Oulun seutukunnan seitsemäsluokkalaisten MATEMATIIKKAKILPAILU 9.-13.2.2015

	RATKAISUITA				
1. Laske 13579 +	- 2468.				
a) 15037	b) 15047	c) 16047	d) 16147	e) 17147	
Ratkaisu. 13579	+2468 = 160	47.			
0					

2. Laske $57 \cdot 63$.

- **a)** 3591 **b**) 3597 **c)** 3601 **d)** 3621 e) 3691 **Ratkaisu.** $57 \cdot 63 = 3591$.

3. Mitä on
$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}?$$
 a) $\frac{11}{6}$ b) -1 c) 0 d) $\frac{3}{6}$ e) $\frac{2}{5}$

Ratkaisu.

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{6}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{11}{6}.$$

4. Maija tarvitsee särkylääkettä. Hän löytää lääkekaapista kahdenlaisia kapseleita: sellaisia, joissa vaikuttavaa ainetta on $600\,\mathrm{mg}$ ja sellaisia, joissa vaikuttavaa ainetta on $200\,\mathrm{mg}$. Hän laskee, että hänen pitäisi ottaa $\frac{2}{3}$ sellaista kapselia, jossa on $600\,\mathrm{mg}$ vaikuttavaa ainetta. Jos hän ottaakin 200 mg kapseleita, niin kuinka monta kapselia hänen pitäisi ottaa?

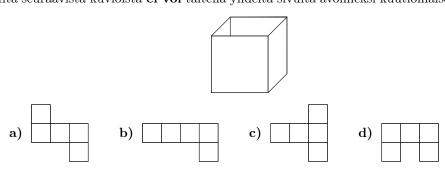
a) 0 **b)** 1 **c)**
$$\frac{3}{2}$$
 d) 2 **e)** 3

Ratkaisu. d) Jos ottaa $\frac{2}{3}$ kapselista, jossa on 600 mg vaikuttavaa ainetta, saa 400 mg vaikuttavaa ainetta. Saman annoksen saa ottamalla kaksi 200 mg kapselia.

5. Valtionvarainministeriö kirjoitti 3.12.2014 kotisivuillaan näin: "Talousarvioesityksessä varsinaisiksi tuloiksi ilman nettolainanottoa arvioidaan 47,2 miljardia euroa". Montako numeroa on luvussa 47,2 miljardia, kun se kirjoitetaan auki numeroina ilman kymmenen potenssia?

Ratkaisu. Luku on 47200000000, joten siinä on 11 numeroa.

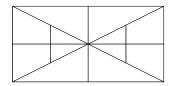
6. Mitä seuraavista kuvioista \mathbf{ei} voi taitella yhdeltä sivulta avoimeksi kuutiomaiseksi laatikoksi?



e) Kaikki neljä edellistä voi taitella halutulla tavalla laatikoksi.

Ratkaisu. Kuvioiden a), b) ja c) kuviot voi helposti taitella halutunlaiseksi laatikoksi, d)-kohdan laatikkoa ei voi.

7. Kuinka monta kolmiota kuvassa näkyy?



a) 14

b) 16

c) 18

d) 20

e) 22

Ratkaisu. Jokainen kuvan kolmio on joko tasakylkinen tai suorakulmainen. Lasketaan nämä

Jokaisen tasakylkisen kolmion kanta on joko vaakasuora tai pystysuora. Vaakasuora kanta on tasan kahdella kolmiolla, pystysuora tasan neljällä kolmiolla. Tasakylkisiä kolmioita on siis kuusi

Koko suorakaiteen suuruisia suorakulmaisia kolmioita on neljä kappaletta. Jokainen pienempi suorakulmainen kolmio kuuluu joko vasempaan tai oikeaan puolikkaaseen, joten riittää laskea edelliseen kuuluvat. Näitä on kuusi kappaletta. Pieniä suorakulmisia kolmioita on siis 12 kappaletta, kaikkia suorakulmaisia kolmioita 16 kappaletta.

Yhteensä kolmioita on siis 16 + 6 = 22 kappaletta.

- 8. Junan nopeus on 100 km/h, ja junan pituus on 100 metriä. Junan nokka ohittaa liikennemerkin. Kuinka kauan kestää ennen kuin koko juna on ohittanut liikennemerkin?
 - a) 0,1 sekuntia b) 1 sekunti c) 3,6 sekuntia d) 40 sekuntia e) 1 minuutti

Ratkaisu. Junan nopeus on 100 km/h, eli 100000 m/h, siispä sadan metrin ajaminen vie tuhannesosan tunnista. Tunnissa on 3600 sekuntia, joten aikaa menee sadan metrin ajamiseen 3,6 sekuntia.

