# Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet

Elektro-, IKT og Stærkstrøm-Ingeniørstudiet

| | |
|---|---|
| Eksamenstermin: | Q2 eksamen – vinter 2016-17 |
| Prøve i: | ETSMP |
| Dato: | 21/12 -2016 |
| Varighed: | 3 timer |
| Underviser: | Gunvor Elisabeth Kirkelund |

**Ingeniørhøjskolen udleverer:**
2 omslag samt papir til kladde og renskrift. Der skal udfyldes og afleveres 2 omslag.
Du bedes krydse af på omslaget, om du har afleveret håndskrevet, i digital eksamen eller begge dele.

**Praktiske informationer:**

**Digital eksamen**
Denne eksamen er en del af "Digital Eksamen". Det betyder, at opgaven udleveres og afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen afleveres dog i de udleverede omslag, I Digital eksamen skal opgaven afleveres i PDF-format.

Hvis du afleverer alt håndskrevet, **SKAL** du uploade, og aflevere, et dokument i Digital eksamen, hvor der står at du har afleveret i hånden.

Husk angivelse af navn og studienummer på <u>alle</u> sider, samt i dokumenttitel/filnavn

**Hjælpemidler:**
Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er **IKKE** tilladt at kommunikere med andre digitalt.

Særlige bemærkninger:
**Der vil ved bedømmelsen af opgaverne blive lagt vægt på, at den benyttede fremgangsmåde tydeligt fremgår af besvarelsen og at svarene begrundes. Opnås resultater ved hjælp af lommeregner eller computer, skal dette oplyses i besvarelsen.**

**Ved bedømmelsen vægtes alle delopgaver ens.**

# Opgave 1: Stokastiske Variable

En diskret stokastisk variabel $X$ har følgende tæthedssfunktion (pmf):

| x | -1 | 1 | 7 |
|---|---|---|---|
| $f_X(x)$ | $k$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{1}{8}$ |

1) For hvilken værdi af $k$ er $f_X(x)$ en gyldig tæthedsfunktion? Begrund svaret.

2) Antag at $k = \frac{1}{8}$, find fordelings funktionen (cdf) $F_X(x)$ for $X$. Skitsér $F_X(x)$.

3) Brug $f_X(x)$ til at finde forventningsværdien $E[X]$ og standard afvigelsen $\sigma_X$ for $X$. Antag at $k = \frac{1}{8}$.

4) Hvis en funktion er defineret som $g(X = x) = 3 \cdot x^2$. Find forventningsværdien $E[g(X = x)]$. Antag at $k = \frac{1}{8}$.

5) Angiv hvilke værdier $X$ kan antage.

**<u>Opgaverne fortsætter på næste side</u>**

# Opgave 2: Stokastiske Processer

En kontinuer stokastisk process er givet ved:

$$X(t) = w(t)$$

Hvor $w(t)$ er i.i.d uniformt fordelt efter $w(t) \sim U(-2, -1)$.

1) Den stokastiske process $X(t)$ er samplet hvert sekundt, skitsér 6 samples fra 0 - 5 s af én realisation. Angiv hvorledes realisationen er fremkommet, brug en tilfældighedsgenerator, f.eks. rand() i matlab.

2) Bestem ensemble middelværdien og ensemble variansen for processen $X(t)$.

3) Opskriv formlen til at bestemme den tidslige middelværdi for processen $X(t)$.

4) Angiv om processen $X(t)$ er WSS (stationær i den brede forstand) og om den er ergodisk. Begrund dine svar.

**<u>Opgaverne fortsætter på næste side</u>**

# Opgave 3: Sandsynlighedsregning

En HIV test baseret på spyt er positiv i 92% af tilfældene, givet at man er HIV smittet. Den samme test er negativ i 98% af tilfældene, givet at man er ikke er HIV smittet. Af hele befolkningen er 0,1% smittet med HIV.

1) Hvad er sandsynligheden for at en person fra befolkningen både er HIV smittet og har en positiv test?

2) Hvad er den totale sandsynlighed for at en person fra befolkningen har en positiv test?

3) Hvis en person fra befolkningen har en positiv test, hvad er sandsynligheden for, at han er HIV smittet?

4) Er begivenhederne ”At have en positv test” og ”være HIV smittet” uafhængige? begrund dit svar.

**<u>Opgaverne fortsætter på næste side</u>**

# Opgave 4: Statistik

Antal patienter døde af AIDS i DK mellem 1985 - 1994 er angivet ved tabellen. Antal døde er angivet ved "Antal" og årstalet er angivet ved "År"[1].

| **Antal:** | 28 | 46 | 44 | 63 | 104 | 148 | 172 | 187 | 223 | 236 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **År:** | 1985 | 1986 | 1987 | 1988 | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |

1) Hvad er den empiriske middelværdi og den empiriske varians for antallet af døde AIDS patienter?

2) Plot data fra tabellen. Anvend lineær regression til at bestemme en model for data, angiv hvorledes modellens parametre er beregnet (skæringen med y-aksen og hældningen af den lineære model). Indtegn desuden den rette linie på plottet.

3) Lav en residualtegning for modellen fra 2) på en graf. Angiv desuden hvordan residualerne på grafen beregnes.

4) Beregn et 95% konfidensinterval for hældningen.

**<u>Opgaverne fortsætter på næste side</u>**

[1] Kilde: http://www.faktalink.dk/titelliste/aids/aidsidan

5) Udfra svaret i opgave 3) og 4), vil du konkludere at antagelsen om linearitet mellem antal døde og årstal er rimelig? Begrund dit svar.

6) Er der nogle årstal, hvor den lineære model ikke kan bruges?

# Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet

Elektro-, IKT-, Stærkstrøm- og Sundhedsteknologi-Ingeniørstudiet

| | |
|---|---|
| Eksamenstermin: | Q2 reeksamen -- vinter 2016/17 |
| Prøve i: | ETSMP |
| Dato: | 23. marts 2017 |
| Varighed: | 3 timer |
| Underviser: | Gunvor Elisabeth Kirkelund/Lars Mandrup |

**Ingeniørhøjskolen udleverer:**
2 omslag samt papir til kladde og renskrift. Der skal udfyldes og afleveres 2 omslag.
Du bedes krydse af på omslaget, om du har afleveret håndskrevet, i digital eksamen eller begge dele.

