

期末考试试卷 (A 卷)

(本试卷共 4 页)

姓名

学号

班级

密

系、院学

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 得分 | | | | | | | | | |

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

一、填空题 (满分 24 分, 其中每小空格 3 分)

1. 事件 A,B 满足 _____ 称为互不相容, 事件 A,B 满足 _____ 称为相互独立。
2. 设 X 服从二项分布 $B(n, p)$, 已知 $EX = 3.2, DX = 1.92$, 则参数 $n = \underline{\hspace{2cm}}$, $p = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设 X 的分布律为

| | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | 0.1 | 0.3 | 0.4 | 0.2 |

 $F(x)$ 为其分布函数, 则 $F(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.4. 若随机变量 $X \sim N(-1, 9), Y \sim N(2, 16)$, 相关系数 $\rho_{XY} = 0$, 则 $E(X - 2Y) = \underline{\hspace{2cm}}, D(X - 2Y) = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设总体
- $X \sim N(\mu, \sigma^2), \sigma^2$
- 未知, 给定样本
- (X_1, X_2, \dots, X_n)
- , 对均值作区间估计, 则置信度为
- $1-\alpha$
- 的置信区间为 _____.

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

二、选择题 (本题满分 16 分, 每小题 4 分)

1. 同时掷两颗均匀骰子, 出现的点数之和等于 10 的概率为 ()
- (a) $\frac{1}{36}$; (b) $\frac{2}{36}$; (c) $\frac{3}{36}$; (d) $\frac{4}{36}$
2. 设 A, B 是任意两个事件, 则 $P(A \cup B) =$ ()
- (a) $P(A) + P(B)$; (b) $P(A) + P(B) - P(A)P(B)$;
- (c) $P(A) - P(B) + P(AB)$; (d) $P(A) + P(B) - P(AB)$.
3. 随机变量 $X \sim N(-1, \sigma^2)$, 且 $P(X > c) = P(X < c)$, 则 c 等于 ()

更多考试真题

扫码关注 **【QLU 星球】**

回复：**真题** 获取



公众号 · QLU星球

- (a) 0 ; (b) 1 ; (c) -1 ; (d) σ .

4. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个简单随机样本, $EX = \mu, DX = \sigma^2$ 存在, \bar{X}, s^2 分别为样本均值和样本方差, 下面结论正确的是 ()

- (a) \bar{X}, s^2 分别为 μ, σ^2 的无偏估计量; (b) \bar{X}, s 分别为 μ, σ 的无偏估计量;
(c) \bar{X}, s^2 分别为 μ, σ^2 的矩估计量; (d) \bar{X}, s^2 分别为 μ, σ^2 的极大似然估计量;

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

三、(本题满分 10 分)

有朋友自远方来, 他坐火车、坐船、坐汽车、坐飞机的概率分别是 0.3、0.2、0.1 和 0.4, 而他坐火车、坐船、坐汽车、坐飞机迟到的概率分别是 $1/4$ 、 $1/3$ 、 $1/12$ 和 0, 实际上他迟到了, 请推测他坐哪种交通工具来的可能性最大。

微信公众号: QLU星球

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

四、(本题满分 10 分)

设随机变量 X 在区间 $[10, 15]$ 上服从均匀分布。现对 X 进行 10 次独立观测, 试求有两次观测值大于 14 的概率。

| | |
|----|--|
| 姓名 | |
| 学号 | |
| 级班 | |
| 专业 | |
| 密 | |
| 封 | |
| 线 | |

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

五、(本题满分 12 分)

设 X, Y 相互独立, 分布律如下:

| X | -1 | 1 | 2 |
|-----|-------|-------|-------|
| | $1/2$ | $1/8$ | $3/8$ |

| Y | -1 | 1 |
|-----|-------|-------|
| | $1/3$ | $2/3$ |

求: (1) (X, Y) 的概率分布表; (2) $E(XY)$; (3) $Z = X + Y$ 的概率分布表

微信公众号: QLU星球

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

六、(本题满分 10 分)

设随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} A, & 0 < x < y, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求: (1) A ; (2) (X, Y) 的边缘分布;

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

七、(本题满分 8 分)

一袋盐的重量(克)X 服从正态分布, $EX = 100, DX = 0.1$, 现从中随机取出 10 袋盐, 求这 10 袋盐的平均重量在 99.9~100.2 克的概率。
 $(\Phi(2) = 0.9772, \Phi(1) = 0.8413)$

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

八、(本题满分 10 分)

