

齐鲁工业大学《高等数学 A》

2021-2022 学年期末试卷

一、单项选择题（在每个小题四个备选答案中选出一个正确答案，填在题末的括号中）（本大题分 4 小题，每小题 2 分，共 8 分）

1、设 $I = \int \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} dx$, 则 $I = (\quad)$

(A) $-(\arctan \sqrt{x})^2 + C$; (B) $\arctan \sqrt{x} + C$;

(C) $(\arctan \sqrt{x})^2 + C$ (D) $-\sqrt{\arctan x} + C$.

2、若 $f(x)$ 为 x 的连续函数，满足方程 $\int_0^x f(t) dt = \int_x^1 t^2 f(t) dt + \frac{x^{16}}{8} + \frac{x^{18}}{9} + C$, 则必有 (\quad)

(A) $f(x) = (1+x^2)$, $C = 0$ (B) $f(x) = 2x^{15}$, $C = -\frac{1}{9}$

(C) $f(x) = x^{15}$, $C = 9$ (D) $f(x) = (1+x^2)$, $C = \frac{-1}{9}$

3、若 $f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x (e^{t^2} - 1) dt}{x^2}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$

且已知 $f(x)$ 在 $x = 0$ 点连续，则必有 (\quad)

(A). $a = 1$ (B). $a = 2$

(C). $a = 0$ (D). $a = -1$

4、若 $f(x) = x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$,

则 $f'(x) = 0$ 在 $(0,4)$ 上实根的个数为 (\quad)

(A) 5 (B) 2 (C) 3 (D) 4

二、填空题（将正确答案填在横线上）

（本大题分 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

更多考试真题

扫码关注【**QLU 星球**】

回复：**真题** 获取



公众号 · QLU星球

1、设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2a}{x-a} \right)^x = 8$, 则 $a =$ _____.

2、设 $y = \frac{e^{-x^2}}{2x} + 3^{\frac{\ln x}{x}}$, 则 $y'(1) =$ _____

3、若 $f(x)$ 有连续的二阶导数, 且 $f'(a) = b$, $f'(b) = a$,

则 $\int_a^b f'(x)f''(x)dx =$ _____

4、 $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx =$ _____

5、 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x(1+x)} dx =$ _____

三、计算题 (必须有解题过程)

(本大题共 8 小题, 总计 56 分)

1、(本小题 7 分)

已知 $y = (x^2 + 4)\arctan \frac{x}{2}$, 求 dy

2、(本小题 7 分)

设 $\begin{cases} x = a \sin \varphi \\ y = b \cos \varphi \end{cases}$ 确定了函数 $y = y(x)$, 其中 a, b , 是不为零的

常数, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

3、(本小题 7 分)

求 $\int x^3 \cdot \sqrt[3]{1+x^2} \, dx$.

4、(本小题 7 分)

设 $f(t) = \int_1^{t^2} e^{-x^2} \, dx$ 计算 $I = \int_0^1 t f(t) \, dt$.

5、(本小题 7 分)

求 $\int_0^{\pi} x \sin^2 x \, dx$.

6、(本小题 7 分)

验证由方程 $xy - \ln y = 1$ 所确定的隐函数 $y = y(x)$
满足方程 $y^2 + (xy - 1)y' = 0$

7、(本小题 7 分)

求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x \sin x)^x - 1}{x^3}$ 之值.

8、(本小题 7 分)

不计算积分, 试比较 $\int_0^1 [1 + x \ln(x + \sqrt{1 + x^2})] dx$ 与 $\int_0^1 \sqrt{1 + x^2} dx$ 大小

四、应用与证明题（必须有解题过程）

（本大题共 21 分）

1、（本小题 8 分）

曲线 $y=x^3-6x$ 与 $y=x^2$ 所围成图形的面积。

微信公众号：QLU星球

2、（本小题 7 分）

一艘轮船在航行中的燃料费和它的速度的立方成正比，已知

速度为 10km/h ，燃料费为 6元/h ，而其他与速度无关的费用是

96元/h ，问轮船的速度为多少时，航行 1km 所需费用总和最小？

3、(本小题 6 分)

设 $f(x)$ 在 $[x_0, x_3]$ 上具有三阶导数, 且 $f(x_0) = f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$,

其中 $x_0 < x_1 < x_2 < x_3$, 试证明在 (x_0, x_3) 内存在 ξ , 使 $f'''(\xi) = 0$.