

齐鲁工业大学考试试卷 (A 卷)

高等数学(A) (上) 课程 时间 120 分钟

78 学时, 5 学分, 闭卷, 总分 100 分, 占总评成绩 70 %

题号	一	二	三	四	五	六	七	合计
满分	15	15	14	21	21	7	7	100
得分								

得分	
----	--

一、选择题 (本题共 5 小题, 每题 3 分)

1、当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ 是 x 的 () 无穷小。

(A) 等价 (B) 同阶 (C) 高阶 (D) 低阶

2、设 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上连续, $x=0$ 是函数 $g(x) = \frac{\int_0^x f(t)dt}{x}$ 的 () 间断点。

(A) 跳跃 (B) 可去 (C) 无穷 (D) 振荡

3、设 $f(x)$ 在 $U(x_0, \delta)$ ($\delta > 0$) 内有三阶连续导数, 且 $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$, $f'''(x_0) > 0$, 则下列结论正确的是 ()。(A) $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的极大值 (B) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值(C) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值 (D) $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点4、在下列 4 个广义积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$, $\int_0^1 \frac{1}{x^{3/2}} dx$, $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$, $\int_0^3 \frac{1}{x-1} dx$ 中, 收敛的有 () 个。

(A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4。

5、设 $a < b$, 当 $\int_a^b (x-x^2)dx$ 取最大值时, a, b 的取值为 ()。(A) $a = -\infty, b = \frac{1}{2}$; (B) $a = 0, b = \frac{1}{2}$; (C) $a = \frac{1}{2}, b = 1$; (D) $a = 0, b = 1$ 。

试卷装订线

学院

专业班级

学号

姓名

试卷装订线

更多考试真题

扫码关注【**QLU 星球**】

回复：**真题** 获取



公众号 · QLU星球

得分

二、填空题 (本题共 5 小题, 每题 3 分)

1、设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x+1} - x - b \right) = 0$, 则 $b =$ _____.

2、 $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \sqrt{\cos x - \cos^3 x} dx =$ _____.

3、方程 $x^5 + 5x + 1 = 0$ 在区间 $(-1, 0)$ 内有 _____ 个实根。

4、曲线 $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ 上相应于 $0 \leq x \leq 3$ 的一段弧的长度为 _____.

5、已知 $F(x) = \int_0^x (x-u)f(u)du$, $\int_0^1 f(x)dx = 1$, 那么 $F'(x)|_{x=1} =$ _____.

得分

三、计算下列极限 (每题 7 分, 共 14 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2011^x + 2012^x)^{\frac{1}{x}}$.

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\int_0^x \frac{\ln(1+u^3)}{u} du}$.

得分

四、计算题 (每题 7 分, 共 21 分)

1、设函数 $y = f(\tan x) + e^{f(x)}$, 其中 f 可导, 求 dy .

2、设函数 $y = y(x)$ 由方程组 $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = te^y + 1 \end{cases}$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx}\bigg|_{t=0}$.

3、设函数 $y = x \ln x$, 求 $\frac{d^n y}{dx^n} (n \geq 1)$.

得分	
----	--

五、计算下列积分 (每题 7 分, 共 21 分)

1、已知 $f(x) = \int_1^{x^2} \frac{\sin t}{t} dt$, 求 $\int_0^1 xf(x)dx$.

2、设 $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{-1} & x \geq 0 \\ (1+e^x)^{-1} & x < 0 \end{cases}$, 求 $\int_0^2 f(x-1)dx$.

3、设 $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上连续, 且满足 $f(x) = x^2 \cos x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$, 试求 $f(x)$.

得分

六、应用题（本题 7 分）

设抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 通过原点，且 $0 \leq x \leq 1$ 时， $y \geq 0$ 。已知该抛物线与直线 $x = 1, y = 0$ 所围成的平面图形 D 的面积是 $\frac{1}{3}$ ，求 a, b, c 的值，使图形 D 绕 x 轴旋转一周而成的旋转体体积 V 最小。

得分

七、证明题（本题 7 分）

设 $f(x)$ 在 $[-a, a]$ 上有二阶连续导数，且 $f(0) = 0$ ，

(1) 写出 $f(x)$ 的一阶麦克劳林公式；

(2) 证明： $\exists \eta \in [-a, a]$ ，使 $a^3 \cdot f''(\eta) = 3 \int_{-a}^a f(x) dx$ 。

····· 试卷装订线 ·····
 装订线内不要答题，不要填写考生信息 ·····
 试卷装订线 ·····

微信公众号：QLU星球