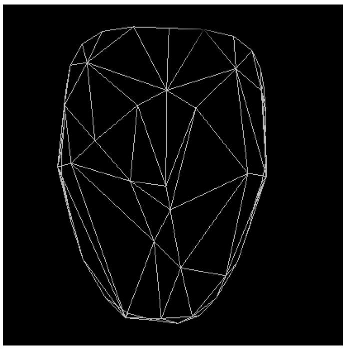
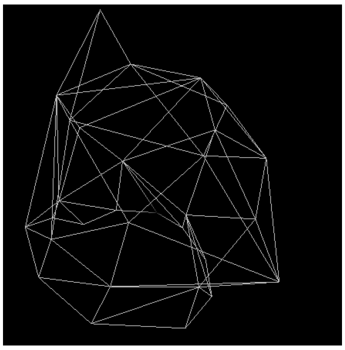
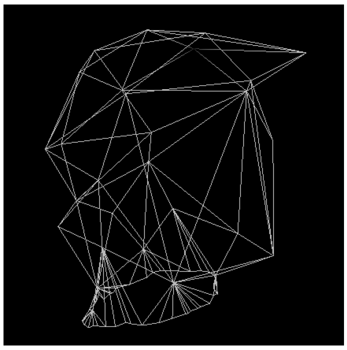
HW9 报告

ID: 16 NAME: 王宸

任务

- 网格简化的 QEM 方法
- 学习网格的拓扑关系（点、边、面）更新和维护

实现原理与方法

二次误差度量简化网格

基本思想：选择一个顶点对 (v_1, v_2)，合并这两个点成 $\bar{v}$。

我们定义符合以下条件的点对为**有效点对**：

$$1.\ \ (v_1, v_2)\ \ is\ a\ edge$$
$$2.\ \ ||v_1 - v_2|| < t, where\ t\ is\ a\ threshold\ parameter$$

每次从有效点对中选择度量误差最小的一组点对合并。

因此需要使用**二次误差** $\Delta(\mathbf{v})$ 给点对排序，即计算点到周围平面的距离和，定义如下：

$$\begin{aligned}\Delta(\mathbf{v}) = \Delta([v_x\ v_y\ v_z\ 1]^T) &= \sum_{\mathbf{p} \in planes(\mathbf{v})} (\mathbf{p}^T\mathbf{v})^2 \\ &= \sum_{\mathbf{p} \in planes(\mathbf{v})} \mathbf{v}^T(\mathbf{p}\mathbf{p}^T)\mathbf{v} \\ &= \mathbf{v}^T(\sum_{\mathbf{p} \in planes(\mathbf{v})} \mathbf{K_p})\mathbf{v}\end{aligned}$$

其中，

$$\mathbf{p} = [a\quad b\quad c\quad d]^T$$
$$\mathbf{K_p} = \mathbf{p}\mathbf{p}^T = \begin{bmatrix} a^2 & ab & ac & ad \\ ab & b^2 & bc & bd \\ ac & bc & c^2 & cd \\ ad & bd & cd & d^2 \end{bmatrix}$$

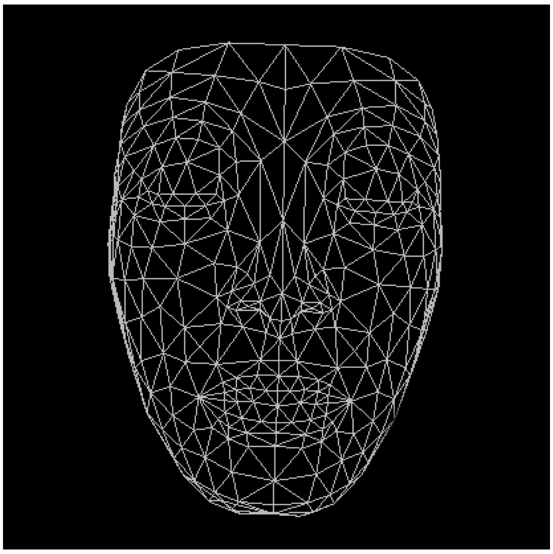
即可表示任意点到平面 $\mathbf{p}$ 的距离平方，然后我们使用 $\mathbf{Q} = \sum_{\mathbf{p} \in planes(\mathbf{v})} \mathbf{K_p}$ 表示 $\mathbf{v}$ 周围所有平面。

因此，度量点对合并的二次误差可表示为：$\Delta(\bar{\mathbf{v}}) = \bar{\mathbf{v}}^T(\mathbf{Q}_{\mathbf{v}_1} + \mathbf{Q}_{\mathbf{v}_2})\bar{\mathbf{v}}$

