学习物理 II 和物理III的同学注意：二.5　三.2　三.5　可以不做

7. 静电场

班级 ______________ 学号 ______________ 姓名 ______________ 成绩 __________

一、选择题

1.下列几个说法中哪一个是正确的?

正电荷

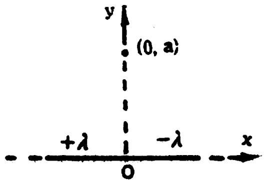
(A) 电场中某点场强的方向，就是将点电荷放在该点所受电场力的方向；

(B) 在以点电荷为中心的球面上，由该点电荷所产生的场强处处相同；方向不同，仅仅大小相等.

(C) 场强方向可由 $\vec{E}=\vec{F}/q$ 定出，其中 q 为试验电荷的电量，q 可正，可负，$\vec{F}$ 为试验电荷所受的电场力；

(D) 以上说法都不正确。　　(　　)

2．图中所示为一沿 X 轴放置的“无限长”分段均匀带电直线，电荷线密度分别为 $+\lambda$ $(x<0)$和$-\lambda$ $(x>0)$，则 OXY 坐标平面上点$(0,a)$处的场强 $\vec{E}$ 为：



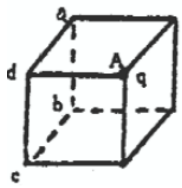
根据对称性：排除A和D　记住：场强大小与带同一种电荷时场强大小一样，可记住选B。

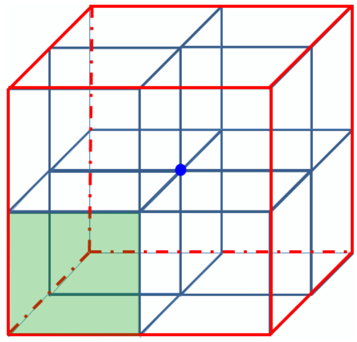
(A) 0；　(B) $\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\vec{i}$；　(C) $\dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\vec{i}$；　(D) $\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}(\vec{i}+\vec{j})$。

严格计算需要积分，后面有详细解答。

(　　)

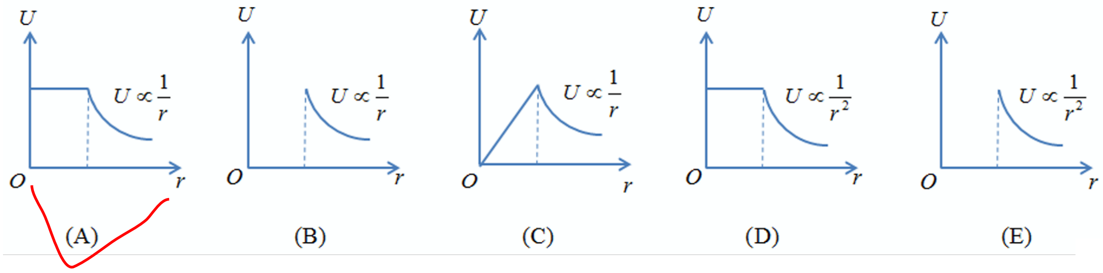
3.如图所示，一个带电量为 q 的点电荷位于正立方体的 A 角上，则通过侧面 abcd 的电场强度通量等于：高斯定理，这里用八个立方体把q包在中心。面abcd是表面积的 1/24.





(A) $\dfrac{q}{6\varepsilon_0}$；　(B) $\dfrac{q}{12\varepsilon_0}$；　(C) $\dfrac{q}{24\varepsilon_0}$；　(D) $\dfrac{q}{36\varepsilon_0}\vec{i}$。

4.半径为 R 的均匀带电球面，总电量为 Q，设无穷远处电势为零，则该带电体所产生的电场的电势 U，随离球心的距离 r 变化的分布曲线为：详见课件高斯定理例题



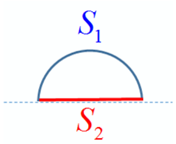
5.下面说法正确的是：

(A)等势面上各点场强的大小一定相等；(B)在电势高处，电势能也一定高；正负电荷不一样

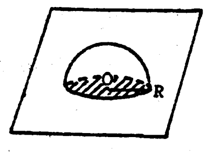
(C)场强大处，电势一定高；(D)场强的方向总是从电势高处指向电势低处。

(　　)

二、填空题

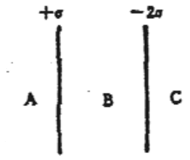


如左图，S1是半球面，如果再加上圆面S2就是闭合曲面，其电通量为0，所以圆面S2和半球面S1的电通量大小相等符号相反。



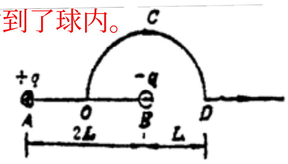
1.电荷面密度为σ 的均匀带电平板，以平板上的一点 O 为中心，R 为半径作一半球面如图所示，则通过此半球面的电通量= $\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}\pi R^2$

