

GAMES102 HW7

Differential Coordinates

Si Zhe

2020年12月12日

任务：

实现极小曲面的全局方法：边界固定，求解方程组

实现曲面参数化：边界映射到平面，求解方程组

只要实现Floater1997论文中的一种方法（cot权）即可，其他的可选目的

学习使用数学库（推荐Eigen库）求解稀疏线性方程组

数据

带一条边界的网格曲面（暂不处理复杂曲面）

Deadline: 2020 年12 月12日晚

做法

半边 (half-edge) 数据结构



基本边、点、面数据结构

```
struct HE_edge
{
    HE_vert* vert;
    HE_edge* pair;
    HE_face* face;
    HE_edge* next;
};

struct HE_vert
{
    float x;
    float y;
    float z;
    HE_edge* edge;
};

struct HE_face
{
    HE_edge* edge;
};
```

邻域关系查询方法

由边找两顶点及两邻面

```
HE_vert* vert1 = edge->vert;
HE_vert* vert2 = edge->pair->vert;

HE_face* fac1 = edge->face;
HE_face* fac2 = edge->pair->face;
```

由面找其所有半边

```
HE_edge* edge = face->edge;
do {
    // do something with edge
    edge = edge->next;
} while (edge != face->edge);
```

由顶点找其所有半边

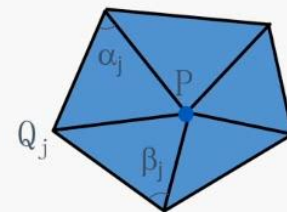
```
HE_edge* edge = vert->edge;
do {
    edge = edge->pair->next;
} while (edge != vert->edge);
```

https://www.flipcode.com/archives/The_Half-Edge_Data_Structure.shtml

Discrete Mean Curvature



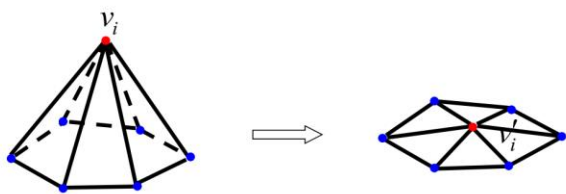
$$H\mathbf{n} = \frac{\nabla_P A}{2A}$$



$$H\mathbf{n} = \frac{1}{4A} \sum_j (\cot \alpha_j + \cot \beta_j) (\mathbf{P} - \mathbf{Q}_j)$$

做法

微分坐标一致为0



$$L(v_i) = v_i - \sum_{j \in N(i)} \omega_{ij} v_j = 0$$

$$\omega_{\text{cotangent}} : \omega_{ij} = \cot \alpha_{ij} + \cot \beta_{ij}$$

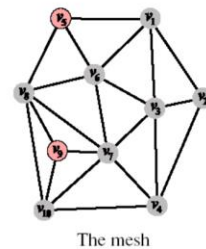
- 所有顶点的方程联立，得到网格曲面的整体 Laplacian 方程：

$$Ax = 0$$

Reconstruction

- From relative coordinates to absolute coordinates.
- Solving a sparse linear system

$$Lv = \delta$$



4	-1	-1	-1	-1							
-1	3	-1	-1								
-1	-1	5	-1	-1	-1						
-1	-1	4		-1							
-1			3	-1	-1						
-1	-1		4	-1	-1						
	-1	-1	-1	6	-1	-1					
		-1	-1	-1	6	-1	-1				
			-1	-1	-1	3	-1				
			-1		-1	-1	-1	4			

