## Po-Shen Lohin haastattelu

Carnegie Mellon -yliopistossa työskentelevä professori **Po-Shen Loh** on viime vuosina toiminut USA:n matematiikkaolympiajoukkueen johtajana. Hän on myös perustanut matematiikkaportaalin **expii.com** Seuraava haastattelu on julkaistu Notices of the American Mathematical Society -lehden numerossa 63.8, syyskuussa 2016. Käännös on tehty American Mathematical Societyn luvalla.

Haastattelija on **Alexander Diaz-Lopez**, *Swarthmore Collegen* vieraileva apulaisprofessori.

Diaz-Lopez: Milloin tiesit, että haluat matemaatikoksi?

Loh: Olen aina pitänyt matematiikasta ja minulle tuottaa nautintoa tehdä matematiikkaa niin paljon kuin pystyn. Kilpailumatematiikka kiinnosti minua jo ennen kuin menin yliopistoon, mutta vasta ensimmäisenä yliopistovuotenani, kun seurasin erinomaisen professorin luentoja abstraktista algebrasta, huomasin äkkiä, että abstrakti matematiikka on todella kaunista ja todella hauskaa; ihastuin struktuuriin ja jäin todella koukkuun.

Diaz-Lopez: Kuka sinua rohkaisi?

**Loh**: Aivan nuorena en ollut oikein hyvä missään muussa, joten olin automaattisesti matemaatikko, mutta myöhemmin minua ilman muuta rohkaisi väitöskirjaohjaajani *Benjamin Sudakov*. Hän on hyvin mielenkiintoinen persoona. Hän onnistui muuttamaan matemaattisen ajattelutapani hyvin amatöörimäisestä sellaiseksi, mikä se nyt on.

Diaz-Lopez: Miten kuvailisit tutkimustyötäsi?

Loh: Minusta on hauska pohtia mielenkiintoisia kysymyksiä. Nämä kysymykset ovat yleensä diskreetin matematiikan alueelta, koska olen siihen alaan parhaiten perehtynyt. Pidän ongelmista, jotka koskevat kombinatorisia ääriarvoja. Tähän alaan on Paul Erdös voimakkasti vaikuttanut. Siinä kohtaavat usein erilaiset matematiikan alueet, esimerkiksi todennäköisyys ja kombinatoriikka. Lopulta kuitenkin se, mikä ongelmassa eniten viehättää, on sen eräänlainen kutsuvuus ja se, että ongelman parissa työskentele minen antaa mahdollisuuden oppia lisää.

**Diaz-Lopez**: Mistä teoreemastasi olet ylpein?

Loh: On vaikea nimetä jotain tiettyä teoreemaa, koska jokainen teoreema on pitkän taistelun tuottama voitto. Kerron siksi asiasta, jonka kanssa olen viimeksi askarrellut. Tarkastellaan järjestettyjä kokonaislukukolmikkoja. Sanomme, että toinen on toista suurempi, jos siinä on ainakin kaksi suurempaa koordinaattia. Esimerkiksi (1, 3, 6) on suurempi kuin (3, 2, 5), koska toinen ja kolmas koordinaatti ovat suurempia. Oletetaan nyt, että kirjoitan jonon kolmikkoja, joiden kaikki koordinaatti ovat 1:n ja n:n väliltä, missä n on annettu parametri. Haluan lisäksi, että jos mitä tahansa kahta jonon kolmikkoa verrataan, niin jonossa myöhemmin tuleva kolmikko on aikaisempaa kolmikkoa suurempi. Yksinkertainen kysymys: Kuinka pitkä tällainen jono voi enintään olla?

Yksinkertainen ongelma, eikö totta? Niin ajattelin. Kohtasin tämän ongelman Ramseyn teoriaksi kutsutussa matematiikan alueessa. Olin yrittämässä ratkaista jotain aivan muuta Ramseyn teoriassa luonnollista kysymystä, mutta kysymykseni palautui kuvaamaani ongelmaan. Kun huomasin tämän, olin tyytyväinen, sillä luulin, että ratkaisu onnistuu tunnissa.

Oletin, että ratkaisu olisi triviaali, kun ongelma oli noin yksinkertainen esittää. Ratkaisu löytyisi jonkin yksinkertaisen päättelyn kautta, ehkäpä laatikkoperiaatteesta. Ratkaisu ei kuitenkaan syntynyt tunnissa, enkä ole vieläkään sitä ihan löytänyt. Ja aika moni muukin on yrittänyt onnistumatta. Olen onnistunut todistamaan, että jonon enimmäispituus on

korkeintaan  $n^2/\log^*(n)$ .  $\log^*(n)$  on omituinen funktio. Se on k:n potenssifunktion  $2^{2^2}$ , missä eksponentteja on k kappaletta, käänteisfunktio. Potenssifunktio kasvaa huikean nopeasti. Myös käänteisfunktio kasvaa, mutta äärimmäisen hitaasti.

