

OULUN SEUDUN SEITSEMÄSLUOKKALAISTEN
MATEMATIIKKAKILPAILU 18.–22.2.2019
RATKAISUJA

1. Laske $-9 \cdot 7 + 198$.

- a) -251 b) 135 c) 53 d) 251 e) 33

Ratkaisu. Suoraan laskemalla saadaan $-9 \cdot 7 + 198 = -63 + 198 = 135$.

2. Laske $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$.

- a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $1,234$ d) $\frac{43}{30}$ e) $\frac{25}{12}$

Ratkaisu. Lasketaan:

$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{4}{13}} = 1 + \frac{13}{30} = \frac{43}{30}$$

3. Kaupassa on sellainen tarjous, että saa kuusi karkkipussia viiden hinnalla. Yksi karkkipussi maksaa 3 euroa. Montako karkkipussia saa 50 eurolla?

- a) 16 b) 17 c) 18 d) 19 e) 20

Ratkaisu. Koska $50/3 = 16,66666\dots$, niin normaalisti 50 eurolla saisi 16 pussia. Nyt saa lisäksi jokaista viittä pussia kohden yhden lisää eli tässä tapauksessa 3 lisää. Oikea vastaus on siis 19.

4. Laske $-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - \dots - 2017 + 2018 - 2019$.

- a) -3028 b) 0 c) 2020 d) -1009 e) -1010

Ratkaisu. Luvut voi ajatella kahden peräkkäisen pareina lukuun 2018 asti. Näitä pareja on 1009 kappaletta, jokainen tuottaa lausekkeeseen arvon 1. Lopuksi vähennetään vielä 2019, joten tulos on

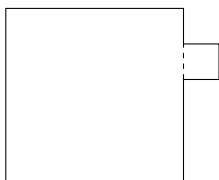
$$1009 - 2019 = -1010.$$

5. Kesäleirin johtaja saa kuulla, kuinka monta leiriläistä leirille on tulossa. Hän havaitsee heti, että leirillä on varmasti vähintään kolme leiriläistä, jotka ovat syntyneet samassa kuussa. Kuinka monta leiriläistä leirillä vähintään on?

- a) 3 b) 12 c) 24 d) 25 e) 36

Ratkaisu. Vuodessa on 12 kuukautta. Koska ainakin yhdessä kuussa kolmella leiriläisellä on syntymäpäivä, niin leirillä täytyy olla ainakin $2 \cdot 12 + 1 = 25$ leiriläistä.

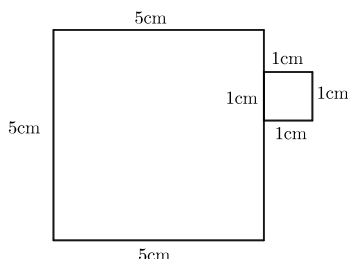
6. Kuvan isomman neliön sivun pituus on 5cm ja pienemmän 1cm. Laske kuvion piiri.



- a) 5 cm b) 12 cm c) 22 cm d) 24 cm
 e) Tehtävää ei voi ratkaista annetuilla tiedoilla.

Ratkaisu. Koska isomman neliön sivun pituus on 5cm ja pienemmän 1cm, niin saadaan kuvanmukaiset sivujen pituudet. Täten kuvion piiri on

$$3 \cdot 5\text{cm} + 3 \cdot 1\text{cm} + (5\text{cm} - 1\text{cm}) = 22\text{cm}.$$



7. Digitaalikamera maksaa elektroniikkaliikkeessä aluksi 100 €. Kameran hinta ensin laskee 20 % ja sitten nousee 20 %. Mikä on kameran hinta hinnanmuutosten jälkeen?

- a) 24 € b) 96 € c) 100 € d) 104 € e) 120 €

Ratkaisu. Uusi hinta on $100 \cdot 0.8 \cdot 1.2 = 96$ euroa.

8. Ympyrän, jonka säteen pituus on 1, sisälle piirretään neliö, jonka jokainen kulma on ympyrän kehällä. Mikä on tämän neliön pinta-ala?