2.两个平行的“无限大”均匀带电平面，其电荷面密度分别为$+\sigma$ 和-2σ，如图所示。设方向向右为正，则 A、B、C 三个区域的电场强度分别为： 利用电场叠加原理



$E_A=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ ； $E_B=\dfrac{3\sigma}{2\varepsilon_0}$ ； $E_C=-\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

3.有一个球形的橡皮膜气球，电荷 q 均匀地分布在球面上，在此气球被吹大的过程中， 被气球表面掠过的点(该点与球中心距离为 r)，其电场强度的大小将由 $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ 变为__0__。随着气球的增大，该点$\boxed{\text{空间中想象的一点}}$由球外移动到了球内。



4.如图所示， $AB=2L$ ，OCD 是以 B 为中心，L 为半径的半圆。A 点有正点电荷+q，B 点有负点电荷-q。

(1) 把单位$\boxed{\text{正电荷}}$从 O 点沿 OCD 移到 D 点，电场力对它作功为__$\dfrac{q}{6\pi L\varepsilon_0}$__．

(2) 把单位$\boxed{\text{负电荷}}$从 D 点沿 AD 的延长线移到无穷远去，电场力对它作功为__$\dfrac{q}{6\pi L\varepsilon_0}$__。

公式：$W_{AB}=q(V_A-V_B)$
$W_{AB}=q(U_A-U_B)$
课本不同符号不同

5.一“无限长”均匀带电直线沿 Z 轴放置，线外某区域的电势表达式为$U=B\ln(x^2+y^2)$，式中 B 为常数，该区域的场强的两个分量为：$E_x=$__$-2Bx/(x^2+y^2)$__； $E_Z=$__0__。

考点：场强和电势的负梯度关系

选择题，2详细答案

解：如图所示，根据对称性，合电场E只有x分量.

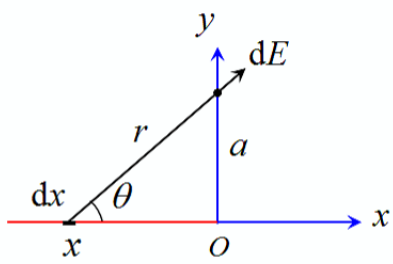
在x处取长度为dx的电荷元，电量为dq，则 $\mathrm{d}q=\lambda\,\mathrm{d}x$

正电荷产生的电场：

$$\mathrm{d}E=\frac{\lambda\,\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\lambda\,\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+a^2)}$$

$$\mathrm{d}E_x=\mathrm{d}E\cos\theta=-\frac{\lambda x\mathrm{d}x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$E_x=-\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{0}\frac{x\mathrm{d}x}{(x^2+a^2)^{3/2}}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}$$



同理，负电荷产生的$E_x=\dfrac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}$

$$\therefore E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

学习物理II和物理III的同学注意：二.5 三.2 三.5 可以不做

7. 静电场参考答案

一、选择题： 1、C；　2、B；3、C；4、A；5、D

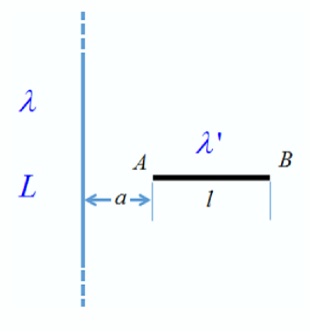
二、填空题： 1、$\Phi_{\text{半球面}}=\Phi_{\text{圆平面}}=\vec{E}\cdot\vec{S}=\pm\dfrac{\sigma\pi R^2}{2\varepsilon_0}$

2、$E_A=\sigma/2\varepsilon_0$，　$E_B=3\sigma/2\varepsilon_0$，　$E_c=-\sigma/2\varepsilon_0$；

3、$\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$，0

4、(1) $q/6\pi L\varepsilon_0$　（2）$q/6\pi L\varepsilon_0$；5、$-2Bx/(x^2+y^2)$　，0；

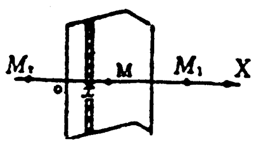
三、计算题：



1、解：无限长的均匀带电棒所产生的场强为 $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$　在 AB 上取线元 dr，

所受电场力大小为：$F=E\lambda\mathrm{d}r$　，方向垂直于 L，沿 r 轴正向，

整个细棒 l 所受电场力为：　$F=\int \mathrm{d}F=\int_a^{a+l}\dfrac{\lambda\lambda'}{2\pi\varepsilon_0 r}dr=\dfrac{\lambda\lambda'}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{a+l}{a}$　方向r正向



