

# 齐鲁工业大学《高等数学 A》

## 2019-2020 学年期末试卷

**一、单项选择题（在每个小题四个备选答案中选出一个正确答案，填在题末的括号中）**

**(本大题分 3 小题，每小题 3 分，共 9 分)**

1、下列极限中，极限值不为零的是 ( )。

(A)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan 2x}{x}$ ; (B)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 2x}{x}$ ;

(C)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x^2}$ ; (D)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^4 + x^2}}$

2、设  $f(x)$  连续，则下列必为偶函数的是 ( )

A、 $\int_0^x f(t^2) dt$       B、 $\int_0^x f^2(t) dt$

C、 $\int_0^x t(f(t) - f(-t)) dt$     D、 $\int_0^x t(f(t) + f(-t)) dt$

3、设方程  $y' - y^2 + x = 0$  确定了  $y$  是  $x$  的函数  $y = f(x)$ ，且已知在  $x_0$  处，

$f'(x_0) = 0$ ，则下列结论成立的是 ( )

(A)  $f(x)$  在  $x = x_0$  处取得极大值；

(B)  $f(x)$  在  $x = x_0$  处取得极小值；

(C)  $f(x)$  在  $x = x_0$  处不取得极值；

(D) 仅从现有条件不能判别  $f(x)$  在  $x = x_0$  是否取得极值。

**二、填空题（将正确答案填在横线上）**

**(本大题分 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)**

1、 $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(2+n) - \ln n)$  \_\_\_\_\_

2、 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt}{x^3} =$  \_\_\_\_\_

更多考试真题

扫码关注 **【QLU 星球】**

回复：**真题** 获取



公众号 · QLU星球

3、 $f(x) = (x+1)^2 \ln(1+x)$ , 则  $f''(0) = \underline{\hspace{10cm}}$

4、 $\int_1^{+\infty} \frac{x}{(1+x^2)^2} dx = \underline{\hspace{10cm}}$

5、 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \max\{\sin x, \cos x\} dx = \underline{\hspace{10cm}}$

### 三 计算题 (必须有解题过程)

(本大题共 9 小题, 每题 7 分, 共 63 分)

1、(本小题 7 分)

求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$

2、(本小题 7 分)

已知  $f(x) = \begin{cases} \int_0^x te^t dt, & x < 0 \\ \end{cases}$ , 试讨论  $f(x)$  在  $x = 0$  点处的连续性和可导性.

3、(本小题 7 分)

设  $y = y(x)$  由方程  $y \sin x - \sin(x+y) = 0$  所确定, 求  $y'$ .

4、(本小题 7 分)

求函数  $y = \operatorname{arc cot} \frac{1-x}{1+x}$  在  $[0,1]$  上的最大值与最小值

5、(本小题 7 分)

设  $\begin{cases} x = t - e^{-t} \\ y = t + e^{2t} \end{cases}$  确定了函数  $y = y(x)$  求  $\frac{d^2y}{dx^2}$ .

6、(本小题 7 分)

$$\text{求} \int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx.$$

7、(本小题 7 分)

设非零向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $2\vec{a} + 5\vec{b} \perp \vec{a} - \vec{b}, 2\vec{a} + 3\vec{b} \perp \vec{a} - 5\vec{b}$ , 求  $(\vec{a}, \vec{b})$ 。

8、(本小题 7 分)

求过  $l: \begin{cases} 3x + 2y - z - 1 = 0 \\ 2x - 3y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$  且垂直于  $\pi: x + 2y + 3z - 5 = 0$  的平面方程。

9、( 本小题 7 分 )

计算积分  $\int e^x \cdot \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} dx$

微信公众号: QLU星球

**四、应用与证明题 (必须有解题过程)**

(本大题共 13 分)

1、( 本小题 7 分 )

求曲线  $y = e^x$ ,  $x$  轴 及该曲线过原点的切线所围成的图形面积和绕  $x$  轴旋转的体积。

2、( 本小题 6 分 )

设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续, 在  $(0, 1)$  内可导, 且  $3\int_{\frac{1}{3}}^1 f(x)dx = f(0)$ ,

证明: 必存在  $\xi \in (0,1)$ , 使  $f'(\xi) = 0$ 。(提示: 积分和微分中值定理)

微信公众号: QLU星球