

# OBLIG 1 - TMA4101

Tor Ø Blikra

136269

## Abstract—

### I. INTRODUKSJON

Dette er en rapport på basert på *Elgtungen* om avkjølingen av en kopp med kokende vann. Målet er å kalkulere den teoretisk temperatur vannet vil være på etter 5 minutter med avkjøling, teste teorien og vise resultatene.

### II. TEORI

Newtons avkjølingslov(1) er en differensialligning som viser temperaturendringen basert på tid.

$$\dot{T}(t) = \alpha(T(t) - T_K), \quad T(0) = T_0 \quad (1)$$

$\dot{T}(t)$  : Temperaturendringen over tid  
 $T(t)$  : Temperaturen som funksjon av tid  
 $T_0$  : Starttemperaturen  
 $T_K$  : Omgivelsestemperaturen  
 $\alpha$  : Proporsjonalitetskonstanten styrer hvor raskt temperaturen endrer seg i forhold til omgivelsestemperaturen.

Gjennom avkjølingsloven utledes funksjonen  $T(t)$  for å lage en modell av temperatur basert på tid. Vi starter med å separere variablene og så integrere ligningen.

#### A. Separering og Integrering

$$\frac{\dot{T}(t)}{T(t) - T_K} = \alpha \quad (2)$$

$$\int \frac{1}{T(t) - T_K} dT = \int \alpha dt \quad (3)$$

#### B. Løse integralen og Exponentiering

$$\ln |T(t) - T_K| = \alpha t + C \quad (4)$$

$$T(t) - T_K = Ce^{\alpha t} \quad (5)$$

#### C. Initialbetingelse

Initialbetingelsen  $T(0) = T_0$  gjør det mulig å finne verdien til  $C$ .

$$T_0 - T_K = C \quad (6)$$

Dermed er løsningen:

$$T(t) = T_K + (T_0 - T_K)e^{-\alpha t} \quad (7)$$

#### D. Visualisering

Under vises et python-generert plot av  $T(t)$ . Romtemperaturen  $T_K$  er satt til  $20^\circ\text{C}$  og initialtemperaturen  $T(0) = 100^\circ\text{C}$ . Grafen viser hvordan forskjeller i proporsjonalitetskonstanten fører til raskere eller saktere endring i temperatur.

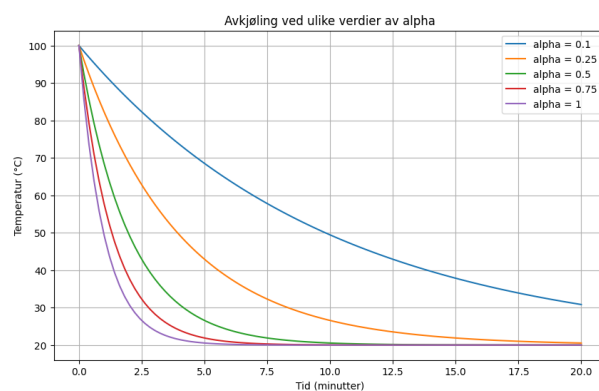


Fig. 1: Plotting av  $T(t)$  ved ulike  $\alpha$  verdier

Figuren (3) viser som forventet at en lavere proporsjonalitetskonstant vil føre til at temperaturen holder seg høyere enn omgivelsetemperaturen lengre før den nærmer seg  $20^\circ\text{C}$ .

#### E. Alpha

Formelen under er utledet fra  $T(t)$  formelen.

$$\alpha = -\frac{1}{t} \ln \left( \frac{T(t) - T_K}{T_0 - T_K} \right) \quad (8)$$

### III. TESTING OG RESULTATER

Målet med testingen var å sette et tall på proporsjonalitetskonstanten  $\alpha$  for å kunne lage nøyaktige simuleringer av prosessen og se forskjeller og likheter mellom teori og virkelighet.



Fig. 2: Oppsett for testing. Vannkoker, termotermometer og kopper var det nødvendige utstyret.

