

学习物理 和物理 的同学， 计算题最后两个可以不做。

8. 静电场中的导体与电介质

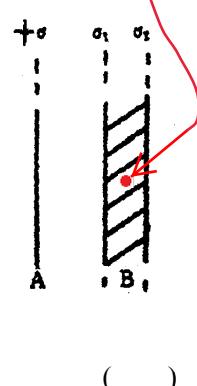
班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 成绩 _____

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} = 0 \quad \text{导体内部, 任意一点} P \text{点的} E = 0 \\ \sigma_1 + \sigma_2 = 0 \quad \text{电荷守恒} \end{array} \right.$$

一、选择题

1.“无限大”均匀带电平面 A 附近平行放置有一定厚度的“无限大”平面导体板 B, 如图所示, 已知 A 上的电荷面密度为 $+\sigma$, 则在导体板 B 的两个表面 1 和 2 上的感应电荷面密度为:

- (A) $\sigma_1 = -\sigma$, $\sigma_2 = 0$; (B) $\sigma_1 = -\sigma$, $\sigma_2 = +\sigma$;
(C) $\sigma_1 = -\frac{1}{2}\sigma$, $\sigma_2 = +\frac{1}{2}\sigma$; (D) $\sigma_1 = -\frac{1}{2}\sigma$, $\sigma_2 = -\frac{1}{2}\sigma$.



()

2. 面积为 S 的空气平行板电容器, 两极板上带电量 $\pm q$, 忽略边缘效应, 则两极板间的作用力为:

- (A) $\frac{q^2}{\epsilon_0 S}$; (B) $\frac{q^2}{2\epsilon_0 S}$; (C) $\frac{q^2}{2\epsilon_0 S^2}$; (D) $\frac{q^2}{\epsilon_0 S^2}$.

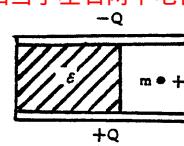
详见课件

()

3. 如图所示, 当两极板带上恒定的等量异号电荷时, 有一个质量为 m, 带电量为 $+q$ 的质点, 平衡在极板间的空气区域中。此后, 若将平行板电容器中的电介质抽去, 则该质点:

$$C = \frac{Q}{U} \quad C \text{减小} \Rightarrow U \text{增大} \Rightarrow E \text{增大}$$

相当于左右两个电容器的并联



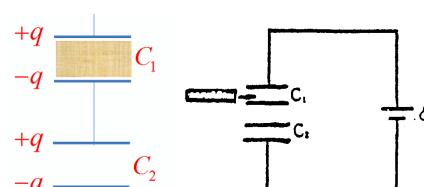
重力=电场力
抽去介质右边E怎么变化?

- (A) 保持不动; (B) 是否运动不能确定; (C) 向上运动; (D) 向下运动。

()

4. C_1 和 C_2 两空气电容器串联起来接上电源充电, 保持电源联接, 再把一电介质板插入 C_1 中。

- (A) C_1 上电势差减小, C_2 上电量增大;
(B) C_1 上电势差减小, C_2 上电量减小;
(C) C_1 上电势差增大, C_2 上电量增大;
(D) C_1 上电势差增大, C_2 上电量减小。



电源不切断 $U_1 + U_2 = U$ 不变

C_1 加入介质 $\Rightarrow C_{\text{总}} \text{增大} \Rightarrow q \text{增大} \Rightarrow U_2 \text{增大}$ ()

5. 真空中有一均匀带电球体和一均匀带电球面, 如果它们的半径和所带的电量都相等, 则它们的静电能之间的关系是:

- (A) 球体的静电能等于球面的静电能; (B) 球体的静电能大于球面的静电能;
(C) 球体的静电能小于球面的静电能; (D) 无法比较。

()

静电能与 E 有关

$E \neq 0$

$E = 0$

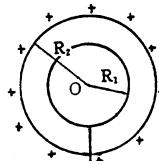
球面外部二者电场强度一样,但是球体内 $E \neq 0$,球面内 $E = 0$.

二、填空题

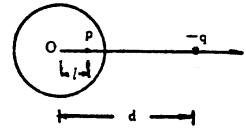
$$\text{如果没有介质: } E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\text{现在有介质: } E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

1. 一导体球外充满相对电容率为 ϵ_r 的均匀电介质，若测得导体表面附近场强为 E ，则导体球面上的自由电荷面密度 σ 为 $\epsilon_0 \epsilon_r E$ 。



2. 一个带电量为 $-q$ 的点电荷，位于一原来不带电的金属球外，与球心的距离为 d ，如图所示，则在金属球内，与球心相距为 l 的 P 点处，由感应电荷产生的场强为 $\frac{-q}{4\pi\epsilon_0(d-L)^2} \vec{i}$ 。
-q 和感应电荷二者的场强叠加为 0，所以感应电荷的场强是 -q 的场强的负值。



