

# 齐鲁工业大学考试试卷 (A 卷)

高等数学(A) (上) 课程 时间 120 分钟

78 学时, 5 学分, 闭卷, 总分 100 分, 占总评成绩 70 %

试卷装订线  
装订线内不要答题,  
不要填写考生信息  
试卷装订线

学院		
专业班级		
学号		
姓名		

题号	一	二	三	四	五	六	七	合计
满分	15	15	14	21	21	7	7	100
得分								

得分	
----	--

一、选择题 (本题共 5 小题, 每题 3 分)

1、当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$  是  $x$  的( )无穷小。

- (A) 等价 (B) 同阶 (C) 高阶 (D) 低阶

2、设  $f(x)$  在  $[-1,1]$  上连续,  $x=0$  是函数  $g(x) = \frac{\int_0^x f(t)dt}{x}$  的( )间断点。

- (A) 跳跃 (B) 可去 (C) 无穷 (D) 振荡

3、设  $f(x)$  在  $U(x_0, \delta)$  ( $\delta > 0$ ) 内有三阶连续导数, 且  $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ ,  $f'''(x_0) > 0$ , 则下列结论正确的是( )。

- (A)  $f'(x_0)$  是  $f'(x)$  的极大值 (B)  $f(x_0)$  是  $f(x)$  的极大值  
 (C)  $f(x_0)$  是  $f(x)$  的极小值 (D)  $(x_0, f(x_0))$  是曲线  $y=f(x)$  的拐点

4、在下列 4 个广义积分  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$ ,  $\int_0^1 \frac{1}{x^{3/2}} dx$ ,  $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$ ,  $\int_0^3 \frac{1}{x-1} dx$  中, 收敛的有( )个。

- (A) 1; (B) 2; (C) 3; (D) 4。

5、设  $a < b$ , 当  $\int_a^b (x-x^2) dx$  取最大值时,  $a, b$  的取值为( )。

- (A)  $a = -\infty, b = \frac{1}{2}$ ; (B)  $a = 0, b = \frac{1}{2}$ ; (C)  $a = \frac{1}{2}, b = 1$ ; (D)  $a = 0, b = 1$ 。

更多考试真题

扫码关注 **【QLU 星球】**

回复：**真题** 获取



公众号 · QLU星球

得分

## 二、填空题（本题共 5 小题，每题 3 分）

1、设  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2+1}{x+1} - x - b \right) = 0$ ，则  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2、 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \sqrt{\cos x - \cos^3 x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3、方程  $x^5 + 5x + 1 = 0$  在区间  $(-1, 0)$  内有  $\underline{\hspace{2cm}}$  个实根。

4、曲线  $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$  上相应于  $0 \leq x \leq 3$  的一段弧的长度为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

5、已知  $F(x) = \int_0^x (x-u)f(u) du$ ,  $\int_0^1 f(x) dx = 1$ , 那么  $F'(x)|_{x=1} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

得分

## 三、计算下列极限（每题 7 分，共 14 分）

1、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2011^x + 2012^x)^{\frac{1}{x}}$ .

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\int_0^x \frac{\ln(1+u^3)}{u} du}$ .

得分

## 四、计算题（每题 7 分，共 21 分）

1、设函数  $y = f(\tan x) + e^{f(x)}$ , 其中  $f$  可导, 求  $dy$ .

2、设函数  $y = y(x)$  由方程组  $\begin{cases} x = \arctan t \\ y = te^y + 1 \end{cases}$  所确定，求  $\frac{dy}{dx}|_{t=0}$ .

3、设函数  $y = x \ln x$ ，求  $\frac{d^n y}{dx^n}$  ( $n \geq 1$ ).

得分	
----	--

五、计算下列积分（每题 7 分，共 21 分）

1、已知  $f(x) = \int_1^{x^2} \frac{\sin t}{t} dt$ ，求  $\int_0^1 xf(x)dx$ .

2、设  $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{-1} & x \geq 0 \\ (1+e^x)^{-1} & x < 0 \end{cases}$ ，求  $\int_0^2 f(x-1)dx$ .

3、设  $f(x)$  在区间  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  上连续，且满足  $f(x) = x^2 \cos x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ ，试求  $f(x)$ .

得分

## 六、应用题（本题 7 分）

设抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  通过原点，且  $0 \leq x \leq 1$  时， $y \geq 0$ 。已知该抛物线与直线  $x=1, y=0$  所围成的平面图形  $D$  的面积是  $\frac{1}{3}$ ，求  $a, b, c$  的值，使图形  $D$  绕  $x$  轴旋转一周而成的旋转体体积  $V$  最小。

试卷装订线

装订线内不要答题，不要填写考生信息

得分

## 七、证明题（本题 7 分）

设  $f(x)$  在  $[-a, a]$  上有二阶连续导数，且  $f(0) = 0$ ，

(1) 写出  $f(x)$  的一阶麦克劳林公式；

(2) 证明： $\exists \eta \in [-a, a]$ ，使  $a^3 \cdot f''(\eta) = 3 \int_{-a}^a f(x) dx$ 。

试卷装订线