The symmetric Laplacian L_s

做法

其他资料

给定边界的极小曲面生成算法研究

<https://www.doc88.com/p-9119776101740.html>

做法 Half edge

- XuRongYan/half-edge-master
- <https://github.com/XuRongYan/half-edge-master>

做法 cloudcompare

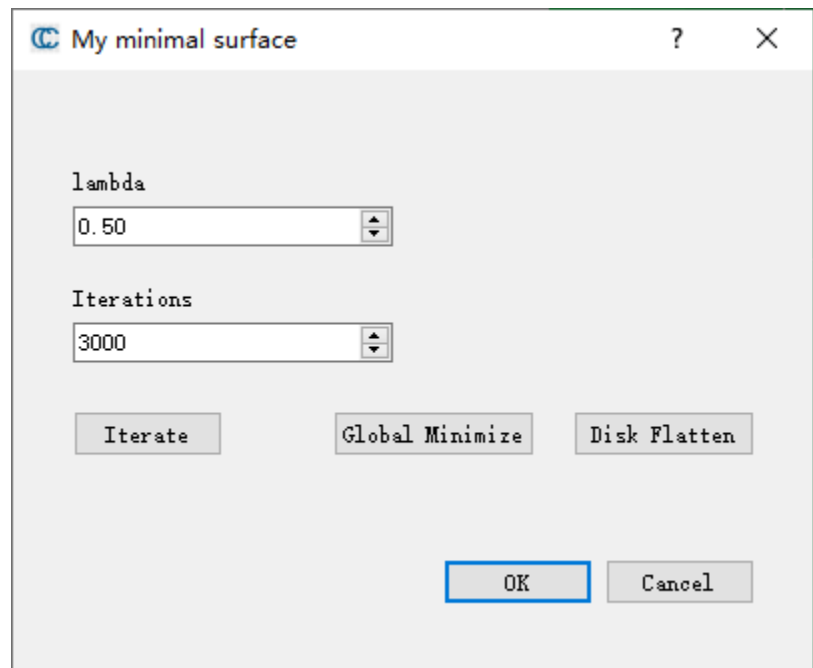
- 开发 CloudCompare 2.12 插件
- cloudcompare.org
- <https://github.com/cloudcompare/cloudcompare>

Eigen库

- 在Visual Studio中用Manage NuGet Packages...安装Eigen库

做法

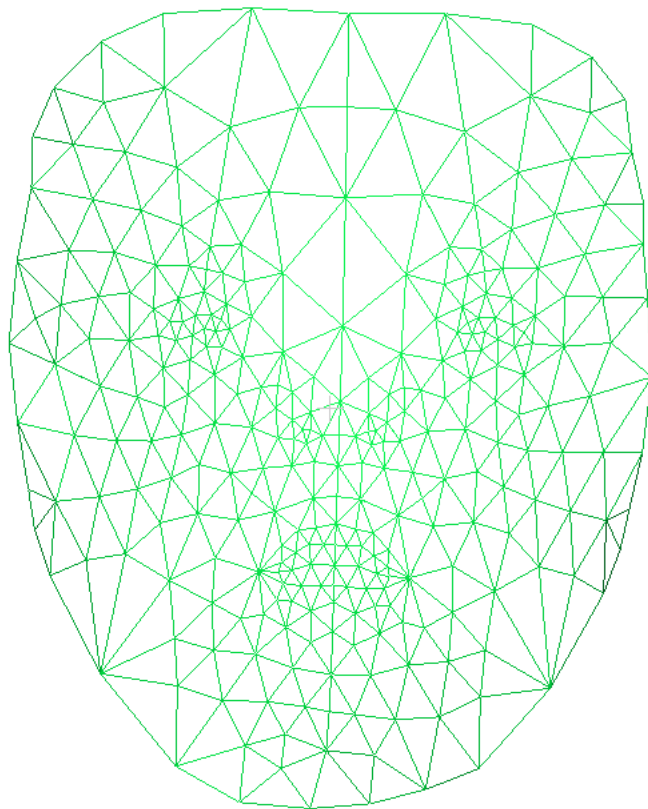
- GUI
- lambda: lambda参数
- Iterations: 迭代给定次数
- Iterate 极小曲面局部法
- Global Minimize 极小曲面全局法
- Disk Flatten 圆边界参数化



