

$$= 0.10 + 10^{16} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1350 + 10^{16} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 500$$

$$= 0.1 + 2.96 = 3.06 \text{S/cm}$$

$$\rho' = \frac{1}{\sigma'} = 0.32 \Omega \text{cm}.$$

少数载流子对电导的贡献

$\therefore \Delta p > p_0$. 所以少子对电导的贡献, 主要是 Δp 的贡献.

$$\therefore \frac{\Delta p q \mu_p}{\sigma'} = \frac{10^{16} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 500}{3.06} = \frac{0.8}{3.06} = 26\%$$

4. 一块半导体材料的寿命 $\tau = 10\mu\text{s}$, 光照在材料中会产生非平衡载流子, 试求光照突然停止 20us 后, 其中非平衡载流子将衰减到原来的百分之几?

$$\Delta p(t) = \Delta p(0) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{\Delta p(20)}{\Delta p(0)} = e^{-\frac{20}{10}} = 13.5\%$$

光照停止 $20\mu\text{s}$ 后, 减为原来的 13.5%。

5. n 型硅中，掺杂浓度 $N_D=10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ，光注入的非平衡载流子浓度 $\Delta n=\Delta p=10^{14} \text{ cm}^{-3}$ 。

计算无光照和有光照的电导率。

有光照：

$$\text{设 } T = 300 \text{ K}, n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}, \Delta n = \Delta p = 10^{14} / \text{cm}^3$$

$$\text{则 } n_0 = 10^{16} \text{ cm}^{-3}, p_0 = 2.25 \times 10^4 / \text{cm}^3$$

$$n = n_0 + \Delta n, p = p_0 + \Delta p$$

$$\text{无光照: } \sigma_0 = n_0 q \mu_n + p_0 q \mu_p \approx n_0 q \mu_n$$

$$= 10^{16} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1350 = 2.16 \text{ S/cm}$$

$$\sigma = nq\mu_n + pq\mu_p$$

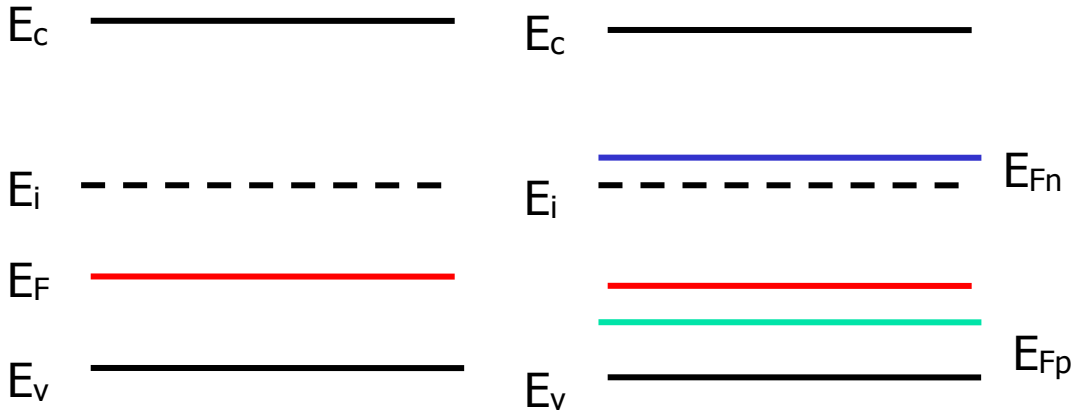
$$= n_0 q \mu_n + p_0 q \mu_p + \Delta n q (\mu_n + \mu_p)$$

$$\approx 2.16 + 10^{14} \times 1.6 \times 10^{-19} \times (1350 + 500)$$

$$= 2.16 + 0.0296 = 2.19 \text{ S/cm}$$

(注：掺杂 10^{16} cm^{-3} 的半导体中电子、空穴的迁移率近似等于本征半导体的迁移率)

6. 画出 p 型半导体在光照（小注入）前后的能带图，标出原来的费米能级和光照时的准费米能级。



光照前

光照后

7. 掺杂浓度 $N_D=10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 的 n 型硅，由于光的照射产生了非平衡载流子 $\Delta n=\Delta p=10^{14} \text{ cm}^{-3}$ 。试计算这种情况下的准费米能级位置，并和原来的费米能级作比较。

强电离情况，载流子浓度

$$n = n_0 + \Delta n = 10^{15} + 10^{14}$$

$$= 1.1 \times 10^{15} / \text{cm}^3$$

$$p = p_0 + \Delta p = \frac{n_i^2}{N_D} + 10^{14}$$

$$= \frac{(1.5 \times 10^{10})^2}{10^{15}} + 10^{14} = 10^{14} / \text{cm}^{-3}$$

$$\therefore \begin{cases} n = n_i e^{\frac{E_{Fn} - E_i}{k_0 T}} \\ p = n_i e^{\frac{E_i - E_{FP}}{k_0 T}} \end{cases}$$

$$\therefore E_{Fn} = E_i + k_0 T \ln \frac{n}{n_i}$$

$$E_{Fn} - E_i = k_0 T \ln \frac{1.1 \times 10^{15}}{1.5 \times 10^{10}} = 0.291 \text{ eV}$$

$$E_{FP} = E_i - k_0 T \ln \frac{p}{n_i}$$

$$E_{FP} - E_i = -k_0 T \ln \frac{10^{14}}{1.5 \times 10^{10}} = -0.229 \text{ eV}$$

$$\text{平衡时 } E_F - E_i = k_0 T \ln \frac{N_D}{n_i}$$

$$= k_0 T \ln \frac{10^{14}}{1.5 \times 10^{10}} = 0.289 \text{ eV}$$

$$\therefore E_F^n - E_F = 0.0025 \text{ eV}$$

$$E_F - E_F^p = 0.0517 \text{ eV}$$

8. 在一块 p 型半导体中，有一种复合-产生中心，小注入时，被这些中心俘获的电子发射回导带的过程和它与空穴复合的过程具有相同的概率。试求这种复合-产生中心的能级位置，并说明它能否成为有效的复合中心？

解：根据复合中心的间接复合理论：

复合中心 N_t 被电子占据 n_t ，向导带发射电子

$$s_n n_t = r_n n_i n_t = r_n n_i e^{\frac{E_t - E_i}{k_o T}} n_t$$

从价带俘获空穴 $r_p p n_t$

$$\text{由题知, } r_n n_i n_t e^{\frac{E_t - E_i}{k_o T}} = r_p p n_t$$

小注入： $\Delta p \ll p_0$

$$p = p_0 + \Delta p \approx n_i e^{\frac{E_i - E_F}{k_o T}}$$

$$r_n n_i e^{\frac{E_t - E_i}{k_o T}} = r_p n_i e^{\frac{E_i - E_F}{k_o T}};$$

$$r_n \approx r_p \therefore E_t - E_i = E_i - E_F$$

n_0, p_1 很小。 $n_1 = p_0$ 代入公式

$$\tau = \frac{1}{r_n N_t} + \frac{1}{r_p N_t}, \text{不是有效的复合中心。}$$

9. 把一种复合中心杂质掺入本征硅内，如果它的能级位置在禁带中央，试证明

小注入时的寿命 $\tau = \tau_n + \tau_p$ 。

本征 Si: $E_F = E_i$

复合中心的位置 $E_T = E_i$

根据间接复合理论得：

$$\tau = \frac{r_n (n_0 + n_1 + \Delta p) + r_p (p_0 + p_1 + \Delta p)}{N_t r_p r_n (n_0 + p_0 + \Delta p)}$$

$$\therefore n_0 = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{k_o T}}; p_0 = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{k_o T}}$$

$$n_1 = N_c e^{-\frac{E_c - E_T}{k_o T}}; p_1 = N_v e^{-\frac{E_T - E_v}{k_o T}}$$

因为： $E_F = E_i = E_T$

所以： $n_0 = p_0 = n_1 = p_1$

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{r_n (n_0 + n_0 + \Delta p)}{N_t r_p r_n (n_0 + n_0 + \Delta p)} + \frac{r_p (n_0 + n_0 + \Delta p)}{N_t r_p r_n (n_0 + n_0 + \Delta p)} \\ &= \frac{1}{N_t r_p} + \frac{1}{N_t r_n} = \tau_p + \tau_n \end{aligned}$$

