30. 10.

Gymnasiets matematiktävling starttävlingens grundserie

2017

Det finns uppgifter på två sidor; de sex första uppgifterna är flervalsuppgifter i vilka det finns 0-4 rätta svar.

1. I en skog finns det 40 % mera barrträd än lövträd. Vid en skogsavverkning minskade antalet barrträd med 20 % och antalet lövträd med 12%. Efter skogsavverkningen var barrträdens andel av skogen

a) 46%	b) 56%	c) 58%	d) 14/25

2. En elev är antingen frisk eller sjuk. 95 % av de elever som är friska idag är frisk också i morgon och 55 % av de elever som är sjuka idag är sjuka också i morgon. I dag är 20 % av eleverna sjuka. Hur många procent av eleverna är sjuka i morgon?

a) högst lika många som idag	b) åtminstone lika många som idag
c) $22,5$ % av alla	d) 15 % av alla

3. Talet x är lösning till ekvationen $x^2+x-2=0$ och talet y är lösning till ekvationen $y^2-3y+2=0$. Vad vet vi om talen x och y?

a) $x \neq y$.	b) xy är ett heltal.
c) $x+y>0$.	d) $\lvert x+y\rvert \leq 3$.

4. En linje skär en cirkel i punkterna A och B ($A \neq B$). På cirkelns rand väljer vi en punkt C så att det uppstår en till arean maximal likbent triangel vars bas är AB. Vilka av följande påståenden är alltid sanna?

a) Triangeln ABC är rätvinklig om och endast om AB är diameter i cirkeln.
b) Punkten C ligger på mittpunktsnormalen till kordan AB.
c) Arean av triangeln ABC är minst en fjärdedel av cirkelns area.
d) Triangelns ABC omkrets är längre än cirkelns diameter.

5. När $|x| < \frac{1}{2}$ är $\left|\dfrac{x}{x-1}\right|$ alltid

a) inom intervallet $[\frac{1}{2}, 1]$
b) mindre än 1
c) inom intervallet $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$
d) inte nödvändigtvis något av de föregående.

6. Antalet lösningar till ekvationen $3 \cdot 3^x + 3^{-x} = 4$ är

a) 0 b) 1 c) 2 d) fler än 2.

7. I en konstinstallation finns cirklar med samma medelpunkt och cirklarna har radierna 1 m, 2 m, $\ldots, 100$ m. Den innersta cirkeln är färgad blå. Den minsta ringen (d.v.s. området mellan två på varandra följande cirkelbågar) är färgad röd. De blåa och de röda cirklarna alternerar. Bestäm arean av de blåa ringarna.

8. Två personer, Kari och Vera, spelar följande spel: Vera har slumpmässigt valt ut ett element ur en mängd med tre element $\{a, b, c\}$ och Kari försöker bestämma vilket element hon valt ut. Endast följande frågor är tillåtna: ”Är det a?”, ”Är det b?” och ”Är det c?”. Vera besvarar frågorna med ”ja” eller ”nej” men hon får ljuga förutsatt att högst ett av tre på varandra följande svar är en lögn. Kari får upprepa vilken fråga som helst men får inte ställa en och samma fråga tre gånger. Har Kari en frågestrategi med vars hjälp han alltid kan bestämma det element Vera valt ut när han får ställa sex frågor?

30. 10.

Svarsblankett för flervalsuppgifterna i grundserien

2017

Grundseriens flervalsuppgifter (de 6 första uppgifterna) besvaras på denna svarsblankett. Svaren till de traditionella uppgifterna 7 och 8 kan skrivas på egna konceptark. Varje flervalsuppgift kan ha 0–4 rätta svar. Beteckna med ett + om svaret är rätt och med ett − om svaret är fel i motsvarande ruta. Rätt tecken ger en poäng medan fel tecken eller ett otydligt tecken ger noll poäng. Maximipoängen i uppgifterna 7 och 8 är 6p.

Provtiden är 120 minuter. **Räknare och tabellböcker är inte tillåtna.** *Skriv även på svarspappren för uppgifterna 7 och 8 tydligt med textbokstäver ned ditt namn och din skola.*

Namn : ______________________________

Skola : ______________________________

Hemadress : ______________________________

E-postadress : ______________________________

	a	b	c	d
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				
6.				

30. 10.

Gymnasiets matematiktävling
starttävlingens mellanserie

2017

1. När $|x| < \frac{1}{2}$ är $\left|\dfrac{x}{x-1}\right|$ alltid

a) inom intervallet $[\frac{1}{2}, 1]$
b) mindre än 1
c) inom intervallet $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$
d) inte nödvändigtvis något av de föregående.

