

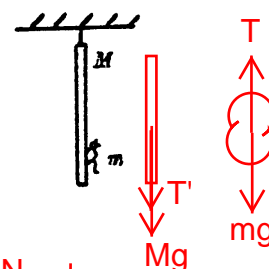
## 2. 牛顿定律

班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

### 一、选择题

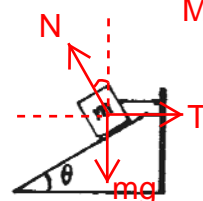
1. 如图所示, 一只质量为  $m$  的猴, 抓住一质量为  $M$  的直杆, 杆与天花板用一线相连, 若悬线突然断开后, 小猴则沿杆子竖直向上爬以保持它离地面的高度不变, 此时直杆下落的加速度为:

- (A)  $g$ ; (B)  $mg/M$ ; (C)  $\frac{M+m}{M}g$ ; (D)  $\frac{M+m}{M-m}g$ ; (E)  $\frac{M-m}{M}g$ 。  
( )



2. 如图所示, 质量为  $m$  的木块用细绳水平拉住, 静止于光滑的斜面上, 斜面给木块的支持力是

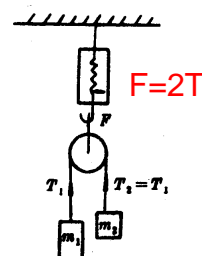
- (A)  $mg \cos \theta$ ; (B)  $mg \sin \theta$ ; (C)  $mg / \cos \theta$ ; (D)  $mg / \sin \theta$ 。  
( )



3. 如图所示, 滑轮、绳子的质量及一切摩擦阻力忽略不计,  $m_1 = 2m_2$ ,  $m_1$  与  $m_2$

运动过程中, 弹簧秤的指示:  $m_1 g - T = m_1 a$   $\rightarrow$   $2T = (m_1 + m_2)g + (m_2 - m_1)a$   
 $T - m_2 g = m_2 a$

- (A) 大于  $(m_1 + m_2)g$ ; (B) 等于  $(m_1 + m_2)g$ ; (C) 小于  $(m_1 + m_2)g$ 。  
( )



4. 一物体作匀速率曲线运动, 则

- (A) 其所受合外力一定总为零; (B) 其加速度一定总为零;  
(C) 其法向加速度一定总为零; (D) 其切向加速度一定总为零。  
( )

5. 牛顿第二定律的动量表示式为  $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$ , 即有  $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt}$  物体作怎样的运动才能使上

式中右边的两项都不等于零, 而且方向不在一直线上?

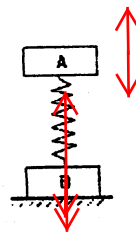
质量  $m$  必须随时间变化才能让导数不为 0

- (A) 定质量的加速直线运动; (B) 定质量的加速曲线运动;  
(C) 变质量的直线运动; (D) 变质量的曲线运动。  
( )

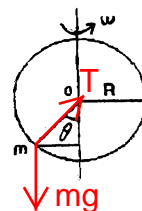
## 二、填空题

1. 质量相等的两物体 A 和 B，分别固定在弹簧的两端，竖直放在光滑水平面 C 上，如图所示；弹簧的质量与物体 A、B 的质量相比，可以忽略不计，若把支持面 C 迅速移走，则在移开的一瞬间，A 的加速度大小  $a_A = 0$ ，B 的加速度的大小

$$a_B = 2g。$$



2. 一半径为  $R$  的圆环绕其竖直直径以角速度  $\omega$  转动，一小珠可以在圆环上作无摩擦的滑动。如图所示，要使小珠相对静止在  $\angle\theta$  位置，则角速度  $\omega = \sqrt{\frac{g \sin\theta}{R \cos\theta}}$



3. 如图所示，半径为  $R$  的圆环固定在光滑的水平桌面上，一物体沿圆环内壁作圆周运动， $t=0$  时，物体的速率为  $v_0$  (沿切线方向)，若物体与圆环的摩擦系数为  $\mu$ ，求物体稍后任意时刻的速率： $v = \frac{Rv_0}{\mu v_0 t + R}$  详解如下



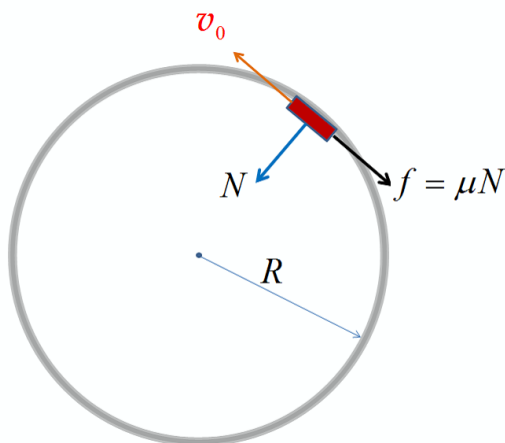
4. 质量为 10 kg 的物体在变力作用下从静止开始作直线运动，力随时间的变化规律是  $F = 3 + 4t$  (式中  $F$  以 N、 $t$  以 s 计)，由此可知，3 s 后此物体的速率为  $v = 15$  简单，略。

5. 一质量为  $m$  的质点沿 X 轴正向运动，设该质点通过坐标为  $x$  ( $x > 0$ ) 点时的速度为  $v = k\sqrt{x}$  ( $k > 0$  为常量)，则质点所受到的合力为  $\vec{F} = \frac{1}{2}mk^2\vec{i}$  详解如下

