

齐鲁工业大学《高等数学 A》

2019-2020 学年期末试卷

一、单项选择题（在每个小题四个备选答案中选出一个正确答案，填在题末的括号中）

（本大题分 3 小题，每小题 3 分，共 9 分）

1、下列极限中，极限值不为零的是（ ）。

(A) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan 2x}{x}$; (B) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 2x}{x}$;

(C) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x^2}$; (D) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^4 + x^2}}$

2、设 $f(x)$ 连续，则下列必为偶函数的是（ ）

A、 $\int_0^x f(t^2)dt$ B、 $\int_0^x f^2(t)dt$

C、 $\int_0^x t(f(t) - f(-t))dt$ D、 $\int_0^x t(f(t) + f(-t))dt$

3、设方程 $y' - y^2 + x = 0$ 确定了 y 是 x 的函数 $y = f(x)$ ，且已知在 x_0 处，

$f'(x_0) = 0$ ，则下列结论成立的是（ ）

(A)、 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处取得极大值；

(B)、 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处取得极小值；

(C)、 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处不取得极值；

(D)、仅从现有条件不能判别 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 是否取得极值。

二、填空题（将正确答案填在横线上）

（本大题分 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1、 $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\ln(2+n) - \ln n)$ _____

2、 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt}{x^3} =$ _____

更多考试真题

扫码关注【**QLU 星球**】

回复：**真题** 获取



公众号 · QLU星球

3、 $f(x) = (x+1)^2 \ln(1+x)$ ，则 $f''(0) =$ _____

4、 $\int_1^{+\infty} \frac{x}{(1+x^2)^2} dx =$ _____

5、 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \max\{\sin x, \cos x\} dx =$ _____

三 计算题（必须有解题过程）

(本大题共 9 小题，每题 7 分，共 63 分)

1、(本小题 7 分)

求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$

2、(本小题 7 分)

已知 $f(x) = \begin{cases} \int_0^x te^t dt, & x < 0 \end{cases}$ ，试讨论 $f(x)$ 在 $x = 0$ 点处的连续性和可导性。

3、(本小题 7 分)

设 $y = y(x)$ 由方程 $y \sin x - \sin(x+y) = 0$ 所确定，求 y' 。

4、(本小题 7 分)

求函数 $y = \arccot \frac{1-x}{1+x}$ 在 $[0,1]$ 上的最大值与最小值

微信公众号: QLU星球

5、(本小题 7 分)

设 $\begin{cases} x = t - e^{-t} \\ y = t + e^{2t} \end{cases}$ 确定了函数 $y = y(x)$ 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

6、(本小题 7 分)

求 $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$.

7、(本小题 7 分)

设非零向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $2\vec{a} + 5\vec{b} \perp \vec{a} - \vec{b}$, $2\vec{a} + 3\vec{b} \perp \vec{a} - 5\vec{b}$, 求 $(\hat{\vec{a}}, \hat{\vec{b}})$ 。

8、(本小题 7 分)

求过 $l: \begin{cases} 3x + 2y - z - 1 = 0 \\ 2x - 3y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$ 且垂直于 $\pi: x + 2y + 3z - 5 = 0$ 的平面方程。

9、(本小题 7 分)

计算积分 $\int e^x \cdot \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} dx$

微信公众号：QLU星球

四、应用与证明题（必须有解题过程）

（本大题共 13 分）

1、(本小题 7 分)

求曲线 $y = e^x$, x 轴 及该曲线过原点的切线所围成的图形面积和绕 x 轴旋转的体积。

2、(本小题 6 分)

设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $3\int_{\frac{2}{3}}^1 f(x)dx = f(0)$,

证明: 必存在 $\xi \in (0,1)$, 使 $f'(\xi) = 0$ 。(提示: 积分和微分中值定理)

微信公众号: QLU星球