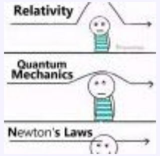
Projet Num - Pré-Ing 2
MI01- 1D
DUPONT Emilie

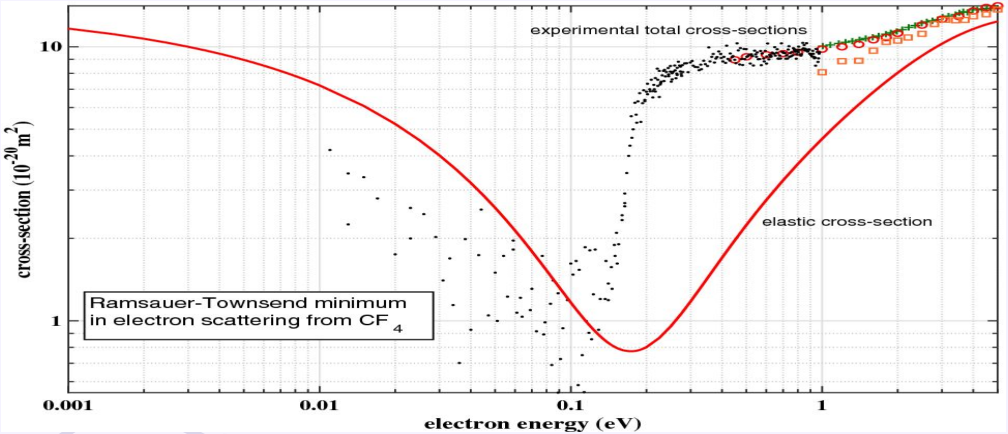
Effet Ramsauer–Townsend

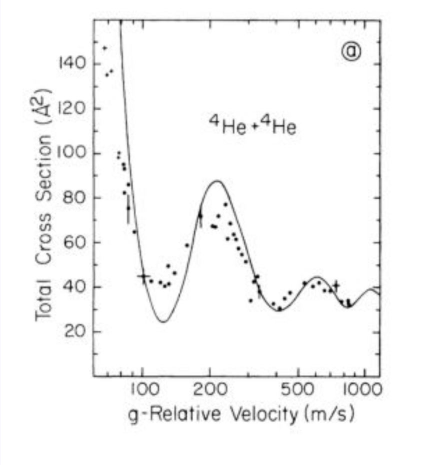


ABAJOU Sofyane & PERALTA Antonin

• Définition : Effet de Ramsauer-Townsend

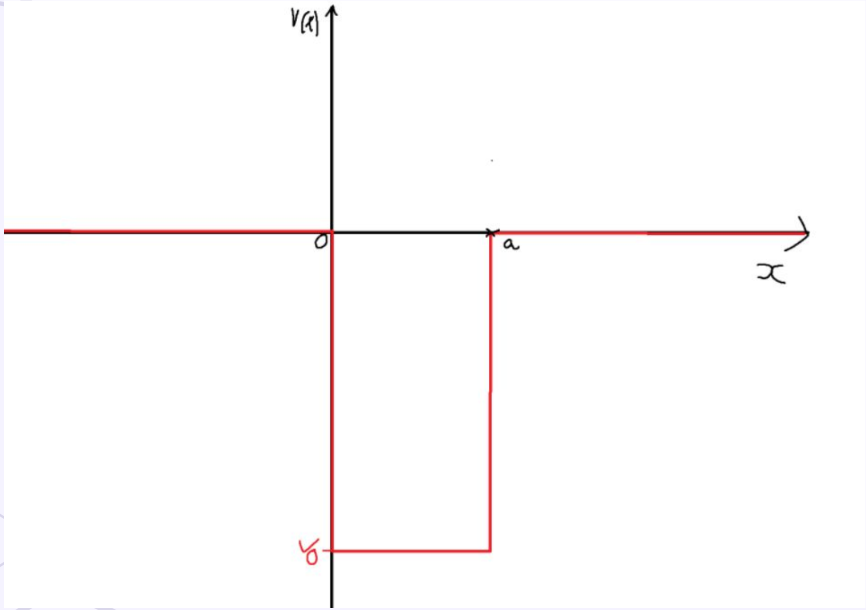
“ L’effet Ramsauer-Townsend, aussi appelé effet Ramsauer ou effet Townsend, est un phénomène physique qui provoque la diffusion des électrons de faibles énergies par les atomes d'un gaz noble. Il est nommé en l'honneur de Carl Ramsauer (1879-1955) et John Townsend (1868-1957), qui ont indépendamment étudié les collisions entre les atomes et les électrons de faibles énergies au début des années 1920. Cet effet s'explique à l'aide de la mécanique quantique “ (wikipedia)





Modélisation du problème

Puit de potentiel

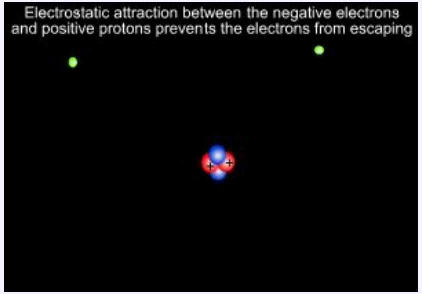


Eq. de Schrödinger a ID

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + v(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

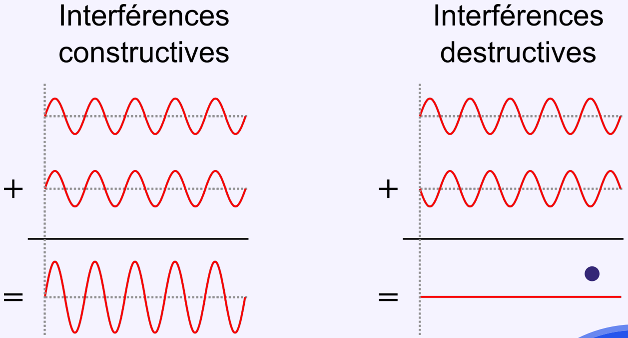
Modélisation du problème
Pourquoi celle-ci?

