Version: Finnish

Toinen päivä, 26. heinäkuuta 2007

- **4. tehtävä.** Kolmion ABC kulman BCA puolittaja leikkaa kolmion ympäri piirretyn ympyrän myös pisteessä R, kolmion sivun BC keskinormaalin pisteessä P ja sivun AC keskinormaalin pistessä Q. Sivun BC keskipiste on K ja sivun AC keskipiste on L. Osoita, että kolmioilla RPK ja RQL on sama ala.
- **5. tehtävä.** Olkoot a ja b positiivisia kokonaislukuja. Todista, että jos luku 4ab-1 on luvun $(4a^2-1)^2$ tekijä, niin a=b.
- **6. tehtävä.** Olkoon n positiivinen kokonaisluku. Tarkastellaan kolmiulotteisen avaruuden $(n+1)^3-1$ pistettä sisältävää joukkoa

$$S = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \{0, 1, \dots, n\}, x + y + z > 0\}.$$

Mikä on pienin määrä tasoja, joiden yhdiste sisältää joukon S pisteet, muttei pistettä (0,0,0)?

Työaikaa $4\frac{1}{2}$ tuntia. Jokaisen tehtävän maksimipistemäärä on 7.