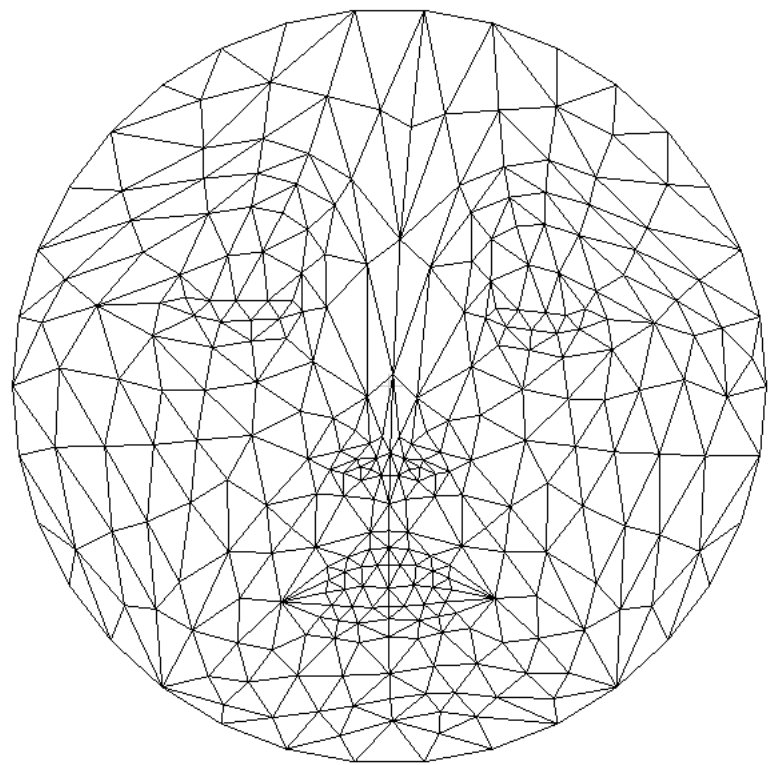
试验

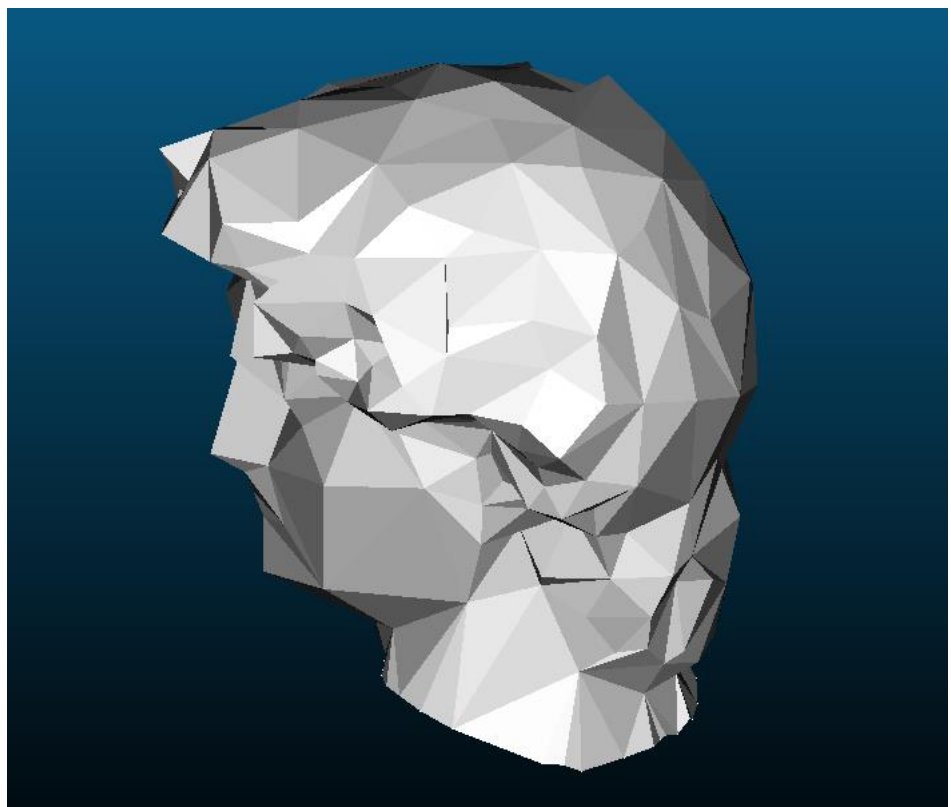
实现的极小曲面的局部法足够迭代的
结果和全局法结果差别很小

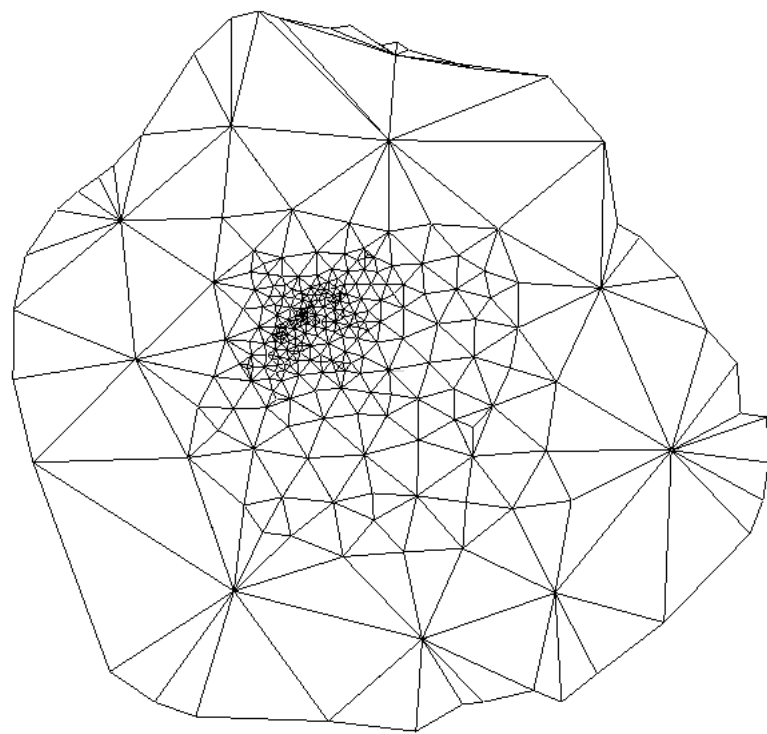