- a) 1 b) 2 c) π d) 3 e) $\frac{\pi}{2}$

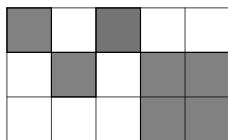
Ratkaisu. Koska neliön kärjet ovat ympyrän kehällä, on neliön kärjestä etäisyys keskipisteseen 1 ja halkaisija siis 2. Siispä neliön sivu on $\sqrt{2}$ ja ala on siis 2.

9. Ulla, Leena ja Ville lähtevät patikkaretkelle. He ajavat autolla patikkapolun alkuun ja lähtevät kävelemään polkua nopeudella 6 km/h. Kymmenen minuuttia käveltyään he huomaavat, että nuotiomakkarat unohtuivat autoon, ja Ulla lähtee hölkkäämään polkua takaisin autolle nopeudella 12 km/h. Leena ja Ville jatkavat matkaa polkua eteenpäin nopeudella 6 km/h. Kuinka kauas autolta Leena ja Ville ovat ehtineet polkua pitkin, kun Ulla pääsee auton luo?

- a) 1 km b) 2 km c) 1,5 km d) 0,5 km e) 2,5 km

Ratkaisu. Ensimmäisen kymmenen minuutin aikana he ovat kävelleet kilometrin. Ulla hölkkää tämän takaisin ja sinä aikana Leena ja Ville ehtivät puolet Ullan kulkemasta matkasta (koska Ulla hölkkää kaksinkertaisella nopeudella). Vastaus on siis 1,5 km.

10. Suorakulmio on jaettu kuvanmukaisesti 15 yhtenevään neliöön. Tummennetun alueen pinta-ala on 14. Mikä on koko suorakulmion pinta-ala?



- a) 15 b) 24 c) 30 d) 35 e) 42

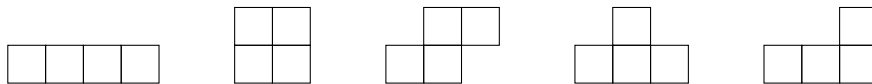
Ratkaisu. Yhden pienen neliön pinta-ala on $\frac{1}{7} \cdot 14 = 2$. Siis suorakulmion pinta-ala on $15 \cdot 2 = 30$.

11. Lukujen a ja b summa on 42 ja erotus 20. Mikä on lukujen a ja b tulo?

- a) 143 b) 210 c) 341 d) 840 e) 1364

Ratkaisu. Tämän tehtävän voi ratkaista usealla tavalla. Yksi tapa on käyttää muistikaavoja, toinen keino on yksinkertaisesti ratkaista $a = 31$ ja $b = 11$ (tai toisinpäin), jolloin tulo on $11 \cdot 31 = 341$.

12. Samankokoisista neliöistä muodostetaan kuvioita liittämällä niitä sivuistaan yhteen siten, että jokainen neliö on toisessa kiinni ainakin yhdestä sivustaan. Kuviot tulkitaan samoiksi, jos ne saadaan toisistaan kiertämällä tai peilaamalla. Neljästä neliöstä voidaan muodostaa seuraavat 5 erilaista kuvioita:



Montako erilaista kuvioita voidaan muodostaa viidestä neliöstä?

- a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

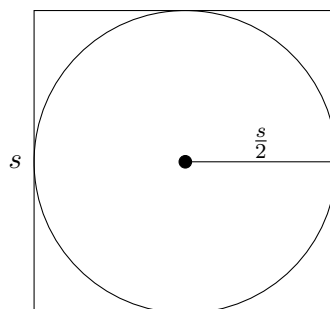
Ratkaisu. Kaikki neliöt voivat olla yhdessä rivissä, jolloin saadaan yksi kuvio. Jos ne ovat kahdessa rivissä, niin jakauma voi olla 2 ja 3 tai 1 ja 4. Jos jakauma on 2 ja 3, on vaihtoehtoja 3, jos taas 1 ja 4, on vaihtoehtoja 4. Jos neliöt ovat kolmessa rivissä, on yhdessä rivissä kolme, muissa kahdessa 1. Vaihtoehtoja on 4. Yhteensä saadaan siis:

$$1 + 3 + 4 + 4 = 12.$$

13. Olkoon neliön sivun pituus s ja ympyrän säde $\frac{s}{2}$. Mitä voidaan sanoa neliön alasta N ja ympyrän alasta Y ?

- a) $N < Y$ b) $N = Y$ c) $N > Y$ d) Kaikki edellisistä e) Ei mikään edellisistä

