

Prezentacja problemu

Wojciech Długosz, Nicolas Duc, Kamil Bardziej

Zagadnienie

Problem:

Nasz problem obejmuje zagadnienie logistyczne związane z optymalnym załadowaniem towarów, mając podaną dostępną flotę ciężarówek oraz oczekiwaną listę paczek adresowanych do poszczególnych magazynów, tak by zminimalizować koszty transportu, zależne od wagi ładunku oraz dystansu pomiędzy centralą a poszczególnymi magazynami.

Założyliśmy, że dysponujemy 3 typami ciężarówek (każda o indywidualnych cechach, tj. ładowność oraz spalanie), a każda z nich docelowo transportuje towar tylko do jednego z magazynów. Towarem są adresowane do konkretnego magazynu paczki kurierskie, o konkretnych wagach. Każdy hangar oddalony jest o inną odległość od centrali.

Algorytm ma za zadanie tak dobrać i załadować ciężarówki odpowiednimi paczkami, by każda trafiła pod odpowiedni adres hangaru, jednocześnie minimalizując całkowite koszty.

Ograniczenia:

- mamy 3 typy ciężarówek: każda ma inną ładowność i spalanie
- są różne typy paczek, mają różne wagi
- musimy zabrać wszystkie paczki
- nie można przekraczać ładowności ciężarówek
- spalanie rośnie wraz z ładunkiem
- waga całego transportu nie przekracza ładowności dostępnej floty pojazdów
- rozwozimy paczki z centrali do poszczególnych miast które oddalone są o różne odległości
- ciężarówka jedzie tylko do jednego magazynu

Uogólnienia:

- spalanie rośnie proporcjonalnie do ładunku
- nie bierzemy pod uwagę przerw dla kierowców
- koszty eksploatacji uśredniamy dla każdego rodzaju ciężarówek, nie rozpatrujemy osobno serwisów awarii zużycia etc.
- paczki będą z góry adresowane do konkretnego magazynu

Model matematyczny

Dane stałe dla firmy:

M – ilość magazynów

C – ilość ciężarówek

k – koszt paliwa za litr

a_c – wektor kosztów eksploatacji dla ciężarówki c

l_c – wektor ładowności wagowej dla ciężarówki c

$s_{min\ c}$ – wektor minimalnego zużycia paliwa dla ciężarówki c

$s_{max\ c}$ – wektor maksymalnego zużycia paliwa dla ciężarówki c

Dane dotyczące zlecenia:

P – ilość paczek

d_m – wektor dystansów do magazynu m

w_p – wektor wag paczek p

Zmienne decyzyjne:

x_{cp} - macierz decydująca czy ciężarówka c zabiera paczkę p , (wartości 0 lub 1)

y_{cm} –macierz decydująca czy ciężarówka c jedzie do magazynu m , (wartości 0 lub 1)

Indeksy:

c – ciężarówki

p – paczki

m – magazyny

Funkcja celu:

Funkcja celu minimalizuje koszty poprzez optymalne załadowanie ciężarówek

$$\min \left(\sum_{m=1}^M \left(\sum_{c=1}^C a_c y_{cm} + \sum_{c=1}^C d_m k s_{min\ c} y_{cm} + \sum_{c=1}^C d_m k \frac{\sum_{p=1}^P w_p x_{cp}}{l_c} (s_{max\ c} - s_{min\ c}) y_{cm} \right) \right)$$

Warunki:

– warunek określający że waga paczek nie przekracza sumy ładowności

$$\sum_{p=1}^P w_p \leq \sum_{c=1}^C l_c$$

– warunek określający nie przekraczanie ładowności

$$\sum_{p=1}^P w_p x_{cp} \leq l_c \quad \text{dla } c = 1, \dots, C$$

– warunek określający że każdą paczkę bierzemy 1 raz

$$\sum_{p=1}^P x_{cp} = 1 \quad \text{dla } c = 1, \dots, C$$

- warunek określający że każda ciężarówka jedzie tylko do jednego magazynu

$$\sum_{m=1}^M y_{cm} = 1 \quad \text{dla } c = 1, \dots, C$$

Dobór algorytmu

Początkowym wyborem naszego zespołu był algorytm mrówkowy. Podjęliśmy tę decyzję, sądząc, że ów algorytm, sprawdzający się często w problemach dotyczących logistyki i transportu, będzie pasował do naszego problemu i pozwoli nam wyznaczyć najlepsze optymalne rozwiązanie.

Z biegiem czasu doszliśmy do wniosku, że tę metodę wygodnie stosuje się do przeszukiwania przestrzennego, jak również do rozwiązania problemów harmonogramowania prac w systemie produkcji. Wiedząc, że nasz problem nie sprowadza się do wyznaczania tras naszych ciężarówek, a jedynie do organizacji zasad pracy naszej firmy transportowej, zdecydowaliśmy się wziąć mniej dokładny, lecz prostszy w implementacji algorytm genetyczny. Dodatkowo, algorytm mrówkowy, przy zbyt dużej liczbie danych, staje się znacząco nieefektywny, co skutkowałoby nałożeniem dodatkowych ograniczeń na nasze zadanie.

