齐鲁工业大学 20/21 学年第二学期《线性代数 II》期末考试试卷

（B 卷）

（本试卷共 4 页）

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

姓名________ 学号________ 专业班级________ 学院、系________

线 封 密

得分	
阅卷人	

一、（10 分）设 α_1，α_2，α_3 线性无关，当 x, y 满足什么关系时，$\beta_1 = x\alpha_1 + y\alpha_2$，$\beta_2 = x\alpha_2 + y\alpha_3$，$\beta_3 = x\alpha_3 + y\alpha_1$ 也线性无关.

得分	
阅卷人	

二、（15 分）设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，求三阶方阵 B 使得 $2B^{-1}A = A - 4E$.

得分	
阅卷人	

三、（20 分）已知线性方程组$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 4 \\ x_2 - x_3 + ax_4 = a \\ x - 3x_2 + 4x_3 = -4 \end{cases}$，（1）问 a 为何值时方程组有解？（2）求出方程组的通解.（3）求对应齐次线性方程组的基础解系.

得分	
阅卷人	

四、（10 分）计算行列式$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 & 11 \\ 2 & 5 & 4 & 9 \\ 5 & 3 & 2 & 12 \\ 14 & -11 & 21 & 29 \end{vmatrix}$.

线
封
密

姓名______ 学号______ 专业班级______ 学院、系______

得分	
阅卷人	

五、（15 分）求向量组 $\alpha_1=(1,3,2,3)^T$，$\alpha_2=(6,-2,-4,2)^T$，$\alpha_3=(-4,3,4,0)^T$，$\alpha_4=(-1,6,6,5)^T$，$\alpha_5=(4,-1,-4,0)^T$ 的最大无关组与秩，并把不属于最大无关组的向量用最大无关组表示.

得分	
阅卷人	

六、（10 分）设方阵 A 满足 $A^2-2A-3E=O$，证明：$A+3E$ 可逆，并求 $\left(A+3E\right)^{-1}$.

得分	
阅卷人	

七、（20 分）设 $A=\begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，写出 A 对应的二次型 f，并求正交矩阵 P，使 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.