1. Attraction



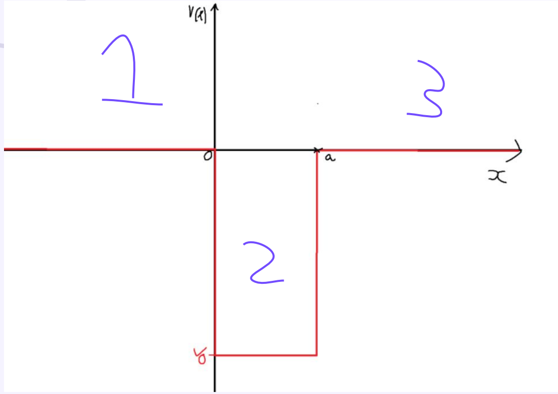
2. Simple

3. Interférence



Résolution analytique

Puit de potentiel



$$V(x) = \begin{cases} 0 & si \quad x < 0 \qquad ou \quad x > a \\ -V_0 & si \quad 0 < x < a \end{cases}$$

On pose l'équation de Schrödinger

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + v(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

$$\begin{cases} Région \quad 1 & si & x < 0 \\ Région \quad 2 & si & 0 < x < a \\ Région \quad 3 & si & a > x \end{cases}$$

Résolution analytique
Région I

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_1(x)}{dx^2} = E\psi_1(x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2\psi_1(x)}{dx^2} = \frac{2mE\psi_1(x)}{-\hbar^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2\psi_1(x)}{dx^2} + \frac{2mE\psi_1(x)}{\hbar^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2\psi_1(x)}{dx^2} + K_1^2\psi_1(x) = 0$$

$$Avec\ K_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

Equation différentiel

$$\psi_1(x) = Ae^{iK_1x} + Be^{-iK_1x}$$

$$Avec\ A, B \in \mathbb{C}$$

Résolution analytique
Région 3

Equation différentiel

$$\psi_3(x) = Ce^{iK_2x} + Ge^{-iK_1x}$$

$$G = 0\; Car\; le\; terme\; réfléchi\; est\; absent$$

$$\Leftrightarrow \psi_3(x) = Ce^{iK_1x}$$

$$Avec\; C \in \mathbb{C}$$

Résolution analytique
Région 2

$$\frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_2(x)}{dx^2} - V_0\psi_2(x) = E\psi_2(x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{-\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi_2(x)}{dx^2} - (V_0 + E)\psi_2(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2\psi_2(x)}{dx^2} + \frac{\hbar^2(V_0 + E)}{2m}\psi_2(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2\psi_2}{dx^3} + K_2^2\psi_2(x) = 0$$

$$Avec\ K_2 = \sqrt{\frac{2m(V_0 + E)}{\hbar^2}}$$

Equation différentiel

$$=> \psi_2 = De^{iK_2x} + Fe^{-iK_2x}$$

$$Avec\ D, F \in \mathbb{C}$$

Résolution analytique
Conditions de raccordement

$$\begin{cases} \psi_1(0) = \psi_2(0) \\ \psi_1'(0) = \psi_2'(0) \\ \psi_2(a) = \psi_3(a) \\ \psi_2'(a) = \psi_3'(a) \end{cases} => \begin{cases} A + B = D + F \\ iK_1(A - B) = iK_2(D - F) \\ Ce^{iK_1 a} = De^{iK_2 a} + Fe^{-iK_2 a} \\ iK_1 Ce^{iK_1 a} = iK_2(De^{iK_2 a} - Fe^{-iK_2 a}) \end{cases}$$

Après la résolution du système on trouve que

$$A = B\left(\frac{K_2 + K_1}{K_1 - K_2}\right) - \frac{2FK_2}{K_1 - K_2}$$

$$D = \left(\frac{K_2 + K_1}{K_2 - K_1}\right) F - \frac{2K_1}{K_2 - K_1} B$$

Résolution analytique
Coefficient de transmission

$$T = \frac{|D|^2}{|A|^2}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{4K_1^2K_2^2}{4K_1^2K_2 + (K_1^2 + K_2^2)^2 sin^2(K_2a)}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{4E(V_0 - E)}{4E(V_0 - E) + V_0^2 sin^2(K_2a)}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(V_0-E)} sin^2(K_2a)}$$

$$Pour\ avoir\ T = 1\ il\ faut$$

$$sin(K_2a) = 0$$

$$\Rightarrow K_{n2}a = n\pi\ (n \in \mathbb{Z}) \Rightarrow K_{n2} = \frac{n\pi}{a}$$

Résolution analytique
Quantification de E

On reprend la valeur de K2 trouvé pour la région 2

$$K_2 = \sqrt{\frac{2m(V_0 + E)}{\hbar^2}}$$

Et on injecte sa quantification trouvé avec le coef de transmission

$$\frac{n\pi}{a} = \sqrt{\frac{2m(V_0 + E_n)}{\hbar^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n\pi)^2}{a^2} = \frac{2m(V_0 + E_n)}{\hbar^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n\pi\hbar)^2}{(2m)a^2} = (V_0 + E_n)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n\pi\hbar)^2}{(2m)a^2} - V_0 = E_n$$

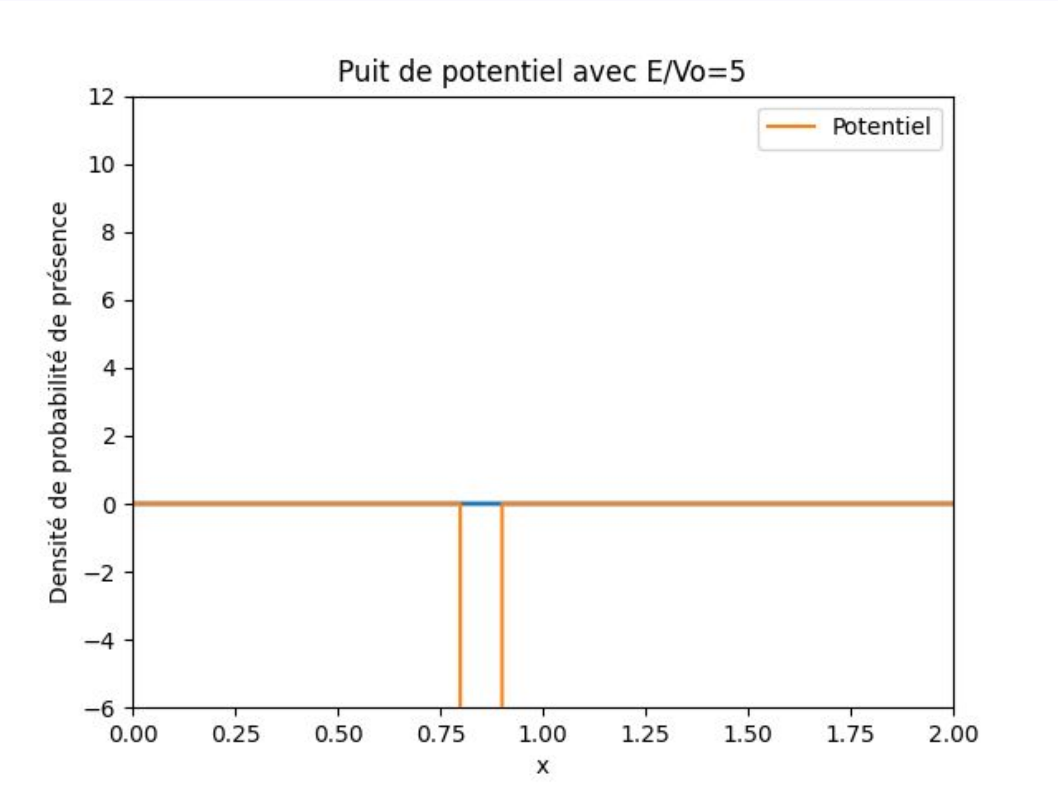
$$\Leftrightarrow E_n = \frac{(n\pi\hbar)^2}{(2m)a^2} - V_0$$