10. 一块 n 型硅内掺有 10^{16} cm^{-3} 的金原子，试求它在小注入时的寿命。若一块 p 型硅内也掺有 10^{16} cm^{-3} 的金原子，它在小注入时的寿命又是多少？

$$N_t = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$$

n 型 Si 中， Au^- 对空穴的俘获系数 r_p 决定了少子空穴的寿命。

$$\tau_p = \frac{1}{r_p N_t} = \frac{1}{1.15 \times 10^{-17} \times 10^{16}} = 8.6 \times 10^{-10} \text{ s}$$

p 型 Si 中， Au^+ 对少子电子的俘获系数 r_n 决定了其寿命。

$$\tau_n = \frac{1}{r_n N_t} = \frac{1}{6.3 \times 10^{-8} \times 10^{16}} = 1.6 \times 10^{-9} \text{ s}$$

11. 在下述条件下，是否有载流子的净复合或者净产生：

- (1) 在载流子完全耗尽（即 n, p 都大大小于 n_i ）半导体区域。
 (2) 在只有少数载流子被耗尽（例如， $p_n \ll p_{n0}$ ，而 $n_n = n_{n0}$ ）的半导体区域。
 (3) 在 $n=p$ 的半导体区域，这里 $n \gg n_{i0}$

$$U = \frac{N_t r_n r_p (np - n_i^2)}{r_n (n + n_1) + r_p (p + p_1)}$$

(1) 载流子完全耗尽， $n \approx 0, p \approx 0$

$$U = \frac{-N_t r_n r_p n_i^2}{r_n n_1 + r_p p_1} < 0$$

复合率为负，表明有净产生

$$U = \frac{N_t r_n r_p (np - n_i^2)}{r_n (n + n_1) + r_p (p + p_1)}$$

(2) 只有少数载流子被耗尽，
 （反偏 pn 结， $p_n \ll p_{n0}, n_n \approx n_{n0}$ ）

$$U = \frac{-N_t r_n r_p n_i^2}{r_n (n + n_1) + r_p p_1} < 0$$

复合率为负，表明有净产生

$$U = \frac{N_t r_n r_p (np - n_i^2)}{r_n (n + n_1) + r_p (p + p_1)}$$

(3) $n = p, n \gg n_i$

$$U = \frac{N_t r_n r_p (n^2 - n_i^2)}{r_n (n + n_1) + r_p (n + p_1)} > 0$$

复合率为正，表明有净复合

12. 在掺杂浓度 $N^D = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ，少数载流子寿命为 $10 \mu\text{s}$ 的 n 型硅中，如果由于外界作用，少数载流子全部被清除，那么在这种情况下，电子-空穴对的产生率是多大？（ $E_t = E_i$ ）。

$$n_0 = N_D = 10^{16} \text{ cm}^{-3},$$

$$p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = 2.25 \times 10^4 / \text{cm}^3$$

$$n = n_0 = 10^{16} \text{ cm}^{-3},$$

$$p = 0,$$

$$\Delta n = 0,$$

$$\Delta p = -p_0$$

$$U = \frac{N_t r_n r_p (np - n_i^2)}{r_n (n + n_1) + r_p (p + p_1)}$$

$$= \frac{-N_t r_n r_p n_i^2}{r_n (n_0 + n_1) + r_p p_1}$$

$$n_1 = N_c e^{-\frac{E_c - E_t}{k_0 T}} = N_c e^{-\frac{E_c - E_i}{k_0 T}} = n_i$$

$$p_1 = N_v e^{-\frac{E_t - E_v}{k_0 T}} = N_v e^{-\frac{E_i - E_v}{k_0 T}} = n_i$$

$$U = -\frac{N_t r_n r_p n_i^2}{r_n n_0 + r_n n_i + r_p n_i}$$

$$\approx -\frac{N_t r_n r_p n_i^2}{r_n n_0} = -N_t r_p p_0 = -\frac{p_0}{\tau_p}$$

$$= -\frac{2.25 \times 10^4}{10 \times 10^{-6}} = -2.25 \times 10^9 / \text{cm}^3 \text{ s}$$

13. 室温下，p 型半导体中的电子寿命为 $\tau = 350\mu\text{s}$ ，电子的迁移率 $\mu_n = 3600\text{cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ 。试求电子的扩散长度。

解：根据爱因斯坦关系：

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{k_0 T}{q}$$

$$D_n = \frac{k_0 T}{q} \mu_n$$

$$\begin{aligned} L_n &= \sqrt{D_n \tau_n} = \sqrt{\frac{k_0 T}{q} \mu_n \tau_n} \\ &= \sqrt{0.026 \times 3600 \times 350 \times 10^{-6}} \\ &= 0.18\text{cm} \end{aligned}$$

14. 设空穴浓度是线性分布，在 $3\mu\text{s}$ 内浓度差为 10^{15}cm^{-3} ， $\mu_p = 400\text{cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ 。试计算空穴扩散电流密度。

$$\begin{aligned} J_p &= -qD_p \frac{d\Delta p}{dx} \\ &= q \frac{k_0 T}{q} \mu_p \frac{\Delta p}{\Delta x} \\ &= k_0 T \mu_p \frac{\Delta p}{\Delta x} \\ &= 0.026 \times 400 \times \frac{10^{15}}{3 \times 10^{-4}} \\ &= 5.55\text{A}/\text{cm}^2 \end{aligned}$$

15. 在电阻率为 $1\Omega\cdot\text{cm}$ 的 p 型硅半导体区域中，掺杂浓度 $N_t = 10^{15}\text{cm}^{-3}$ ，由边界稳定注入的电子浓度 $(\Delta n)_0 = 10^{10}\text{cm}^{-3}$ ，试求边界处电子扩散电流。

根据少子的连续性方程：

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} - \mu_p |E| \frac{\partial \Delta n}{\partial x} + \mu_p n \frac{\partial |E|}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau_p} + g_p$$

由于 p-Si 内部掺有 $N_t = 10^{15}\text{cm}^{-3}$ 的复合中心 Δn 遇到复合中心复合

$$\tau_n = \frac{1}{r_n N_t} = \frac{1}{6.3 \times 10^{-8} \times 10^{15}} = 1.6 \times 10^{-8}\text{s}$$

边界条件：

$$x = 0, \Delta n(0) = \Delta n_0$$

$$x = \infty, \Delta n(\infty) = 0$$

$$\therefore \Delta n(x) = \Delta n_0 e^{-\frac{x}{L_n}}$$

$$\therefore J_n = qD_n \frac{d\Delta n(x)}{dx} \Big|_{x=0} = qD_n \frac{\Delta n_0}{L_n}$$

$$= qD_n \frac{\Delta n_0}{\sqrt{D_n \tau_n}} = q \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} \Delta n_0 = q \sqrt{\frac{k_0 T \mu_n}{2 \tau_n}} \Delta n_0$$

无电场,无产生率,达到稳定分布

$$D_p \frac{d^2 \Delta n}{dx^2} - \frac{\Delta n}{\tau_n} = 0,$$

$$\frac{d^2 \Delta n}{dx^2} - \frac{\Delta n}{D_n \tau_n} = 0$$

方程的通解为：

$$\Delta n(x) = Ae^{-\frac{x}{L_n}} + Be^{+\frac{x}{L_n}}, L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

16. 一块电阻率为 $3\Omega\cdot\text{cm}$ 的 n 型硅样品，空穴寿命 $\tau_p=5\mu\text{s}$ ，在其平面形的表面处有稳定的空穴注入，过剩浓度 $(\Delta p)=10^{13}\text{cm}^{-3}$ 。计算从这个表面扩散进入半导体内部空穴电流密度，以及在离表面多远处过剩空穴浓度等于 10^{12}cm^{-3} ？