2、解：(1) 在 x 处取厚为 dx 的平板，

此平板带电量 $dq=\rho dx\cdot S$，电荷面密度为 $\sigma=\mathrm{d}q/s=\rho\mathrm{d}x$

则　$\mathrm{d}E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}=\dfrac{\rho\mathrm{d}x}{2\varepsilon_0}=\dfrac{kx\mathrm{d}x}{2\varepsilon_0}$　　$E=\int_0^a\dfrac{kx}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}x=\dfrac{ka^2}{4\varepsilon_0}$

(2) 板内任一点 M（x_0）左侧产生的场强方向沿 x 轴正向。$E_1=\int_0^{x_0}\dfrac{kx}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}x=\dfrac{kx_0^2}{4\varepsilon_0}$

M 右侧产生的场强方向沿 x 轴负向，　$E_2=\int_{x_0}^{a}\dfrac{kx}{2\varepsilon_0}\mathrm{d}x=\dfrac{k(a^2-x_0^2)}{4\varepsilon_0}$

∴　$E=\dfrac{kx_0^2}{4\varepsilon_0}-\dfrac{k(a^2-x_0^2)}{4\varepsilon_0}=\dfrac{k}{4\varepsilon_0}(2x_0^2-a^2)$

(3) E=0 时最小，　$2x_0^2-a^2=0$　，　$x_0=a/\sqrt{2}$

3、解：以 0 为球心，作半径为 r 的球形高斯面

(1) $r<R_1$，根据高斯定理　$\oint_s\vec{E}\cdot d\vec{S}=E\cdot 4\pi r^2=0/\varepsilon_0$　　∴ $E=0$

(2) $R_1<r<R_2$　$\oint_s\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=E\cdot 4\pi r^2=\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}\left(\dfrac{4}{3}\pi r^3-\dfrac{4}{3}\pi R_1^3\right)$　∴ $E=\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\cdot\dfrac{(r^3-R_1^3)}{r^2}$

(3) $r>R_2$　$E\cdot 4\pi r^2=\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}(\dfrac{4}{3}\pi R_2^3-\dfrac{4}{3}\pi R_1^3)$　∴ $E=\dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\cdot\dfrac{(R_2^3-R_1^3)}{r^2}$

4、解：(1) 在球内取半径为 r，厚为 dr 的薄球壳，壳内所包含的电量

$\mathrm{d}q=\rho\mathrm{d}V=qr4\pi r^2\mathrm{d}r/(\pi R^4)=4qr^3\mathrm{d}r/R^4$

则球体所带电量为：　$Q=\int\rho dV=(4q/R^4)\int_0^R r^3\mathrm{d}r=q$

(2)　在球内作一半径为 r 的高斯球面，按高斯定理有：

$4\pi r_1^2\cdot E_1=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\int_0^{r_1}\dfrac{qr}{\pi R^4}4\pi r^2\mathrm{d}r=\dfrac{qr_1^4}{\varepsilon_0 R^4}$　得：$E_1=\dfrac{qr_1^2}{4\pi\varepsilon_0 R^4}$　$(r_1\le R)$ $\vec{E}_1$沿半径向外

在球体外作半径为 r_2 的高斯球面，按高斯定理： $4\pi r_2^2 E_2 = q/\varepsilon_0$

∴ $E_2 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$　　$(r_2 > R)$　　$\vec{E}_2$ 方向沿半径向外

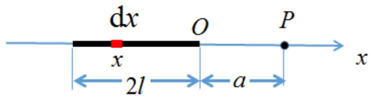
(3)球内电势 $U_1 = \int_{r_1}^{R} \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} + \int_{R}^{\infty} \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} = \int_{r_1}^{R} \dfrac{qr^2}{4\pi\varepsilon_0 R^4} dr + \int_{R}^{\infty} \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \dfrac{q}{3\pi\varepsilon_0 R} - \dfrac{qr_1^3}{12\pi\varepsilon_0 R^4}$

$= \dfrac{q}{12\pi\varepsilon_0 R}(4 - \dfrac{r_1^3}{R^3})$　　$(r_1 \le R)$

球外电势 $U_2 = \int_{r_2}^{\infty} \vec{E}_2 d\vec{r} = \int_{r_2}^{\infty} \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}$　　$(r_2 \ge R)$

5、(1) 电荷线密度 $\lambda = q/2L$，如图所示建立坐标系：

在 x 处取长度为 dx 的电荷元，则：$dq = \lambda dx = q dx/2L$ ；



它在 P 点产生的电势： $dU = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{\lambda dx}{(a-x)}$

∴ $U = \int dU = \int_{-2L}^{0} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{\lambda dx}{(a-x)} = \dfrac{q}{8\pi\varepsilon_0 L} \ln(1 + \dfrac{2L}{a})$

(2) 在 x 轴上，$x>0$ 的任一点， $U = \dfrac{q}{8\pi\varepsilon_0 L} \ln(1 + \dfrac{2L}{x})$　　且有 $E_y=0$

∴ $E = E_x = -\dfrac{\partial U}{\partial x} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 x(x+2L)}$　　令 $x=a$ ，即为 P 点的场强。