$$\Leftrightarrow E_n = \frac{\hbar^2}{2m}\frac{(n\pi)^2}{a^2} - V_0$$

Résultats numériques – Animation

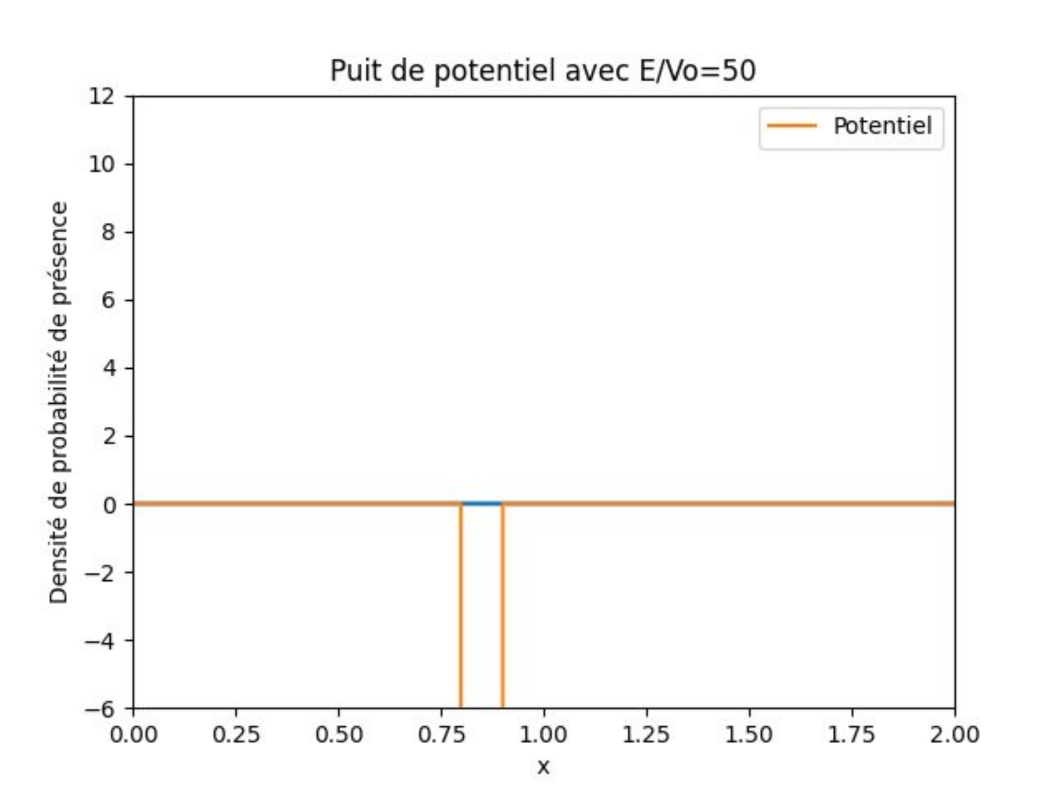
- Approximation et valeur numérique utilisé
  - Valeur ħ & m sont = 1
  - e=5 ⬅️ Valeur qui va être modifiée
  - V0=-4000
  - a=0.1

✅Il y a effet ramsauer car la transmission ~=1



Résultats numériques – Animation

- Approximation et valeur numérique utilisé
  - Valeur ħ & m sont = 1
  - e=50 ⬅️
  - V0=-4000
  - a=0.1



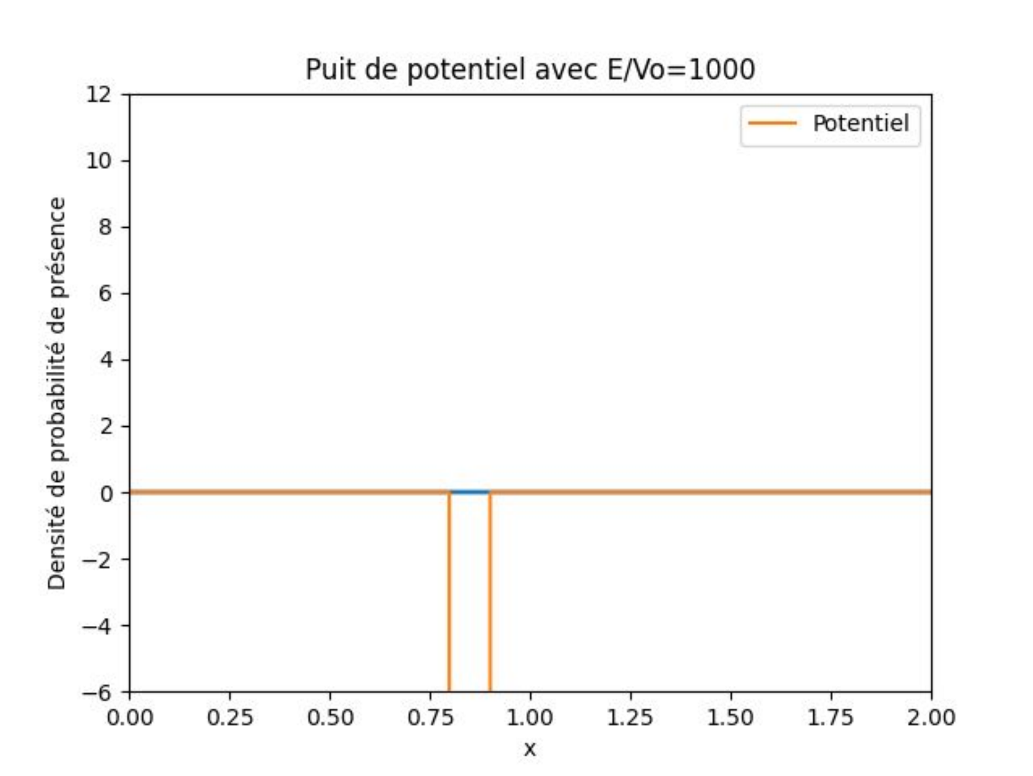
✅Il y a effet ramsauer car la transmission = 1.

