## HELSINGIN SEITSEMÄSLUOKKALAISTEN MATEMATIIKKAKILPAILUIDEN LOPPUKILPAILU 21.4.2016

Tehtävissä 1, 2 ja 3 pyydetään vain vastausta, joka on positiivinen kokonaisluku, eli jokin luvuista 1, 2, 3, 4, ... Jokainen tehtävistä 1, 2 ja 3 on kolmen pisteen arvoinen.

1. Pascalin kolmio määritellään kirjoittamalla ensin 1, sitten sen alle kaksi ykköstä, ja uusi rivi on aina yhden pidempi kuin edellinen rivi ja se muodostetaan kirjoittamalla rivien päihin ykköset viistoon edellisen rivin ulkopuolelle ja sen jälkeen muut rivin jäsenet muodostetaan kirjoittamalla aina kahden luvun alle niiden summa:

Kuinka monta lukua 10 on Pascalin kolmiossa?

- 2. Mikä on luvun 3/7 sadas desimaali?
- 3. Tiedetään, että

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots + 10^3 = 3025,$$

ja että

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots + 20^3 = 44100.$$

Mitä onkaan

$$1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3 + \ldots + 19^3$$
?

Tehtävissä 4, 5 ja 6 vaaditaan oikean vastauksen lisäksi myös perustelut ja välivaiheet, jotka painavat hyvin paljon arvioitaessa. Jokainen tehtävistä 4, 5 ja 6 on kuuden pisteen arvoinen.

- 4. Tarkastellaan merkeistä  $\heartsuit$  ja  $\diamondsuit$  muodostettuja jonoja. Saamme tehdä jonoille kolmenlaisia operaatioita:
  - Voimme aina pyyhkiä pois kaksi peräkkäistä ♡-merkkiä;
  - voimme aina korvata peräkkäiset merkit  $\heartsuit \diamondsuit \heartsuit$  peräkkäisillä merkeillä  $\diamondsuit \diamondsuit$ ; ja kääntäen
  - $\bullet\,$ voimme aina korvata peräkkäiset merkit $\Diamond\Diamond$  peräkkäisillä merkeillä  $\Diamond\Diamond\Diamond.$

Selvitä, miten näillä operaatioilla voi jonon  $\Diamond\Diamond\Diamond\Diamond\Diamond\Diamond\Diamond\Diamond$  muuttaa jonoksi  $\Diamond$ .

- **5.** Positiivisesta kokonaisluvusta tiedetään, että sen jakojäännös viidellä jaettaessa on kaksi. Mitkä ovat mahdolliset jakojäännökset, kun kyseinen luku jaetaan seitsemällä?
- **6.** Tasossa on 100 suoraa. Jotkin niistä voivat olla yhdensuuntaisia yhden tai usemman muun suoran kanssa, mutta mitkään kolme eivät leikkaa samassa pisteessä. Onko mahdollista, että suorilla on kaikkiaan tasan 2016 leikkauspistettä?