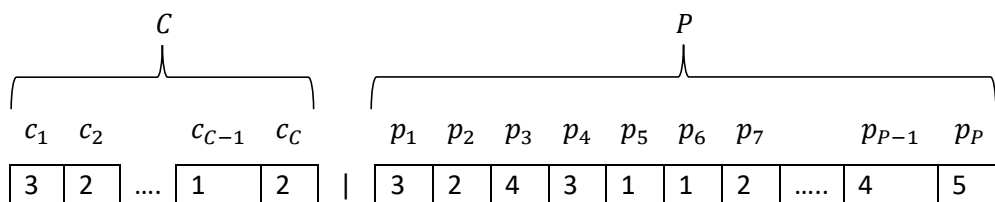
Adaptacja algorytmu genetycznego do naszego problemu

Chromosom:

Dla C ciężarówek i P paczek

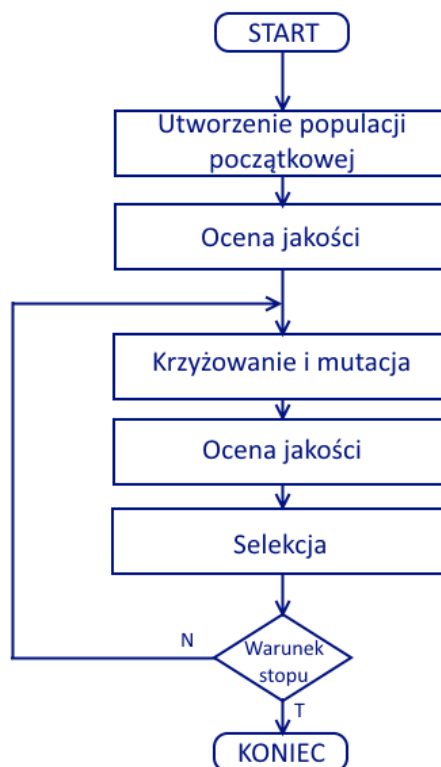
Pierwsze C miejsc w chromosomie reprezentuje ciężarówki, wartość w miejscu magazyn do którego jedzie

Ostatnie P miejsc (po C miejsc dla ciężarówek) reprezentują paczki, wartość w chromosomie reprezentuje ciężarówkę do której pakujemy



Ogólna idea algorytmu genetycznego

1. Inicjalizacja populacji:
 - Losujemy osobniki (rozwiązania)
2. Ocena osobników:
 - Wyliczamy wartości funkcji celu i prawdopodobieństwa wyboru
3. Selekcja:
 - Wybieramy które rozwiązania krzyżować
4. Krzyżowanie:
 - Krzyżujemy wcześniej wybrane osobniki według wybranej metody
5. Mutacja:
 - Losowa modyfikacja rozwiązania



Źródło: http://algorytmy.ency.pl/plik/algorytm_genetyczny_schemat_blokowy.png

Adaptacja kroków algorytmu:

1. Inicjalizacja populacji z użyciem heurystyki (funkcja init_pop):

- Rozwiązania losowane są z użyciem heurystyki zapewniającej spełnienie warunków
- Losowanie odbywa się w funkcji random_chromosome()
- Sortujemy paczki do odpowiednich adresów
- Losujemy ciężarówkę dla danego adresu
- Pakujemy paczki losowo aż skończą się paczki lub miejsce (wtedy dodajemy ciężarówkę)

2. Ocena osobników (funkcja fitness):

- Ocena polega na wyliczeniu prawdopodobieństwa wybrania osobnika przy pomocy wartości funkcji celu

3. Selekcja (funkcja selection):

- Wybieramy które rozwiązania krzyżować korzystając z standardowego mechanizmu koła ruletki

4. Krzyżowanie (jeszcze nie zaimplementowane):

Koncepcja

Krzyżujemy części chromosomu dotyczące paczek jadących pod jeden adres (podzielone pionowymi kreskami) w tych częściach bierzemy połowę z jednego rodzica i połowę drugiego

Rodzic 1							1				1				2				2				3				3			
c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6		p_1	p_2	p_3	p_4		p_5	p_6	p_7		p_{P-1}	p_P		p_1	p_2	p_3	p_4		p_5	p_6	p_7		p_{P-1}	p_P	
2	2	1	-1	3	-1		3	3	3	3		1	1	2		5			5										

Rodzic 2							1				1				2				2				3				3			
c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6		p_1	p_2	p_3	p_4		p_5	p_6	p_7		p_{P-1}	p_P		p_1	p_2	p_3	p_4		p_5	p_6	p_7		p_{P-1}	p_P	
-1	1	2	1	-1	3		2	2	4	4		3	3	3		6			6										

Część dotyczącą ciężarówek uzupełniamy po krzyżowaniu w potomku

Potomek							1	1	1	1		2	2	2		3	3
c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6		p_1	p_2	p_3	p_4		p_5	p_6	p_7		p_{P-1}	p_P
-1	1/2	1/2	-1	3	3		2	2	3	3		3	3	2	6	5

Powstałe konflikty (ciężarówki jadą pod 2 adresy) rozwiązujemy zmieniając potomka tak by spełniał warunki dodając ciężarówki nie jadące nigdzie lub dopakowując te z wolnym miejscem