某种电子元件的寿命 $X \sim N(\mu, 20^2)$, 合格的标准为 $\mu \geq 2000$ 小时, 现从这批电子元件中抽取 10 个, 测得寿命为(小时): 2010 1980 1950 2000 1975
 2020 1990 1995 1985 1970, 试在水平 $\alpha=0.05$ 下检验电子元件是否合格?

$$(Z_{0.05} = 1.65, Z_{0.025} = 1.96, t_{0.05}(9) = 1.8331, t_{0.025}(9) = 2.2622)$$

期末考试试卷 A

参考答案与评分标准

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

一、填空题（满分 24 分，其中每小空格 3 分）

1. 事件 A, B 满足 $AB = \Phi$ 称为互不相容，事件 A, B 满足 $P(AB) = P(A)P(B)$ 称为相互独立。

2. 设 X 服从二项分布 $B(n, p)$ ，已知 $EX = 3.2, DX = 1.92$ ，则参数 $n = \underline{8}$ ，
 $p = \underline{0.4}$ 。

3. 设 X 的分布律为

| | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | 0.1 | 0.3 | 0.4 | 0.2 |

 $F(x)$ 为其分布函数，则 $F(2) = \underline{0.8}$ 。

4. 若随机变量 $X \sim N(-1, 9), Y \sim N(2, 16)$ ，相关系数 $\rho_{XY} = 0$ ，则 $E(X - 2Y) = \underline{-5}$ ，
 $D(X - 2Y) = \underline{73}$ 。

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 未知，给定样本 (X_1, X_2, \dots, X_n) ，对均值作区间估计，
 则置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间为 $(\bar{X} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1))$ 。

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

二、选择题（满分 16 分，其中每小题 4 分）

1. 同时掷两颗均匀骰子，出现的点数之和等于 10 的概率为
 (c)

- (a) $\frac{1}{36}$; (b) $\frac{2}{36}$; (c) $\frac{3}{36}$; (d) $\frac{4}{36}$

2. 设 A, B 是任意两个事件，则 $P(A \cup B) = (\quad d \quad)$

- (a) $P(A) + P(B)$; (b) $P(A) + P(B) - P(A)P(B)$;
 (c) $P(A) - P(B) + P(AB)$; (d) $P(A) + P(B) - P(AB)$.

3. 随机变量 $X \sim N(-1, \sigma^2)$ ，且 $P(X > c) = P(X < c)$ ，则 c 等于 (c)

- (a) 0 ; (b) 1 ; (c) -1 ; (d) σ .

4. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体 X 的一个简单随机样本, $EX = \mu, DX = \sigma^2$ 存在, \bar{X}, s^2 分别为样本均值和样本方差, 下面结论正确的是 (a)

- (a) \bar{X}, s^2 分别为 μ, σ^2 的无偏估计量; (b) \bar{X}, s 分别为 μ, σ 的无偏估计量;
- (c) \bar{X}, s^2 分别为 μ, σ^2 的矩估计量; (d) \bar{X}, s^2 分别为 μ, σ^2 的极大似然估计量;

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

三、(本题满分 10 分) 有朋友自远方来, 他坐火车、坐船、坐汽车、坐飞机的概率分别是 0.3、0.2、0.1 和 0.4, 而他坐火车、坐船、坐汽车、坐飞机迟到的概率分别是 $1/4, 1/3, 1/12$ 和 0, 实际上他迟到了, 请推测他坐哪种交通工具来的可能性最大。

解: 设事件 A, B, C, D 分别表示“坐火车”、“坐船”、“坐汽车”、“坐飞机”。 E 表示“迟到”, 则有

$$P(E) = P(A)P(E/A) + P(B)P(E/B) + P(C)P(E/C) + P(D)P(E/D)$$

$$= 0.3 \times \frac{1}{4} + 0.2 \times \frac{1}{3} + 0.1 \times \frac{1}{12} + 0.4 \times 0 = \frac{3}{20} \quad (6 \text{ 分})$$

$$P(A/E) = \frac{0.3 \times \frac{1}{4}}{3/20} = \frac{1}{2}, \quad P(B/E) = \frac{0.2 \times \frac{1}{3}}{3/20} = \frac{4}{9}$$

$$P(C/E) = \frac{0.1 \times \frac{1}{12}}{3/20} = \frac{1}{18}, \quad P(D/E) = \frac{0}{3/20} = 0 \quad (4 \text{ 分})$$

所以他坐船的可能性最大

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

四、(本题满分 10 分) 设随机变量 X 在区间 $[10, 15]$ 上服从均匀分布。现对 X 进行 10 次独立观测, 试求有两次观测值大于 14 的概率。