Résultats numériques – Animation

-

Approximation et valeur numérique utilisé
- Valeur ħ & m sont = 1
- e=1000 ⬅️
- V0=-4000
- a=0.1

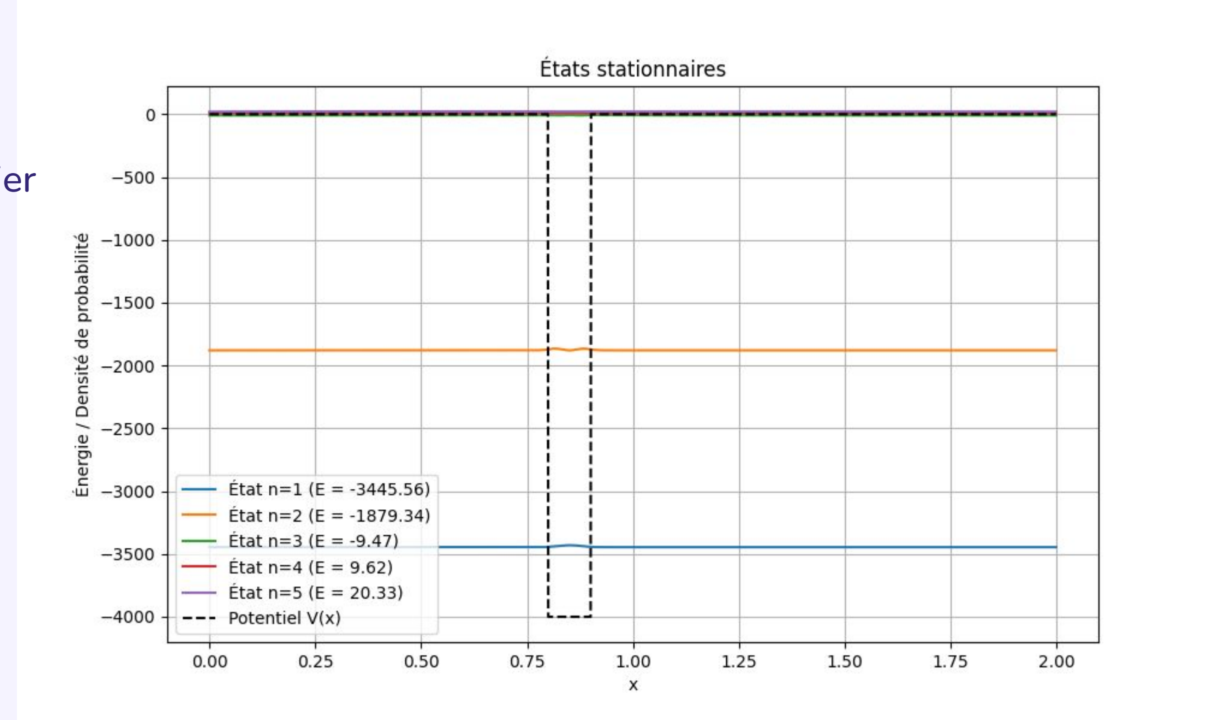
❌ **Il n'y a pas effet ramsauer car la transmission != 1.**

