《高等数学 I》(下)期末考试模拟试题（A 卷）

得分	
阅卷人	

一、单项选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1、设 L 是抛物线 $y=x^2$ 上从 $O(0,0)$ 到 $A(1,1)$ 的一段，则曲线积分 $\int_L 2xy\mathrm{d}x+x^2\mathrm{d}y=$（　）

A　0；　　B　π；　　C　1；　　D　2π。

2、已知两点 $A(4,0,5)$ 和 $B(7,1,3)$，求与 $\overrightarrow{AB}$ 方向相同的单位向量 $\vec{e}=$　　（　）

A $\frac{1}{\sqrt{7}}(-3,\ 1,2)$；　B $\frac{1}{\sqrt{14}}(3,-1,2)$；　C $\frac{1}{\sqrt{7}}(3,1,-2)$；　D $\frac{1}{\sqrt{14}}(3,1,-2)$。

3、设 $z=\frac{x^2+y^2}{xy}$ 则 $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(1,1)}=$（　）

A　0;　　B　1;　　C　2;　　D　4。

4、直线 $\frac{x+3}{4}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-5}{1}$ 与平面 $2x-y-5z=1$ 的关系是（　）

A　直线在平面上；　　B　直线与平面垂直；

C　直线与平面平行；　　D　无法判定。

5、方程 $x(\ln x-\ln y)\mathrm{d}y-y\mathrm{d}x=0$ 是（　）

A　齐次方程；B　可分离变量的微分方程；

C　全微分方程；D　一阶线性非齐次微分方程。

得分	
阅卷人	

二、填空题（每小题 4 分，共 24 分）

1、函数 $z=e^{xy}$ 的全微分 $\mathrm{d}z=$;

2、微分方程 $y''-4y'-5y=0$ 的通解为 $y=$;

3、若 $f(x,y,z)=1,\ \Omega:x^2+y^2+z^2\le 1$，则 $\iiint_\Omega f(x,y,z)\mathrm{d}v=$;

4、$a>0$ 为实数，若 $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{x}{a}\right)^n$ 收敛，则其收敛半径为__________；

5、设 $L:x=a\cos t,\ y=a\sin t\ (0\le t\le 2\pi)$，则 $\oint_L (x^2+y^2)ds=$____________；

6、$\int_0^1 dx\int_x^{\sqrt{x}} f(x,y)dy$ 交换积分次序后得累次积分________________。

得分	
阅卷人	

三、解答下列各题（每小题 7 分，共 21 分）

1、求函数 $f(x)=\frac{1}{1+2x}$ 在 $x=0$ 的泰勒级数展开式。

2、设 $z=z(x,y)$ 是由 $e^{-xy}-2z+e^{z}=0$ 所确定的隐函数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$。

3、求微分方程 $y''+y'=x$ 的一个特解。

得分	
阅卷人	

四、解答下列各题（每小题 9 分，共 27 分）

1、求函数 $f(x,y)=x^2+y^2-2x+1$ 的极值。

2、计算 $\iint\limits_{\Sigma}(x+y+z)dS$，其中 Σ 为平面 $y+z=5$ 被柱面 $x^2+y^2=25$ 所截得的部分。

3、求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}nx^{n-1}\quad(|x|<1)$ 的和函数。

得分	
阅卷人	

五、（**本题** 8 分）证明 $T(x,t)=e^{-ab^2t}\sin bx$ 满足热传导方程 $\dfrac{\partial T}{\partial t}=a\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}$，其中 a 为正常数，b 为任意常数。