Testingen startet med å koke opp vann til  $100^{\circ}\text{C}$ . 200 ml vann ble helt oppi en romtemperert kopp med en termostad for å måle temperaturen. Målingene ble gjort hvert halve minutt i ti minutter. Prosessen ble gjennomført tre ganger, hvor romtemperaturen ble målt før hvert forsøk.

Tid (Minutter)	Test 1 $T$ [ $^{\circ}\text{C}$ ]	Test 2 $T$ [ $^{\circ}\text{C}$ ]	Test 3 $T$ [ $^{\circ}\text{C}$ ]
0	100.0	100.0	100.0
0.5	85.1	84.5	84.1
1	81.2	80.7	81.8
1.5	78.5	77.4	78.6
2	75.4	74.6	75.5
2.5	72.4	72.9	73.5
3	71.3	71.8	72.8
Romtemperatur $T_K$	23.5	23.3	23.5

TABLE I: Viser de 3 første minuttene av testene. Vedlagt .ipynb fil inneholder hele datasettet

Ved bruk av tabellen(I) ble gjennomsnittstemperaturen kalkulert og plottet.

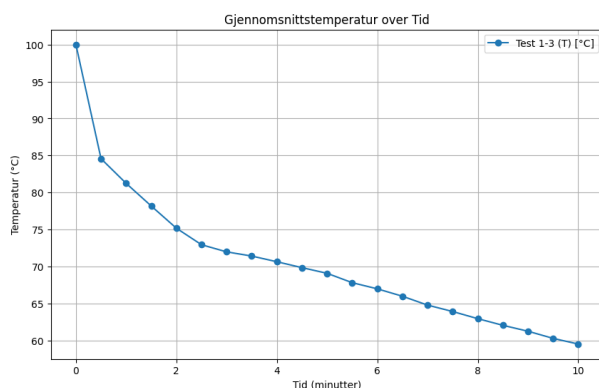


Fig. 3: Plott av gjennomsnittstemperaturen  $T(t)$

Formelen(8) ble så brukt på hvert punkt i grafen og gjennomsnittsverdien ble kalkulert til å være  $\alpha = 0.1399$ .

Figuren under viser forskjellene mellom kalkulerte  $T(t)$  og målte verdier.

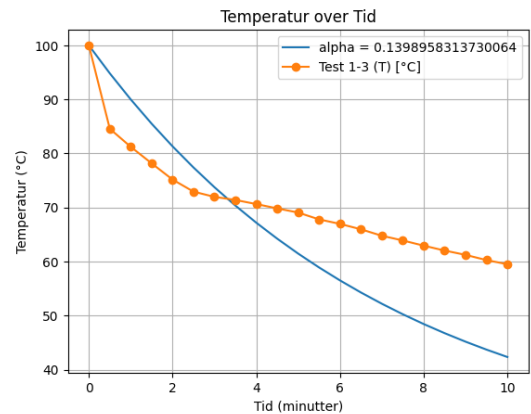


Fig. 4: Simulerte målinger (blå graf) og målte verdier(oransje graf)

#### IV. DISKUSJON OG KONKLUSJON

Ved å se på de store forskjellene mellom målte og simulerte verdier kan jeg bare konkludere med at flere ting har blitt gjort feil. De målte verdiene følger ikke de simulerte verdiene på noe måte som gir samsvar. Dette sammen med målte verdier som synker kraftig i starten, men går fort til en linær lignende graf gjør at både simulerte og målte verdier har problemer.

En forklaring for de målte verdiene, er at varmen fra vannet går til koppene fort. Temperaturen til vannet synker derfor fort i starten før vannets og koppens temperatur når et ekvilibrium og luften blir det største varmetapet. Det er og mulig at termotermometeren ikke er veldig nøyaktig, men det legger bare til på problemet og er ikke den største faktoren. De simulerte verdiene er jeg veldig usikker på hva problemet er. Mest sannsynlig er det en mattefeil ettersom å endre alpha verdien, både økning og minking fører ikke til en graf som passer til de målte verdiene.