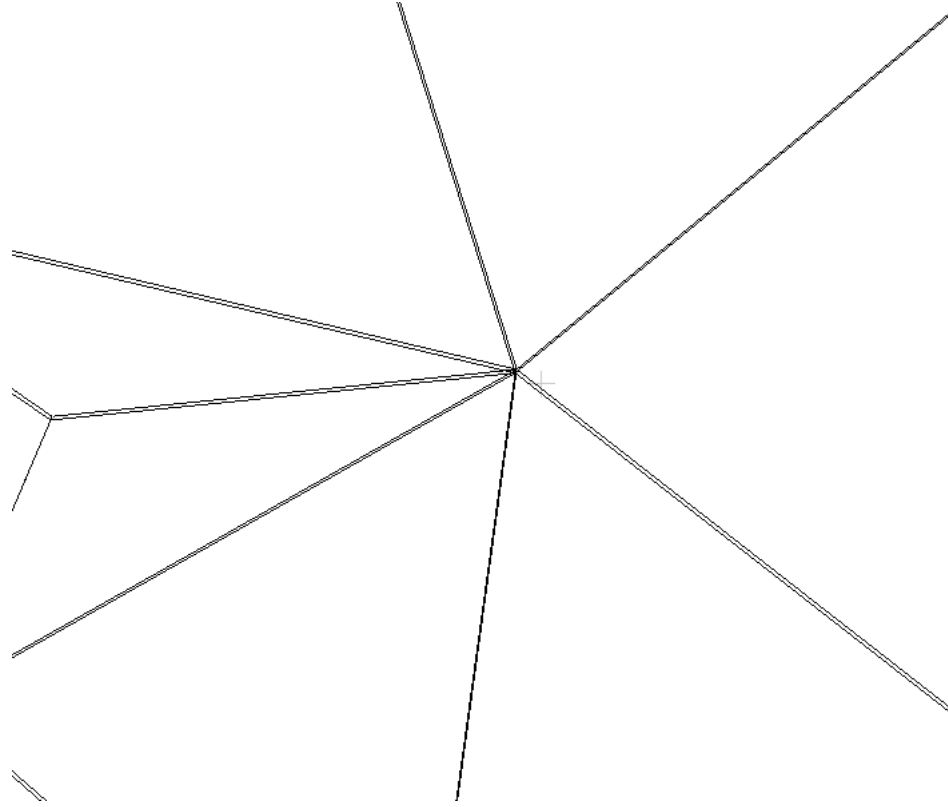
实现的极小曲面的局部法足够迭代的结果和全局法结果叠加显示 Top view



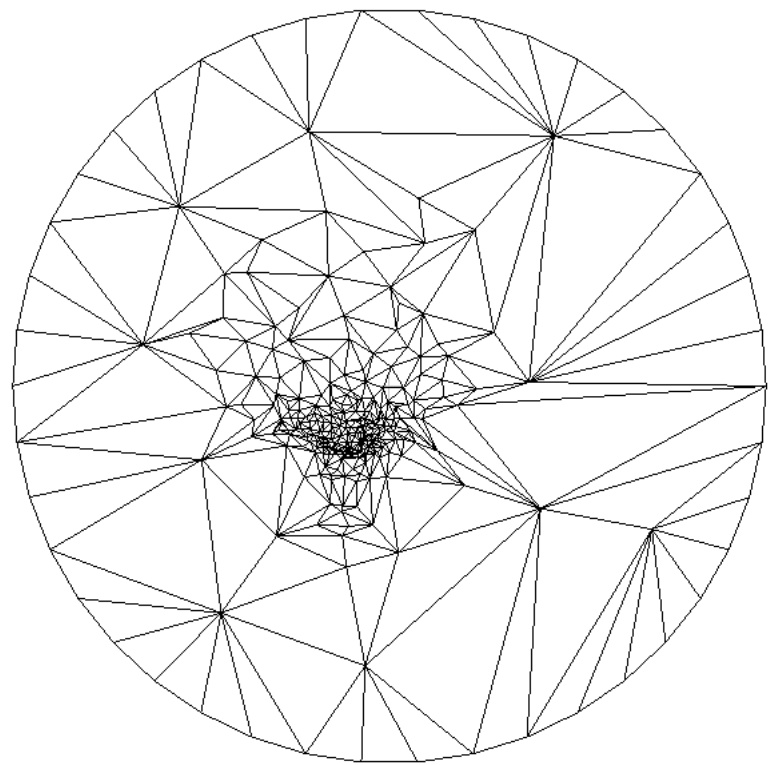