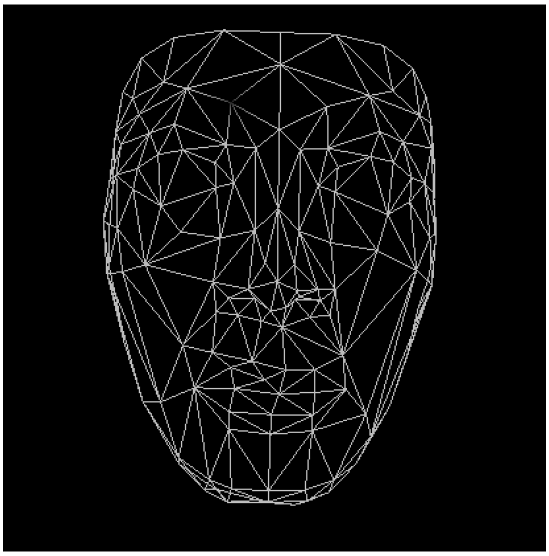
每次选择 $\Delta(\bar{\mathbf{v}})$ 最小的点对进行合并，合并后更新网格。

实验结果

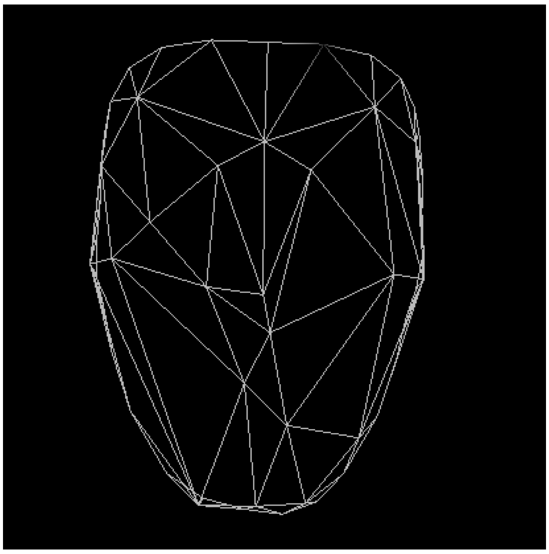
1. 模型1
    - 顶点数：299



    - 顶点数：145

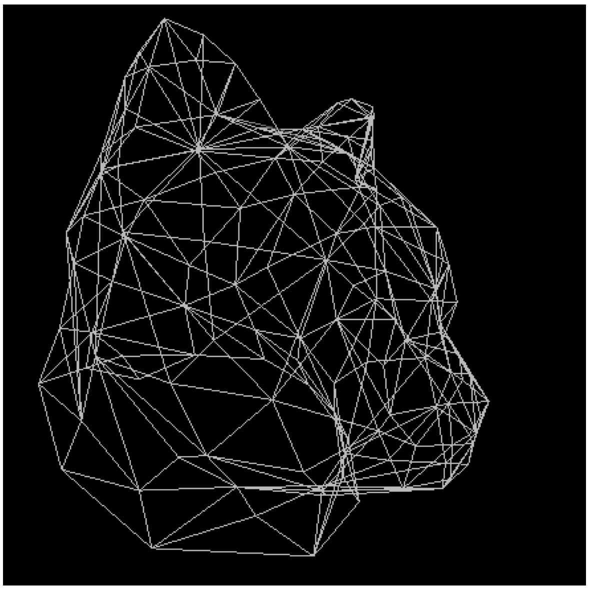


    - 顶点数：55

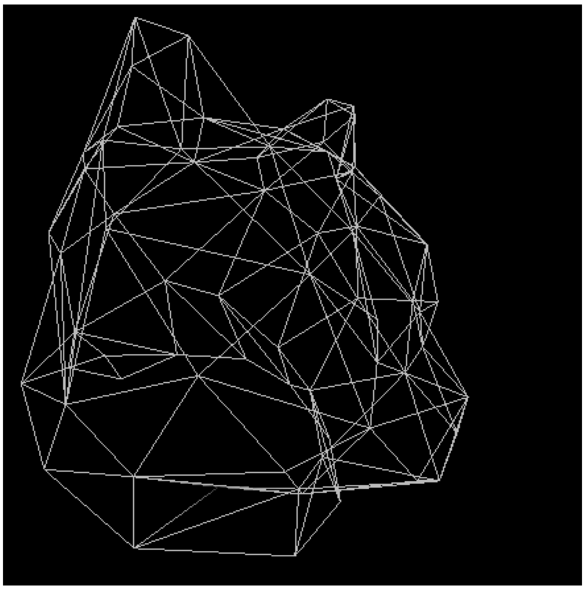


2. 模型2

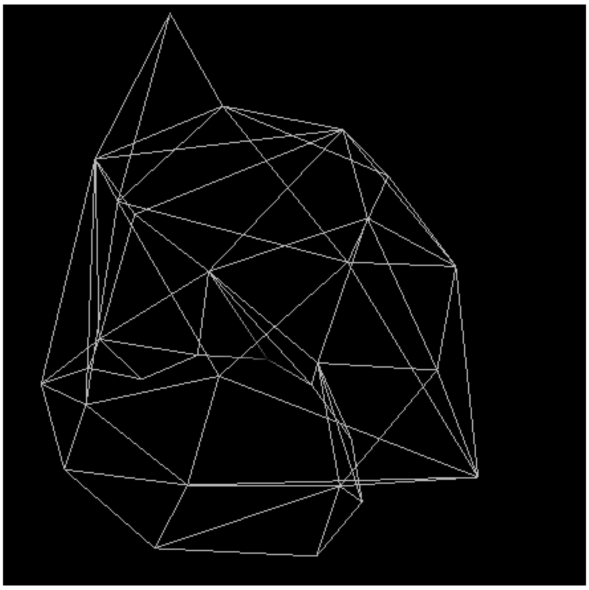
- 顶点数：135