(1) 过剩空穴所遵从的连续性方程为

$$D_p \frac{d^2 \Delta p}{dx^2} - \frac{\Delta p}{\tau_p} = 0$$

$$\text{边界条件: } \begin{cases} x=0, \Delta p(0) = 10^{13} \text{ cm}^{-3} \\ x=\infty, \Delta p(\infty) = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \Delta p(x) = \Delta p_0 e^{-\frac{x}{L_p}}, L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

$$J_p = qD_p \left. \frac{d\Delta p}{dx} \right|_{x=0} = qD_p \frac{\Delta p_0}{L_p} = q \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} \Delta p$$

$$10^{12} = \Delta p_0 e^{-\frac{x}{L_p}}$$

$$\frac{10^{12}}{\Delta p_0} = e^{-\frac{x}{L_p}}$$

$$x = -L_p \ln \frac{10^{12}}{10^{13}} = L_p \ln 10$$

17. 光照 $1\Omega\cdot\text{cm}$ 的 n 型硅样品，均匀产生非平衡载流子，电子-空穴对产生率为 $10^{17}\text{cm}^{-3}\cdot\text{s}^{-1}$ 。设样品的寿命为 $10\mu\text{s}$ ，表面复合速度为 100cm/s 。试计算：

(1) 单位时间单位表面积在表面复合的空穴数。

(2) 单位时间单位表面积在离表面三个扩散长度中体积内复合的空穴数。

$$D_p \frac{d^2 \Delta p}{dx^2} - \frac{\Delta p}{\tau_p} + g_p = 0$$

$$\text{边界条件: } \begin{cases} \Delta p(\infty) = g_p \tau_p \\ D_p \left. \frac{\partial \Delta p(x)}{\partial x} \right|_{x=0} = s_p (p(0) - p_0) \end{cases}$$

$$\text{解之: } \Delta p(x) = ce^{-\frac{x}{L_p}} + g_p \tau_p$$

$$p(x) = p_0 + ce^{-\frac{x}{L_p}} + g_p \tau_p$$

由边界条件得

$$C = -g_p \tau_p \frac{s_p \tau_p}{L_p + s_p \tau_p}$$

$$\therefore p(x) = p_0 + \tau_p g_p \left[1 - \frac{s_p \tau_p}{L_p + s_p \tau_p} e^{-\frac{x}{L_p}} \right]$$

(1) 单位时间在单位表示积复合的空穴数

$$s_p [p(0) - p_0] = D_p \left. \frac{\partial \Delta p}{\partial x} \right|_{x=0} = D_p \frac{c}{L_p}$$

18. 一块掺杂施主浓度为 $2 \times 10^{16}\text{cm}^{-3}$ 的硅片，在 920°C 下掺金到饱和浓度，然后经氧化等处理，最后此硅片的表面复合中心 10^{10}cm^{-2} 。

① 计算体寿命，扩散长度和表面复合速度。

② 如果用光照射硅片并被样品均匀吸收，电子-空穴对的产生率是 $10^{17}\text{cm}^{-3}\cdot\text{s}^{-1}$ ，试求表面的空穴浓度以及流向表面的空穴流密度是多少？

第六章习题

1. 若 $N_D=5\times 10^{15}\text{cm}^{-3}$, $N_A=10^{17}\text{cm}^{-3}$, 求室温下 G_e 突变 pn 结的 V_D 。

解答：

$$V_D = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.026 \times \ln \frac{5 \times 10^{15} \times 10^{17}}{2.1 \times 10^{13}} = 0.362V$$

2. 试分析小注入时，电子（空穴）在五个区域中的运动情况（分析漂移与扩散的方向及相对应的大小）。



解答：小注入时，外压基本上降在势垒区，中性区和扩散区中电场很弱。

对 $p-n$ 结势垒区产生复合为零，因为在势垒区内电压大于零，使势垒区电场减弱，电子（空穴）扩散大于漂移，电子由 n 区扩散区到 p 区扩散区，空穴由 p 区扩散区到 n 区扩散区。

p 区侧的电子扩散区（ L_n ）：由 n 区到 L_n 的电子（少子）

在的作用下向中性 p 区扩散，并伴随着与多子空穴复合，该区还有多子空穴漂移流，方向向右。

因为尽管该区很小，但也很小，空穴漂移流大于电子扩散流，n 区侧的空穴扩散区（ L_p ）：电子扩散方向向左，空穴扩散方向向右，空穴与电子复合，尽管，但结为单向注入。所以，电子扩散流，小于空穴扩散流。

中性区：

多子漂移流（p 中性区为空穴，方向向右，n 中性区为电子，方向向左）

结论： L_n ， L_p 区电子空穴流的相对大小与结相反。

3. 在反向情况下做上题。

4. 证明反向饱和电流公式（6-35）可改写为

$$J_s = \frac{b\sigma_i^2}{(1+b)^2} \frac{k_0 T}{q} \left(\frac{1}{\sigma L_n} + \frac{1}{\sigma_p L_p} \right)$$

式中 $b=u_n/u_p$, σ_n 和 σ_p 分别为 n 型和 p 型半导体电导率, σ_i 为本征半导体率。

$$\text{证明: 已知 } D_n = \frac{kT}{q} \mu_n, D_p = \frac{kT}{q} \mu_p, n_{p_0} = \frac{n_i^2}{p_{p_0}}, p_{n_0} = \frac{n_i^2}{n_{n_0}} \quad \sigma_i = qn_i(\mu_n + \mu_p)$$

其中 D_n , μ_n 为 p 区少子电子的扩散系数和迁移率, D_p , μ_p 为 n 区少子空穴的扩散系数和迁移率。

$$\begin{aligned} J_s &= \frac{qD_n n_{p_0}}{L_n} + \frac{qD_p p_{n_0}}{L_p} \\ &= q \frac{kT \mu_{np}}{qL_n} \frac{n_i^2}{p_{p_0}} + q \frac{kT \mu_{pn}}{qL_p} \frac{n_i^2}{n_{n_0}} \\ &= \frac{kT}{q} \sigma_i^2 \left[\frac{\mu_{np}}{L_n q p_{p_0} (\mu_n + \mu_p)_i^2} + \frac{\mu_{pn}}{L_p q n_{n_0} (\mu_n + \mu_p)^2} \right] \\ &= \frac{kT}{q} \sigma_i^2 \left[\frac{\mu_{np}}{L_n q p_{p_0} \mu_{p_i}^2 \left(1 + \frac{\mu_{n_i}}{\mu_{p_i}}\right)^2} + \frac{\mu_{pn}}{L_p q n_{n_0} \mu_{n_i}^2 \left(1 + \frac{\mu_{p_i}}{\mu_{n_i}}\right)^2} \right] \\ &= \frac{kT}{q} \sigma_i^2 \left[\frac{\mu_{np}}{L_n \sigma_p (1+b)^2 \mu_{p_i}} + \frac{\mu_{pn}}{\mu_{n_i}} \frac{1}{L_p \sigma_n \left(1 + \frac{1}{b}\right)^2} \right] \\ &= \frac{kT}{q} \sigma_i^2 \left[\frac{b}{L_n \sigma_p (1+b)^2} + \frac{1}{b} \frac{1}{L_p \sigma_n \left(1 + \frac{1}{b}\right)^2} \right] \\ &= \frac{kT}{q} \sigma_i^2 \left[\frac{b}{L_n \sigma_p (1+b)^2} + \frac{b}{b^2} \frac{1}{L_p \sigma_n \left(1 + \frac{1}{b}\right)^2} \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{kT}{q} \sigma_i^2 \left[\frac{b}{L_n \sigma_p (1+b)^2} + \frac{b}{L_p \sigma_n (1+b)^2} \right]$$

$$= \frac{kT}{q} \frac{b \sigma_i^2}{(1+b)^2} \left[\frac{1}{L_n \sigma_p} + \frac{1}{L_p \sigma_n} \right]$$

5. 一硅突变 pn 结, n 区的 $\rho_n = 5 \Omega \cdot \text{cm}$, $\tau_p = 1 \mu\text{s}$; p 区的 $\rho_p = 0.1 \Omega \cdot \text{cm}$, $\tau_n = 5 \mu\text{s}$, 计算室温下空穴电流与电子电流之比、饱和电流密度, 以及在正向电压 0.3V 时流过 pn 结的电流密度。

解答:

由图 4-15 知, $\rho_n = 5 \Omega \cdot \text{cm}$, $N_D = 9 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$

由图 4-14 知, $\mu_p = 460 \text{ cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$, n 区空穴扩散区

由图 4-15 知, $\rho_p = 0.1 \Omega \cdot \text{cm}$, $N_A = 5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$