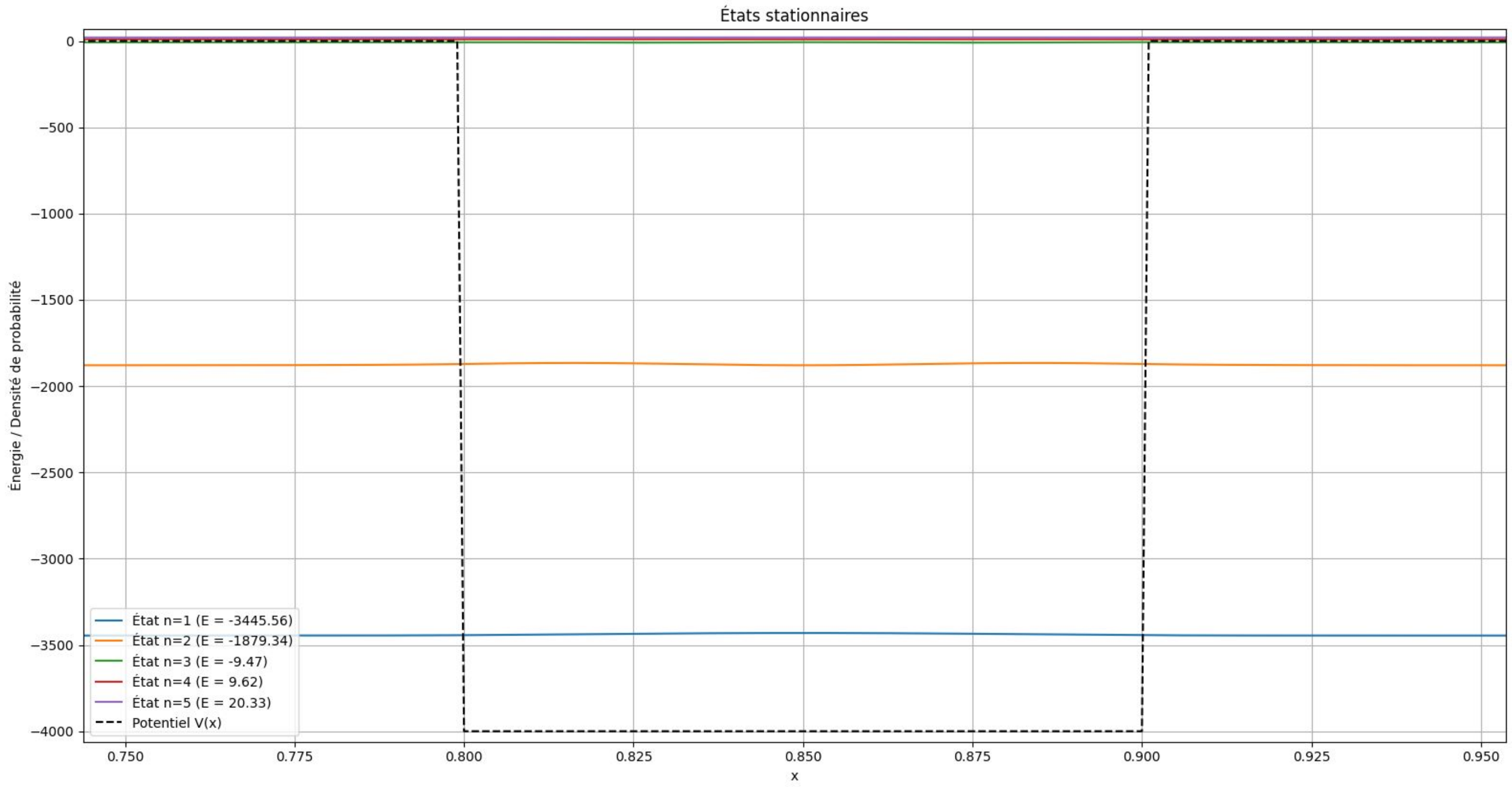


Résultats numériques
Etats Stationaire

Approximation et valeur numérique utilisé

- Valeur ħ & m sont = 1
- e=5
- V0=-4000
- a=0.1 ⬅️ Valeur qui va être modifier

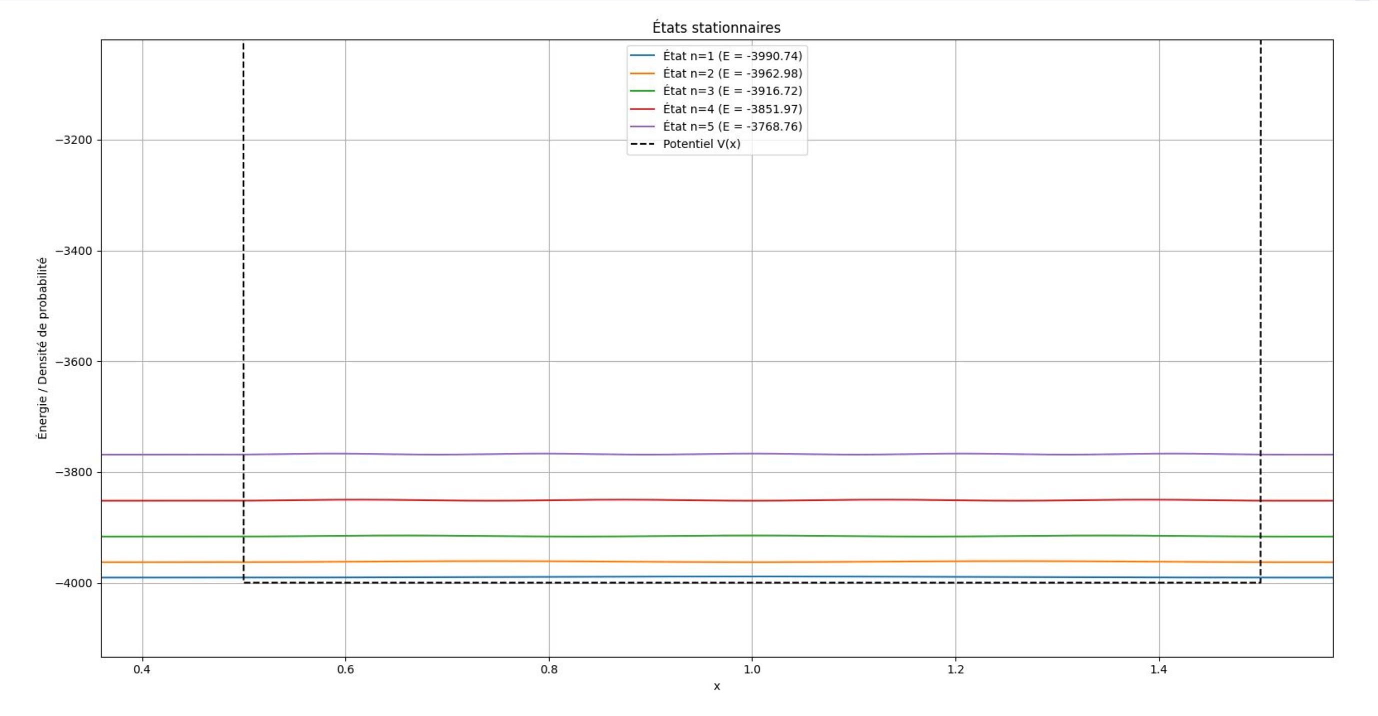


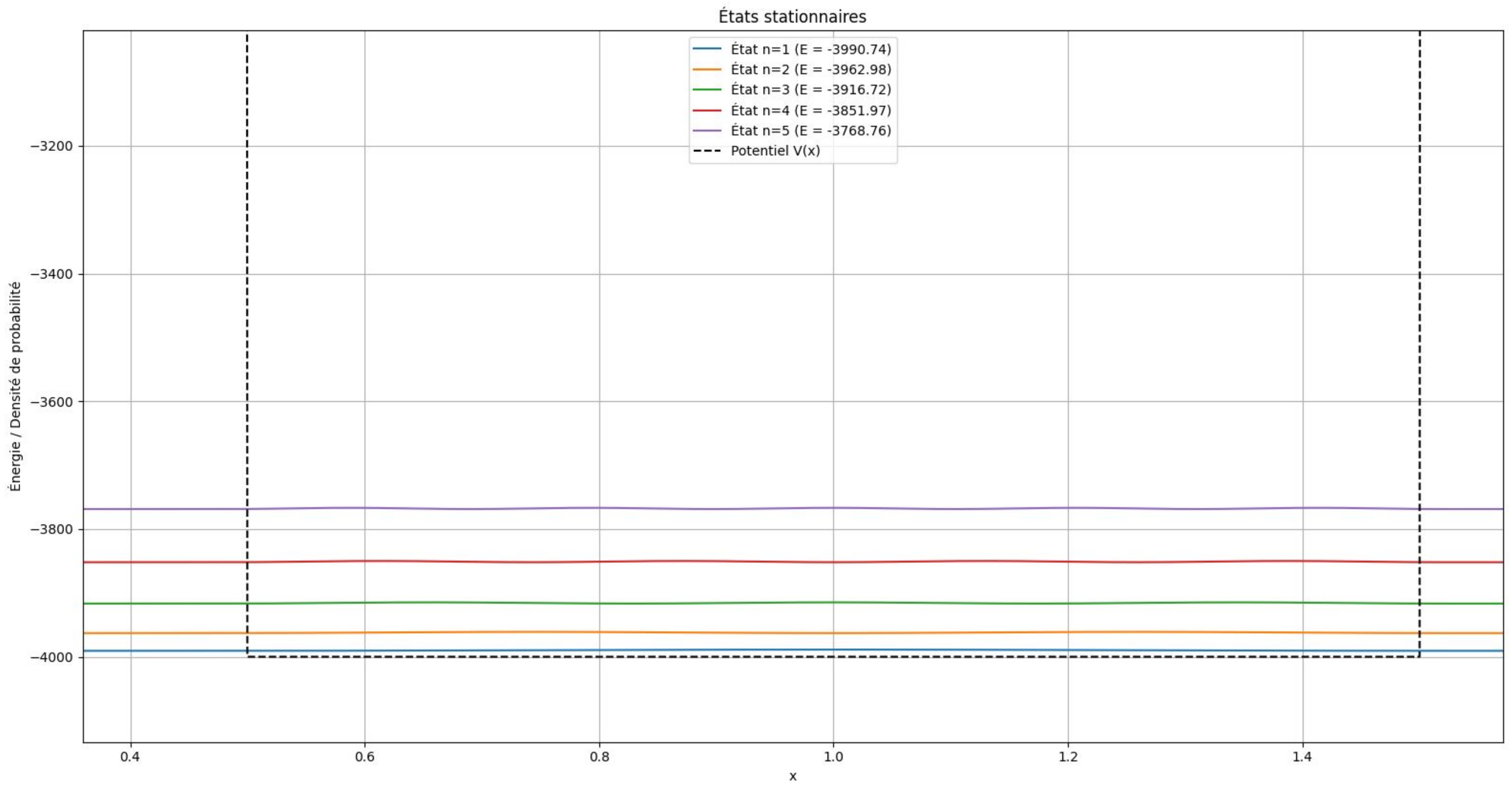

États stationnaires
Énergie / Densité de probabilité
x
État n=1 (E = -3445.56)
État n=2 (E = -1879.34)
État n=3 (E = -9.47)
État n=4 (E = 9.62)
État n=5 (E = 20.33)
Potentiel V(x)
0
−500
−1000
−1500
−2000
−2500
−3000
−3500
−4000
0.750
0.775
0.800
0.825
0.850
0.875
0.900
0.925
0.950

