

# 齐鲁工业大学 2019-2020 学年第一学期

## 《离散数学》课程期末试卷

### 一、选择题（共 10 题，每题 3 分，共 30 分）

1. 下列语句为命题的是（ ）。

- A. 勿踏草地；。
- B. 你去图书馆吗？；
- C. 月球上有水；
- D. 本命题为假。

2. 下列推理中，（ ）是错误的。

A. 如果  $x$  是有理数，则它为整数。 $1/2$  是有理数。所以  $1/2$  是整数。

B. 若周末气温超过 30 度，小红就去游泳。小红周末没去游泳。所以周末气温没超过 30 度。

C. 下午小明或者去看电影，或者去打篮球。下午小明没去打篮球。因此下午小明去看电影了。

D. 若  $a$  能被 4 整除，则  $a$  能被 2 整除。 $a$  能被 2 整除。因此  $a$  能被 4 整除。

3. 谓词公式  $\exists x(P(x) \vee \forall yR(y)) \rightarrow Q(x)$  中的  $x$ （ ）。

- A. 只是约束变元
- B. 只是自由变元
- C. 既非约束变元又非自由变元
- D. 既是约束变元又是自由变元

4. 下列关系中，（ ）不是等价关系。

A. 非空集合的幂集的元素间包含关系；

B. 集合之间的等势关系；

C. 公式之间的等值关系；

D. 图之间的同构关系。

5. 下面等值式中，（ ）是不正确的。

A.  $\forall x(A(x) \wedge B(x)) \Leftrightarrow \forall xA(x) \wedge \forall xB(x)$

B.  $\exists x(A(x) \vee B(x)) \Leftrightarrow \exists xA(x) \vee \exists xB(x)$

更多考试真题

扫码关注 **【QLU 星球】**

回复：**真题** 获取



公众号 · QLU星球

C.  $\exists x(A(x) \rightarrow B) \Leftrightarrow \exists xA(x) \rightarrow B$

D.  $\forall x(A \rightarrow B(x)) \Leftrightarrow A \rightarrow \forall xB(x)$

6. 下列关于集合的势的叙述中，（ ）是错误的。

A. 实数集比自然数集优势；

B. 任一无限集合都存在与自己等势的真子集；

C. 集合之间的优势关系是偏序关系；

D. 有理数集比整数集优势。

7. 设  $A, B, C$  是集合， $F$  是关系， $G: A \rightarrow B, D \subseteq A$ ，则下列式子中不正确的是（ ）。A.

A.  $A - B = \emptyset \Leftrightarrow A \cup B = B$

B.  $G^{-1}(G(D)) \supseteq D$

C.  $F[A \cap B] = F[A] \cap F[B]$

D.  $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$

8. 以下序列中，（ ）是简单可图的。

A. (4,4,3,3,2,2); B. (3,3,3,1); C. (5,4,3,2,2); D. (6,6,3,2,2,2,1)。

9. 下列叙述中错误的是( )。

A.  $n(n \geq 2)$  阶竞赛图都具有哈密顿通路；

B. 非平凡树不是欧拉图，也不是哈密顿图；

C.  $n(n \geq 3)$  且为奇数阶的二部图一定不是哈密顿图；

D. 欧拉回路包含图的所有顶点，哈密顿回路包含图的所有边。

10. 下列关于图的连通性的叙述中正确的是( )。

A. 有向图是连通的是指它是强连通的；

B. 任一无向图的点连通度都不超过它的边连通度；

C. 在一个  $n$  阶圈  $C_n(n \geq 4)$  上任意去掉两个顶点得到得图都有 2 个连通分支；

D.  $n$  阶无向完全图的点连通度为  $n$ ；

## 二、填空题（共 8 题，每题 3 分，共 24 分）

1. 令  $F(x)$ :  $x$  是汽车， $G(y)$ :  $y$  是火车， $H(x,y)$ :  $x$  比  $y$  快。则命题“不存在比所有火车都快的汽车”符号化形式为\_\_\_\_\_。

