

5. pohjoismainen kilpailu ???.1991

1. Määritä luvun

$$2^5 + 2^{5^2} + 2^{5^3} + \dots + 2^{5^{1991}}$$

kaksi viimeistä numeroa, kun luku kirjoitetaan kymmenjärjestelmässä.

2. Puolisuunnikkaassa $ABCD$ ovat sivut AB ja CD yhdensuuntaiset ja E on sivun AB kiinteä piste. Määritä sivulta CD piste F niin, että kolmioiden ABF ja CDE leikkauksen pinta-ala on mahdollisimman suuri.

3. Osoita, että

$$\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < \frac{2}{3}$$

kaikilla $n \geq 2$.

4. Olkoon $f(x)$ kokonaislukukertoiminen polynomi. Oletetaan, että on olemassa positiivinen kokonaisluku k ja k peräkkäistä kokonaislukua $n, n+1, \dots, n+k-1$ siten, että mikään luvuista $f(n), f(n+1), \dots, f(n+k-1)$ ei ole jaollinen k :lla. Osoita, että $f(x)$:n nollakohdat eivät ole kokonaislukuja.