

**齐鲁工业大学 2017-2018 学年第一学期**  
**《高等数学 B(上)》 (期末) 试卷 (A)**

一、选择题：（20 分）

1. 设函数  $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$ , 则当  $x \rightarrow 0$  时,  $f(x)$  为 ( )  
 A. 无界变量 B. 无穷大量 C. 有界, 但非无穷小量 D. 无穷小量

2.  $x \rightarrow 0$  时, 下列无穷小中, ( ) 是等价无穷小

A.  $1 - \cos x$  与  $x^2$ ; B.  $x \arcsin x$  与  $x^2$ ; C.  $e^x - 1$  与  $x^2$ ; D.  $2x - x^2$  与  $x^2 - x^4$ .

3. 设  $f(x) = \frac{\arcsin(\frac{x-1}{x+1})}{x^2 - 1}$ , 则  $x=1$  是  $f(x)$  的 ( )

A. 连续点 B. 可去间断点 C. 跳跃间断点 D. 第二类间断点

4. 下列说法正确的有 ( ) 个。

(1) 极值点一定是驻点。 (2) 驻点一定是极值点。 (3) 拐点一定是二阶导数等于 0 的点。

(4) 最值点一定是极值点。

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. 若函数  $f(x) = x^{\ln x}$  ( $x > 0$ ), 则  $f'(x) =$  ( )

A.  $x^{\ln x-1}$  B.  $x^{\ln x-1} + x^{\ln x} \ln x$  C.  $2x^{\ln x-1} \ln x$  D.  $x^{\ln x} \ln x$

6. 设  $\begin{cases} x = \int \sin u^2 du \\ y = \cos t^2 \end{cases}$ , 则  $\frac{dy}{dx} =$  ( )

A.  $t^2$  B.  $2t$  C.  $-t^2$  D.  $-2t$

7. 已知三平面  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  的方程为:

$\pi_1: x - 5y + 2z + 1 = 0, \quad \pi_2: 3x - 2y + 5z + 8 = 0, \quad \pi_3: 4x + 2y + 3z - 9 = 0$

, 则必有 ( )

A.  $\pi_1$  与  $\pi_2$  平行; B.  $\pi_2$  与  $\pi_3$  垂直; C.  $\pi_1$  与  $\pi_3$  垂直; D.  $\pi_2$  与  $\pi_3$  平行.

8.  $\int f'(x^3) dx = x^4 + C$ , 则  $f(x) =$  ( ).

A.  $2x^2 + c$  B.  $3x^3 + c$  C.  $4x^4 + c$  D.  $2x^4 + c$

9. 下列广义积分收敛的是 ( )

A.  $\int_1^{+\infty} \cos x dx$ ; B.  $\int_1^{+\infty} \ln x dx$ ; C.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$ ; D.  $\int_1^{+\infty} e^x dx$ .

10. 圆的渐开线  $x = a(\cos t + t \sin t)$ ,  $y = a(\sin t - t \cos t)$ , 从  $t=0$  到  $t=\pi$  的一段弧的

长度为 ( )

A.  $\int_0^\pi 3at^2 dt$ ; B.  $\int_0^\pi a \sin t \cos t dt$ ; C.  $\int_0^\pi a \sqrt{1+t^2} dt$ ; D.  $\int_0^\pi at dt$ .

二、计算题 (40 分)

1. 求下列极限: (15 分)

$$(1) \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x^2} \int_0^{x^2} \cos u du$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x^2)^{\frac{1}{x}}$$

2. 讨论  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ \frac{1}{x} \sin x^2, & x > 0 \end{cases}$ , 在  $x=0$  处的连续性与可导性.

更多考试真题

扫码关注 **【QLU 星球】**

回复：**真题** 获取



公众号 · QLU星球

(10分)

3.求下列积分: (15分)

(1)  $\int \frac{1}{\sqrt{(x^2 + 1)^3}} dx$

(2)  $\int x \arctan x dx$

(3) 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & x \geq 0 \\ \frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$ , 求  $\int_0^2 f(x-1) dx$

2.求由曲线  $y = \frac{2}{x}$ ,  $x+y=3$  围成的平面图形的面积及分别绕  $x$  轴 (或绕  $y$  轴) 旋转而成的旋转体的体积。 (8分)

3.设某企业生产某种商品的总成本函数为  $C(Q) = 5Q + Q^2$ , 总收益函数  $R(Q) = 9Q - Q^2$  其中  $Q$  表示该产品的产量.求边际成本函数、边际收益函数、利润函数, 以及使利润取得最大值的产量. (8分)

三、应用题 (36分)

1. 确定函数  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x - 7$  的单调减区间、凹凸区间、极值点、拐点。 (8分)

4. 已知  $y = f(x)$  是由方程  $e^{xy} + \sin(x+y) = x+1$  所确定的隐函数, 试求  $y', dy$ , 以及曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, 0)$  处的切线方程、法线方程. (8分)

(4分) 用数学式子描述下列 mathematics 命令及结果:

四、证明题: (4分)

设函数  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续, 在  $(0, 1)$  内可导, 且  $f(0) = f(1) = 0$ ,  
试证明: 至少存在一点  $\xi \in (0, 1)$ , 使得  $f'(\xi) = -f(\xi)$ .

微信公众号: QLU星球