

Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet

Elektro-, IKT og Stærkstrøm-Ingeniørstudiet

Eksamenstermin:	Q2 eksamen – vinter 2015-16
Prøve i:	ETSMP
Dato:	22/12 -2016
Varighed:	3 timer
Underviser:	Gunvor Elisabeth Kirkelund
Ingeniørhøjskolen Aarhus Universitet udleverer: Der udleveres 2 omslag samt papir til kladde og renskrift. Der skal udfyldes og afleveres 2 omslag. Der skal kun afleveres 1 besvarelse.	
<p>Denne eksamen inkluderer muligheden for elektronisk aflevering. Opgaven skal afleveres i PDF-format. Du bedes krydse af på omslaget, om du har afleveret håndskrevet, elektronisk eller begge dele.</p> <p>Husk angivelse af navn og studienummer på alle sider, samt i dokument-/filnavn.</p> <p>Alle hjælpemidler må benyttes, herunder internettet som opslagsværktøj, men det er IKKE tilladt at kommunikere med andre digitalt.</p>	
<p>Særlige bemærkninger:</p> <p>Der vil ved bedømmelsen af opgaverne blive lagt vægt på, at den benyttede fremgangsmåde tydeligt fremgår af besvarelsen og at svarene begrundes. Opnåede resultater ved hjælp af lommeregner eller computer, skal dette oplyses i besvarelsen.</p> <p>Ved bedømmelsen vægtes alle delopgaver ens.</p>	

Opgave 1: Stokastiske Variable

Lad den simultane tæthedsfunktion for to discrete stokastiske variable X og Y være angivet som tabellen:

$y \backslash x$	1	2	3
5	0	$\frac{1}{12}$	0
6	$\frac{2}{12}$	0	$\frac{2}{12}$
7	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$
8	0	$\frac{2}{12}$	0

1) Vis at de marginale tæthedsfunktioner for X og Y er givet ved

y	5	6	7	8
$f_Y(y)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{2}{12}$

x	1	2	3
$f_X(x)$	$\frac{4}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{4}{12}$

2) Vis at:

$$E[X] = 2, E[Y] = \frac{20}{3}, E[Y \cdot X] = \frac{40}{3}, E[X^2] = \frac{14}{3}, E[Y^2] = \frac{271}{6}$$

3) Hvad er korrelationskoefficienten for X og Y?

4) Angiv om de stokastiske variable X og Y er korrelerede.

5) Angiv om de stokastiske variable X og Y er uafhængige.

6) Opskriv den betingede sandsynlighed $f_{X|Y}(x|y = 6)$.

Opgave 2: Stokastiske Processer

En diskret stokastisk process er givet ved:

$$X(n) = w(n),$$

$w(n)$ angives desuden til at være i.i.d. efter en uniform fordeling med $w(n) \sim \mathcal{U}(0,10)$.

- 1) Skitsér 10 samples af én realisation af processen $X(n)$. Dvs. for $n = 1, \dots, 10$.
- 2) Bestem ensemble middelværdien og variansen for processen $X(n)$.
- 3) Bestem autokorrelationsfunktionen $R_{XX}(\tau)$ for processen $X(n)$ for $\tau = 0, \dots, 3$.
- 4) Angiv om processen er WSS (stationær i den brede forstand) og om den er ergodisk, begrund dine svar.

Opgave 3: Sandsynlighedsregning

Laktoseintolerans er tilstede hos 20% af den finske befolkning. Hvis en finne har laktoseintolerans, vil en test give en positiv test i 90% af tilfældene. Hvis finnen ikke har sygdommen, vil testen give en positiv test i 30% af tilfældene.

1) Beregn den totale sandsynlighed for at få en positiv test for en finne, hvor det er ukendt om han har laktoseintolerans.

2) Hvis en finne har en positiv test, hvad er sandsynligheden for, at han også har sygdommen?

Opgave 4: Statistik

Antal: er dødelighed af drenge under 1 år i Danmark fra 1901 til 1991. Det er angivet i tabellen¹:

Antal:	5562	4357	3471	3078	2309	1285	969	602	238	268
År:	1901	1911	1921	1931	1941	1951	1961	1971	1981	1991

1) Plot data fra tabellen, og optegn den bedste rette linie gennem punkterne ved at bestemme skæringen med y-aksen og hældningen af den lineære model. Angiv hvilken metode, der er anvendt til at finde den lineære model.

2) Lav en residualtegning.

3) Beregn et 95% konfidensinterval for hældningen.

4) Ud fra svaret i opgave 2 og 3, vil du konkludere at antagelsen om linearitet mellem dødelighed og årstal er rimelig?

¹ Kilde: <http://www.statistikbanken.dk>