Ongelma on erittäin mielenkiintoinen, koska siihen yhdistyy koko joukon erityyppisiä kombinatoriikan kysymyksiä. Se ulottuu alueelle, jossa on Szemerédin vaikutusta ja se käyttää hyväksi erästä Ruzsan ja Szemerédin todistamaa tulosta. Tuo kummallinen  $\log^*(n)$ -funktio on peräisin tuontyyppisestä matematiikasta. Pidän erikoisesti tästä tuloksesta, koska se muodostaa taas uuden käänteen tuolla matematiikan alueella, jossa kauniisti vuorovaikuttavat kombinatoriikka, todennäköisyyslaskenta, geometria ja lukuteoria.

Diaz-Lopez: Minkä neuvon antaisit jatko-opiskelijoille?

Loh: On äärimmäisen tärkeää valita oikea työnohjaaja. Olin onnekas: nautin todella työskentelystä Bennyn [Sudakov] kanssa. Tapasin häntä tiheään. Tapasin hänet useammin kuin kerran päivässä, mikä on kyllä aika epätavallista. Tämä johtui siitä, että minusta oli hauskaa tehdä matematiikkaa matematiikan laitoksen yleisissä tiloissa, ja hän sitten tuli aina hakemaan kahvia tai jotain ja samalla kysyi, miten menee, mikä on uusi tulos. Ja oli syytä olla uusia tuloksia! Mutta toisaalta hän on oikein hyväsydäminen ihminen. Sanoisin, että työnohjaaja on tärkein.

Diaz-Lopez: Kaikki matemaatikot ovat joskus masentuneita. Miten sinä hoidat sen?

Loh: Asia tulee yleensä esiin, kun tuntee painetta saada jotain pikaisesti aikaan. Yleensä sellaisen paineen alla ollessa tuntee pettymystä. Yleensä pyrin olemaan joutumatta tuollaiseen tilanteeseen. Parempi on tuottaa jatkuvasti jotain, niin sellaista tilannetta ei pääse syntymään. Ja lisäksi. Sanoin, että pohdin mielelläni mielenkiintoisia kysymyksiä. Jos ratkaisen jonkin ongelman kovin nopeasti, niin ei se niin mielenkiintoinen ollutkaan. Toisaalta, jos ongelma on mielenkiintoinen, niin istun mielelläni mukavassa tuolissa ja leikittelen sillä. On kuin katselisi timanttia. Sitä katselee eri suunnista ja ihailee. En turhaudu, vaikken ratkaisisikaan ongelmaani, koska vaikeahan sen piti ollakin.

**Diaz-Lopez**: Olet saanut monia huomionosoituksia ja palkintoja. Mikä niistä on ollut merkityksellisin ja miksi?

Loh: En välitä palkinnoista. Olen aina lähtenyt seuraavaa isoa haastetta kohti. Metsästys on tärkeintä. Jos saa kunniakirjan, se vain riippuu kehyksissä seinällä. Jotkin asiat ovat vaikuttaneet elämääni, mutteivät psykologiaani. Esimerkiksi kun olin lukiossa, satuin pääsemään Kansainvälisiin matematiikkaolympialaisiin USA:n joukkueessa. Lahjakkaiden lukiolaisten löytäminen on hyvin hankalaa, joten yliopistot käyttävät hyväksi tämänkaltaisia tietoja. Kilpailumenestys varmaankin avasi minulle ovia. Mutta en usko, että se sai minut tuntemaan itseni hyväksi matematiikassa. Jos se jotain opetti, niin sen, että on monia minua etevämpiä.

## Expii

Diaz-Lopez: Yksi projekteistasi on Expii.