**Praktiske informationer:**

**Digital eksamen**
Denne eksamen er en del af "Digital Eksamen". Det betyder, at opgaven udleveres og afleveres gennem den digitale eksamensportal.
Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen afleveres dog i de udleverede omslag, I Digital eksamen skal opgaven afleveres i PDF-format.

Hvis du afleverer alt håndskrevet, **SKAL** du uploade, og aflevere, et dokument i Digital eksamen, hvor der står at du har afleveret i hånden.

Husk angivelse af navn og studienummer på **alle** sider, samt i dokumenttitel/filnavn

**Hjælpemidler:**
Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er **IKKE** tilladt at kommunikere med andre digitalt.

**Særlige bemærkninger:**
Der vil ved bedømmelsen af opgaverne blive lagt vægt på, at den benyttede fremgangsmåde tydeligt fremgår af besvarelsen og at svarene begrundes. Opnås resultater ved hjælp af lommeregner eller computer, skal dette oplyses i besvarelsen.

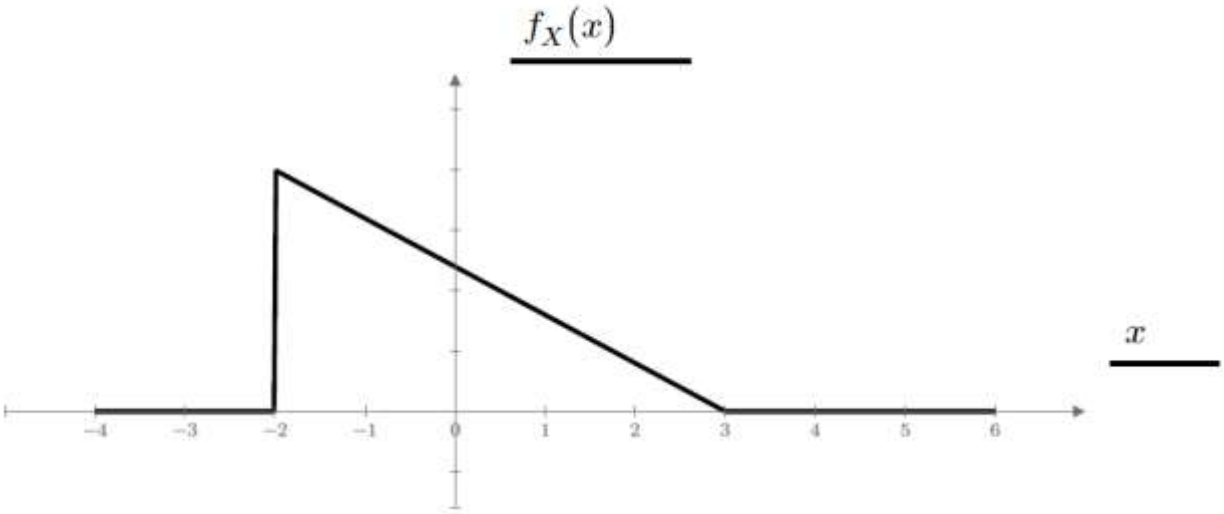
Ved bedømmelsen vægtes alle delopgaver ens.

# Opgave 1: Stokastiske Variable

En kontinuert stokastisk variabel $X$ har følgende tæthedsfunktion (pdf):

$$f_X(x) = \begin{cases} A \cdot x + B & -2 \leq x \leq 3 \\ 0 & ellers \end{cases}$$

1) En skitse af $f_X(x)$ er som på figur 1, hvor det bemærkes at $f_X(3) = 0$.
For hvilken værdi af $f_X(-2) = k$, er $f_X(x)$ en gyldig tæthedsfunktion?
Begrund dit svar.




*Figur 1*

**<u>Opgaverne fortsætter på næste side</u>**

2) Vis at fordelingsfunktionen (cdf) $F_X(x)$ for $X$ er givet ved:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < -2 \\ \frac{A}{2} \cdot x^2 + B \cdot x + C & -2 \le x \le 3 \\ 1 & 3 < x \end{cases}$$

Antag at $A = -\frac{2}{25}$ og $B = \frac{6}{25}$ og $C = \frac{16}{25}$.

3) Brug $f_X(x)$ til at finde forventningsværdien $E[X]$ og variansen ${\sigma_X}^2$ for $X$.

Antag at $A = -\frac{2}{25}$ og $B = \frac{6}{25}$.

4) Hvad er sandsynligheden $\Pr(X < 0)$? Begrund dit svar.

Antag at $A = -\frac{2}{25}$ og $B = \frac{6}{25}$ og $C = \frac{16}{25}$.

**<u>Opgaverne fortsætter på næste side</u>**

# Opgave 2: Stokastiske Processer

En diskret stokastisk process er givet for den $n$´te sample ved:

$$X(n) = W(n) + 0{,}7$$

hvor $W(n)$ er i.i.d. fordelte efter:

| $w(n)$ | -1 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| $f_{W(n)}(w(n))$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |

1) Skitsér 11 samples fra 0 – 10 af én realisation af $X(n)$. Angiv hvorledes realisationen er fremkommet, brug en tilfældighedsgenerator, f.eks. unidrnd() i matlab.

2) Bestem ensemble middelværdien og ensemble variansen for processen $X(n)$.

3) Opstil formlen til at bestemme autokorrelationsfunktionen for $X(n)$.

4) Angiv om processen $X(n)$ er WSS (stationær i den brede forstand), og om den er ergodisk. Begrund dine svar.

**<u>Opgaverne fortsætter på næste side</u>**

# Opgave 3: Sandsynlighedsregning

I et tognet angives forsinkelser til at kunne skyldes blade på skinnerne, signalfejl eller personalemangel. Hændelserne er uafhængige og er ikke disjunkte.

Hvis der opstår en forsinkelse, vil der være blade på skinnerne $\frac{1}{4}$ af gangene, der vil være signalfejl $\frac{1}{2}$ af gangene, og der vil være personalemangel $\frac{1}{4}$ af gangene.

1) Skitsér Venn diagrammet (hændelsesdiagram for udfaldsrummet) for de tre begivenheder, når blade på skinnerne er hændelse A, signalfejl er hændelse B, og personalemangel er hændelse C.

