

齐鲁工业大学 21/22 学年第二学期 《线性代数 I》期末考试试卷
(B 卷) (本试卷共 4 页)

题号	一	二	三	四	总分
得分					

得分	
阅卷人	

一、计算题 (本题共 20 分, 每题 10 分)

3	0	4	0
2	2	2	2
1	-7	9	5
4	5	7	9

1. 求行列式 $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & -7 & 9 & 5 \\ 4 & 5 & 7 & 9 \end{vmatrix}$ 的第四行元素的代数余子式之和.

2. 判定二次型 $f = -2x_1^2 - 6x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3$ 的正定性.

得分	
阅卷人	

二、解答题 (本题共 30 分, 每题 15 分)

1. 求向量组 $\alpha_1 = (1, 3, 2, 3)^T$, $\alpha_2 = (6, -2, -4, 2)^T$, $\alpha_3 = (-4, 3, 4, 0)^T$, $\alpha_4 = (-1, 6, 6, 5)^T$, $\alpha_5 = (4, -1, -4, 0)^T$ 的最大无关组与秩, 并把其余向量用最大无关组线性表示.

2. 解矩阵方程 $XA = A^T + X$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

得分	
阅卷人	

三、综合题 (本题共 40 分, 每题 20 分)

1. 已知线性方程组
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + (1+a)x_3 = a \\ x_1 + (1+a)x_2 + x_3 = 3, \\ (1+a)x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$
 问 a 取何值时,

(1) 方程组有惟一解? (2) 无解? (3) 有无数解? 求有无数解时的通解.

2. 求一个正交变换 $x = Py$, 将二次型 $f = 3x_1^2 + 6x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 - 8x_1x_3 - 4x_2x_3$ 化为标准形.

得分	
阅卷人	

四、证明题 (本题共 10 分, 每题 5 分)

1. 设向量组 $A: a_1, a_2$, $B: a_1, a_2, a_3$, $C: a_1, a_2, a_4$, 秩分别是 $R(A) = R(B) = 2$, $R(C) = 3$, 求向量组 $D: a_1, a_2, a_3 - 2a_4$ 的秩.

2. 已知 3 阶矩阵 A 的特征值分别是 1, 2, -3, 求 $|A^3 - 5A^2 + 7A|$.