

## ENSIMMÄINEN KIRJEVALMENNUSTEHTÄVÄSARJA

Peruskoululaisten kirjevalmennuksen tavoitteena on tutustua kilpamatematiikkaan ja oppia uutta. Tarkoitus on pyrkiä ratkaisemaan mahdollisimman monta alla olevista tehtävistä kuuden viikon aikana ja lähettää ratkaisut osoitteeseen

Pihla Karanko  
Jämeräntaival 10H 129  
02150 Espoo

tai sähköpostilla osoitteeseen

pihla.karanko@aalto.fi.

Sähköpostilla palautettavien ratkaisuiden toivotaan olevan tiedostomuodossa pdf, jpg, jpeg, png, doc, txt tai tekstinä sähköpostikentässä. Kysymyksiä voi lähettää yllä mainittuun sähköpostiosoitteeseen. **Myös ratkaisijan sähköpostiosoite toivotaan lähetettävän tulevia tehtäväsarjoja varten.**

Tehtävien on tarkoitus olla haastavia, joten ei kannata huolestua, vaikka ei saisi kovin montaa tehtävää ratkaistua. Muutama yritelmäkin kannattaa lähettää. Ratkaisuihin kaivataan ennen kaikkea ideoita ja perusteluja. Tehtäviä on oikein suotavaa pohtia yhdessä muiden kanssa, pyytää niihin neuvoja vanhemmilta, sisaruksilta, ystäviltä, opettajilta tai muilta tutuilta. Myös Ville Tilviksen kirjoitukseen ”Miten vaikeita tehtäviä ratkotaan?”<sup>1</sup> kannattaa tutustua.

Vastauksia lähettäviä pyydetään tutustumaan tietosuojalausekkeeseen:

<https://matematiikkakilpailut.fi/tietosuoja/>

1. Laske  $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1+2+3+4+5}$ .
2. Jos pätee  $x + 2y = 84 = y + 2x$ , niin mitä on  $x + y$ ?
3. Eräs bakteeri jakautuu niin nopeasti, että sen määrä kaksinkertaistuu ravintoliuoksessa joka kolmas minuutti. Pieni määrä tällaisia bakteereja laitettiin koeastiaan kello 9:00. Kello 10:00 astia oli täynnä bakteereja. Paljonko kello oli silloin, kun astiasta oli neljäsosa täynnä bakteereja?
4. Jos pätee  $a = 2^{2011} + 2^{-2011}$  ja  $b = 2^{2011} - 2^{-2011}$ , niin mitä on  $a^2 - b^2$ ?
5. Mikä on luvun  $x$  arvo, jos on  $4^{20} + 4^{20} = 2^x$ ?
6. Miten monella lukua 999 pienemmällä positiivisella kokonaisluvulla on numero 1 kymmenjärjestelmäesityksessä?
7. Sievennä

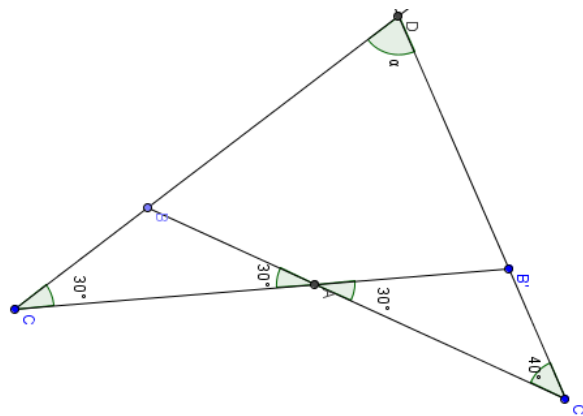
$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{99}\right) \left(1 - \frac{1}{100}\right).$$

---

<sup>1</sup><https://matematiikkalehtisolmu.fi/2018/3/Taikasaari.pdf>

8. Laske a)  $1 + 2 + 3 + \dots + 100$ ; b)  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 199$ .

9. Määritä kuvan kulma  $\alpha$ .



10. Onko mahdollista sijoittaa  $5 \times 5$ -shakkiruudukkoon 5 kuningatarta niin, että ne eivät uhkaa toisiaan?

Huomautus: Kaksi kuningatarta uhkaavat toisiaan täsmälleen silloin, kun ne ovat samalla rivillä sarakkeella tai diagonaalisesti samalla ruuturivillä, eikä niiden välissä ole muita nappuloita.

11. Olkoon  $r$  reaaliluku. Mitkä seuraavista ovat varmasti suurempia kuin  $r$ ?

$$r + 1, \quad 2r, \quad r^{100} \quad \text{ja} \quad r^2 + 1$$

12. Voidaanko neliö peittää äärellisen monella tasasivuisen kolmion muotoisella laatalla? Laattojen ei tarvitse olla samankokoisia, mutta ne eivät mene päällekkäin eivätkä neliön ulkopuolelle.

13. Kuinka monen luvuista  $3, 3^2, 3^3, \dots, 3^{1000}$  viimeinen numero on 7?

14. Kahdeksan opiskelijaa istuu pyöreän pöydän ympärillä. Jokaisen ikä on kahden viereisen opiskelijan ikien keskiarvo. Osoita, että opiskelijat ovat samanimäisiä.

15. Olkoon  $P$  sattumanvaraisesti valittu piste neliön  $ABCD$  sisältä. Osoita, että pätee  $PA + PB + PC + PD \geq 2\sqrt{2}a$ , missä  $a$  on neliön  $ABCD$  sivun pituus.