2) Find sandsynligheden $\Pr(A \cap B)$. Dvs. sandsynligheden for, at der både er blade på skinnerne og signalfejl.

3) Find sandsynligheden $\Pr(A \cup B)$. Dvs. sandsynligheden for, at der enten er blade på skinnerne eller signalfejl.

4) Find sandsynligheden $\Pr(A \cup B \cup C)$. Dvs. sandsynligheden for, at en forsinkelse på toget skyldes blade på skinnerne, signalfejl eller personalemangel.

.

**<u>Opgaverne fortsætter på næste side</u>**

# Opgave 4: Statistik

I et studie af en anerkendt metode til vægttab undersøges 10 patienter før behandling, og ét år efter behandling.

| Patient nr. | Vægt før (kg) | Vægt efter (kg) |
|---|---|---|
| 1 | 140 | 130 |
| 2 | 138 | 121 |
| 3 | 110 | 127 |
| 4 | 154 | 101 |
| 5 | 125 | 92 |
| 6 | 169 | 170 |
| 7 | 142 | 143 |
| 8 | 162 | 170 |
| 9 | 131 | 134 |
| 10 | 122 | 85 |

1) Opstil en NULL og Alternativ hypotese for at bestemme, om behandlingen har ændret patienternes vægt.

2) Bør testen, der udføres, være parret eller uparret? Begrund dit svar.

3) Estimér middelforskellen af patienternes vægt før og efter behandling.

4) Estimér variansen for forskellen af patienternes vægt før og efter behandling.

**<u>Opgaverne fortsætter på næste side</u>**

5) Anvend en parret t-test til hypotesetest af din hypotese. Kan NULL hypotesen afvises med et signifikansniveau på 0,05? Begrund dit svar.

6) Opstil og find 95% konfidensintervallet for vægtforskellen før og efter behandlingen. Angiv hvilken formel, der er brugt.

# Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet

Elektro-, IKT og Stærkstrøm-Ingeniørstudiet

| | |
|---|---|
| Eksamenstermin: | Q2 eksamen – vinter 2015-16 |
| Prøve i: | ETSMP |
| Dato: | 29/3-2016 |
| Varighed: | 3 timer |
| Underviser: | Gunvor Elisabeth Kirkelund |

Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet udleverer:

Der udleveres 2 omslag samt papir til kladde og renskrift. Der skal udfyldes og afleveres 2 omslag. Der skal kun afleveres 1 besvarelse.

Denne eksamen inkluderer muligheden for elektronisk aflevering. Opgaven skal afleveres i PDF-format. Du bedes krydse af på omslaget, om du har afleveret håndskrevet, elektronisk eller begge dele.

Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokument-/filnavn.

Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er IKKE tilladt at kommunikere med andre digitalt.

Særlige bemærkninger:
**Der vil ved bedømmelsen af opgaverne blive lagt vægt på, at den benyttede fremgangsmåde tydeligt fremgår af besvarelsen og at svarene begrundes. Opnås resultater ved hjælp af lommeregner eller computer, skal dette oplyses i besvarelsen.**

**Ved bedømmelsen vægtes alle delopgaver ens.**

# Opgave 1: Stokastiske Variable

En kontinuert stokastisk variabel $X$ har følgende fordelingsfunktion (cdf):

$$F_X(x) = \begin{cases} k \cdot e^x, & -\infty < x \leq 1 \\ 1, & 1 < x \end{cases}$$

1) Vis at tæthedfunktionen (pdf) er givet ved:

$$f_X(x) = \begin{cases} k \cdot e^x, & -\infty < x \leq 1 \\ 0, & 1 < x \end{cases}$$

2) For hvilken værdi af $k$ er $f_X(x)$ en gyldig tæthedsfunktion? Begrund svaret.

3) Brug $F_X(x)$ til at beregne sandsynlighederne $\Pr(x < 0{,}4)$ og $\Pr(0{,}1 \leq x < 0{,}4)$. Antag at $k = \frac{1}{e}$.

4) Bestem forventningsværdien og variansen af $X$ udfra $f_X(x)$. Antag at $k = \frac{1}{e}$.

# Opgave 2: Stokastiske Processer

En diskret stokastisk process er givet ved:

$$X(n) = w(n) + 4$$

Hvor hver sample $n$ af $w$ er i.i.d Gaussisk fordelte stokastiske variable $w(n) \sim N(0,1)$.

1) Skitser 10 samples ($n = 1,2,\ldots,10$) af en realisation af processen $X(n)$.

2) Bestem ensemble middelværdien og ensemble variansen for processen $X(n)$.

3) Angiv om processen er WSS (stationær i den brede forstand) og om den er ergodisk. Begrund dine svar.

# Opgave 3: Sandsynlighedsregning

Du spiller kort i et kasino. Der er et sæt af 52 kort i et spil. Du trækker syv kort.

1) Hvis hændelse A er at hjerter konge er blandt de syv kort. Hvad er sandsynligheden for hændelse A?

2) Hvis hændelse B er at spar es er blandt de syv kort. Hvad er den simultane sandsynlighed for hændelserne A og B?

3) Er hændelserne A og B uafhængige? Begrund dit svar.

4) Hvor mange forskellige kombinationer af 7 kort kan der trækkes fra et spil kort af 52 kort?

# Opgave 4: Statistik

Den gennemsnitlige alder for 1. gangs viede mænd i Danmark er angivet ved følgende tabel:

| **Alder:** | 25,2 | 26,5 | 27,9 | 29,2 | 30,2 | 31,7 | 32,8 | 34,0 | 34,3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **År:** | 1971 | 1976 | 1981 | 1986 | 1991 | 1996 | 2001 | 2006 | 2011 |

Alder er den gennemsnitlige af mænd, der bliver gift for første gang i årstalet angivet ved År[1]:

1) Plot data fra tabellen. Anvend lineær regression til at bestemme en model for data, angiv hvorledes modellens parametre er beregnet (angiv desuden formlerne, der er brugt ved beregningen). Indtegn desuden den rette linie på plottet.

2) Lav en residualtegning på en graf. Angiv desuden hvordan residualerne på grafen beregnes (angiv desuden formlerne, der er brugt ved beregningen).