由图 4-14 知, $\mu_n = 550 \text{ cm}^2 / \text{V} \cdot \text{s}$, p 区电子扩散区

$$p_{n_0} = \frac{n_i^2}{n_{n_0}} = \frac{n_i^2}{N_D}, n_{p_0} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

(1) 由式 6-31 知 $J_p = q D_p \frac{p_{n_0}}{L_p} \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right)$

由式 6-31 知 $J_n = q D_n \frac{p_{p_0}}{L_n} \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right)$

$$\frac{J_p}{J_n} = \frac{q D_p \frac{p_{n_0}}{L_p} \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right)}{q D_n \frac{p_{p_0}}{L_n} \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right)} = \frac{D_p N_A L_n}{D_n N_D L_p}$$

$$\text{又 } D_n = \frac{kT}{q} \mu_n, D_p = \frac{kT}{q} \mu_p, L_n = \sqrt{D_n \tau_n}, L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

$$\frac{J_p}{J_n} = \frac{D_p N_A L_n}{D_n N_D L_p} = \frac{\mu_p N_A \sqrt{D_n \tau_n}}{\mu_n N_D \sqrt{D_p \tau_p}} = \frac{\mu_p N_A \sqrt{\mu_n \tau_n}}{\mu_n N_D \sqrt{\mu_p \tau_p}} = \frac{N_A \sqrt{\mu_n \tau_n}}{N_D \sqrt{\mu_p \tau_p}} = \frac{5 \times 10^{17} \sqrt{460 \times 5}}{9 \times 10^{14} \sqrt{550 \times 1}} = 1136$$

(2) $J_s = \frac{q D_n n_{p_0}}{L_n} + \frac{q D_p p_{n_0}}{L_p}$

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p = 0.026 \times 460 = 12 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 3.48 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n = 14.3 \text{ cm}^2/\text{s}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = 8.45 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

$$n_{p_0} \ll p_{n_0} = 2.5 \times 10^5 \text{ cm}^{-3} \text{ (小3个数量级)}$$

$$J_s \approx \frac{q D_p p_{n_0}}{L_p} = 1.6 \times 10^{-19} \times \frac{12 \times 2.5 \times 10^5}{3.48 \times 10^{-3}} = 1.40 \times 10^{-10} \text{ A/cm}^2$$

$$(3) \quad J = J_s \left(e^{\frac{qV}{kT}} - 1 \right) = 1.40 \times 10^{-10} \times \left(e^{\frac{0.3}{0.026}} - 1 \right) = 1.44 \times 10^{-15} \text{ A/cm}^2$$

6. 条件与上题相同，计算下列电压下的势垒区宽度和单位面积上的电容：① -10V；②0V；③0.3V。

7. 计算当温度从 300K 增加到 400K 时，硅 pn 结反向电流增加的倍数。

解答： 解法一：

$$J_s = \frac{q D_n n_{p_0}}{L_n} + \frac{q D_p p_{n_0}}{L_p} = q \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} \frac{n_i^2}{N_A} + q \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} \frac{n_i^2}{N_D} = n_i^2 \left(\sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} \frac{q}{N_A} + \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} \frac{q}{N_D} \right) = K n_i^2$$

$$T = 300\text{K}, n_i(300) = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$T = 400\text{K}, n_i(400) = 6 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

$$\frac{J_s(400)}{J_s(300)} = \left(\frac{6 \times 10^{12}}{1.5 \times 10^{10}} \right)^2 = 1.6 \times 10^5$$

$$\text{解法二： } E_g(300\text{K}) = 1.12 \text{ eV}$$

$$E_g(400\text{K}) = 1.21 - 2.8 \times 10^{-4} \times 400 = 1.098 \text{ eV}$$

$$n_i^2 \propto T^3 e^{-\frac{E_g}{kT}}$$

$$\frac{J_s(400)}{J_s(300)} = \left(\frac{400}{300} \right)^3 \frac{e^{-\frac{1.098}{0.03448}}}{e^{-\frac{1.12}{0.026}}} = \left(\frac{4}{3} \right)^3 e^{\frac{1.12}{0.026} - \frac{1.098}{0.03448}} = \left(\frac{4}{3} \right)^3 \times 7.55 \times 10^4 = 3.3 \times 10^5$$

若只考虑指数因子, $\frac{J_s(400)}{J_s(300)} = 7.55 \times 10^4$

8. 设硅的性缓变结的杂质浓度梯度为 $5 \times 10^{23} \text{cm}^{-4}$, V_D 为 0.7V, 求反向电压为 8V 时的势垒区宽度。

解答: 由 6-118 式:

$$X_D = \left[\frac{12\epsilon_r\epsilon_0(V_D - V)}{q\alpha_j} \right]^{\frac{1}{3}} = \left[\frac{12 \times 11.6 \times 8.85 \times 10^{-14} \times (0.7 + 8)}{1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^{23}} \right]^{\frac{1}{3}} = 1.1 \times 10^{-5} \text{cm}$$

9. 已知突变结两边杂质浓度为 $N_A = 10^{16} \text{cm}^{-3}$, $N_D = 10^{20} \text{cm}^{-3}$, ①求势垒高度和势垒宽度; ②画出 $|E(x)|$ 、 $V(x)$ 图。

解答: 设此突变结为 Si 材料, $T = 300\text{K}$, $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{cm}^{-3}$

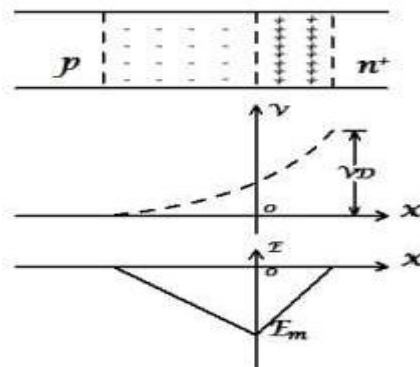
$$(1) V_D = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_A N_D}{n_i^2} = 0.026 \times \ln \frac{10^{20} \times 10^{16}}{(1.5 \times 10^{10})^2} = 0.936 \text{V}$$

$$qV_D = 0.94 \text{eV}$$

$$X_D = \left[\frac{2\epsilon_r\epsilon_0}{q} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} V_D \right]^{\frac{1}{2}} \quad N_D \gg N_A$$

$$X_D = g_p = \left[\frac{2\epsilon_r\epsilon_0 V_D}{q N_A} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{2 \times 11.6 \times 8.85 \times 10^{-14}}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{16}} \times 0.94 \right]^{\frac{1}{2}} = (12.2 \times 10^{-10})^{\frac{1}{2}} = 3.5 \times 10^{-5} \text{cm}$$

(2) 画出 $\epsilon(x)$ 和 $V(x)$ 的图



$$X_n = \delta_n = X_D \frac{N_A}{N_D + N_A} = 3.47 \times 10^{-9} \text{cm}$$

由泊松方程:

$$\frac{dV_1^2(x)}{dx^2} = \frac{qN_A}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \quad -\delta_p < x < 0$$

$$\frac{dV_2^2(x)}{dx^2} = -\frac{qN_D}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \quad 0 < x < \delta_n$$

$$\text{解得: } \varepsilon_1(x) = -\frac{dV(x)}{dx} = -\frac{qN_A(x+\delta_p)}{\varepsilon_r \varepsilon_0} = -1.56 \times 10^9 (x + 3.47 \times 10^{-5}) V/cm^2$$

$$\varepsilon_2(x) = -\frac{dV(x)}{dx} = \frac{qN_D(x-\delta_n)}{\varepsilon_r \varepsilon_0} = 1.56 \times 10^9 (x - 3.47 \times 10^{-9}) V/cm^2$$

$$V_1(x) = \frac{qN_A(x^2 + \delta_p^2)}{2\varepsilon_r \varepsilon_0} + \frac{qN_A\delta_p}{\varepsilon_r \varepsilon_0} x = 7.8 \times 10^8 (x + 3.47 \times 10^{-5})^2 V$$

$$V_2(x) = V_D - \frac{qN_D(x^2 + \delta_n^2)}{2\varepsilon_r \varepsilon_0} + \frac{qN_D\delta_n}{\varepsilon_r \varepsilon_0} x = 0.94 - 7.8 \times 10^{12} (x + 3.47 \times 10^{-9})^2 V$$