Loh: Expiin historia on hyvin mielenkiintoinen. Minusta tuli USA:n matematiikkaolympiajoukkueen valmentaja pari vuotta sitten. Mietin, mikä olisi strategiani ja pohdin vaihtoehtoja. Olisi yksinkertaista valita Yhdysvaltain 100 parasta ja valmentaa heitä tosi ankarasti. Se ei olisi minun tyyliäni. Halusin tehdä jotain, joka auttaisi useampia. Toinen strategia olisi kohottaa matemaattisten kykyjen lähtötasoa USA:ssa ja maailmassa. Expii on yritys antaa jokaiselle automaattinen opettaja taskuun. Tavoitteemme on massiivinen maailmanlaajuinen opetus, kaikkien maailman 7 miljardin ihmisen opettaminen. Ajatuksena on käyttää älypuhelimia tuottamaan automaattista apua matematiikassa ja luonnontieteissä. Meillä on kymmenentuhatta aihetta ja joka aiheesta pyrimme saamaan avoimella crowdsourcingilla, joukkoistamisella, ohjeen siitä, kuinka juuri tuota aihetta aihetta tulisi käsitellä. Enemmänkin: emme vain etsi joukkoistamalla yhtä tapaa opettaa jotakin asiaa, vaan etsimme kaikenlaisia tapoja ja tyylejä ja äänestämme saadaksemme selville suosituimmat. Tämä on ikään kuin matematiikan ylivuoto. Olennaisesti äänestämme kiinnostavimmista tavoista käsitellä eri aiheita. Ja kiinnostavuus on tärkeää, koska jos tavoite on saada useampia innostumaan matemaattisista tieteistä, niin on oltava selityksiä, jotka ovat hauskoja ja kiinnostavia. Käytämme äänestyksiä saadaksemme globaalia tilastotietoa siitä, mitkä ovat jännittävimmät tavat esittää asioita. Tällaisen järjestelmän olemme jo rakentaneet.

Rakennamme järjestelmään muitakin ominaisuuksia. Hiljattain julkaisimme Expii Solven, jonka toivon olevan hyödyllinen suurelle yleisölle. Expii Solve on sellainen Expiin osio, jossa julkaisen joka viikko viisi mielenkiintoista matematiikan ongelmaa ihmisten mietittäväksi. Kysymysten vaikeusasteikko on eksponentiaalinen. Ensimmäisen kysymyksen voi kuka tahansa ymmärtää. Sen avulla yritämme saada useampia ihmisiä kiinnostumaan matematiikasta. Tässä on esimerkki esittämästämme ongelmasta:

Kun kävelee pitkin Wisconsinin Madisonin katuja, voi nähdä maitogallonia pitkin katujen varsia kautta kaupungin, ehkä 20 mailin matkalla. Jos kaikki maito kaadettaisiin yhteen isoon astiaan, niin minkä kokoinen sen pitäisi olla? Vaihtoehtoina ovat postiauto, tyypillinen amerikkalainen omakotitalo, Valkoinen Talo, Gizan pyramidi, Fudžijama-vuori ja valkea kääpiötähti.

Tällaisen kysymyksen ymmärtävät useimmat ihmiset, ja se on sommiteltu herättämään kiinnostusta matematiikkaan, koska se on hyvin visuaalinen ja ymmärrettävä. Useimmat arvaavat, että oikea vastaus olisi pyramidi, mutta sehän on liian suuri. Toiseksi suosituin vastaus on Valkoinen Talo, mutta sekin on liian suuri. Oikea vastaus on tyypillinen amerikkalainen omakotitalo, mikä on oikeastaan aika yllättävää. Ensimmäistä kysymystä voi jokainen lähestyä, mutta myös matematiikka hallitsevat voivat siinä erehtyä. Kysymyksen tarkoitus on haastaa intuitiota ja toivon mukaan koukuttaa ihmisiä matematiikkaan. Sitten tietysti kysymykset 2, 3, 4 ja 5 ovat järjestyksessä aina vaikeampia. Rakensimme tällaisen motivoidaksemme ihmisiä ja yrittääksemme sysiä heitä vähän pidemmälle matematiikkaan.

## Kansainväliset matematiikkaolympialaiset

**Diaz-Lopez**: Siirrytäänpä toiseen projektiin. Olet ollut mukana USA:n matematiik-kaolympiaohjelmassa vuodesta 2002. Viime vuonna (2015) menestyit erinomaisesti, kun USA:n joukkue voitti Kansainväliset matematiikkaolympialaiset. Miksi olet mukana tässä projektissa ja mitä muuta haluaisit saavuttaa?

Loh: Ensinnäkin sanoisin, etten minä mitään saavuttanut vuonna 2015. En saanut yhtään pistettä. Joukkue saavutti voiton, ja sille kuuluu kaikki tunnustus. Mutta palatakseni kysymykseen, pidän projektista, koska olen aina pitänyt opetuksesta ja minusta on hauskaa auttaa muita saavuttamaan mahdollisimman paljon. Kuljin tuon putken läpi itse opiskelijana, ja sain siitä paljon. Kohtasin paljon mielenkiintoista matematiikkaa ja tapasin monia mielenkiintoisia ihmisiä, joten kansallisena päävalmentajana toimiminen on eräässä mielessä velanmaksua. Olen aina tuntenut tarvetta maksaa takaisin kaikille jotka ovat minua eri tilanteissa auttaneet. Matematiikkaolympialaisten piiri on tässä mielessä valtava.

