考试时间：17周周一（12月16日），14：00-16：00

闭卷考试

允许使用简易计算器

- 误差理论

1、误差的分类

2、减小运算误差的原则

3、求3.142和3.141作为圆周率的近似值有几位有效数字？

- 非线性方程的迭代解法

1. 二分法的基本思想

2. 已知方程$\cos x+\sin x-4x=0$，$x\in(-\infty,+\infty)$

给出在有根区间收敛的不动点迭代格式（需给出判断收敛性的过程）。

3.给出方程$x^2-2x+1=0$的牛顿迭代格式及其收敛阶。

- 线性方程组的直接方法

1.分别用高斯消元和列主消元法求解下列方程组

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 6x_4 = -2 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = -2 \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 + 20x_4 = -2 \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 4x_4 = -3 \end{cases}$$

2.已知矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

【问题1】判断A能够作LU分解；

【问题2】若问题1成立，将A分解为单位下三角矩阵和上三角矩阵；

【问题3】若【问题1】成立，利用LU分解求解方程组 $Ax = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

- 线性方程组的迭代方法

1、若$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-5 & -2\\ 4 & 1\end{bmatrix}$，x=$\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ 计算$\|A\|_\infty,\|A\|_1,\|x\|_\infty,\|x\|_1,\|x\|_2$

2、已知如下线性方程组

$$\begin{cases}20x_1+2x_2+3x_3=24\\ x_1+8x_2+x_3=12\\ 2x_1-3x_2+15x_3=30\end{cases}$$

1).判别用Jacobi迭代法是否收敛，若收敛则写出其迭代格式；

2).判别用Gauss-Seidel迭代法是否收敛，若收敛则写出其迭代格式；

- 插值方法

1、已知下列函数表：

x	0	1	2	3
$f(x)$	1	3	9	27

1) 给出相应的lagrange插值多项式，并计算f(1.5)的近似值。

2)作差商表，给出相应的三次Newton插值多项式，并计算f(1.5)的近似值。

- 最小二乘法

1、已知

k	1	2	3	4	5	6	7
x	19.1	25.0	30.1	36.0	40.0	45.1	50.0
y	76.3	77.8	79.25	80.80	82.35	83.90	85.10

利用最小二乘法构造$f(x)$的一次近似多项式 $P_1(x) = a_0 + a_1 x$。

2、用最小二乘法解下列超定方程组

$$\begin{cases} 2x + 4y = 1 \\ 3x - 5y = 3 \\ x + 2y = 6 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$$

- 数值积分

1、 分别用梯形公式和*Simpson*公式计算积分：

$$I=\int_1^3 (x^3-2x^2+7x-5)\,dx.$$

2、**求**如下求积公式的代数精度：

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx \frac{1}{2}[f(-1)+2f(0)+f(1)]$$

3、确定下列求积公式中的待定参数A_0、A_1、A_2，使其代数精度尽量高，并指明其代数精度。

$$\int_{-2}^{2} f(x)dx = A_0 f(-1)+A_1 f(0)+A_2 f(1)$$

- 常微分方程初值问题的数值解法

1、已知初值问题

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = -y + 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

分别用欧拉方法和改进的欧拉法求y(0.1)的值。