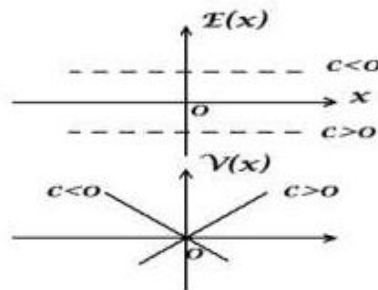
$$\varepsilon_m = -\frac{qN_A X_D}{\varepsilon_r \varepsilon_0} = -5.3 \times 10^4 V/cm$$

10. 已知电荷分布 $\rho(x)$ 为: ① $\rho(x) = 0$; ② $\rho(x) = c$; ③ $\rho(x) = qax$ (x 在 $0 \sim d$ 之间), 分别求电场强度 $|E(x)|$ 及电位 $V(x)$, 并作图。

$$\text{解答: 一维泊松方程 } \frac{d^2 V(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon_r \varepsilon_0}$$

$$\text{① } \frac{d^2 V(x)}{dx^2} = 0 \quad \varepsilon(x) = -\frac{dV(x)}{dx} = -c \quad V(x) = \int \frac{dV(x)}{dx} dx = -\int \varepsilon(x) dx = cx + A$$

令 $V(0) = 0$, 则 $A = 0, V(x) = cx$

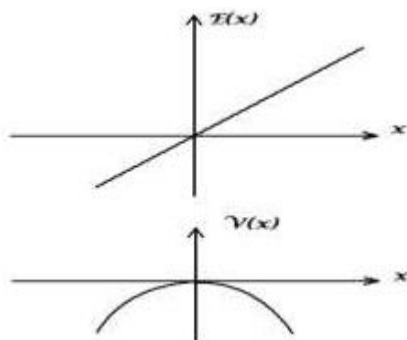


$$\text{② } \frac{d^2 V(x)}{dx^2} = -\frac{c}{\varepsilon_r \varepsilon_0}, \quad \frac{dV(x)}{dx} = -\frac{c}{\varepsilon_r \varepsilon_0} x + A, \quad \varepsilon(x) = -\frac{dV(x)}{dx} = \frac{c}{\varepsilon_r \varepsilon_0} x - A$$

令 $\varepsilon(0)=0$, 则 $A=0$, $\varepsilon(x)=\frac{c}{\varepsilon_r\varepsilon_0}x$

$$V(x)=-\int \varepsilon(x)dx=-\int \frac{c}{\varepsilon_r\varepsilon_0}xdx=-\frac{c}{2\varepsilon_r\varepsilon_0}x^2+B$$

令 $V(0)=0$, 则 $B=0$, $V(x)=-\frac{c}{2\varepsilon_r\varepsilon_0}x^2$



③ $\rho(x)=q\alpha x$ (x 从0到 d)

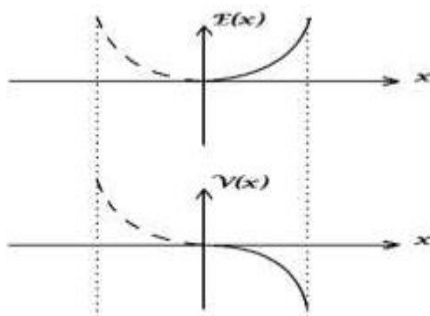
$$\frac{d^2V(x)}{dx^2}=-\frac{q\alpha x}{2\varepsilon_r\varepsilon_0} \quad (0 \leq x \leq d)$$

$$\varepsilon(x)=-\frac{dV(x)}{dx}=\frac{q\alpha}{2\varepsilon_r\varepsilon_0}x^2-A \quad <1>$$

令 $\varepsilon(0)=0$, 则 $A=0$, $\varepsilon(x)=\frac{q\alpha}{2\varepsilon_r\varepsilon_0}x^2$

$$V(x)=-\int \varepsilon(x)dx=-\int \frac{q\alpha}{2\varepsilon_r\varepsilon_0}x^2dx=-\frac{q\alpha}{6\varepsilon_r\varepsilon_0}x^3+B$$

令 $V(0)=0$, 则 $B=0$, $V(x)=-\frac{q\alpha}{6\varepsilon_r\varepsilon_0}x^3$

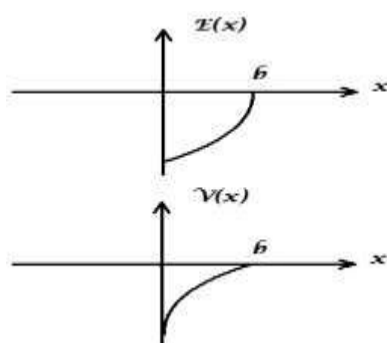


改变边界条件：令 $\varepsilon(b)=0$ ，由<1>式 $A=\frac{q\alpha}{2\varepsilon_r\varepsilon_0}b^2$ ， $\varepsilon(x)=\frac{q\alpha}{2\varepsilon_r\varepsilon_0}(x^2-b^2)$

$$V(x)=-\int \varepsilon(x)dx=-\left(\frac{q\alpha}{6\varepsilon_r\varepsilon_0}x^3-\frac{q\alpha}{2\varepsilon_r\varepsilon_0}b^2x\right)+A$$

$$\text{令 } V(0)=0, \text{ 则 } A=-\frac{q\alpha}{3\varepsilon_r\varepsilon_0}b^3$$

$$V(x)=-\frac{q\alpha}{6\varepsilon_r\varepsilon_0}x^3+\frac{q\alpha}{2\varepsilon_r\varepsilon_0}b^2x-\frac{q\alpha}{3\varepsilon_r\varepsilon_0}b^3$$



11. 分别计算硅 n^+p 结在正向电压为 0.6V、反向电压为 40V 时的势垒区宽度。已知 $N_A=5\times 10^{17}\text{cm}^{-3}$, $V_D=0.8\text{V}$ 。

知 $N_A=5\times 10^{17}\text{cm}^{-3}$, $V_D=0.8\text{V}$ 。

解答：

$$X_D=\delta_p=\left[\frac{2\varepsilon_r\varepsilon_0(V_D-V)}{qN_A}\right]^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{2\times 11.6\times 8.85\times 10^{-14}\times 5\times 10^{15}}{1.6\times 10^{-19}\times 5\times 10^{17}}\right)^{\frac{1}{2}}(V_D-V)^{\frac{1}{2}}=5.066\times 10^{-6}(V_D-V)^{\frac{1}{2}}$$

当 $V=0.6$ 时，

$$X_D=5.066\times 10^{-6}(0.8-0.6)^{\frac{1}{2}}=2.27\times 10^{-6}\text{cm}$$

当 $V=-40\text{V}$ 时，

$$X_D=5.066\times 10^{-6}(0.8+40)^{\frac{1}{2}}=3.24\times 10^{-5}\text{cm}$$

12. 分别计算硅 n^+p 结在平衡和反向电压 45V 时的最大电场强度。已知 $N_D=5\times 10^{15}\text{cm}^{-3}$, $V_D=0.7\text{V}$ 。

$$\text{解答： 由 6-79 式： } \varepsilon_m=-\frac{qN_nX_D}{\varepsilon_r\varepsilon_0}, N_B=N_D, X_D=\left[\frac{2\varepsilon_r\varepsilon_0(V_D-V)}{qN_D}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\varepsilon_m = \left[\frac{2qN_D(V_D - V)}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^{15} (V_D - V)}{11.6 \times 8.85 \times 10^{-14}} \right]^{\frac{1}{2}} = 3.948 \times 10^4 (V_D - V)^{\frac{1}{2}}$$

当 $V = 0$ 时, $\varepsilon_m = 3.948 \times 10^4 V_D^{\frac{1}{2}}$

当 $V = -45V$ 时, $\varepsilon_m = 3.948 \times 10^4 (V_D + 45)^{\frac{1}{2}}$

13. 高阻区杂质浓度为 $N_0 = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $|E_c| = 4 \times 10^5 \text{ V/cm}$, 求击穿电压。

解答:

$$V_{BR} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 \varepsilon_c^2}{2qN_D} = \frac{11.6 \times 8.85 \times 10^{-14} \times (4 \times 10^5)^2}{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10^{16}} = 51.3V$$