Ratkaisu. Tarkastellaan neliötä, jonka sivun pituus on s . Nyt neliön keskipiste keskipisteenä voidaan piirtää $\frac{s}{2}$ säteinen ympyrä, joka jää neliön sisälle kuvanmukaisesti. Koska se peittää



vain osan neliön alasta, on neliön ala suurempi.

14. Mitä voidaan sanoa kokonaisluvuista, jotka toteuttavat yhtälön

$$x^2 + y^2 = 4 \cdot (z^2 + w^2)?$$

- a) Niitä ei ole.
b) Kaikissa ratkaisuissa y on pariton.
c) Kaikissa ratkaisuissa w ja z ovat parillisia.
d) Kaikissa ratkaisuissa x ja y ovat parillisia.
e) Ei mitään edellisistä

Ratkaisu. Havaitaan, että

$$x^2 + y^2 = 4(z^2 + w^2) = (2z)^2 + (2w)^2.$$

Näin ollen voidaan valita z ja w mielivaltaisiksi kokonaisluvuiksi ja valitsemalla $x = 2z$ ja $y = 2w$ saadaan ratkaisuja. Siis a, b ja c ovat epätosia väittämiä. Koska $4(z^2 + w^2)$ on neljällä jaollinen luku, niin lukujen x ja y täytyy olla molempien parillisia tai parittomia. Jos ne ovat parittomia, niin voidaan kirjoittaa $x = 2m + 1$ ja $y = 2n + 1$, missä m ja n ovat kokonaislukuja. Tällöin on voimassa

$$x^2 + y^2 = (2m + 1)^2 + (2n + 1)^2 = 4(m^2 + m + n^2 + n) + 2.$$

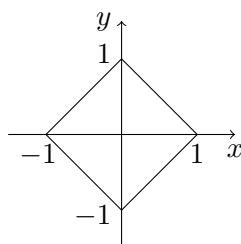
Mutta tällöin $x^2 + y^2$ ei ole neljällä jaollinen luku. Siis kaikissa ratkaisuissa x ja y ovat parillisia.

15. Tarkastellaan n peräkkäisen positiivisen kokonaisluvun tuloa, missä $n \geq 2$ on positiivinen kokonaisluku. Millä seuraavista luvuista tämä tulo on varmasti jaollinen?

- a) 3 b) 10 c) n d) Kaikilla edellisistä e) Ei millään edellisistä

Ratkaisu. Tarkastellaan tapausta $n = 2$. Tällöin peräkkäiset luvut voivat olla esimerkiksi 1 ja 2. Koska $1 \cdot 2 = 2$ ja 2 ei ole jaollinen luvuilla 3 tai 10, niin tarkasteltava tulo ei ole välttämättä jaollinen luvuilla 3 tai 10. Toisaalta n peräkkäisestä positiivisesta kokonaisluvusta täsmälleen yksi on jaollinen luvulla n . Täten myös niiden tulo on jaollinen luvulla n . Siis **c** on oikea vastaus.

16. Mikä seuraavista yhtälöistä vastaa kuvan koordinaatistoon piirrettyä nelikulmiota?



- a) $y + x = 1$ b) $|y| - |x| = -1$ c) $|y| + |x| = -1$ d) $|y| + |x| = 1$ e) $|y| - |x| = 1$

Ratkaisu. Kuvio vastaa tilannetta, jossa x -ja y -koordinaattien itseisarvojen summa on 1.