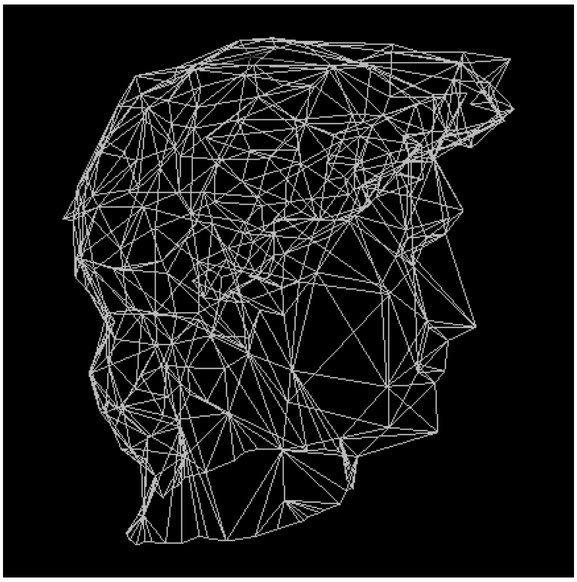
- 顶点数：70



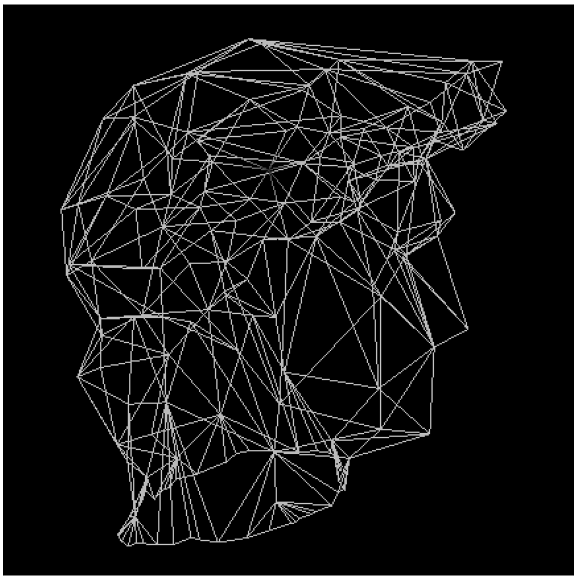
- 顶点数：30



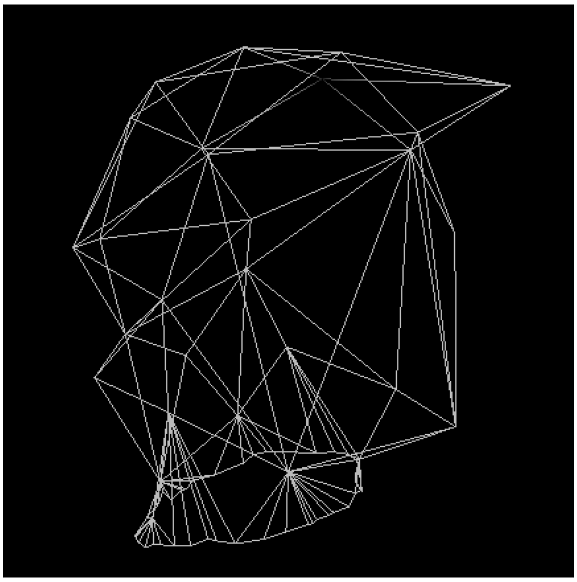
3. 模型3
   - 顶点数：315



- 顶点数：170



- 顶点数：70



总结

- 网格简化的逆操作可以维护一个栈，将每次选择的点对和简化后的点压入栈，需要逆操作时，弹出栈内元素，找到简化后的点，并由保存的点对重新构建网格；

- 实现过程中对框架中的网格操作还不熟悉，未能完成网格简化的逆操作，对于边界的点对以及满足第二个条件的点对也未考虑。