

3.3 сл 1

Заметим, что такая минимизация возникает в модели ЛР, в которой

$$D[\varepsilon] = \sigma^2 V, \text{ где } V = \text{diag} \left(\frac{1}{w_1}, \dots \right)$$

Тогда \rightarrow преобр-е: $Y_w = WY$, $X_w = WX$,

$$E_w = WE, \text{ где } W = \text{diag} \left(\frac{1}{w_1}, \dots \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{где } Y_w = X_w \theta + E_w \text{ имеем } D[E_w] = W D[E] W^T = \sigma^2 I_n \Rightarrow \text{м/о пер-ва}$$

$$\text{МНК: } \hat{\theta}_w = (X_w^T X_w)^{-1} X_w^T Y_w = \hat{\theta}, \text{ т.к.}$$

$$\text{модели одинаковые (имеется соотношение рав-ва на } W) \Rightarrow \hat{\theta} = (X^T W^T W X)^{-1} X^T W^T W Y = \\ = (X^T V X)^{-1} X^T V Y - \text{ответ.}$$