Résultats numériques
Etats Stationaire

Approximation et valeur numérique utilisé

- Valeur ħ & m sont = 1
- e=5
- V0=-4000
- a=1 ⬅️

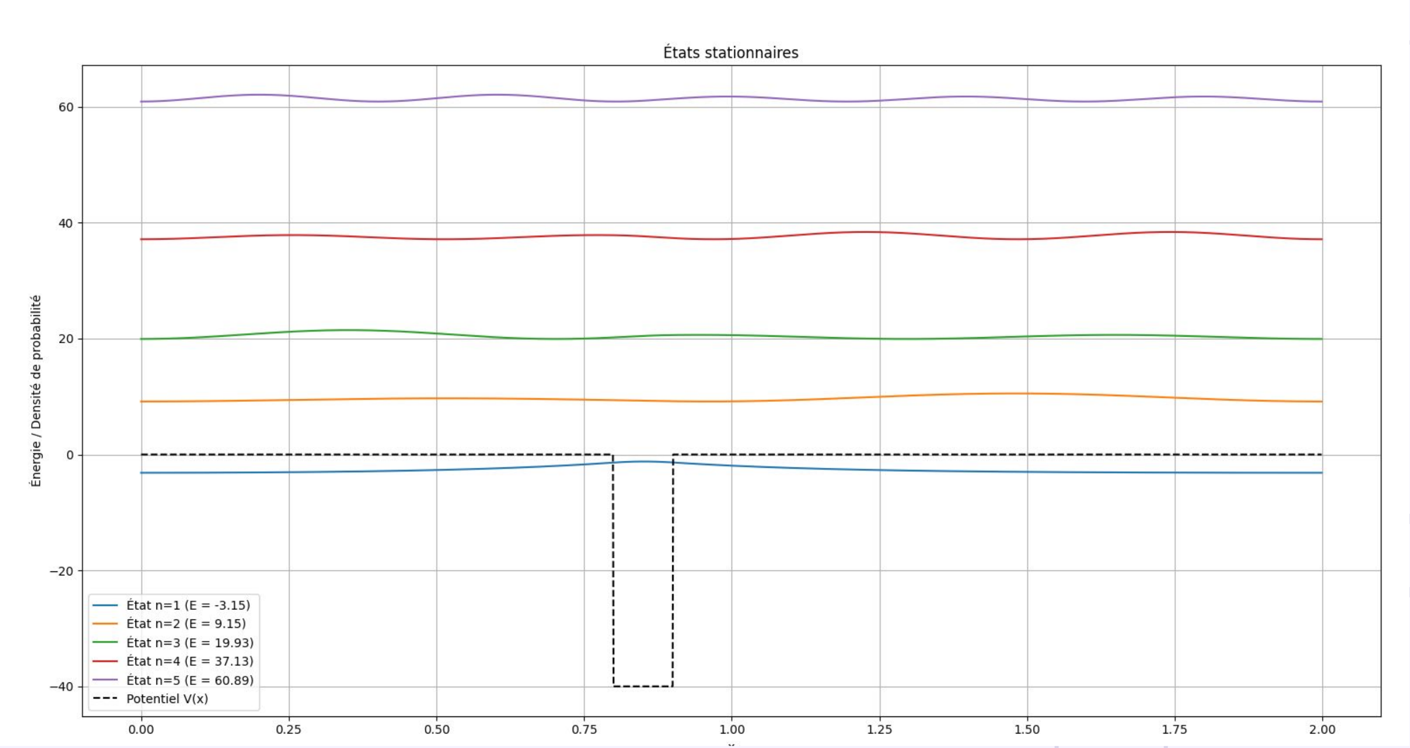


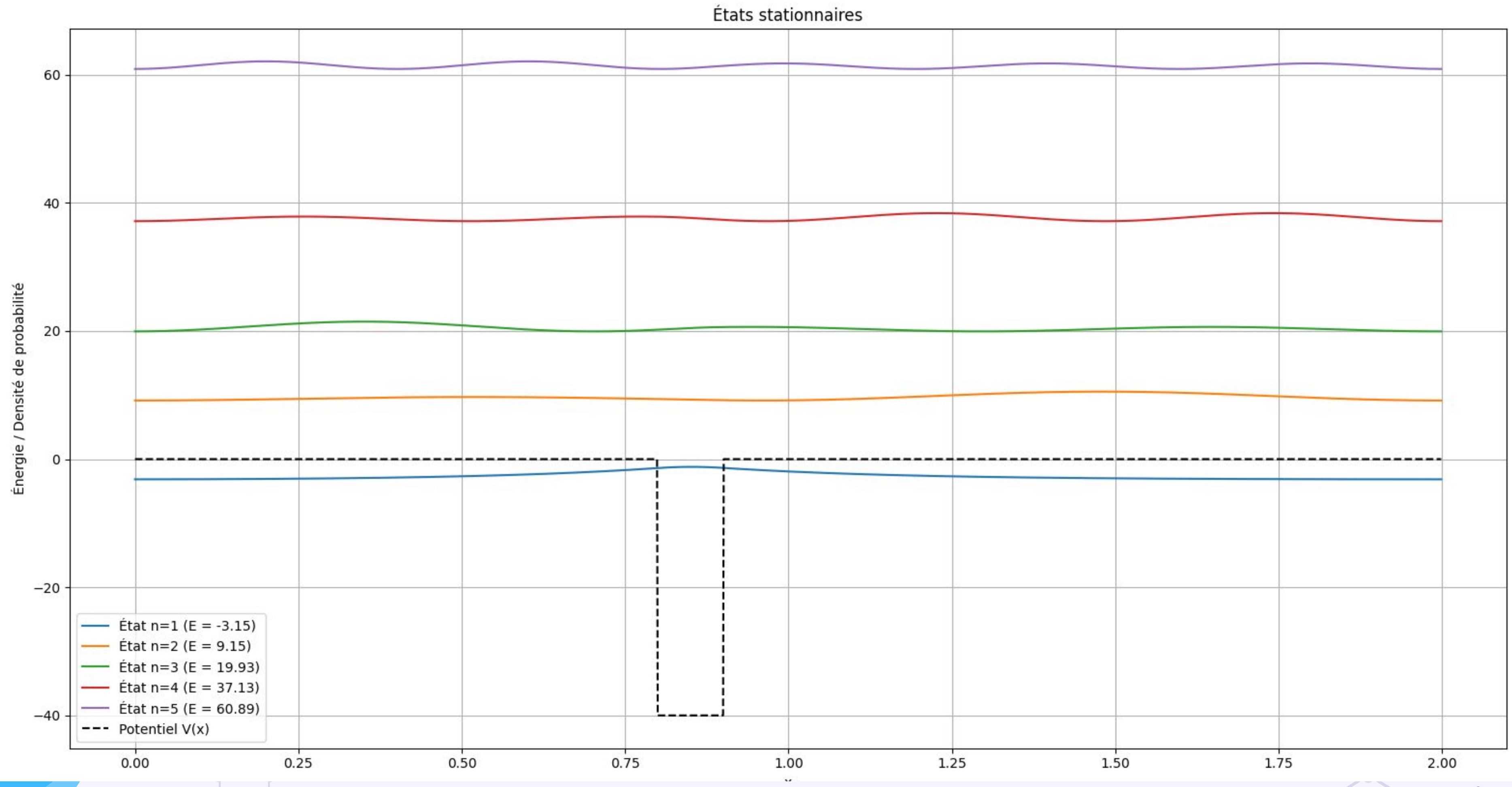

États stationnaires
État n=1 (E = -3990.74)
État n=2 (E = -3962.98)
État n=3 (E = -3916.72)
État n=4 (E = -3851.97)
État n=5 (E = -3768.76)
Potentiel V(x)
Énergie / Densité de probabilité
−3200
−3400
−3600
−3800
−4000
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
x

Résultats numériques
Etats Stationaire

Approximation et valeur numérique utilisé

- Valeur ħ & m sont = 1
- e=5
- V0=-40 ⬅️
- a=0.1



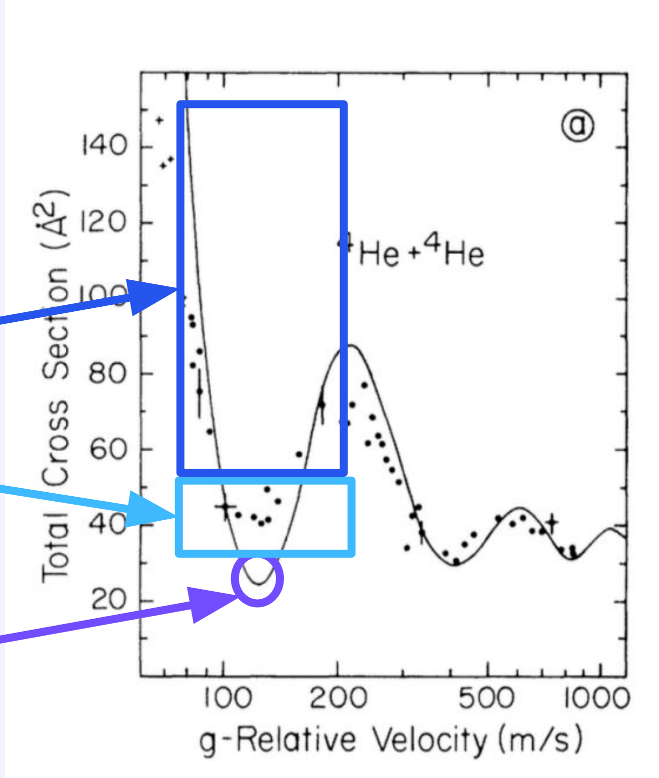


États stationnaires
Énergie / Densité de probabilité
60
40
20
0
−20
−40
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
1.25
1.50
1.75
2.00
x
État n=1 (E = -3.15)
État n=2 (E = 9.15)
État n=3 (E = 19.93)
État n=4 (E = 37.13)
État n=5 (E = 60.89)
Potentiel V(x)