若 $\varepsilon_r = 12$, $V_{BR} = 53.1V$

注意: 体重深结杂质浓度梯度 α_j , 故不是线性结。

14. 设隧道长度 $\Delta x = 40 \text{ nm}$, 求硅、锗、砷化镓在室温下电子的隧道概率。

解答: $p = \left[-\frac{8}{3} \pi \frac{d}{h} (2m_n^* E_g)^{\frac{1}{2}} \right]$

式中: $d = \Delta x = 40 \text{ \AA} = 40 \times 10^{-10} \text{ m}$, $h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

$$\frac{8}{3} \pi \frac{d}{h} = \frac{8}{3} \times 3.14 \times \frac{40 \times 10^{-10}}{6.625 \times 10^{-34}} = 5.056 \times 10^{-25} \text{ m} \cdot \text{J} \cdot \text{s}$$

对硅: $m_n^* = 0.56m_0 = 5.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $E_g = 0.67 \text{ eV} = 1.07 \times 10^{-19} \text{ J}$

$$(2m_n^* E_g)^{\frac{1}{2}} = (10.9 \times 10^{-50})^{\frac{1}{2}} = 3.3 \times 10^{-25} (\text{kg} \cdot \text{J})^{\frac{1}{2}}$$

对砷化镓: $m_n^* = 0.068m_0 = 6.2 \times 10^{-32} \text{ kg}$, $E_g = 1.43 \text{ eV} = 2.29 \times 10^{-19} \text{ J}$

$$(2m_n^* E_g)^{\frac{1}{2}} = (2.68 \times 10^{-50})^{\frac{1}{2}} = 1.64 \times 10^{-25} (\text{kg} \cdot \text{J})^{\frac{1}{2}}$$

对硅: $p = \exp \left[-\frac{8}{3} \pi \frac{d}{h} (2m_n^* E_g)^{\frac{1}{2}} \right] = \exp(-30.03) = 9.06 \times 10^{-14}$

对锗: $p = \exp \left[-\frac{8}{3} \pi \frac{d}{h} (2m_n^* E_g)^{\frac{1}{2}} \right] = \exp(-5.056 \times 10^{25} \times 3.3 \times 10^{-25}) = e^{-16.68} = 5.6 \times 10^{-8}$

对砷化镓：

$$p = \exp\left[-\frac{8}{3}\pi\frac{d}{h}\left(2m_n^*E_g\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \exp\left(-5.056\times 10^{25}\times 1.64\times 10^{-25}\right) = e^{-8.29} = 2.5\times 10^{-4}$$

结论：由 $m_n^*E_g\Big|_{Si} > m_n^*E_g\Big|_{Ge} > m_n^*E_g\Big|_{GaAs}$ 可得 $P_{GaAs} > P_{Ge} > P_{Si}$

第七章 习题金属和半导体的接触

1. 求 Al-Cu、Au-Cu、W-Al、Cu-Ag、Al-Au、Mo-W、Au-Pt 的接触器电势差，并标出电势的正负。

2. 两种金属 A 和 B 通过金属 C 相接触，若温度相等，证明其两端 a、b 的电势差同 A、B 直接接触的电势差一样。如果 A 是 Au, B 是 Ag, C 是 Cu 或 Al, 则 V_{ab} 是多少伏？

解：

$$V_{ac} = -\frac{W_a - W_c}{q}, V_{cb} = \frac{W_b - W_c}{q}$$

$$V_{ab} = V_{ac} + V_{cb} = \frac{W_c - W_a}{q} + \frac{W_b - W_c}{q} = \frac{W_b - W_a}{q}$$

可得证。 $W_{au} = 4.8eV, W_{ag} = 4.4eV$

$$\text{故： } V_{ab} = \frac{W_b - W_a}{q} = \frac{4.4 - 4.8}{q} = -0.4V$$

3. 施主浓度 $N_D = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ 的 n 型硅，室温下的功函数是多少？若不考虑表面态的影响，他分别同 Al, Au, Mo 接触时，形成阻挡层还是反阻挡？锗的电子亲和能取 4.05eV。

解：

$$W_s = x + E_n = x + (E_c + E_F)$$

$$E_F = E_c + kT \ln \frac{N_D}{N_C} = E_c + 0.026 \ln \frac{10^{17}}{2.8 \times 10^{19}} = E_c - 0.1465eV$$

$$E_c - E_F = 0.1465eV$$

$$W_s = x + 0.1465 = 4.05 + 0.1465 = 4.1365eV$$

金属	功函数	n型硅的 W_s	
Al	4.13eV	4.1695 eV	反阻挡层
Au	5.06eV	4.1695 eV	阻挡层
Mo	4.29eV	4.1695 eV	阻挡层

4. 受主浓度 $N_A=10^{17}\text{cm}^{-3}$ 的 p 型锗，室温下的功函数是多少？若不考虑表面态的影响，他分别同 Al, Au, Pt 接触时，形成阻挡层还是反阻挡？锗的电子亲和能取 4.13eV。

解：设室温下杂质全部电离，则： $p_0 = N_A$

$$\therefore E_F = E_V + K_0 T \ln \frac{N_V}{N_A} = E_V + 0.026 \ln \frac{6 \times 10^{18}}{10^{17}} = E_V + 0.105 \text{eV}$$

该型锗的功函数为： $W_s = x_s + [E_g - (E_F - E_V)] = 4.13 + (0.67 - 0.105) = 4.695 \text{eV}$

金属	功函数	p型锗的 W_s	
Al	4.13eV	4.694eV	阻挡层
Au	5.06eV	4.694eV	反阻挡层
Pt	5.30eV	4.694eV	反阻挡层
Mo	4.29eV	4.694eV	阻挡层

已知： $W_{Al} = 4.18 \text{eV}$ ，显然： $W_{Al} < W_s$ 形成 型阻挡层

$$W_{Au} = 5.20 \text{eV}, W_{Pt} = 5.43 \text{eV}$$

显然二者的功函数均大于 W_s ，故该 p-Si 和 Au, Pt 接触形成 p 型反阻挡层。

5. 某功函数为 2.5eV 的金属表面受到光的照射。

①这个面吸收红色光或紫色光时，能放出光电子吗？

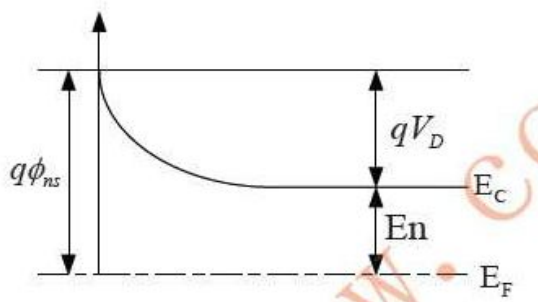
②用波长为 185nm 的紫外线照射时，从表面放出的光电子的能量是多少 eV。

6. 电阻率为 $10\Omega \cdot \text{cm}$ 的 n 型锗和金属接触形成的肖特基势垒高度为 0.3eV。求加上 5V 反向电压时的空间电荷厚度。

解：电阻率为 $10\Omega \cdot \text{cm}$ ，查表得： $N_D = 1.5 \times 10^{14} \text{cm}^{-3}$

$$\text{所以： } E_n = E_n - E_p = -k_0 T \ln \frac{N_D}{N_C} = -0.026 \ln \frac{1.5 \times 10^{14}}{1.05 \times 10^{19}} = 0.29 \text{eV}$$

$$\text{已知： } q\phi_{ns} = 0.3 \text{V}, V = 5 \text{V}$$



所以: $V_D = (q\phi_{ns} - E_n)/q = 0.01V$

$$x_d = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r(V_D - V)}{qN_D}} = \sqrt{\frac{2 \times 16 \times 8.85 \times 10^{-12} \times (0.01 + 5)}{1.6 \times 10^{-19} \times 1.5 \times 10^{14} \times 10^{16}}} \approx 7.69 \mu m$$

7. 在 n 型硅的 (111) 面上与金属接触形成肖特基势垒二极管。若已知势垒高度 $q\phi_{ns}=0.73\text{eV}$, 计算室温下的反向饱和电流 J_{ST} 。

8. 有一块施主浓度 $N_D=10^{16}\text{cm}^{-3}$ 的 n 型锗材料, 在它的 (111) 面上与金属接触制成肖特基势垒二极管。已知 $V_b=0.4V$, 求加上 $0.3V$ 电压时的正向电流密度。

