Första uppgiftspaketet

Målet med träningen för grundskoleelever är att bekanta sig med tävlingsmatematik, lära sig nya saker och träna inför framtida internationella matematiktävlingar, såsom matematikolympiaden.

Meningen är att försöka lösa så många av nedanstående uppgifter som möjligt inom sex veckors tid och skicka lösningarna antingen till adressen

Louna Seppälä
Kuhatienahde 2 E 26
02170 Espoo

eller till e-postadressen

louna.seppala@outlook.com

Lösningarna som skickas in per e-post önskas vara i formatet pdf, jpg, jpeg, png, doc, txt eller som text i e-postfältet. Eventuella frågor kan skickas till ovanstående e-postadress. **Om du skickar in lösningar, kom ihåg att bifoga din e-postadress för att få nya uppgiftspaket i framtiden.**

Även om man inte lyckas lösa många uppgifter är det inget att oroa sig över. Uppgifterna är avsiktligen utmanande och man måste verkligen fundera på lösningarna. Även försök till lösningar lönar sig att skicka in. Det är främst idéer och resonemang i lösningarna som är viktiga. Det är lämpligt att fundera på uppgifterna tillsammans med andra, fråga tips av föräldrar, syskon, vänner lärare eller andra bekanta. Det kan vara nyttigt att bekanta sig med den finskspråkiga artikeln ”Hur löser man svåra uppgifter?” [1].

De som skickar in lösningar ombeds att bekanta sig med datasekretessen (på finska):

`https://matematiikkakilpailut.fi/tietosuoja/`

1. Beräkna $\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5}{1+2+3+4+5}$.

2. Om det gäller att $x+2y=84=y+2x$, vad är $x+y$?
(**Obs!** Vi har skrivit matematiska uttryck och symboler med ett visst program som är utsatt för matematisk text. I matematiska uttryck ser den vanliga bokstaven x ut som x. Den används ofta som en variabel.)

3. En bakterie delar sig så snabbt att mängden fördubblas varje tre minuter som den är i en näringslösning. En liten mäng bakterier sattes i en testbehållare klockan 9:00. Klockan 10:00 var behållaren full av bakterier. Vad var klockan då en fjärdedel av behållaren var full av bakterier.

4. Om det gäller att $a=2^{2011}+2^{-2011}$ och $b=2^{2011}-2^{-2011}$, vad är a^2-b^2?

5. Vad är x värde om $4^{20}+4^{20}=2^x$?

6. Hur många positiva heltal mindre än talet 999 har siffran 1 i dess tiopotensform?

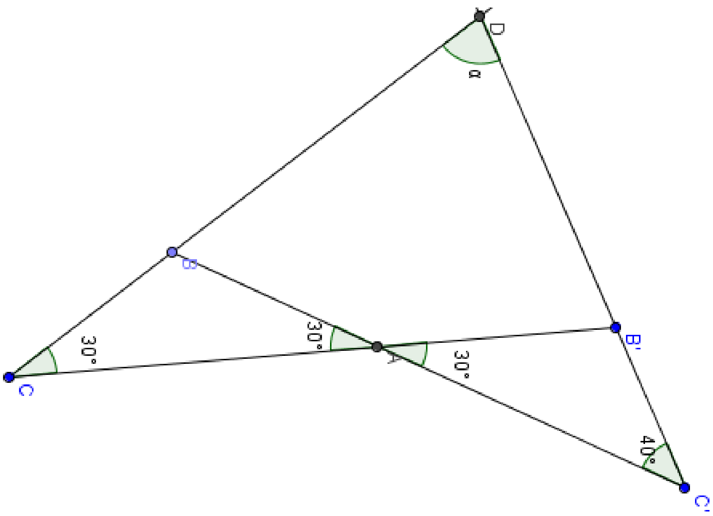
7. Förenkla uttrycket

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{99}\right)\left(1-\frac{1}{100}\right).$$

8. Beräkna **a)** $1+2+3+\ldots+100$; **b)** $1+3+5+7+\ldots+199$.

9. Bestäm vinkeln α på bilden.

[1] `https://matematiikkalehtisolmu.fi/2018/3/Taikasaari.pdf`



10. Är det möjligt att placera 5 damer på ett 5×5-shackbräde så att de inte hotar varandra?

Anmärkning: Två damger hotar varandra precis då de är på samma rad, kolonn eller diagonal och inga andra pjäser står mellan dem.

11. Låt r vara ett reellt tal. Vilka av följande är säkert större än r?

$$r + 1, \quad 2r, \quad r^{100} \quad \text{och} \quad r^2 + 1$$

12. Är det möjligt att täcka en kvadrat med ett ändligt antal liksidiga trianglar? Trianglarna behöver inte vara av samma storlek, men de får inte gå ovanpå varandra eller utanför kvadraten.

13. Hur många av talen $3, 3^2, 3^3, \ldots, 3^{1000}$ har 7 som sista siffra?

14. Åtta elever sitter vid ett runt bord. Varje elevs ålder är medeltalet av de två eleverna som sitter bredvid. Visa att eleverna är i samma ålder.

15. Låt P vara en slumpmässigt vald punkt innanför kvadraten $ABCD$. Visa att det gäller att $PA+PB+PC+PD \geq 2\sqrt{2}a$, där a är kvadratens $ABCD$ sidlängd.