3) Antag at det samlede antal vielser med en mand der bliver gift for første gang er 20.000 pr. År. Antag desuden at data er normalfordelt. Hvis du skal sammenligne de to middelværdier for aldrene på 1.gangs viede mænd i henholdsvis år 1971 og 2011, hvilken statistisk test vil du benytte? Begrund dit svar.

[1] Kilde: http://www.statistikbanken.dk

AARHUS UNIVERSITET
INGENIØRHØJSKOLEN

# Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet

Elektro-, IKT og Stærkstrøm-Ingeniørstudiet

| | |
|---|---|
| Eksamenstermin: | Q4 Sommer 2016 |
| Prøve i: | ETSMP |
| Dato: | 9. Juni 2016 |
| Varighed: | 3 timer |
| Underviser: | Gunvor Elisabeth Kirkelund |

Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet udleverer:

Der udleveres 2 omslag samt papir til kladde og renskrift. Der skal udfyldes og afleveres 2 omslag. Der skal kun afleveres 1 besvarelse.

Praktiske informationer:

**Digital eksamen**

Denne eksamen er en del af "Digital Eksamen". Det betyder, at opgaven udleveres og afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen afleveres dog i de udleverede omslag, I Digital eksamen skal opgaven afleveres i PDF-format.

Hvis du afleverer alt håndskrevet, **SKAL** du uploade et dokument i Digital eksamen, hvor der står at du har afleveret i hånden.

Husk angivelse af navn og studienummer på <u>alle</u> sider, samt i dokumenttitel/filnavn

Særlige bemærkninger:

Der vil ved bedømmelsen af opgaverne blive lagt vægt på, at den benyttede fremgangsmåde tydeligt fremgår af besvarelsen og at svarene begrundes. Opnås resultater ved hjælp af lommeregner eller computer, skal dette oplyses i besvarelsen.

Ved bedømmelsen vægtes alle delopgaver ens.

# Opgave 1: Stokastiske Variable

En kontinuert stokastisk variabel $X$ har følgende fordelingsfunktion (cdf):

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & 2 \geq x \\ k \cdot x - \frac{2}{3}, & 2 < x \leq 5 \\ 1, & 5 < x \end{cases}$$

1) Vis at tæthedssfunktionen (pdf) er givet ved:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & 2 \geq x \\ k, & 2 < x \leq 5 \\ 0, & 5 < x \end{cases}$$

2) For hvilken værdi af $k$ er $f_X(x)$ en gyldig tæthedsfunktion? Begrund svaret.

3) Skitsér tæthedsfunktionen og angiv navnet på fordelingsfunktionen.

4) Brug $F_X(x)$ til at beregne sandsynligheden $\Pr(x \geq 3)$. Antag at $k = \frac{1}{3}$.

5) Bestem forventningsværdien og variansen af $X$ udfra $f_X(x)$. Angiv desuden hvilken formler, der bruges til at bestemme værdierne. Antag at $k = \frac{1}{3}$.

# Opgave 2: Stokastiske Processer

En kontinuer stokastisk process er givet ved:

$$X(t) = w + 4$$

Hvor $w$ er normalfordelt efter $w \sim N(5,1)$.

1) Skitsér fem realisationer af processen $X(t)$ mellem $t \in [0; 7]$. Brug en Gauss-generator, det kan evt. være matlabs indbyggede generator, *randn()*. Angiv desuden hvordan de fem realisationer er fremkommet.

2) Bestem ensemble middelværdien og ensemble variansen for processen $X(t)$.

3) Udvælg én af de fem realisationer, og bestem middelværdien og variansen for denne realisation.

4) Angiv om processen $X(t)$ er WSS (stationær i den brede forstand) og om den er ergodisk. Begrund dine svar.

# Opgave 3: Sandsynlighedsregning

Hændelse A er, at en gravid fødte en pige i 2012.

Hændelse B er, at hun fødte en dreng.

Hændelse C er, at hun fødte et barn, der vejer over 4000g.

20,2% af alle nyfødte drenge vejede i 2012 over 4000g. 12,8% af nyfødte piger vejede i 2012 over 4000g.

1) Hvis der blev født 29.785 drenge og 28.131 piger i 2012, hvad er sandsynligheden for hændelse A?

2) Hvad er den totale sandsynlighed for hændelse C?

3) Hvad var sandsynligheden for at den fødende fik en pige, hvis det oplyses, at hendes barn vejede over 4000g ved fødslen?

# Opgave 4: Statistik

Vi måler højden på studerende i en klasse, der består af 19 kvinder og 35 mænd. Højderne antages at være normalfordelt. Middelværdien for kvinder i klassen er $\widehat{\mu_1} = 1{,}68m$, med en estimeret varians på ${s_1}^2 = 0{,}10$. Middelværdien for mænd i klassen er $\widehat{\mu_2} = 1{,}78m$, med en estimeret varians på ${s_2}^2 = 0{,}20$.

1) Opstil et hypotese test, for at bestemme om middelværdien af mænd og kvinder i klassen er den samme.

2) Angiv hvilken statistisk test du vil udføre for at teste hypotesen. Begrund dit svar.

3) Estimér forskellen i middelværdierne $\delta$ og standard afvigelsen $\sigma$ for forskellen.

4) Anvend en t-test til hypotese test af din hypotese. Kan NULL hypotesen afvises med et signifikansniveau på 0,05? Begrund dit svar.

5) Opstil og find 95% konfidens intervallet for $\delta$. Angiv hvilken formel, der er brugt.

# Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet

Elektro-, IKT og Stærkstrøm-Ingeniørstudiet

| | |
|---|---|
| Eksamenstermin: | Q4 Sommer reeksamen 2016 |
| Prøve i: | ETSMP |
| Dato: | 17. august 2016 |
| Varighed: | 3 timer |
| Underviser: | Gunvor Elisabeth Kirkelund |

Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet udleverer:

Der udleveres 2 omslag samt papir til kladde og renskrift. Der skal udfyldes og afleveres 2 omslag. Der skal kun afleveres 1 besvarelse.

Denne eksamen inkluderer muligheden for elektronisk aflevering. Opgaven skal afleveres i PDF-format. Du bedes krydse af på omslaget, om du har afleveret håndskrevet, elektronisk eller begge dele.

Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokument-/filnavn.

Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er IKKE tilladt at kommunikere med andre digitalt.

Særlige bemærkninger:
**Der vil ved bedømmelsen af opgaverne blive lagt vægt på, at den benyttede fremgangsmåde tydeligt fremgår af besvarelsen og at svarene begrundes. Opnås resultater ved hjælp af lommeregner eller computer, skal dette oplyses i besvarelsen.**

**Ved bedømmelsen vægtes alle delopgaver ens.**

# Opgave 1: Stokastiske Variable

En diskret stokastisk variabel $X$ har følgende tæthedsfunktion (pmf):

| $x$ | $-3$ | $0$ | $2$ | $4$ | $7$ | $10$ | $12$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_X(x)$ | $k$ | $k$ | $k$ | $k$ | $k$ | $k$ | $k$ |

1) For hvilken værdi af $k$ er $f_X(x)$ en gyldig tæthedsfunktion? Begrund svaret.

2) Skitsér tæthedsfunktionen.

3) Bestem forventningsværdien og variansen af $X$ udfra $f_X(x)$. Angiv hvilke formler, der bruges til at finde værdierne. Antag at $k = \frac{1}{7}$.

4) Beregn sandsynlighederne $\Pr(x \geq 2)$ og $\Pr(x > 2)$. Antag at $k = \frac{1}{7}$.

5) Bestem fordelingsfunktionen (cdf) for $X$. Angiv desuden mellemregninger. Antag at $k = \frac{1}{7}$.

# Opgave 2: Stokastiske Processer

En kontinuer stokastisk process er givet ved:

$$X(t) = w(t)$$

Hvor $w(t)$ er i.i.d. (uafhængig og ens fordelt) og normalfordelt efter $w(t) \sim N(t,1)$.

1) Skitsér én realisation af processen $X(t)$, hvor den er samplet til tiderne: $t = [0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9]$. Brug en Gauss-generator, f.eks. *randn*() i matlab. Angiv desuden hvordan realisationen er fremkommet.

2) Bestem ensemble middelværdien og ensemble variansen for processen $X(t)$.

3) Hvad forventer du den tidslige middelværdi af en vilkårlig realisation af $X(t)$ i et tidsinterval $t = [0; 100]$ vil blive, begrund dit svar?

4) Angiv om processen $X(t)$ er WSS (stationær i den brede forstand) og om den er ergodisk. Begrund dine svar.

5) Opstil ligningen til bestemmelse af Autocorrelationen $R_{X(t_1)X(t_2)}(t_1 = 1, t_2 = 2)$ og udregn værdien.

# Opgave 3: Sandsynlighedsregning

Et studie viser at hvis et barn på 14 er flyttet mere end én gang på et år, vil barnet med en sansynlighed på 0,06 begå alvorlig kriminalitet indenfor de næste 10 år. For børn, der flyttede én eller færre gange på et år, var sandsynligheden 0,03.

31% af børnene i studiet tilhørte gruppen, der var flyttet mere end en gang.

1) Hvad er den totale sandsynlighed for at et af børnene i studiet begik alvorlig kriminalitet indenfor de næste 10 år?

2) Hvis et barn fra studiet har begået alvorlig kriminalitet indenfor de 10 år studiet rakte sig over, hvad er sandsynligheden for at barnet tilhørte gruppen, der havde flyttet mere end én gang?

# Opgave 4: Statistik

I et studie af tandhvalers forventede levetid, registrerede man dødsalderen på individuelle tandhvaler. Der blev i studiet registreret 10 hvaler, der var døde i fangenskab, og 10 hvaler, der var døde i det fri.

| Død i det fri (alder i år) | Død i Fangenskab (alder i år) |
|---|---|
| 50 | 7 |
| 43 | 2 |
| 11 | 1 |
| 35 | 3 |
| 7 | 15 |
| 62 | 6 |
| 70 | 14 |
| 67 | 1 |
| 25 | 5 |
| 1 | 9 |

1) Opstil en NULL og Alternativ hypotese, for at bestemme om middelværdien af de to grupper er den samme.

2) Bør testen, der udføres, være parret eller uparret? Begrund dit svar.

3) Estimér middelværdierne for begge grupper.

4) Estimér varianserne for begge grupper, samt den samlede varians (pooled variance).

5) Anvend en uparret t-test til hypotese test af din hypotese. Kan NULL hypotesen afvises med et signifikansniveau på 0,05? Begrund dit svar.

6) Opstil og find 95% konfidens intervallet for forskellen i middelværdierne. Angiv hvilken formel, der er brugt.

# Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet

Elektro-, IKT-, Elektrisk Energiteknologi- og Sundhedsteknologi-Ingeniørstudiet

| | |
|---|---|
| Eksamenstermin: | **Q4 eksamen – sommer 2017** |
| Prøve i: | **ETSMP (Stokastisk Modellering og Processering)** |
| Dato: | 16. juni 2017 |
| Varighed: | 3 timer |
| Underviser: | Lars Mandrup |

**Ingeniørhøjskolen udleverer:**
**2** omslag samt papir til kladde og renskrift. Der skal udfyldes og afleveres **2** omslag.
Du bedes krydse af på omslaget, om du har afleveret håndskrevet, i digital eksamen eller begge dele.

**Digital eksamen**
Denne eksamen er en del af ”Digital Eksamen”. Det betyder, at opgaven udleveres og afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen afleveres dog i de udleverede omslag.

Hvis du afleverer alt håndskrevet, **SKAL** du uploade og aflevere, et dokument i Digital eksamen, hvor der står, at du har afleveret i hånden.

Du vil modtage en elektronisk afleveringskvittering, straks du har afleveret.
Husk at aflevere til tiden, da der ellers skal indsendes en dispensationsansøgning.

I Digital eksamen skal opgaven afleveres i PDF-format. Husk angivelse af navn og studienummer på **alle** sider, samt i dokumenttitel/filnavn.