Comparaison entre les prédictions et les mesures expérimentales

On peut remarquer que comme dans nos animation l'effet ramsauer semble marcher uniquement sur des point précis

- Troisième animation (e=1000)
  - Aucun effet ramsauer forte reflection complète
- Première animation (e=5)
  - Effet de ramsauer pas complet (une petite parti est réfléchie)
- Deuxième animation (e=50)
  - Effet de ramsauer complet aucune reflection



Limite de la modélisation

Dimension unique

La modélisation est unidimensionnel (1D), alors que dans la vie réel les électrons se déplacent en 3D dans un gaz

Un puit parfait

Le puit rectangulaire parfait est une approximation très idéal de l'interaction entre l'électron et l’atome cela n’est pas possible en vrai

Trop d'approximation

Les borne des région sont trop approximé et certain effet quantique sont négligés (spin, polarisation)

Etude qualitative par paquet d’onde

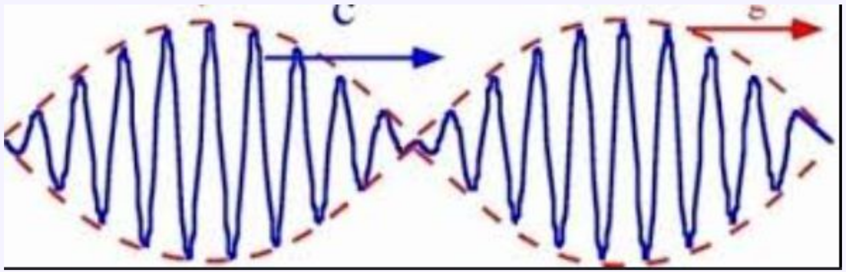
Avant l’entrée dans le puit

Paquet d’onde gaussien
partant de la gauche du puit

Centré en x0
De largeur z
D’impulsion initial k0

Et de vitesse de groupe Vg

$$v_g = \frac{\hbar k_0}{m}$$



Etude qualitative par paquet d'onde

Lors de l'interaction avec le puit

Cas 1: Energie moyenne

$$E = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2m} > 0$$

- Transmission partielle ou total

=> Effet ramsauer

- Dans le puit les composante de vitesse sont plus grande

Cas 2: Energie moyenne

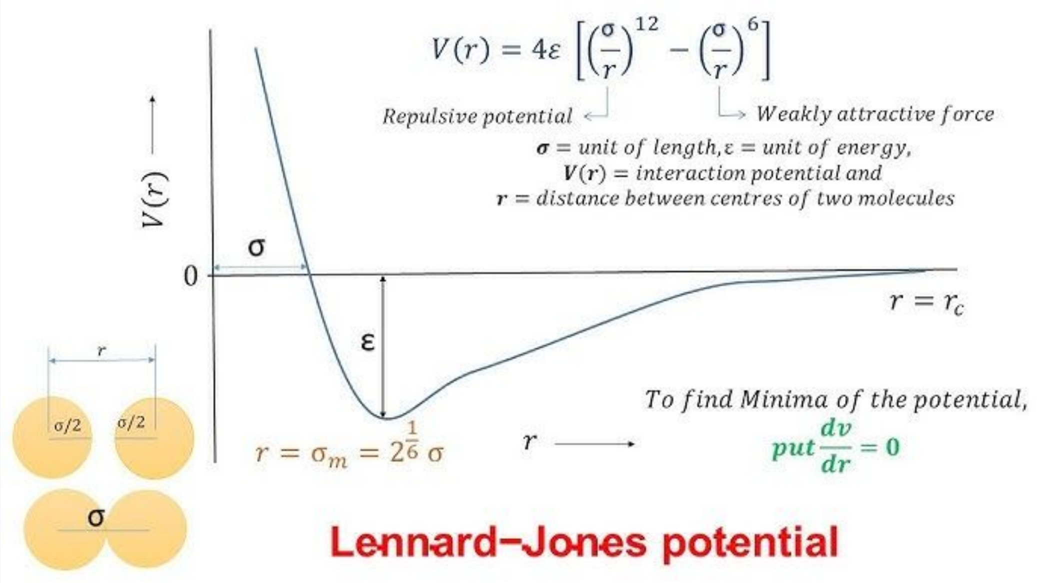
$$E < 0$$

- Peu ou pas de transmission

=> Pas d'effet ramsauer

- Beaucoup d'onde réfléchie

Vers un modèle plus réaliste



CONCLUSION

Bibliographie / Annexes

- **Physicsopenlab "Ramsauer-Townsend Effect", 16 aout 2016,** https://physicsopenlab.org/2016/08/16/ramsauer-townsend-effect/
- **B. Zwiebach "Resonant transmission and Ramsauer–Townsend" 26 avril 2016,** https://ocw.mit.edu/courses/pdf
- **D. Kriesell "The Ramsauer-Townsend Effect",** https://quantum-abc.de/ramsauer_a.pdf
- **"Mécanique quantique",** https://cpge-paradise.com/MP4Phys/TD/TD11%20meca%20q.pdf
- **Simulations en d'états quantiques liés issus de l'Université du Colorado,** https://phet.colorado.edu/fr/simulations/bound-states
- **Physique et simulations numériques de l'Université du Mans,** https://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/mndivers.html
- **E-Learning Physique "Couche 'anti-reflet' quantique", youtube.com, 27 avril 2017,** https://www.youtube.com/watch?v=tUv8GUOKNNk
- **Jean-Paul Grivet. Méthodes numériques appliquées pour les sciences et l'ingénieur. EDP Sciences, 2013,** https://excerpts.numilog.com/books/9782759808298.pdf
- **Robert S "Ramsauer-Townsend effect in the total cross section of 4He + 4He", 1 septembre 1976,** https://journals.aps.org/pra/abstract/10.1103/PhysRevA.14.1006
- **Enseignement Supérieur et Lycée "EXERCICE PUITS DE POTENTIEL PARTIE 1", 25 avril 2020,** https://www.youtube.com/watch?v=wbww3J1jN3
- **Oxford Academic "Molecular interaction and the Lennard-Jones potential", 27 mars 2013,** https://www.youtube.com/watch?v=Yqj5jHUE3wI