- 9. Mikä seuraavista luvuista on pienin?

- a) $\frac{1}{1} + \frac{1}{7}$ b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$ e) Ne ovat kaikki yhtä suuria.

Ratkaisu. Lasketaan $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{8}{12}$, $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{7}{12}$ ja $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$, jolloin voi vertailla

$$1 + \frac{1}{7} > 1 > \frac{8}{12} > \frac{7}{12} > \frac{1}{2} > \frac{2}{5}.$$

- $10.\,$ Jalkapalloturnauksessa jokainen joukkue pelaa jokaista muuta joukkuetta vastaan tasan kerran. Jos turnauksessa pelataan yhteensä 6 peliä, niin montako joukkuetta on mukana?
 - **b**) 4 **a**) 3
- **c**) 5
- **d**) 6
- e) 7

Ratkaisu. Joukkueiden määrän kasvaessa pelejä pelataan enemmän. Neljällä joukkueella, sanokaamme joukkueilla A, B, C ja D, pelejä pelataan kuusi, nimittäin AB, AC, AD, BC, BD ja

- **11.** Mikä on pienin positiivinen kokonaisluku muotoa 4n + 9m, kun $m, n = 0, 1, 2, 3, \dots$?
 - **a)** 13
- **b**) 9
- **c**) 2
- **d**) 4

Ratkaisu. Lausekkeen pienin arvo on 4, joka saadaan kun n = 1 ja m = 0.

- 12. Suorakaiteen muotoisen aitauksen pitkä sivu on kolme kertaa lyhyen sivun mittainen. Aitauksen pinta-ala on 75 m². Laske sen piiri (aitojen yhteenlaskettu pituus).
- **b)** 40 m
- **c)** 42 m
- **d)** 45 m
- **e**) 50 m

Ratkaisu. Olkoon suorakaiteen lyhyt sivu x metriä pitkä, jolloin sen pitkä sivu on siis 3x metriä pitkä. Suorakaiteen ala on nyt $75 \,\mathrm{m}^2 = x \cdot 3x = 3x^2$, jolloin $x^2 = 25 \,\mathrm{m}^2$, ja on oltava $x = 5 \,\mathrm{m}$. Suorakaiteen piiri on siis

$$x + 3x + x + 3x = 8x = 8 \cdot 5 \,\mathrm{m} = 40 \,\mathrm{m}$$
.

13. Pussissa on 1/4 vihreitä, 1/3 sinisiä ja 1/6 keltaisia ja loput 3 kpl violetteja palloja. Montako keltaista palloa pussissa on?

 $\mathbf{Ratkaisu.}$ Olkoon pussissa x palloa. Silloin

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} + 3 = x$$
, eli $\left(\frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{2}{12}\right)x + 3 = x$,

eli

$$\frac{3x}{4} + 3 = x$$
, eli edelleen $\frac{x}{4} = 3$.

Palloja on siis oltava 12 kappaletta, jolloin niistä 3 on vihreitä, 4 sinisiä, 2 keltaisia, ja 3 violetteja.

14. Montako sellaista kaksinumeroista lukua on olemassa, joissa kymmeniä merkitsevä numero on suurempi kuin yksiköitä merkitsevä?

Ratkaisu. Halutunlaisia numerolla 1 alkavia lukuja on vain yksi, nimittäin luku 10. Halutunlaisia numerolla 2 alkavia lukuja on täsmälleen kaksi, nimittäin 20 ja 21. Samoin numerolla 3 alkavia lukuja on kolme kappaletta, numerolla 4 alkavia neljä kappaletta, ..., ja lopuksi numerolla 9 alkavia lukuja yhdeksän kappaletta. Yhteensä halutunlaisia lukuja on siis

$$1 + 2 + 3 + \ldots + 9 = 45$$
 kappaletta.

15. Kirjoitetaan luvuista $1, 2, 3, \ldots, 98, 99, 100$ ne, joiden kirjoittamiseen tarvitaan vähintään toinen numeroista 2 ja 5. Kuinka monta lukua kirjoitetaan?

Ratkaisu. Kirjoitetaan siis luvut $2,5,12,15,\ldots,92,95$. Tällaisia on yhteensä 20 kappaletta. Lisäksi kirjoitetaan luvut 20,21,23,24,26,27,28,29 ja 50,51,53,54,56,57,58,59. Tällaisia lukuja on 16 kappaletta. Yhteensä kirjoitetaan siis 36 lukua.