

齐鲁工业大学 22/23 学年第二学期《线性代数 I》期末考试试卷  
(A 卷) (本试卷共 4 页)

题号	一	二	三	四	总分
得分					

得分	
阅卷人	

一、填空题 (每题 3 分, 满分 18 分)

- 已知向量  $\alpha = (5, 2, 2)^T$  与  $\beta = (2, -1, k)^T$  正交, 则  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 四阶行列式  $D$  的第一行元素分别是 1, 2, -1, 1, 每个元素对应的代数余子式依次为 4, 1, 2, 1, 则该行列式的值  $D = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 矩阵方程  $AX = B$  有解的充分必要条件是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 二次型  $f = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 7x_4^2$  的正惯性指数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 排列 53142 的逆序数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 三阶方阵  $A$  的特征值分别是 2, -1, 3, 则  $|A^2| = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 已知向量  $\xi = (2, 1, 2)^T$  是方阵  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -4 \\ -2 & 6 & a \\ -4 & -2 & b \end{pmatrix}$  的特征向量, 求参数  $a, b$  及向量  $\xi$  对应的特征值  $\lambda$ .

得分	
阅卷人	

三、计算题 (每题 12 分, 满分 36 分)

- 已知向量组  $\alpha_1 = (1, 3, 1)^T, \alpha_2 = (1, 2, 2)^T, \alpha_3 = (3, 3, 9)^T, \alpha_4 = (-1, 4, -8)^T, \alpha_5 = (1, 5, -1)^T$ ,  
(1) 求向量组的秩; (2) 求一个最大无关组, 并把其余向量用最大无关组线性表示.

得分	
阅卷人	

二、简答题 (每题 8 分, 满分 16 分)

- 若  $f = 2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2t \cdot x_1x_2 - 2x_1x_3$  是正定二次型, 求  $t$  的取值范围.

2. 设  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ , 解矩阵方程  $AX - B = 2X$ .

3. 计算行列式  $D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ .

2. 求一个正交变换  $x = Py$ , 将二次型  $f = x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_1x_2$  化为标准形.

得分	
阅卷人	

四、解答题 (每题 15 分, 满分 30 分)

1. 已知方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = a \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 3 \end{cases}$  有无数解, 求参数  $a$  并求该方程组的通解.