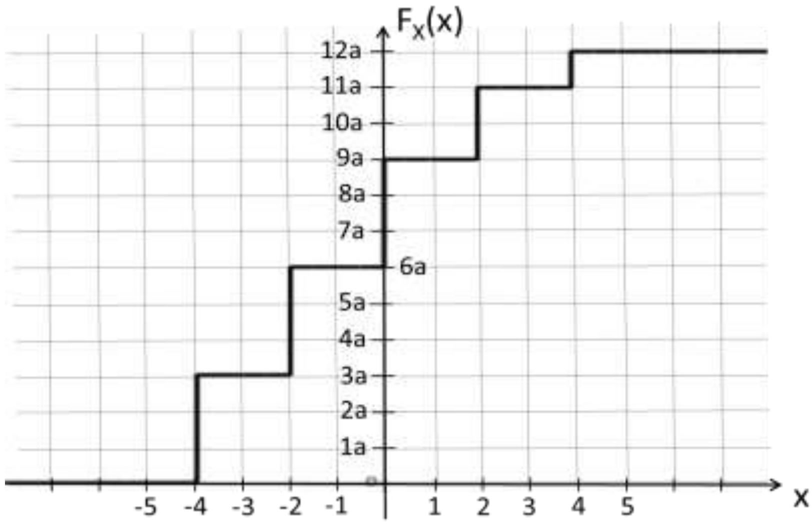
**Hjælpemidler:**
Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er **IKKE** tilladt at kommunikere med andre digitalt.

**Særlige bemærkninger:**
Alle spørgsmålene i opgaverne vægtes ens.

**Alle elektroniske besvarelser skal afleveres i pdf-format. Hvis besvarelsen er lavet i Mathcad Prime, skal du desuden aflevere den som bilag som Mathcad Prime-dokument.**

# Opgave 1

En diskret stokastisk variabel X har følgende fordelingsfunktion (cdf) $F_X(x)$:




a) Bestem a, så $F_X(x)$ er en gyldig fordelingsfunktion.

b) Bestem og tegn tæthedsfunktionen (pmf) $f_X(x)$.

c) Bestem middelværdien for X.

d) Bestem variansen for X.

# Opgave 2

I juni måned (30 dage) regner det i gennemsnit 20% af dagene i den første halvdel af måneden og 30% af dagene i den sidste halvdel af måneden.

a) Hvor mange dage regner det i gennemsnit i juni måned?

b) Hvis vi oplever en dag med regn i juni måned, hvad er så sandsynligheden for at vi er i den sidste halvdel af måneden?

c) Hvad er sandsynligheden for at det regner **højst** 1 dag i den første halvdel af juni?

## Opgave 3

En kontinuert stokastisk proces X(t) er givet ved:

$$X(t) = (-1)^n + W$$

hvor W er i.i.d. Gaussisk fordelte stokastiske variableW ~ $\mathcal{N}(0; 0{,}25)$, og n uafhængigt kan antage værdierne 0 og 1 med lige stor sandsynlighed.

a) Skitser 3 realisationer af processen X(t) i intervallet 0 ≤ t ≤ 5. Angiv hvordan de 3 realisationer er opnået.

b) Bestem middelværdien og variansen for én af realisationerne.

c) Bestem ensemble middelværdien og variansen for processen X(t).

d) Angiv om processen er WSS (stationær i den brede forstand), og om den er ergodisk. Svarene skal begrundes.

## Opgave 4

En kvalitetskontrol måler præcisionen af to forskellige typer gps'er. For begge typer blev målt afvigelsen mellem deres faktiske position ($d_{faktisk}$) og gps'ens angivelse ($d_{gps}$):

$$d_i = \left|d_{i,gps} - d_{i,faktisk}\right|$$

Det kan antages at afvigelserne er normalfordelte.
Der er testet 10 gps'er af type 1 og 12 gps'er af type 2.
For type 1 var middelafvigelsen $\widehat{\mu_1} = 5{,}21\ m$ med en estimeret varians $s_1^2 = 1{,}33\ m^2$.
For type 2 var middelafvigelsen $\widehat{\mu_2} = 4{,}18\ m$ med en estimeret varians $s_2^2 = 0{,}89\ m^2$.

a) Opstil en hypotese test for at bestemme om middelafvigelserne for de to typer gps'er er den samme.

b) Estimer forskellen i middelværdierne $\hat{\delta}$ for de to typer.

c) Estimer variansen $\hat{s}^2$ for forskellen mellem de to typer.

d) Anvend en t-test til test af din hypotese. Kan NULL-hypotesen afvises med et signifikantniveau på 0,05? Svaret skal begrundes.

e) Bestem 95% konfidens intervallet for forskellen i middelværdier δ.

# Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet

Elektro-, IKT-, Elektrisk Energiteknologi- og Sundhedsteknologi-Ingeniørstudiet

| | |
|---|---|
| Eksamenstermin: | **Q4 reeksamen – sommer 2017** |
| Prøve i: | **ETSMP – Stokastisk modellering og behandling** |
| Dato: | 15. august 2017 |
| Varighed: | 3 timer, kl. 9.30 – 12.30 |
| Underviser: | Lars Mandrup |

**Ingeniørhøjskolen udleverer:**
**2** omslag samt papir til kladde og renskrift. Der skal udfyldes og afleveres **2** omslag.
Du bedes krydse af på omslaget, om du har afleveret håndskrevet, i digital eksamen eller begge dele.

**Digital eksamen**
Denne eksamen er en del af "Digital Eksamen". Det betyder, at opgaven udleveres og afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen afleveres dog i de udleverede omslag.

Hvis du afleverer alt håndskrevet, **SKAL** du uploade og aflevere, et dokument i Digital eksamen, hvor der står, at du har afleveret i hånden.

Du vil modtage en elektronisk afleveringskvittering, straks du har afleveret.
Husk at aflevere til tiden, da der ellers skal indsendes en dispensationsansøgning.

I Digital eksamen skal opgaven afleveres i PDF-format. Husk angivelse af navn og studienummer på **alle** sider, samt i dokumenttitel/filnavn.

**Hjælpemidler:**
Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er **IKKE** tilladt at kommunikere med andre digitalt.

