学院、系________ 专业班级________ 学号________ 姓名________

密 封 线

齐鲁工业大学 20/21 学年第一学期《线性代数 I》期末考试试卷

A 卷　　　　（本试卷共 4 页）

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

得分	
阅卷人	

一、填空题（本题满分 39 分，每空 3 分）

1、n 元非齐次线性方程组 $AX=b$ 有解的充要条件为

________________.

2、行列式 D 中第 1 行元素分别为 1，1，2，3，它们的代数余子式依次为 3，5，0，−2，则 $D=$ __________.

3、三阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 9 & 16 \end{vmatrix}=$____________.

4、设 A,B 是三阶方阵, 且 $|A|=|B|=2$，则 $\left|A(2B)^{-1}\right|=$__________.

5、$\lambda=2$ 是可逆矩阵 A 的一个特征值，则矩阵 $(\frac{1}{4}A^2)^{-1}$ 必有一个特征值______.

6、n 元齐次线性方程组的解集 $S=\{x|Ax=0\}$ 构成的向量空间为解空间，则解空间的维数为______________.

7、设 $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3k \\ -1 & 2k & -3 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$，若 $R(A)=1$，则 $k=$__________.

8、设 n 阶方阵 A 满足 $A^2-A-2E=O$，则 $A^{-1}=$____________.

9、设 $\alpha=(1,0,-2)^T$, $\beta=(-4,2,3)^T$, γ 与 α 正交, 且 $\beta=k\alpha+\gamma$, 则 $k=$___, $\gamma=$_____.

10、若方阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & x \end{pmatrix}$ 与 $\Lambda=\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & y \end{pmatrix}$ 相似，则 $x=$________，$y=$__________.

11、设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-2x_2^2-2x_3^2-4x_1x_2+4x_1x_3+8x_2x_3$，则二次型的矩阵为______________________ .

得分	
阅卷人	

二、选择题（本题满分 16 分，每题 4 分）

1、设 $a=\left(2,1,-3\right)^T, b=\left(1,2,4\right)^T$， $A=ab^T$，则 $A^{100}=$（　　）.

A. $-8^{100}\begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 1 & 2 & 4 \\ -3 & -6 & -12 \end{pmatrix}$　　B. $-8^{99}\begin{pmatrix} 2 & 4 & 8 \\ 1 & 2 & 4 \\ -3 & -6 & -12 \end{pmatrix}$　　C. 8^{99}　　D. 8^{100}

2、设 A 是 n 阶方阵，则下列四个式子中能说明 A 是正交矩阵的为（　　）.

A. $AA^{-1}=E$　　B. $AA=E$　　C. $A^T=A^{-1}$　　D. $|A|=\pm 1$

3、已知 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)=\begin{pmatrix} 25 & 31 & 17 & 43 \\ 75 & 94 & 53 & 132 \\ 75 & 94 & 54 & 134 \\ 25 & 32 & 20 & 48 \end{pmatrix}$，且 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是 A 的列向量组的一个最大线性无关组，则（　　）.

A. $\alpha_4=40\alpha_1-\alpha_2+2\alpha_3$　　B. $\alpha_4=9\alpha_1-\alpha_2+2\alpha_3$

C. $\alpha_4=-\frac{8}{5}\alpha_1-\alpha_2+2\alpha_3$　　D. $\alpha_4=\frac{8}{5}\alpha_1-\alpha_2+2\alpha_3$

4、设向量组 $\alpha_1=(1,0,0)^T$，$\alpha_2=(0,1,1)^T$，向量 β 是 α_1,α_2 的线性组合，则下列向量中符合条件的 β 为（　　）.

A. $(2,1,0)^T$　　B. $(-3,4,4)^T$　　C. $(1,1,0)^T$　　D. $(0,-1,0)^T$.

得分	
阅卷人	

三、证明题（本题满分 10 分）

设 n 阶矩阵 A 满足 $A^2=E$， E 为 n 阶单位阵，

证明： $R(A+E)+R(A-E)=n$.

学院、系______ 专业班级______ 学号______ 姓名______

密 封 线

得分	
阅卷人	

四、计算题（本题满分 20 分，每题 10 分）

1、设 $D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$，$D$ 的 (i,j) 元的代数余子式为 A_{ij}，求 $A_{11}+A_{12}+A_{13}+A_{14}+A_{15}$.

2、设 A,B 都是三阶矩阵，$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$，且满足 $(A^*)^{-1}B=ABA+2A^2$，求矩阵 B.

得分	
阅卷人	

五、（本题满分 15 分）

已知三阶矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & a \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ 有特征值 1.

（1）求 a. （2）求 A 所有的特征值. （3）问 A 是否可以对角化？请说明理由.