

## Verryttelytehtäviä alakerran funktionaaliyhtälöitä varten

Seuraavissa tarkoituksena on hieman pohjustaa alakerran funktionaaliyhtälöiden ohjelmaa.

1. Selvitä (tai kerta)ä, mitä termillä ”funktio” tarkoitetaan.
2. Etsi kaikki funktiot  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , joille

$$f(x) + y = f(x + y)$$

kaikilla  $x, y \in \mathbb{R}$ .

3. Olkoon  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sellainen funktio, että

$$f(x + y) + 2f(x - y) - 4f(x) + xf(y) = 3y^2 - x^2 - 2xy + xy^2$$

kaikilla  $x, y \in \mathbb{R}$ .

- a) Mitä yhtälö sanoo, jos  $x = y = 0$ ?
- b) Mitä yhtälö sanoo, kun  $y = 0$ ?
- c) Onko lausekkeen  $f(x) = x^2$  antama funktio ratkaisu yhtälölle?