第八章 半导体表面与 MIS 结构

1. 试导出使表面恰好为本征时表面电场强度, 表面电荷密度和表面层电容的表示式 (设 p 型硅情形)

解: 当表面恰好为本征时, 即 E_i 在表面与 E_F 重合

$$\therefore V_s = V_B$$

设表面层载流子浓度仍遵守经典统计, 则

$$n_s = n_{p_0} e^{\frac{qV_s}{k_0T}} \quad p_s = p_{p_0} e^{-\frac{qV_s}{k_0T}}$$

$$\therefore \text{表面恰好为本征} \quad \therefore n_s = p_s = n_i$$

$$\text{故 } \frac{n_{p_0}}{p_{p_0}} = \frac{n_i^2}{N_A^2} = e^{-\frac{2qV_s}{k_0T}} \quad \text{同时, } p_{p_0} = N_A \quad \text{所以 } n_{p_0} = \frac{n_i^2}{p_{p_0}} = \frac{n_i^2}{N_A}$$

$$\therefore \frac{n_{p_0}}{p_{p_0}} = \frac{n_i^2}{N_A^2} = e^{-\frac{2qV_s}{k_0T}} \quad \text{取对数即得: } \frac{qV_s}{k_0T} = \ln \frac{N_A}{n_i}$$

$$\therefore \text{F 函数: } F\left(\frac{qV_s}{k_0T}, \frac{n_{p_0}}{p_{p_0}}\right) = \left\{ \left[\exp\left(-\frac{qV_s}{k_0T}\right) + \frac{qV_s}{k_0T} - 1 \right] + \frac{n_{p_0}}{p_{p_0}} \left[\exp\left(\frac{qV_s}{k_0T}\right) - \frac{qV_s}{k_0T} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\because \text{p 型硅, 且 } V_s = V_B \quad \therefore \quad qV_s = qV_B \gg k_0T$$

$$\text{故} \quad e^{\frac{qV_s}{k_0T}} \ll 1, \frac{qV_s}{k_0T} \gg 1 \quad e^{\frac{2qV_s}{k_0T}} \ll 1, \frac{n_{p_0}}{p_{p_0}} \ll 1$$

$$\therefore \quad F\left(\frac{qV_s}{k_0T}, \frac{n_{p_0}}{p_{p_0}}\right) = \left(\frac{qV_s}{k_0T}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\ln \frac{N_A}{n_i}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{因此:} \quad \varepsilon_s = \frac{2k_0T}{qL_D} F\left(\frac{qV_s}{k_0T}, \frac{n_{p_0}}{p_{p_0}}\right) = \frac{2k_0T}{qL_D} \left(\ln \frac{N_A}{n_i}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$Q_s = -\frac{2\varepsilon\varepsilon_0k_0T}{qL_D} F\left(\frac{qV_s}{k_0T}, \frac{n_{p_0}}{p_{p_0}}\right) = -\frac{2\varepsilon\varepsilon_0k_0T}{qL_D} \left(\ln \frac{N_A}{n_i}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$C_s = \left| \frac{dQ_s}{dV_s} \right| = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_{rs}}{L_D} \frac{\left[\left(-\exp\left(-\frac{qV_s}{k_0T}\right) + 1 \right) + \frac{n_{p_0}}{p_{p_0}} \left(\exp\left(\frac{qV_s}{k_0T}\right) - 1 \right) \right]}{F\left(\frac{qV_s}{k_0T}, \frac{n_{p_0}}{p_{p_0}}\right)}$$

$$\text{故} \quad C_s = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_{rs}}{L_D} \frac{1}{\left(\ln \frac{N_A}{n_i}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

2. 对于电阻率为 $8\Omega \cdot \text{cm}$ 的 n 型硅, 求当表面势 $V_s = -0.24\text{V}$ 时耗尽层的宽度。

解: 已知 $\rho = 8\Omega \cdot \text{cm}$, 则: $N_D = 7 \times 10^{14} \text{cm}^{-3}$

耗尽层宽度:

$$x_d = \sqrt{\frac{-2\varepsilon_0\varepsilon_{rs}V_s}{qN_D}} = \sqrt{\frac{-2 \times 11.9 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 0.24}{1.6 \times 10^{-19} \times 7 \times 10^{14} \times 10^6}} = 6.7 \times 10^{-7} \text{m} = 0.67 \mu\text{m}$$

3. 对由电阻率为 $5\Omega \cdot \text{cm}$ 的 n 型硅和厚度为 100nm 的二氧化硅膜组成的 mos 电容, 计算其室温 (27°C) 下的平带电容 C_{FB}/C_0 。

解：已知 $\rho = 5\Omega \cdot cm$ ，则： $N_D = 1.5 \times 10^{15} cm^{-3}$

则由公式（8-66）：

$$\frac{C_{FB}}{C_0} = \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon_{r_0}}{\varepsilon_{r_s}} \left(\frac{\varepsilon_{r_s} \varepsilon_0 k_0 T}{q^2 N_D d_0^2} \right)^{1/2}} = \frac{1}{1 + \frac{4}{11.9} \left(\frac{11.9 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 0.026}{1.6 \times 10^{-19} \times 1.5 \times 10^{15} \times 10^6 \times 10^{-14}} \right)^{1/2}} = 0.74$$

可通过课本图 8-11 大致检验计算结果。

4. 导出理想 MOS 结构的开启电压随温度变化的关系式。

解：设以 $P-Si$ 为例，设开启电压：

$$V_T = V_0 + V_S$$

式中， V_0 为绝缘层上的压降； V_S 为半导体表面空间电荷区压降。

则：

$$V_T = -\frac{Q_S}{C_0} + V_S$$

半导体表面电荷区出现反型区曾层，则其表面负电荷应由两部分组成：

① 电离受主电荷 $Q_A = -qN_A x_{dm}$ ， x_{dm} 为空间电荷区宽度

② 反型电子 Q_n

可以证明：在开启时 $Q_A = Q_n$

\therefore 半导体表面空间电荷区的电荷为耗尽层最大电荷。

即：

$$Q_S = -\frac{2\varepsilon_{rs}\varepsilon_0}{L_D} \left(\frac{k_0 T}{q} \right)^{\frac{1}{2}} (V_s)^{\frac{1}{2}} \quad \text{式中：} L_D = \left(\frac{2\varepsilon_{rs}\varepsilon_0 k_0 T}{q^2 p_{p_0}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2\varepsilon_{rs}\varepsilon_0 k_0 T}{q^2 N_A} \right)^{\frac{1}{2}}$$

又： $\therefore V_S = 2V_B = \frac{2k_0 T}{q} \ln \frac{N_A}{n_i}$

$$Q_S = -\frac{2\varepsilon_{rs}\varepsilon_0}{\left(\frac{2\varepsilon_{rs}\varepsilon_0 k_0 T}{q^2 p_{p_0}} \right)} \left(\frac{k_0 T}{q} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2k_0 T}{q} \ln \frac{N_A}{n_i} \right)^{\frac{1}{2}} = -\sqrt{4\varepsilon_{rs}\varepsilon_0 k_0 T N_A \ln \frac{N_A}{n_i}}$$

$$\therefore V_T = V_0 + V_S = -\frac{Q_S}{C_0} + V_S = \frac{\left(4\varepsilon_{rs}\varepsilon_0 k_0 T N_A \ln \frac{N_A}{n_i} \right)^{1/2}}{C_0} + \frac{2k_0 T}{q} \ln \frac{N_A}{n_i}$$

6. 平带电压 V_{FB} 与金属-半导体的功函数差及固定电荷密度有关。试设想一种办法，可以从测量不同氧化层厚度的 MOS 电容器的平带电压来确定这两个因素。

解：功函数差与固定表面电荷密度与平带电压的关系：

$$V_{FB} = -V_{ms} - \frac{Q_f}{C_0} = -V_{ms} - \frac{Q_f \cdot d_0}{\epsilon_0 \epsilon_{r_0}}$$

