

Lukion matematiikkakilpailun alkukilpailun perussarja

2009

- 1. Marjoja myytiin rasioissa, jotka oli hinnoiteltu marjatyypin mukaan. 2 rasiaa vadelmia, 2 rasiaa herukoita ja 1 rasia mustikoita maksoi yhteensä 8 ∈ 1 rasia vadelmia, 3 rasiaa herukoita ja 1 rasia mustikoita maksoi 7,5 ∈ 1 ja annos, jossa oli 2 rasiaa vadelmia ja 3 rasiaa mustikoita, maksoi 7 ∈ 1 Kuinka paljon maksoi yhteensä 3 rasiaa vadelmia, 2 rasiaa herukoita ja 3 rasiaa mustikoita?
- **2.** Täydennä alla oleva ruudukko niin, että siinä esiintyvät kaikki luvut $1, 2, \ldots, 16$ ja jokaisen vaaka- ja pystyrivin lukujen summa on sama. Etsi kaikki eri tavat täydentää ruudukko.

4			
9			8
7	2	10	

- **3.** Neliöpohjaisen laatikon pohjalle sijoitetaan kaksi ympyränmuotoista kiekkoa. Kiekkojen säde on r. Mikä on pienin mahdollinen laatikon sivu a?
- **4.** Määritä kaikki tavat lausua 2009 kahden positiivisen kokonaisluvun neliöiden (eli toisten potenssien) erotuksena.

Laskuaikaa on 100 minuuttia.

Tee kukin tehtävä omalle konseptiarkin sivulleen. Merkitse koepaperiin selvästi tekstaten oma nimesi ja yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).



Lukion matematiikkakilpailun alkukilpailun välisarja

2009

1. Täydennä alla oleva ruudukko niin, että siinä esiintyvät kaikki luvut $1, 2, \ldots, 16$ ja jokaisen vaaka- ja pystyrivin lukujen summa on sama. Etsi kaikki eri tavat täydentää ristikko.

4			
9			8
7	2	10	

- 2. Tasakylkisen kolmion korkeusjana halkaisijana piirretään ympyrä. Mihin suhteeseen sen kehä jakaa leikkaamansa sivut, kun kolmion kanta ja korkeus ovat yhtä suuret?
- **3.** Viisi tasavahvaa pelaajaa pelaa keskenään yksinkertaisen sarjan pelejä, jotka päättyvät jommankumman pelaajan voittoon ja joissa molempien voittotodennäköisyys on $\frac{1}{2}$. Pelit ovat keskenään toisistaan riippumattomia. Mikä on todennäköisyys, että kukin voittaa kaksi peliä?
- 4. Määritä kaikki tavat lausua 2009 kahden positiivisen kokonaisluvun kuutioiden (eli kolmansien potenssien) erotuksena.

Laskuaikaa on 100 minuuttia.

Tee kukin tehtävä omalle konseptiarkin sivulleen. Merkitse koepaperiin selvästi tekstaten oma nimesi ja yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).



Lukion matematiikkakilpailun alkukilpailun avoin sarja



- 1. Suorakulmaisen kolmion kateetit ovat 10 ja 24. Suuremmalla kateetilla oleva piste keskipisteenä piirretään ympyräviiva, joka sivuaa toista kateettia ja hypotenuusaa. Laske ympyrän säde.
- **2.** Kolmion sivujen pituudet muodostavat geometrisen jonon, jonka suhde on q. Osoita, että $\sqrt{5}-1<2q<\sqrt{5}+1$.
- **3.** Määritä kaikki tavat lausua 2009 kahden positiivisen kokonaisluvun kuutioiden (eli kolmansien potenssien) erotuksena.
- 4. Osoita, että 10 suomalaista voi soittaa 10 ruotsalaiselle 30 puhelua niin, että
 - 1) kukaan ei soita kellekään kahdesti ja
- 2) mitkään kaksi suomalaista eivät soita keillekään kahdelle ruotsalaiselle kaikkia mahdollista neljää puhelua.

Laskuaikaa on 100 minuuttia.

Tee kukin tehtävä omalle konseptiarkin sivulleen. Merkitse koepaperiin selvästi tekstaten oma nimesi ja yhteystietosi (koulun nimi, kotiosoite ja sähköpostiosoite).