

山东科技大学 2021—2022 学年第一学期  
《工程数学（线性代数）》考试试卷（A 卷）

适用班级 财经系 2020 级 姓名                      学号                     

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总得分	评卷人	审核人
得分											

一、填空题（每题3分，共15分）

1. 写出5阶行列式中含有因子  $a_{11}a_{23}a_{34}$  的项                                     .
2. 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ , 则  $AB^T =$                      .
3. 设方阵  $A$  满足  $A^2 - A - 2E = O$ , 则  $A^{-1} =$                      .
4. 当  $a$  满足                      条件时,  $a_1 = (a, 1, 1)^T$ ,  $a_2 = (1, a, -1)^T$ ,  $a_3 = (-1, 1, a)^T$  线性相关.
5. 设 3 阶矩阵  $A$  的特征值为  $-1, 1, 2$ , 则  $|A^* + 3A - 2E| =$              .

二、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 下列命题: (1) 若  $A^2 = O$ , 则  $A = O$ ; (2) 若  $A^2 = A$ , 则  $A = O$  或  $A = E$ ;  
(3) 若  $AX = AY$ , 且  $A \neq O$ , 则  $X = Y$ ; (4)  $AE = EA$ . 正确的个数 ( )  
A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4
2. 设  $A$  是  $n$  阶方阵,  $P, Q$  是  $n$  阶可逆矩阵, 则 ( )  
A. 秩  $(PAQ) <$  秩  $(A)$                       B. 秩  $(PAQ) =$  秩  $(A)$   
C. 秩  $(PAQ) >$  秩  $(A)$                       D. 秩  $(PAQ) = n$
3. 如果  $n$  元非齐次线性方程组  $Ax = b$  的系数矩阵  $A$  的秩小于  $n$ , 则 ( )  
A. 方程组有无穷多解                      B. 方程组有唯一解

C. 方程组无解

D. 不能断定解的情况

4. 设向量组(I):  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ , 向量组(II):  $\alpha_1, \dots, \alpha_m, \alpha_{m+1}$  则 ( )

A. (I) 线性无关, 则(II) 线性无关 B. (I) 线性相关, 则(II) 线性相关

C. (II) 线性相关, 则(I) 线性相关 D. (II) 线性无关的充要条件是(I) 线性无关

5. 设  $A$  是  $n$  阶正交矩阵, 则 ( )

A.  $|A| = -1$  B.  $|A| = 1$  C.  $|A| = -1$  或  $1$  D. 无法判断

三、(10 分) 计算  $n$  阶行列式 
$$\begin{vmatrix} a & x & x & \cdots & x \\ x & a & x & \cdots & x \\ x & x & a & \cdots & x \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x & x & x & \cdots & a \end{vmatrix}$$
 的值.

四、(12 分) 解矩阵方程 
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

五、(12 分) 问  $\lambda$  取何值时, 非齐次线性方程组 
$$\begin{cases} (2-\lambda)x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + (5-\lambda)x_2 - 4x_3 = 2, \\ 2x_1 + 4x_2 + (\lambda-5)x_3 = \lambda+1, \end{cases}$$

1) 有唯一解      2) 无解      3) 无穷多个解并求通解.

六、(12 分) 若  $a_1, a_2, a_3$  线性无关, 设  $b_1 = a_1 - a_2$ ,  $b_2 = 2a_2 + a_3$ ,  $b_3 = a_1 + a_2 + a_3$

试讨论向量组  $b_1, b_2, b_3$  线性相关性.

七、(12 分) 设矩阵 
$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 & -1 \\ -3 & -6 & 9 & -7 \\ 2 & -3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$
 求 1) 矩阵  $A$  的秩; 2) 写出矩阵  $A$  列向量组

的一个最大无关组, 并把不属于最大无关组的列向量用最大线性无关组线性表示.

八、(12 分) 设  $f = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_2x_3$ , 求一个正交变换, 将  $f$  化为对角形.