于是，通过测量不同氧化层厚度 d_0 下的平带电压，可以得到 $V_{FB} \sim d_0$ 关系，此关

系为线性关系，其斜率为 $\frac{Q_f}{\epsilon_0 \epsilon_{r_0}}$ ，其截距为： $-V_{ms}$ 。

7. 试计算下列情况下，平带电压的变化。

- (1) 氧化层中均匀分布着电荷；
- (2) 三角形电荷分布，金属附近高，硅附近为零；
- (3) 三角形电荷分布，硅附近高，金属附近为零。

(设三种情况下，单位面积的总离子数都为 $10^{12}/\text{cm}^2$ 。氧化层厚度均为 $0.2\mu\text{m}$ ；

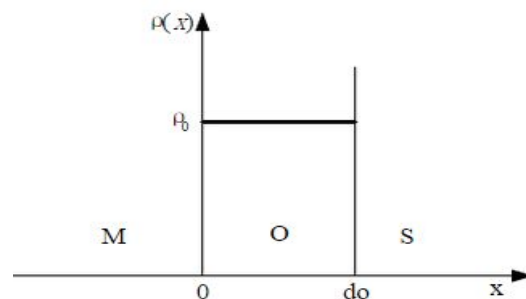
$\epsilon_{r_0} = 3.9$)

解：设氧化层中电荷密度为 $\rho(x)$

$$\therefore dV_{FB} = -\frac{x dQ}{d_0 C_0} = -\frac{x \rho(x) dx}{d_0 C_0} \quad (\text{单位面积})$$

$$\text{则: } V_{FB} = -\frac{1}{d_0 C_0} \int_0^{d_0} x \rho(x) dx$$

(1)



设氧化层中电荷密度为 ρ_0

$$\therefore dV_{FB} = -\frac{xdQ}{d_0 C_0} = -\frac{x\rho(x)dx}{d_0 C_0} \quad (\text{单位面积})$$

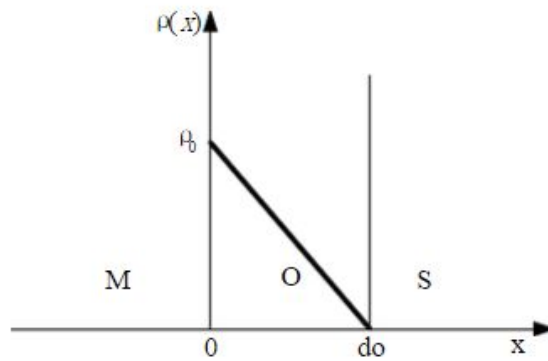
$$\text{则: } dV_{FB} = -\frac{xdQ}{d_0 C_0} \int_0^{d_0} \rho_0 x dx = -\frac{\rho_0}{d_0 C_0} \frac{x^2}{2} \Big|_0^{d_0} = -\frac{\rho_0 d_0}{2 C_0}$$

$$\text{又: } Q = \int_0^{d_0} \rho_0 dx = \rho_0 d_0 = 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} (C/cm^2)$$

$$\therefore \rho_0 = \frac{10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19}}{d_0} \quad \text{又} \quad C_0 = \frac{\epsilon_{r_0} \epsilon_0}{d_0}$$

$$\begin{aligned} \text{故 } V_{FB} &= -\frac{d_0}{2 C_0} \frac{10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19}}{d_0} = -\frac{d_0}{2 \epsilon_{r_0} \epsilon_0} \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} \\ &= -\frac{0.2 \times 10^{-4}}{2 \times 3.9 \times 8.85 \times 10^{-14}} \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} \approx -4.63V \end{aligned}$$

(2) 三角形电荷分部, 金属附近为高, 硅附近为零, 设 M—O 边界为 x 坐标的原点



$$\text{则: } \rho(x) \Big|_{x=0} = \rho_0 \quad \therefore \rho(x) = \rho_0 - \frac{\rho_0}{d_0} x$$

\therefore 单位面积氧化层中总电荷:

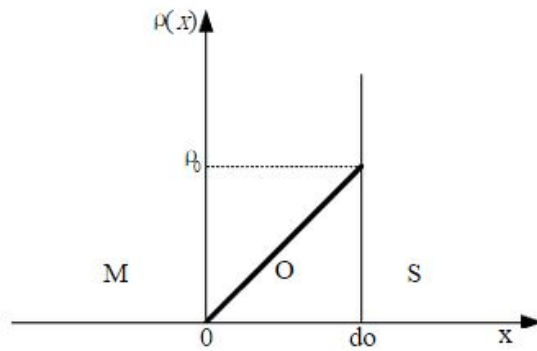
$$Q = \int_0^{d_0} \left(\rho_0 - \frac{\rho_0}{d_0} x \right) dx = -\frac{\rho_0}{2 d_0} x^2 \Big|_0^{d_0} = \frac{1}{2} \rho_0 d_0 = 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} (C/cm^2)$$

$$\begin{aligned} \therefore V_{FB} &= -\frac{Q}{C_0 d_0} = -\frac{1}{d_0 C_0} \int_0^{d_0} \left(\rho_0 - \frac{\rho_0}{d_0} x \right) x dx = -\frac{1}{d_0 C_0} \left(\frac{1}{2} \rho_0 d_0^2 - \frac{\rho_0}{3 d_0} d_0^3 \right) \\ &= -\frac{1}{d_0 C_0} \left(\frac{1}{2} \rho_0 d_0^2 - \frac{1}{3} \rho_0 d_0^2 \right) = -\frac{\rho_0 d_0^2}{6 C_0 d_0} \end{aligned}$$

$$\text{又} \because C_0 = \frac{\epsilon_{r_0} \epsilon_0}{d_0} \quad \therefore V_{FB} = -\frac{\rho_0 d_0^2}{6 \epsilon_{r_0} \epsilon_0}$$

$$\text{带入数据得: } V_{FB} = \frac{2 \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 0.2 \times 10^{-4}}{6 \times 8.85 \times 10^{-14} \times 3.9} = \frac{2 \times 1.6 \times 0.2}{6 \times 8.85 \times 3.9} \times 10^3 \approx 3.09V$$

(3) 三角形电荷分布，硅附近高，金属附近为零



$$\rho(x) \Big|_{x=d_0} = \rho_0 \quad \text{则: } \rho(x) = \frac{\rho_0}{d_0} x$$

$$\therefore Q = \int_0^{d_0} \rho(x) dx = \int_0^{d_0} \frac{\rho_0}{d_0} x dx = \frac{1}{2} \rho_0 d_0 = 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} (C/cm^2)$$

$$\therefore V_{FB} = -\frac{1}{d_0 C_0} \int_0^{d_0} \rho(x) x dx = -\frac{1}{d_0 C_0} \int_0^{d_0} x \frac{\rho_0}{d_0} x dx = -\frac{\rho_0 d_0^2}{3 d_0 C_0} = -\frac{\rho_0 d_0^2}{3 \epsilon_0 \epsilon_{r_0}}$$

$$\text{带入数据得: } V_{FB} = -\frac{2 \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 0.2 \times 10^{-4}}{3 \times 3.9 \times 8.85 \times 10^{-14}} \approx -6.18V$$

8. 试导出下列情况下快表面态中单位面积电荷的表达式:

① 位于禁带中央 E_i 处的单能级表面态，单位面积的表面的表面态数为 N_{ss} 。

② 均匀分布于整个带的表面态，即 $N_{ss}(E) = \text{常数}$ 的表面态。

(假定表面态是受主型的，即当该表面态被一个电子占据时带负电，空着时为中性。)

$$\text{解: 空穴占据受主界面态的分布函数: } f = \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \exp\left(\frac{E_F - E_{SA}}{k_0 T}\right)}$$

$$\textcircled{1} E_{SA} = E_i, \text{ 所以: } p^-(E_{SA}) = N_{SS}(1-f) = \left(\frac{N_{SS}}{1 + 4 \exp\left(\frac{E_i - E_v}{k_0 T}\right)} \right)$$

$$\therefore Q_{SS} = q \cdot p^-(E_{SA}) = \frac{q N_{SS}}{1 + 4 \exp\left(\frac{E_i - E_F}{k_0 T}\right)}$$

$$\textcircled{2} p^- = \int_{E_v}^{E_c} \frac{N_{SS}}{1 + 4 \exp\left(\frac{E_i - E_v}{k_0 T}\right)} dE = N_{SS}(E_F - E_v)$$