2. 公式  $(p \rightarrow q) \wedge r$  的主析取范式为\_\_\_\_\_。

3. 集合  $A=\{a,b,c,d\}$  上的等价关系共有\_\_\_\_\_个。

4. 自对偶图的顶点数  $n$  和边数  $m$  之间满足关系式为  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 设  $T$  是有  $t$  片树叶的 2 叉正则树，则  $T$  应该有  $\underline{\hspace{2cm}}$  个顶点。
6.  $P(\{\Phi\}, \{\Phi\}) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. 在 1 到 100 之间（包含 1 和 100）即不能被 2，也不能被 3，还不能被 5 整除的自然数有  $\underline{\hspace{2cm}}$  个。
8. “ $p$  仅当  $q$ ”，“只有  $q$  才  $p$ ”，“除非  $q$  才  $p$ ”这三个命题的符号化分别为  $\underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}}$  和  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（请按顺序填写）

### 三、应用、计算和证明题（共 6 题，46 分）

1. (6 分) 在命题逻辑的自然推理系统中构造下面推理的证明。

前提:  $\neg(P \wedge \neg Q), \neg Q \vee R, \neg R$

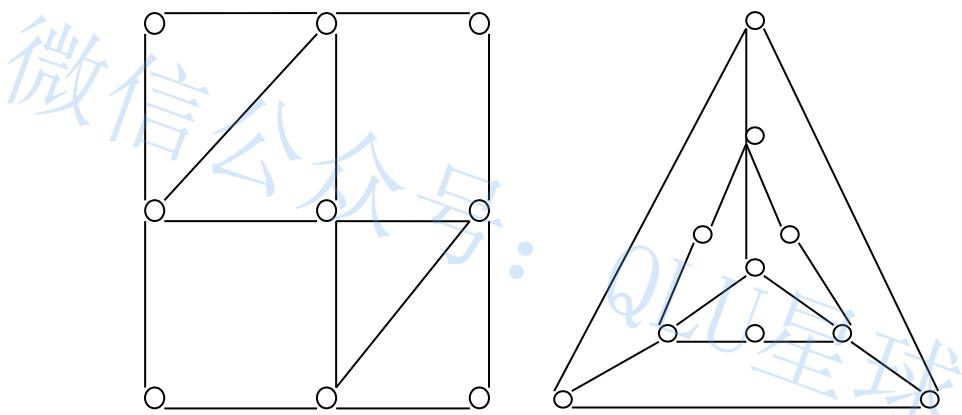
结论:  $\neg P$

2. (8 分) 设集合  $A=\{a, b, c, d\}$ ,  $A$  上的关系  $R=\{(a, a), (a, b), (b, a), (c, d), (b, c)\}$  求:
- (1) 画出  $R$  的关系图。(2 分)
  - (2)  $R$  的自反闭包、对称闭包和传递闭包的关系图。(2 分, 2 分和 2 分)
3. (8 分) 设  $\langle A, R \rangle$  为一偏序集, 其中  $A=\{1, 2, \dots, 12\}$ ,  $R$  是  $A$  上的整除关系。
- (1) 画出  $\langle A, R \rangle$  的哈斯图; (4 分)
  - (2) 求  $A$  的所有极大元和极小元 (2 分)
  - (3) 求  $B=\{2, 3, 6\}$  的最小上界和最大下界 (2 分)。

4. (8 分)

判断左图是否为欧拉图，若是，请给出一欧拉回路（用阿拉伯数字在边上标明顺序即可）；若不是，请说明原因；（4分）

判断右图是否为哈密顿图，若是，请给出一哈密顿回路（用阿拉伯数字在顶点上标明顺序即可）；若不是，请说明原因（4分）；



5. (8 分) 设  $G$  是无向简单图且  $\delta(G) \geq k \geq 2$ ，试证明  $G$  中存在长度大于等于  $k+1$  的初级回路（圈）。

6. (8分) 在一棵有3个2度顶点, 2个4度顶点, 其余顶点都是树叶的无向树中, 应该有几片树叶? (2分)

请画出所有这样的非同构的无向树。 (6分)

微信公众号: QLU星球