解: $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & 10 \leq x \leq 15 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2 \text{ 分})$

$A = \text{“}X \text{ 的观测值大于 } 14\text{”}$

$$P(A) = \int_{14}^{15} \frac{1}{5} dx = \frac{1}{5} \quad (3 \text{ 分})$$

Y 表示这 10 次观测中观测值大于 14 的次数, 则 $Y \sim B(10, \frac{1}{5})$

(2分)

$$P(Y=2) = C_{10}^2 \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^8 \quad \dots \quad (3 \text{ 分})$$

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

五、(本题满分 12 分) 设 X, Y 相互独立, 分布律如下

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|--|
| X | -1 | 1 | 2 | |
| | 1/2 | 1/8 | 3/8 | |
| Y | -1 | 1 | | |
| | 1/3 | 2/3 | | |

求：(1) (X, Y) 的概率分布表；(2) $E(XY)$ ；(3) $Z = X + Y$ 的概率分布表

解：（1）

| X | -1 | 1 | 2 |
|----|-----|------|-----|
| Y | | | |
| -1 | 1/6 | 1/24 | 1/8 |
| 1 | 1/3 | 1/12 | 1/4 |

(4分)

(2)

$$EX = -1 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{8},$$

$$EY = -1 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$EXY = EX \cdot EY = \frac{3}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8} \quad \text{(4分)}$$

(3)

| | | | | | |
|---|-----|-----|-----|------|-----|
| Z | -2 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| | 1/6 | 3/8 | 1/8 | 1/12 | 1/4 |

(4分)

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

六、(本题 10 分) 设随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x,y) = \begin{cases} A, & 0 < x < y, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求：(1) A ；(2) (X, Y) 的边缘分布；

$$\text{解: (1)} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy = \int_0^1 dx \int_x^1 A dy = A \int_0^1 (1-x) dx = \frac{A}{2} = 1$$

$\therefore A = 2$ (4分)

$$f_Y(y) = \int_0^y 2dx = 2y, \quad 0 < y < 1 \quad (3 \text{ 分})$$

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

七、(本题 8 分) 一袋盐的重量(克) X 服从正态分布, $EX = 100, DX = 0.1$, 现从中随机取出 10 袋盐, 求这 10 袋盐的平均重量在 99.9~100.2 克的概率。($\Phi(2) = 0.9772, \Phi(1) = 0.8413$)

解: $X \sim N(100, 0.1)$ (1 分)

$$10 \text{ 袋盐的平均重量 } \bar{X} \sim N\left(100, \frac{0.1}{10}\right) = N(100, 0.01), \quad \dots \quad (2 \text{ 分})$$

$$\frac{\bar{X} - 100}{0.1} \sim N(0, 1) \quad \dots \quad (2 \text{ 分})$$

$$\begin{aligned} P(99.9 < \bar{X} < 100.2) &= P(-1 < \frac{\bar{X} - 100}{0.1} < 2) \\ &= \Phi(2) - \Phi(-1) = \Phi(2) + \Phi(1) - 1 \quad \dots \quad (2 \text{ 分}) \\ &= 0.9772 + 0.8413 - 1 = 0.8185 \quad \dots \quad (1 \text{ 分}) \end{aligned}$$

| | |
|-----|--|
| 得分 | |
| 阅卷人 | |

八、(本题 10 分) 某种电子元件的寿命 $X \sim N(\mu, 20^2)$, 合格的标准为 $\mu \geq 2000$ 小时, 现从这批电子元件中抽取 10 个, 测得寿

命为 (小时): 2010 1980 1950 2000 1975 2020 1990 1995 1985 1970

试在水平 $\alpha=0.05$ 下检验电子元件是否合格。

$$(Z_{0.05} = 1.65, \quad Z_{0.025} = 1.96, \quad t_{0.05}(9) = 1.8331, \quad t_{0.025}(9) = 2.2622)$$

解: $H_0: \mu = \mu_0 = 2000, \quad H_1: \mu < \mu_0$ (2 分)

由样本计算得到: $\bar{X} = 1987.5$ (1 分)

$$U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{1987.5 - 2000}{20 / \sqrt{10}} = -1.9764 \quad \dots \quad (4 \text{ 分})$$

$$-Z_{0.05} = -1.65 \quad \dots \quad (1 \text{ 分})$$

$$U < -Z_{0.05} \quad \dots \quad (1 \text{ 分})$$

所以拒绝 H_0 , 认为电子元件不合格 (1 分)