**Særlige bemærkninger:**
Alle spørgsmålene i opgaverne vægtes ens.

**Alle elektroniske besvarelser skal afleveres i pdf-format. Hvis besvarelsen er lavet i Mathcad Prime, skal du desuden aflevere den som bilag som Mathcad Prime-dokument.**

## Opgave 1

En kontinuert stokastisk variabel $X$ har følgende fordelingsfunktion (cdf) $F_X(x)$:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & for\ x < 0 \\ a \cdot x^2 & for\ 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & for\ x > 2 \end{cases}$$

a) Bestem a, så $F_X(x)$ er en gyldig fordelingsfunktion.

b) Bestem og tegn tæthedsfunktionen (pdf) $f_X(x)$ for $X$.

c) Bestem sandsynligheden for $1 \leq X \leq 2$.

d) Bestem middelværdien og variansen af $X$.

## Opgave 2

En leverance af modstande indeholder:

1000 stk. 1 kΩ; 800 stk. 10 kΩ; 400 stk. 100 kΩ

Modstandene leveres både som 5% modstande og 1% modstande.
1% modstandene udgør ¼ af 1 kΩ, ½ af 10 kΩ og ¾ af 100 kΩ modstandene.
Modstandene er desværre blevet blandet sammen og leveres i én blandet pose.

En modstand udtages tilfældigt fra leverancen.

a) Hvad er sandsynligheden for, at den udtagne modstand er hhv. en 1 kΩ, 10 kΩ eller 100 kΩ modstand?

b) Hvad er sandsynligheden for, at modstanden er en 10 kΩ 1% modstand?

c) Hvad er sandsynligheden for, at det er en 1% modstand uanset størrelse?

d) Hvis den udtagne modstand er en 5% modstand, hvad er så sandsynligheden for at den er på 100 kΩ?

## Opgave 3

En diskret stokastisk proces X(n) er givet ved:

$$X(n) = 2\cdot W(n) - 1$$

hvor W(n) er i.i.d. fordelte efter:

| $w(n)$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $f_{w(n)}(w(n))$ | 1/4 | 1/4 | 1/4 | 1/4 |

a) Skitser 10 samples af én realisation af processen X(n). Dvs. for n=1, 2,…,10.

b) Bestem middelværdien og variansen af én realisation af X(n).

c) Bestem ensemble middelværdien og variansen for processen X(n).

d) Angiv om processen er WSS (stationær i den brede forstand), og om den er ergodisk. Svarene skal begrundes.

## Opgave 4

For en bestemt type batterier angives i specifikationen fra leverandøren, at levetiden T for batterierne er normalfordelt med en middellevetid på 3000 timer med en standard afvigelse på 100 timer: $T \sim \mathcal{N}(3000 \text{ timer}; (100 \text{ timer})^2)$.

Der udtages tilfældigt 12 batterier af pågældende type. Ved en test måles levetiden af disse til:

| Batteri nr. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Levetid T (timer) | 3148 | 2956 | 2803 | 2933 | 2869 | 3111 | 2789 | 2995 | 2909 | 2929 | 3148 | 2867 |

a) Opstil en hypotese test for at bestemme om middellevetiden for batteritypen stemmer med leverandørens specifikation.

b) Bestem den estimerede middellevetid for batteritypen.

c) Anvend en z-test til test af din hypotese. Kan NULL-hypotesen afvises med et signifikantniveau på 0,05? Svaret skal begrundes.

d) Bestem 95% konfidens intervallet for batterilevetiden T.

AARHUS UNIVERSITET
INGENIØRHØJSKOLEN

# Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet

Elektro-, IKT og Stærkstrøm-Ingeniørstudiet

| | |
|---|---|
| Eksamenstermin: | Q2 eksamen – vinter 2015-16 |
| Prøve i: | ETSMP |
| Dato: | 22/12 -2016 |
| Varighed: | 3 timer |
| Underviser: | Gunvor Elisabeth Kirkelund |

Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet udleverer:

Der udleveres 2 omslag samt papir til kladde og renskrift. Der skal udfyldes og afleveres 2 omslag. Der skal kun afleveres 1 besvarelse.

Denne eksamen inkluderer muligheden for elektronisk aflevering. Opgaven skal afleveres i PDF-format. Du bedes krydse af på omslaget, om du har afleveret håndskrevet, elektronisk eller begge dele.

Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokument-/filnavn.

Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er IKKE tilladt at kommunikere med andre digitalt.

Særlige bemærkninger:
**Der vil ved bedømmelsen af opgaverne blive lagt vægt på, at den benyttede fremgangsmåde tydeligt fremgår af besvarelsen og at svarene begrundes. Opnås resultater ved hjælp af lommeregner eller computer, skal dette oplyses i besvarelsen.**

**Ved bedømmelsen vægtes alle delopgaver ens.**

# Opgave 1: Stokastiske Variable

Lad den simultane tæthedsfunktion for to discrete stokastiske variable X og Y være angivet som tabellen:

| y\x | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 5 | 0 | $\frac{1}{12}$ | 0 |
| 6 | $\frac{2}{12}$ | 0 | $\frac{2}{12}$ |
| 7 | $\frac{2}{12}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{2}{12}$ |
| 8 | 0 | $\frac{2}{12}$ | 0 |

1) Vis at de marginale tæthedsfunktioner for X og Y er givet ved

| y | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| $f_Y(y)$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{4}{12}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{2}{12}$ |

| x | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $f_X(x)$ | $\frac{4}{12}$ | $\frac{4}{12}$ | $\frac{4}{12}$ |

2) Vis at:

$$E[X] = 2, E[Y] = \frac{20}{3}, E[Y \cdot X] = \frac{40}{3}, E[X^2] = \frac{14}{3}, E[Y^2] = \frac{271}{6}$$

3) Hvad er korrelationskoefficenten for X og Y?

4) Angiv om de stokastiske variable X og Y er korrelerede.

5) Angiv om de stokastiske variable X og Y er uafhængige.

6) Opskriv den betingede sandsynlighed $f_{X|Y}(x|y=6)$.

# Opgave 2: Stokastiske Processer

En diskret stokastisk process er givet ved:

$$X(n) = w(n),$$

$w(n)$ angives desuden til at være i.i.d. efter en uniform fordeling med $w(n) \sim \mathcal{U}(0,10)$.

1) Skitsér 10 samples af én realisation af processen $X(n)$. Dvs. for $n = 1, \cdots, 10$.

2) Bestem ensemble middelværdien og variansen for processen $X(n)$.