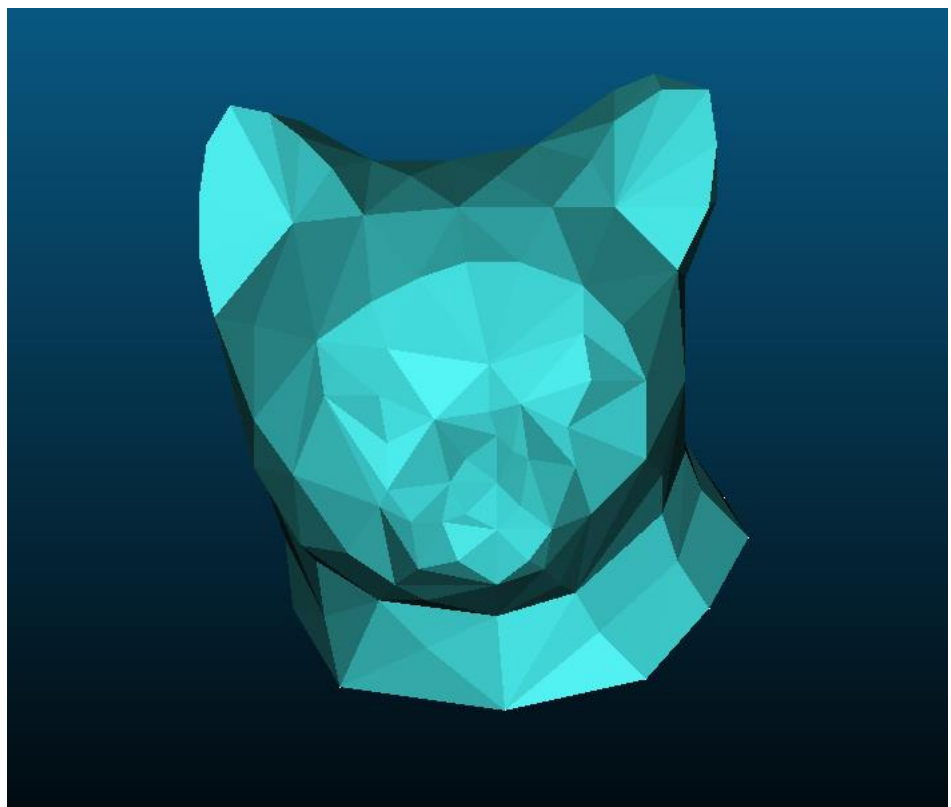


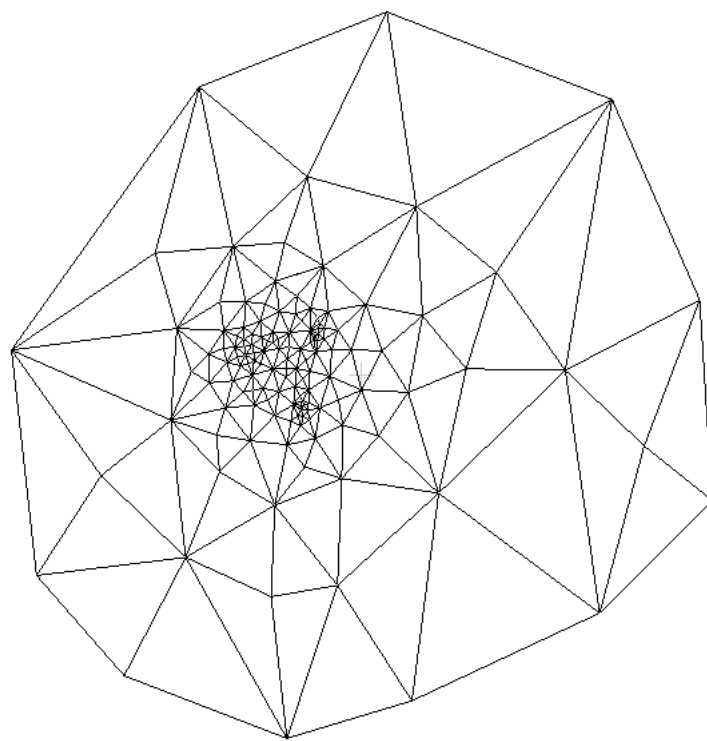
实现的极小曲面的局部法足够迭代的结果和全局法结果叠加显示 Top view



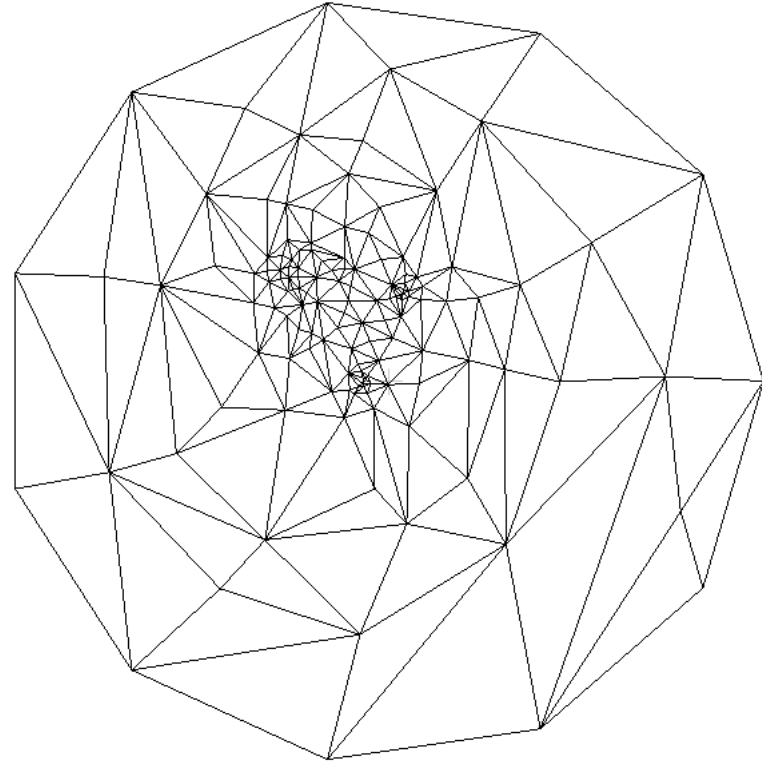
