FINAL 2017

- 1. En byggnad som ser ut som ett rätblock är 3 m hög, 6 m lång och 20 m bred. Om man vill bygga en stuga som också ser ut som ett rätblock, och som är 2,5 m hög och som har hälften av den ursprungliga byggnadens volym, hur stor kommer arean av den nya byggnadens golv att vara?
- **2.** Vi definierar att $\lfloor x \rfloor$ betyder det största heltal som är mindre eller lika stort som talet x. Till exempel $\lfloor 1 \rfloor = 1$ och $\lfloor \frac{1}{2} \rfloor = 0$. Vidare definiera $\{x\} = x \lfloor x \rfloor$.
 - a) Beräkna $\left\{\frac{1}{10}\right\}$, $\left\{2 \cdot \frac{1}{10}\right\}$, $\left\{3 \cdot \frac{1}{10}\right\}$ och $\left\{11 \cdot \frac{1}{10}\right\}$.
 - b) Hur många heltal k, sådana att $1 \leqslant k \leqslant 2017$ uppfyller kravet $\{k \cdot \frac{1}{10}\} = \frac{7}{10}$?
- 3. I en liten by ljuger varje invånare eller berättar sanningen enligt följande: Varannan fras är sann, och varannan falsk. Det går en stor väg genom byn och byggnaderna ligger efter varandra vid vägen. Varje byggnad har olik färg. En resenär kommer till byn och börjar diskutera med olika människor han ser i byn. Invånarna berättar honom följande (den första frasen kan vara sann eller falsk, resenären kan inte veta detta i förhand):

Invånare 1:

- 1. Det finns 4 byggnader i byn.
- 2. Den tredje byggnaden från vänster är grå.
- 3. Den tredje byggnaden från höger är svart.
- 4. Den femte byggnaden från höger är orange.

Invånare 2:

- 1. Det finns 5 byggnader i byn.
- 2. Den andra byggnaden från vänster är gul.
- 3. Den andra byggnaden från höger är röd.
- 4. Den andra byggnaden från vänster är svart.

Invånare 3:

- 1. Det finns 6 byggnader i byn.
- 2. Byggnaden längst till höger är gul.
- 3. Den andra byggnaden från vänster är blå.
- 4. Den andra byggnaden från vänster är grön.

Hur många byggnader finns det i byn, och i vilken ordning?

- **4.** Ett primtal är ett naturligt tal, som är större än 1 och som inte har några andra positiva delare än 1 och talet självt. Till exempel, talen 2 och 3 är primtal, men 6 och 1 är inte. Är talet 2017 en summa av två primtal?
- **5.** De tre största kommunerna i Finland är Enare, Sodankylä ja Enontekis. En person vill besöka varje kommun på sommarlovet. Han reser från Åbo, och avslutar resan i Åbo. Vilken är den bästa ordningen att besöka varje kommun om resenären vill köra så litet som möjligt (i km)? Avständen mellan olika kommuner kan finns i följande tabell:

| Kommuner | Distans |
|-------------------------|-------------------|
| Åbo och Enare | $1170\mathrm{km}$ |
| Åbo och Sodankylä | $970\mathrm{km}$ |
| Åbo och Enontekis | $1090\mathrm{km}$ |
| Enare och Sodankylä | $200\mathrm{km}$ |
| Enare och Enontekis | $245\mathrm{km}$ |
| Sodankylä och Enontekis | $225\mathrm{km}$ |