### 二、3 详解

$$\begin{cases} N = ma_n = m \frac{v^2}{R} \\ -\mu N = ma_t = m \frac{dv}{dt} \end{cases}$$

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} = \int_0^t -\frac{\mu}{R} dt$$



注意：水平桌面

### 详解

### 二、5

$$\vec{v} = k\sqrt{x}\vec{i}$$

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt}$$

$$= mv \frac{dv}{dx} = mk\sqrt{x} k \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2}mk^2$$

$$\vec{F} = \frac{1}{2}mk^2\vec{i}$$

## 2. 牛顿定律参考答案

一、选择题： 1、C； 2、C； 3、C； 4、D； 5D

二、填空题： 1、0, 2g； 2、 $\sqrt{g/(R\cos\theta)}$ ； 3、 $Rv_0/(R+\mu v_0t)$ ； 4、 $2.7\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

5、 $\vec{F} = \frac{1}{2}mk^2\vec{i}$

三、计算题：

1、解：由牛顿第二定律： $f = -k/x^2 = m\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = m\mathrm{d}v/\mathrm{d}x \cdot \mathrm{d}x/\mathrm{d}t = mv\mathrm{d}v/\mathrm{d}x$

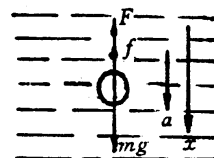
分离变量并积分得到： $\int_A^{A/2} -k\mathrm{d}x/x^2 = \int_0^v mvdv$

$$2k/A - k/A = mv^2/2 \quad \therefore v = \sqrt{2k/mA}$$

2、解：小球受力如图所示，由牛顿第二定律： $mg - kv - F = ma = m\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$

积分： $\int_{v_0}^v \frac{m\mathrm{d}v}{mg - Kv - F} = \int_0^t \mathrm{d}t$

$$\therefore v(t) = \frac{1}{K} \left[ (mg - F) - (mg - F - Kv_0)e^{-Kt/m} \right]$$



积分详解在最后

3、解：由牛顿第二定律： $m\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = f = 120t + 40$

积分： $\int_{v_0}^v m\mathrm{d}v = \int_0^t (120t + 40)\mathrm{d}t$  得到： $v = 6t^2 + 4t + 6\text{ m/s}$

由速度定义： $v = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t = 6t^2 + 4t + 6$  积分： $\int_{x_0}^x \mathrm{d}x = \int_0^t (6t^2 + 4t + 6)\mathrm{d}t$

得到： $x - x_0 = (2t^3 + 2t^2 + 6t)\text{ m}$  ;  $x = (2t^3 + 2t^2 + 6t + 5)\text{ m}$

4、解：选地面为参照系，小球为研究对象，小球在水平面内只受弹性力作用

由牛顿第二定律： $f = -kx = -mR\omega^2 = -m(L_0 + x)\omega^2$  解得： $x = \frac{m\omega^2 L_0}{k - m\omega^2}$

小球作圆运动的半径为： $R = L_0 + x = \frac{kL_0}{k - m\omega^2}$

5、解：由牛顿第二定律可知

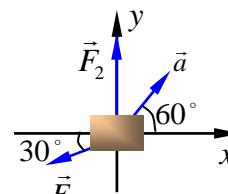
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a}$$

所以

$$\vec{F}_3 = m\vec{a} - \vec{F}_1 - \vec{F}_2$$

将  $\vec{a}$ 、 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$  按坐标投影代入上式，即可得

$$\begin{aligned}\vec{F}_3 &= m(a_x\vec{i} + a_y\vec{j}) - (F_{1x}\vec{i} + F_{1y}\vec{j}) - (F_{2x}\vec{i} + F_{2y}\vec{j}) \\ &= (ma_x - F_{1x} - F_{2x})\vec{i} + (ma_y - F_{1y} - F_{2y})\vec{j} \\ &= (2.0 \times 3.0 \cos 60^\circ + 10 \cos 30^\circ)\vec{i} + (2.0 \times 3.0 \sin 60^\circ + 10 \sin 30^\circ - 20)\vec{j} \\ &= 11.7\vec{i} - 9.8\vec{j}\end{aligned}$$



解图 2-3-1

大小：  $|\vec{F}_3| = \sqrt{11.7^2 + 9.8^2} \text{ N} = 15.3 \text{ N}$

方向：  $\tan \theta = \frac{F_{3x}}{F_{3y}} = \frac{11.7}{-9.8}$

$$\theta = -\arctan \frac{11.7}{-9.8} = 50.05^\circ$$

### 三.2 积分详解：

令  $y = mg - Kv - F, y_0 = mg - Kv_0 - F$

则  $dy = -Kdv$

$$\therefore dv = -\frac{dy}{K}$$

$$\int_{v_0}^v \frac{mdv}{mg - Kv - F} = \int_{y_0}^y -\frac{m}{K} \frac{dy}{y} = -\frac{m}{K} \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) = t$$

$$\therefore \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) = -\frac{K}{m}t \quad \Rightarrow \quad \frac{y}{y_0} = \frac{mg - Kv - F}{mg - Kv_0 - F} = e^{-\frac{K}{m}t}$$

.....