

齐鲁工业大学2019~2020 学年第一学期期末考试试卷

《高等数学 A》(A 卷) (共 1 页)

解题过程写在答题纸上, 并写明学号、姓名。

1. (每题 6 分, 共 18 分) 计算下列极限:

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$; (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n^2}^{(n+1)^2} \frac{1}{\sqrt{k}}$; (3) $\lim_{x \rightarrow +0} \sqrt[3]{\cos \sqrt{x}}$ 。

2. (10 分) $x \rightarrow 0$ 时, 求正整数 n , 使 $(1+x^n)^{\frac{1}{3}} - 1$ 为 $e^{x^2} - 1$ 的高阶无穷小但为 $x^2 \ln(1+x^2)$ 的低阶无穷小。

3. (10 分) 求函数 $f(x) = \lim_{t \rightarrow x} \left(\frac{\sin t}{\sin x} \right)^{\frac{x}{\sin t - \sin x}}$ 的间断点, 并确定它们的类型。

4. (9 分) 试证明方程 $x - a \sin x = b$ 至少存在一正根 $\xi \in (0, a+b]$, 其中常数 a, b 满足 $0 < a < 1, b > 0$ 。

5. (7 分) 设 $f(x) = \begin{cases} g(x) \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$ 且 $g(0) = g'(0) = 0$, 求 $f'(0)$ 。

6. (前两题每题 6 分, 后两题每题 7 分, 共 26 分) 计算下列导数或微分:

(1) $y = \ln \tan \frac{x}{2} - \cos x \ln \tan x$, 求 y' ;

(2) 设 $y = (1 + \sin x)^x$, 求 $dy|_{x=\pi}$;

(3) 设 $y = y(x)$ 是由方程 $xy + e^y = x + 1$ 确定的隐函数, 计算 $\frac{d^2 y}{dx^2}|_{x=0}$ 。

(4) $\begin{cases} x = \ln(1 + e^{2t}), \\ y = t - \arctan e^t, \end{cases}$ 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

7. (10 分) 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^{n(x-1)} + ax + b}{e^{n(x-1)} + 1}$, 试讨论 $f(x)$ 的连续性和可导性。

8. (10 分) 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)(\sqrt{1+x^2}-1)}{\arctan x^3}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0, \end{cases}$ 若 $g(x)$ 在 $x=0$ 处

连续, 求 $f(0)$ 和 $f'(0)$ 。

更多考试真题

扫码关注【**QLU 星球**】

回复：**真题** 获取



公众号 · QLU星球