

GAMES102 《几何建模与处理基础》

作业8-平面点集 CVT 的 Lloyd 算法

贺颖-2020年12月19日

1、程序解决的问题——改善随机生成的三角剖分

给定平面上的一块矩形区域，在作业实现的程序中，这块矩形区域由以下四个点构成： $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$ 。

在矩形内部随机生成10个数据点，连同矩形的角点一起，使用Delaunay方法可以将该矩形区域进行三角剖分。

但是，由于数据点是随机生成的，这样的剖分质量较差。

作业所实现的程序，就是改善这个剖分的质量。实现的思路是通过平面点集 CVT 的 Lloyd 算法，移动改善随机添加的数据点的位置，进而改善剖分三角形的形状。

2、算法

(1) 生成初始采样点

在给定的正方形区域 $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$ 内随机生成10个采样点。

(2) 生成数据点的Voronoi剖分

将采样点连同矩形的4个顶点一起形成数据点，并将这些数据点使用Voronoi方法进行剖分。

(3) 找到每个采样点对应的剖分多边形

对于每个采样点所对应的剖分多边形：如果该多边形与给定的矩形区域的边界相交，则将在矩形区域外部的顶点移除，并将与矩形区域边界的交点添加进来，形成新的剖分多边形，作为该采样点对应的剖分多边形。如果不相交，则不做处理，直接使用原剖分多边形作为该采样点对应的剖分多边形。

(4) 更新采样点

将每个采样点的位置更新到对应的剖分多边形的重心。

(5) 迭代

重复进行步骤 (2) ~ (4) 。

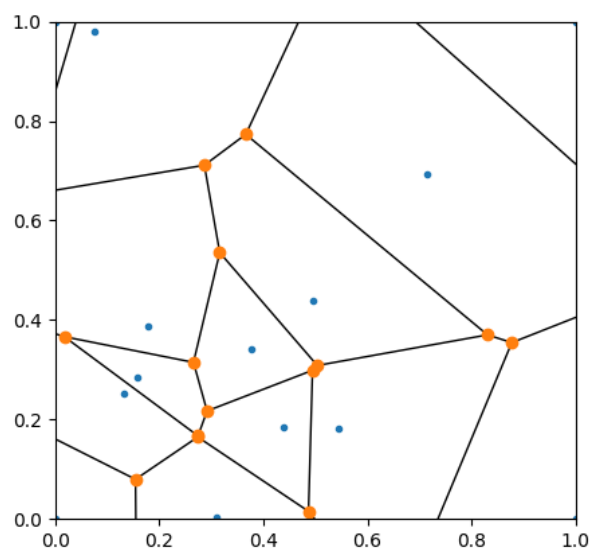
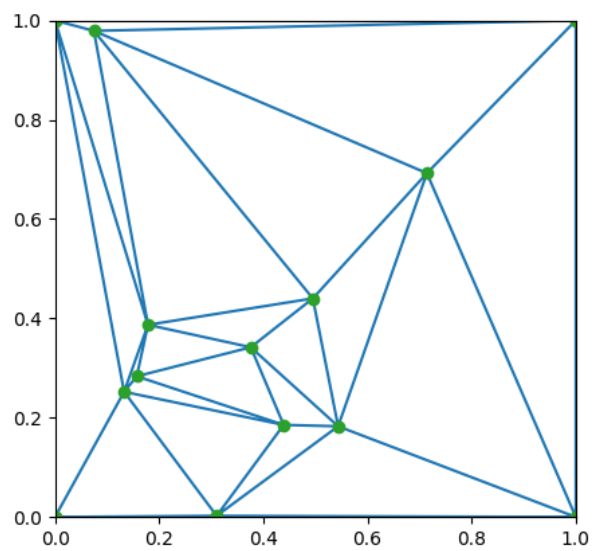
3、实现和结果

实现语言：使用Python语言及其相关的库函数。

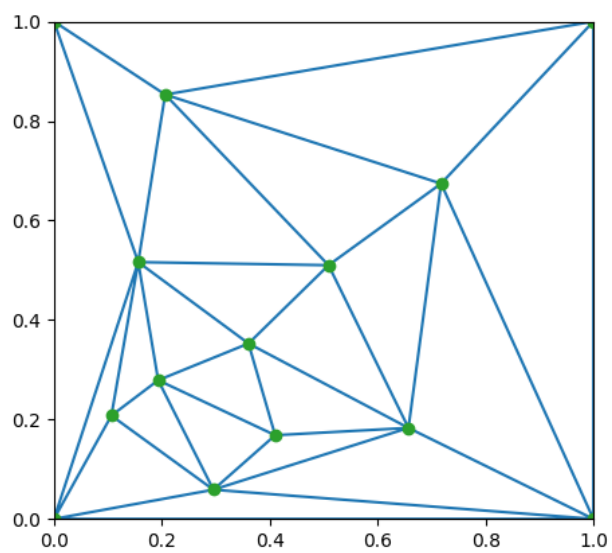
实现结果如下。

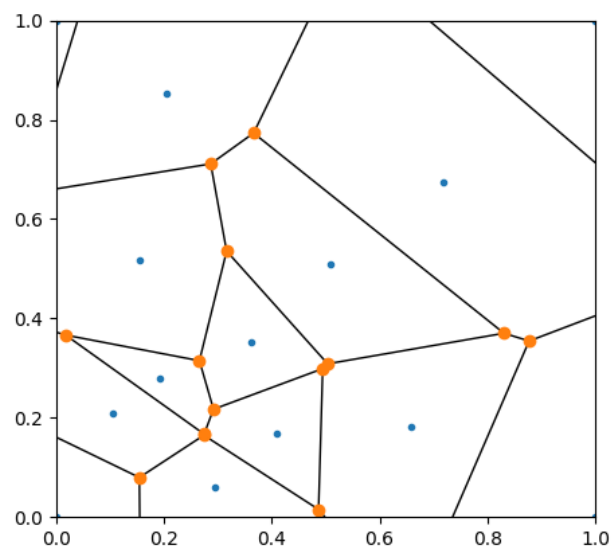
初始数据点对矩形的Delaunay剖分和Voronoi剖分如下：

(图中绿色圆点和蓝色圆点代表采样点，橙色圆点是Voronoi剖分多边形的顶点，下同)



迭代20次以后的结果如下：





可以看到生成的剖分三角形的质量被改善了。