实现的极小曲面的局部法足够迭代的结果和全局法结果叠加局部放大显示

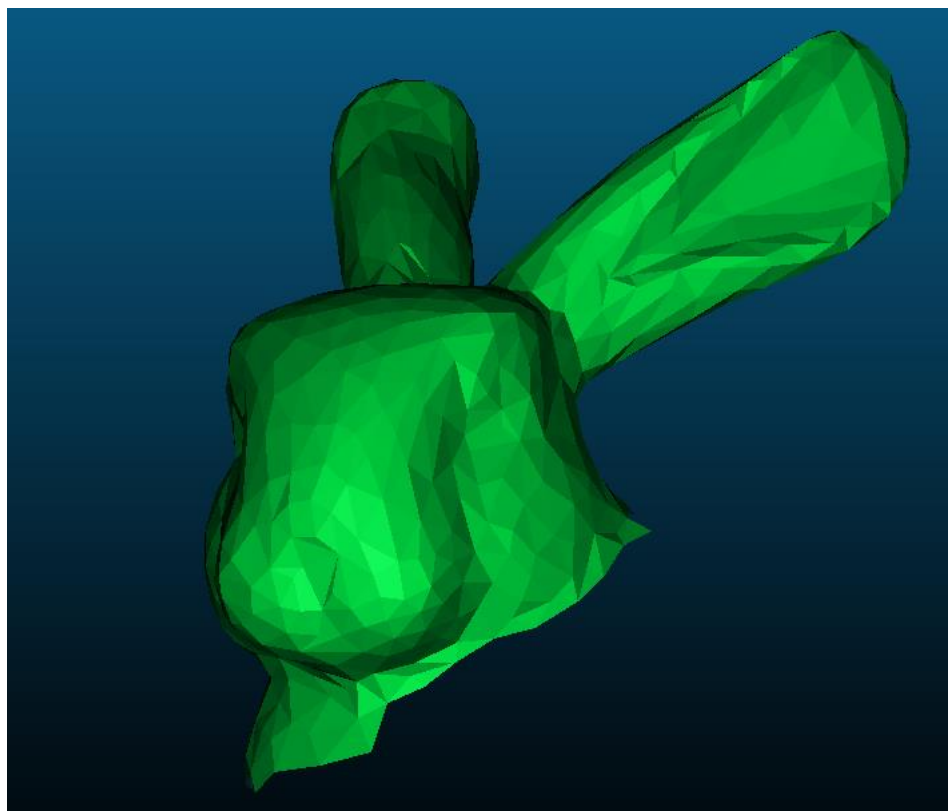


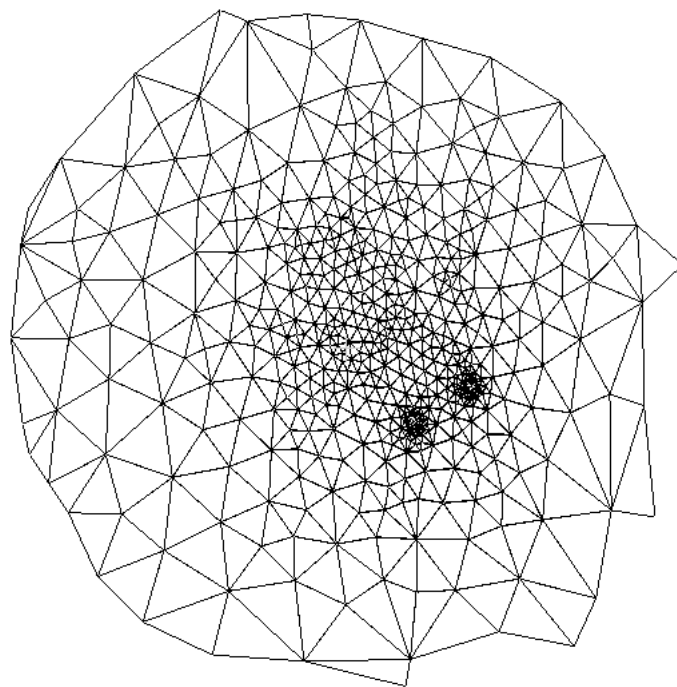




