Version: Finnish

## 45. Kansainväliset Matematiikkaolympialaiset

Toinen päivä

Tiistai, 13. heinäkuuta 2004

**Tehtävä 4.** Olkoon  $n \geq 3$  kokonaisluku ja olkoot  $t_1, t_2, \ldots, t_n$  positiivisia reaalilukuja, joille on voimassa

$$n^2 + 1 > (t_1 + t_2 + \dots + t_n) \left( \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \dots + \frac{1}{t_n} \right).$$

Osoita, että  $t_i,\, t_j,\, t_k$  ovat kaikilla  $i,\, j,\, k,\, 1 \leq i < j < k \leq n,$  kolmion sivujen pituuksia.

**Tehtävä 5.** Kuperan nelikulmion ABCD lävistäjä BD ei ole kulman ABC eikä kulman CDA puolittaja. Piste P on nelikulmion ABCD sisällä ja toteuttaa ehdot

$$\angle PBC = \angle DBA$$
 ja  $\angle PDC = \angle BDA$ .

Todista, että ABCD on jännenelikulmio, jos ja vain jos AP = CP.

**Tehtävä 6.** Positiivista kokonaislukua kutsutaan *vuorottelevaksi*, jos sen kymmenjärjestelmäesityksessä jokaisesta kahdesta peräkkäisestä numerosta toinen on parillinen ja toinen pariton.

Määritä kaikki positiiviset kokonaisluvut, joilla on vuorotteleva monikerta.

Kokeen kestoaika 4 tuntia 30 minuuttia. Jokaisen tehtävän enimmäispistemäärä on 7.