Arvioin olympiavalmennusohjelman menestystä sen perusteella, tuleeko osallistujista onnistuneita ihmisiä. En puhu nyt siitä, voittaako olympialaisissa, tarkoitan menestystä elämässä. Itse asiassa, kun minulle tarjottiin päävalmentajan tehtävää, varoitin MAA:ta [Mathematical Association of America] siitä, että saatamme menestyä aiempaa heikommin, koska aion kertoa kaikille, että emme keskity olympialaisiin. Ajattelemme sitä, että edessä on pitkä matka, on paljon mielenkiintoista matematiikkaa ja kansallisessa valmennuksessamme puhumme sekä korkeammasta matematiikasta että kilpailumatematiikasta. Ajattelemme pitkällä tähtäimellä. MAA otti riskin. Satuimme voittamaan, koska kilpailijamme olivat todella vahvoja, mutta lopullinen tavoitteeni on, että valmennus tuottaisi elämässään menestyviä yksilöitä.

**Diaz-Lopez**: Perinteisesti matematiikkaolympialaisten osallistujat ovat miespuolisia. Onko sinulla mitään ideoita osallistujajoukon monipuolistamiseksi?

Loh: Tämä huolettaa minuakin. Jotakin voitaisiin tehdä heti. On kilpailuja, joihin pyritään saamaan osallistujiksi tiettyjä ryhmiä. Tällaisten kilpailujen alkuunpanijoilla on yleensä jokin tietty kohderyhmä, ja he pyrkivät kohentamaan näihin ryhmiin kuuluvien suorituksia. Minusta tämä on hienoa; mitä enemmän tällaisia on, sen parempi. Matematiikkaolympialaisten piirissä on ohjelmia, joiden kautta pyritään lisäämään tyttöjen osuutta kansallisessa matematiikkaolympiavalmennusohjelmassa, jotta saataisiin altistettuja enemmän tyttöjä kilpailujen todistamismatematiikalle. Kansainvälisiin matematiikkaolympialaisiin päästäkseen on ensin menestyttävä puhtaasti laskennollisissa kokeissa ja sitten äkkiä tulee vastaan koe, jossa on todistettava. Valikoituminen tapahtuu pääosin sellaisten tehtävien perusteella, jotka ovat erilaisia kuin tehtävät matematiikkaolympialaisissa tai myöhemmin vastaan tulevassa matematiikassa. Yritämme saada aikaan muutosta tässä.

Henkilökohtaisesti kuitenkin luulen, että Expii on tehokkain keino. Siksi olen ryhtynyt sitä rakentamaan. Expiin ytimeen on rakennettu se, että mitä tahansa asiaa voidaan selittää niin monella eri tavalla kuin vain itse kukin haluaa. Toivoni on, että saamme yhä enemmän selityksiä ja että hyviä selityksiä kirjoittavat eri taustoja omaavat ihmiset. Vertainen oppii vertaiselta. Voihan käydä niin, että parhaan selityksen toisen asteen yhtälön ratkaisukaavalle kirjoittaa nainen. Eikö olisikin hienoa? Se antaisi vahvan viestin. Toivon siis, että

Expii olisi tehokas lisäämään monipuolisuutta USA:n matematiikkaolympiaohjelmassa.

Diaz-Lopez: Jokin loppukommentti?

Loh: Mielestäni matematiikka on äärimmäisen voimakasta. Jokainen, joka on harjaantunut matematiikassa on opetettu ajattelemaan hyvin luovasti ja on omaksunut mahtavan keinon päätellä abstraktisti, rakentaa apulauseesta apulauseeseen ja taas apulauseeseen. Matematiikka on kaiken tämän ajattelun ja logiikan ydin, joten meidän tulisi rohkaista kaikkia opiskelemaan matematiikkaa. Itse asiassa sanon usein leikilläni, että meidän tulisi alkaa suuri uudelleennimeämiskampanja. Meidän ei pitäisi kutsua sitä, mitä teemme "matematiikaksi". Jos nyt menen kysymään vastaantulijalta kadulla, mitä on matematiikka, saan luultavimmin vastaukseksi jotain sellaista kuin  $7 \cdot 6 = 42$ . Mutta eihän matematiikka ole algoritmien ulkoa osaamista, matematiikka on ajattelua. Matematiikka tulisi nimetä uudelleen ajattelemiseksi. Silloin ei kukaan voisi sanoa "En pidä ajattelemisesta, en ole koskaan yrittänyt ajatella."