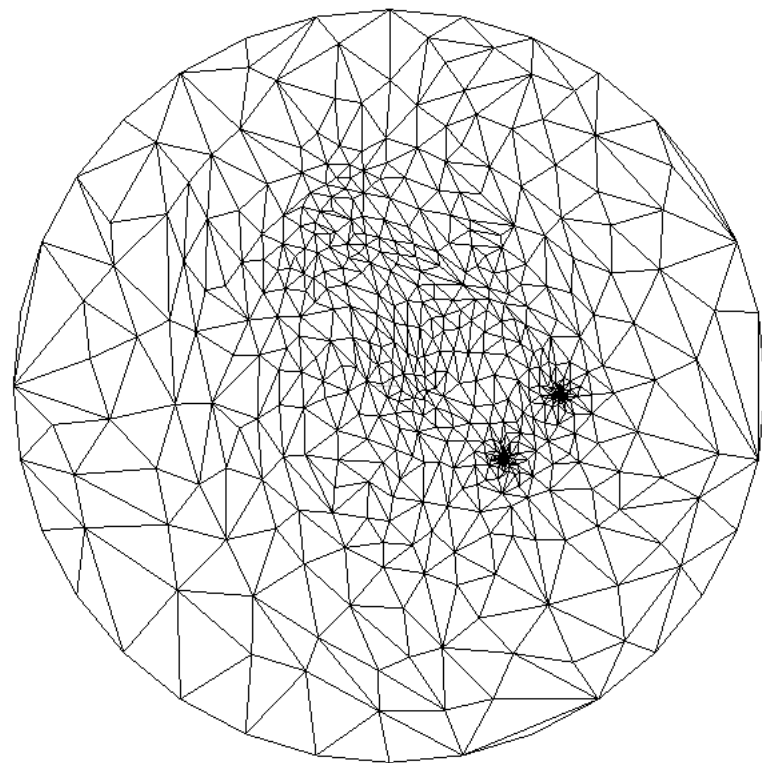
实现的极小曲面的局部法足够迭代的结果和全局法结果叠加显示 Top view

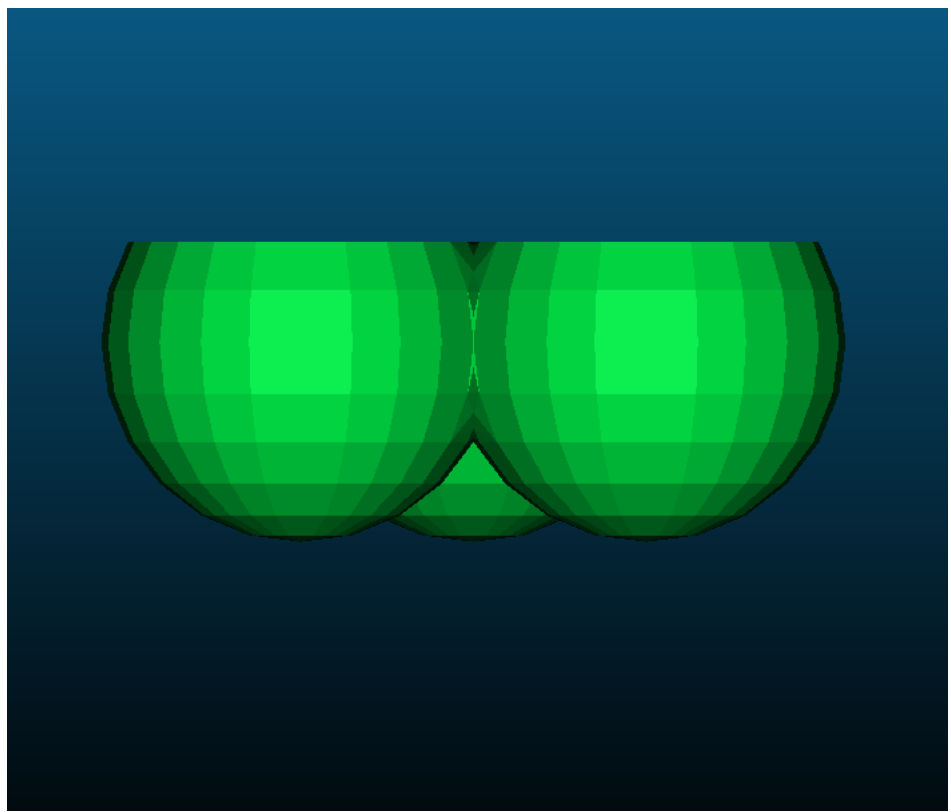


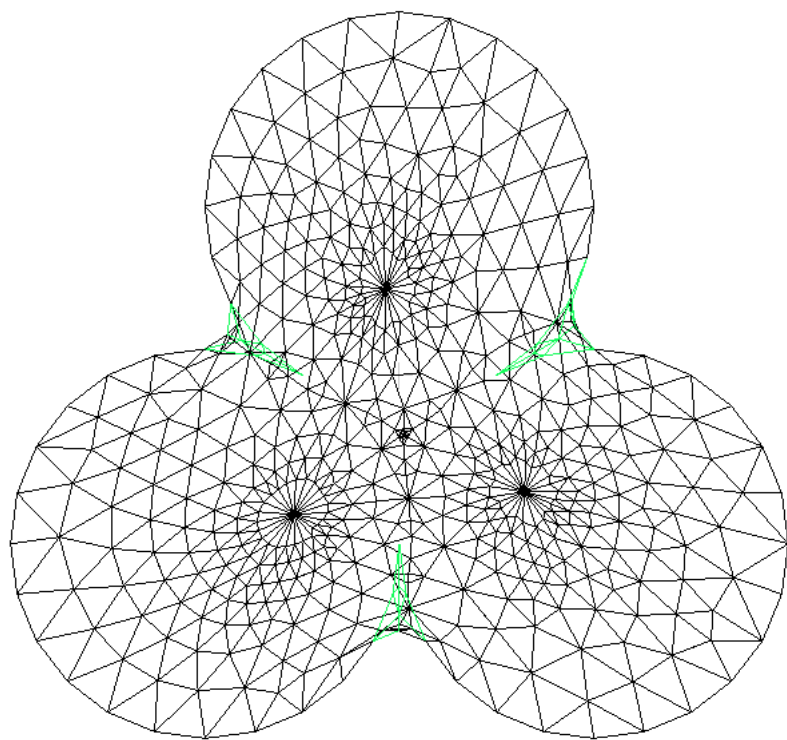