3) Bestem autokorrelationsfunktionen $R_{XX}(\tau)$ for processen $X(n)$ for $\tau = 0, \cdots, 3$.

4) Angiv om processen er WSS (stationær i den brede forstand) og om den er ergodisk, begrund dine svar.

# Opgave 3: Sandsynlighedsregning

Laktoseintolerans er tilstede hos 20% af den finske befolkning. Hvis en finne har laktoseintolerans, vil en test give en positiv test i 90% af tilfældene. Hvis finnen ikke har sygdommen, vil testen give en positiv test i 30% af tilfældene.

1) Beregn den totale sandsynlighed for at få en positiv test for en finne, hvor det er ukendt om han har laktoseintolerans.

2) Hvis en finne har en positiv test, hvad er sandsynligheden for, at han også har sygdommen?

# Opgave 4: Statistik

Antal: er dødelighed af drenge under 1 år i Danmark fra 1901 til 1991. Det er angivet i tabellen[1]:

| **Antal:** | 5562 | 4357 | 3471 | 3078 | 2309 | 1285 | 969 | 602 | 238 | 268 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **År:** | 1901 | 1911 | 1921 | 1931 | 1941 | 1951 | 1961 | 1971 | 1981 | 1991 |

1) Plot data fra tabellen, og optegn den bedste rette linie gennem punkterne ved at bestemme skæringen med y-aksen og hældningen af den lineære model. Angiv hvilken metode, der er anvendt til at finde den lineære model.

2) Lav en residualtegning.

3) Beregn et 95% konfidensinterval for hældningen.

4) Ud fra svaret i opgave 2 og 3, vil du konkludere at antagelsen om linearitet mellem dødelighed og årstal er rimelig?

[1] Kilde: http://www.statistikbanken.dk

AARHUS UNIVERSITET
INGENIØRHØJSKOLEN

# EKSAMEN

| | |
|---|---|
| **Kursus**: | ETSMP – Elektronik – skriftlig eksamen |
| **Eksamensdato**: | 5. januar 2018 – 09.30-12.30 + 10 min. tilføjelse til eksamenstiden til digitalisering af håndskrevne bilag - som kompensation for implementering af ny regel. |
| **Eksamenstermin**: | Vintereksamen 2017-18 |
| **Ingeniørhøjskolen udleverer:**<br>4 stk. hvidt papir | |
| **Praktiske informationer:**<br><br>**Digital eksamen**<br>Opgaven tilgås og afleveres gennem den digitale eksamensportal. Håndskrevne dele af opgavebesvarelsen skal digitaliseres og afleveres i den digitale eksamensportal. Opgavebesvarelsen skal afleveres i PDF-format.<br><br>Husk at uploade og aflevere i Digital eksamen. Du vil modtage en elektronisk afleveringskvittering, straks du har afleveret.<br><br>Husk at aflevere til tiden, da der ellers skal indsendes dispensationsansøgning.<br><br>Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokumenttitel/filnavn. | |
| **Hjælpemidler:**<br>Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er IKKE tilladt at kommunikere med andre digitalt. | |
| **Ansvarlig underviser:** | Lars Mandrup |
| | |

## Opgave 1

En diskret stokastisk variabel X kan antage værdierne: {0, 1, 2, 3, 4, 5} med følgende sandsynligheder:

$$Pr(X=1) = Pr(X=2) = Pr(X=3) = 0{,}15$$
$$Pr(X=4) = 0{,}25$$
$$Pr(X=5) = 0{,}10$$

a) Bestem sandsynligheden for at X har værdien 0: $Pr(X=0)$.

b) Tegn graferne for pmf og cdf for den stokastiske variabel X.

c) Bestem middelværdien E[X] af den stokastiske variabel X.

d) Bestem variansen Var(X) af den stokastiske variabel X.

## Opgave 2

En ægproducent producere tre typer æg: Buræg, Skrabeæg og Økoæg. Alle æggene sorteres i fire forskellige størrelser: Størrelse 1, 2, 3 og 4. En undersøgelse af æggene fra producenten viser følgende fordeling:

| **Æg** | **Størrelse** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | **1** | **2** | **3** | **4** |
| **Buræg** | 2/25 | 2/25 | 1/25 | 1/25 |
| **Skrabeæg** | 2/25 | 3/25 | 3/25 | 2/25 |
| **Økoæg** | 1/25 | 2/25 | 3/25 | ? |

Ved en kontrol udtages tilfældige æg fra producenten.

a) Hvad er sandsynligheden for, at et tilfældigt æg er et økoæg af størrelse 4?

b) Hvad er sandsynligheden for, at et tilfældigt æg er af størrelse 3?

c) Hvad er sandsynligheden for, at et tilfældigt æg er et buræg?

d) Hvis det tilfældige udtagne æg er af størrelse 2, hvad er så sandsynligheden for at det er et skrabeæg?

## Opgave 3

En stokastisk proces er givet ved:

$$X(t) = \alpha \cdot t \text{ for } t \geq 0 \text{ og hvor } \alpha \sim \mathcal{N}(1, \tfrac{1}{4})$$

a) Skitser tre realisationer af den stokastiske proces $X(t)$ i intervallet $t = [0; 10]$.

b) Bestem ensemble middelværdi og varians af den stokastiske proces $X(t)$.

c) Er den stokastiske proces $X(t)$ WSS (Wide Sense Stationary)? Er den ergodisk? Svarene skal begrundes.

## Opgave 4

En nyåbnet webshop forventer, at antallet af ordrer vil være poissonfordelt med et gennemsnit på 25 ordrer i timen. Tidspunkterne for de enkelte ordrer antages at være uafhængige af hinanden.

a) Hvad er sandsynligheden for, at der indkommer mere end 30 ordrer på en time?

b) Hvad er sandsynligheden for, at der på 4 timer indkommer 80 eller færre ordrer?

Over en periode på 24 timer registreres 653 ordrer på webshoppen.

c) Hvad er det estimerede antal ordrer pr. time ud fra denne observation?

d) Stemmer det observerede antal ordrer overens med antagelsen om et gennemsnit på 25 ordrer i timen med 5% signifikans?

e) Bestem 95% konfidensintervallet for antal ordrer i timen ud fra observationen.