2. Antalet lösningar till ekvationen $3 \cdot 3^x + 3^{-x} = 4$ är

a) 0 b) 1 c) 2 d) fler än 2.

3. Vi studerar ekvationen

$$x = a - \sqrt{a^2 - x\sqrt{x^2 + a^2}},$$

där $a > 0$. Vad kan vi säga om lösningarna till ekvationen?

a) Ekvationen har endast en lösning.
b) Lösningarna är icke-negativa.
c) $x = a$ är en lösning.
d) $x = \frac{3}{4}a$ är en lösning.

4. I en konstinstallation finns cirklar med samma medelpunkt och cirklarna har radierna $1\ \text{m}, 2\ \text{m}, \ldots, 100\ \text{m}$. Den innersta cirkeln är färgad blå. Den minsta ringen (d.v.s. området mellan två på varandra följande cirkelbågar) är färgad röd. De blåa och de röda cirklarna alternerar. Bestäm arean av de blåa ringarna.

5. Vi antar att talen $\dfrac{1}{a+b}$, $\dfrac{1}{a+c}$ och $\dfrac{1}{b+c}$ bildar en aritmetisk talföljd. Visa att även kvadraterna på talen a, b och c bildar en aritmetisk talföljd.

6. Två sträckor som rör sig i förhållande till varandra skär varandra så att vinkeln mellan sträckorna hålls konstant. Bevisa att arean av den fyrhörning, vars hörn utgörs av sträckornas ändpunkter, är konstant.

Svarsblankett för flervals-uppgifterna i mellanserien

30. 10. 2017

Mellanseriens flervalsuppgifter (de 3 första uppgifterna) besvaras på denna svarsblankett. Svaren till de traditionella uppgifterna 4–6 kan skrivas på egna konceptark. Varje flervalsuppgift kan ha 0–4 rätta svar. Beteckna med ett + om svaret är rätt och med ett − om svaret är fel i motsvarande ruta. Rätt tecken ger en poäng medan fel tecken eller ett otydligt tecken ger noll poäng. Maximipoängen i uppgifterna 4–6 är 6p.

Provtiden är 120 minuter. **Räknare och tabellböcker är inte tillåtna.** *Skriv även på svarspappren för uppgifterna 4–6 tydligt med textbokstäver ned ditt namn och din skola.*

Namn : ______________________________

Skola : ______________________________

Hemadress : ______________________________

E-postadress : ______________________________

	a	b	c	d
1.				
2.				
3.				

30. 10. 2017

Gymnasiets matematiktävling starttävlingens öppna serie

1. Vilken är den sista siffran i tiopotensframställningen av talet $2017^{2017} - 2016^{2016}$?

2. Eleverna A, B, C, ..., J tänker delta i prov i kurserna K_1, K_2, K_3, K_4, K_5 och K_6 enligt följande:

elev	deltar i proven	elev	deltar i proven
A	K_1, K_2	F	K_2, K_3
B	K_1, K_3	G	K_3, K_4
C	K_1, K_4	H	K_4, K_5
D	K_1, K_5	I	K_5, K_6
E	K_1, K_6	J	K_6, K_2

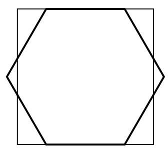
Skolans rektor tänker anordna proven på följande sätt: Vid samma provtillfälle kan det finnas prov i flera olika kurser men det ordnas endast ett prov i varje kurs. Vid ett provtillfälle får man försöka klara högst en kurs.

a) Hur många olika tillfällen behöver man minst anordna?

b) Om någon elev inhiberar sitt deltagande, ändrar då minimibehovet av antalet tillfällen som behövs på något sätt?

3. Vi antar att talen $\dfrac{1}{a+b}$, $\dfrac{1}{a+c}$ och $\dfrac{1}{b+c}$ bildar en aritmetisk talföljd. Visa att även kvadraterna på talen a, b och c bildar en aritmetisk talföljd.

4. En regelbunden sexhörning och en kvadrat har samma medelpunkt. Två av sexhörningens sidor ligger på kvadratens sidor och kvadratens area är 1 (se figuren). Beräkna arean av det gemensamma området för sexhörningen och kvadraten.



Tävlingstiden är **120 minuter.**

Räknare och tabellböcker är inte tillåtna.

Utför varje uppgift på en skild sida i ett konceptark.

Texta ditt namn och dina kontaktuppgifter (skolans namn, hemadress och e-postadress) tydligt på provpapperet.