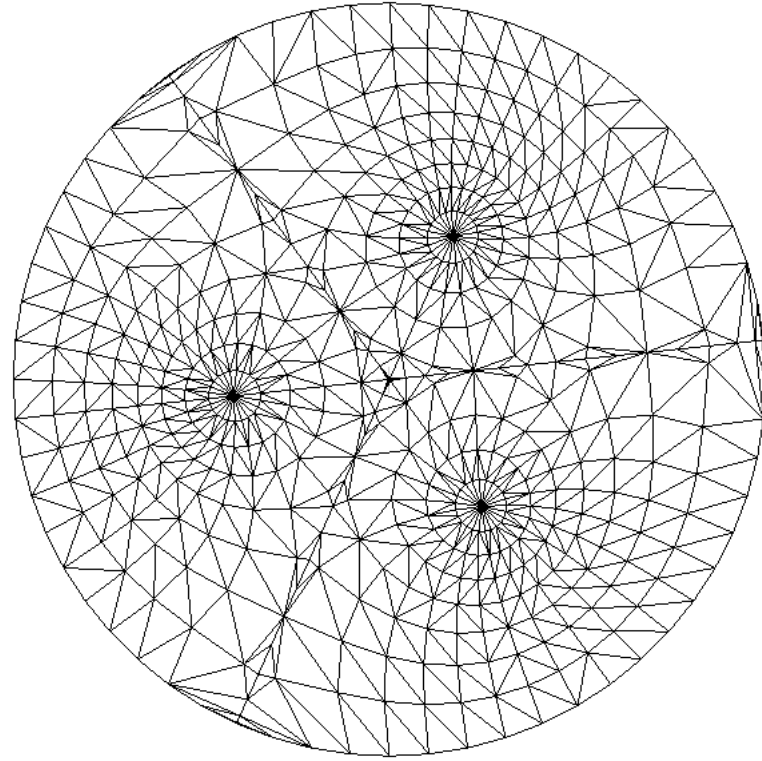
实现的极小曲面的局部法足够迭代的结果和全局法结果叠加显示 Top view







实现的极小曲面的局部法足够迭代的结果和全局法结果叠加显示 Top view



完