3. 两个电容器 1 和 2，串联后用稳压电源充电，在不切断电源的情况下，若把电介质充入电容器 1 中，则电容器 2 上的电势差 见选择题 4；电容器 1 极板上的电量 见选择题 4。（上升或下降）

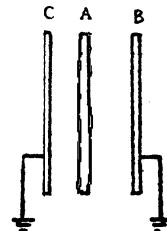
4. 半径为 R_1 和 R_2 的两个同轴金属圆筒，其间充满着相对电容率为 ϵ_r 的均匀介质，设两筒上单位长度带电量分别为 $+\lambda$ 和 $-\lambda$ ，则介质中的电位移矢量的大小 $D = \frac{\lambda}{2\pi r}$ ；电场强度的大小 $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r r}$ ；单位长度的电容 $C = 2\pi\epsilon_0\epsilon_r / \ln \frac{R_2}{R_1}$ 电场能量 $W_e = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \ln \frac{R_2}{R_1}$ 。与无介质时相比，有介质时只需要把 ϵ_0 换成 $\epsilon_0 \epsilon_r$ 。

5. 一平行板电容器两极板间电压为 U_{12} ，其间充满相对电容率为 ϵ_r 的各向同性均匀电介质，电介质厚度为 d ，则电介质中的电场能量密度 $\omega = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 (\frac{U_{12}}{d})^2$ 。
公式： $w = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ ，有介质，替换电容率

三、计算题

1. A、B、C 是三块平行金属板，面积均为 200cm^2 。A、B 相距 4.0mm ，A、C 相距 2.0mm ，B、C 两板都接地。(1) 设 A 板带正电 $3.0 \times 10^{-7}\text{C}$ ，不计边缘效应，求 B 板和 C 板上的感应电荷，以及 A 板的电势。

(2) 若在 A、B 间充以相对电容率 $\epsilon_r = 5$ 的均匀电介质，再求 B 板和 C 板上的感应电荷，以及 A 板的电势。



学习物理 和物理 的同学，计算题最后两个可以不做。

8. 静电场中的导体与电介质参考答案

一、选择题: 1、C; 2、B; 3、C; 4、A; 5、B

二、填空题: 1、 $\epsilon_r \epsilon_0 E$; 2、 $\frac{-q}{4\pi\epsilon_0(d-L)^2} \vec{i}$; 3、增大、增大;

4、 $D = \frac{\lambda}{2\pi r}$; $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r r}$; $C = 2\pi\epsilon_0\epsilon_r / \ln \frac{R_2}{R_1}$; $W_e = \frac{\lambda^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \ln \frac{R_2}{R_1}$; 5、 $w = \frac{1}{2}\epsilon_r \epsilon_0 \left(\frac{U_{12}}{d}\right)^2$

三、计算题:

1 解: (1) A 板带正电, B、C 两板接地, 且两板在 A 板附近, 所以 A 板上的正电荷电量为 q , 分布在左右两表面上, 设 B 板感应电荷为 $-q_1$, C 板感应电荷为 $-q_2$, 如图所示:

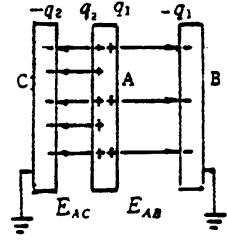
$$q_1 + q_2 = q \quad (1)$$

由于 AB 间和 AC 间均可视为匀强电场

$$E_{AB} = \frac{q_1}{\epsilon_0 S}; \quad E_{AC} = \frac{q_2}{\epsilon_0 S}; \quad \frac{q_1}{q_2} = \frac{E_{AB}}{E_{AC}} \quad (2)$$

根据题意: $U_A - U_B = U_A - U_C$, 即有: $d_{AB} E_{AB} = d_{AC} E_{AC}$

$$\text{得: } E_{AB} / E_{AC} = d_{AC} / d_{AB} = 1/2 \quad (3)$$



解 (1) (2) (3) 得: $q_1 = 1.0 \times 10^{-7} C$; $q_2 = 2.0 \times 10^{-7} C$

B 板上感应电荷为 $-q_1 = -1.0 \times 10^{-7} C$

C 板上感应电荷为 $-q_2 = -2.0 \times 10^{-7} C$;

$$U_A = E_{AB} \cdot d_{AB} = \frac{q_1}{\epsilon_0 S} d_{AB} = \frac{1.0 \times 10^{-7} \times 4.0 \times 10^{-3}}{8.85 \times 10^{-12} \times 200 \times 10^{-4}} = 2.3 \times 10^3 V$$

(2) 当 AB 间充以电介质时, 满足下面关系式 $q_1 + q_2 = q$ (1)

$$\begin{aligned} \because E_{AB} &= \frac{q_1}{\epsilon_0 \epsilon_r S}; \quad E_{AC} = \frac{q_2}{\epsilon_0 S} \\ \therefore \frac{q_1}{q_2} &= \frac{\epsilon_r E_{AB}}{E_{AC}} = \frac{5d_{AC}}{d_{AB}} \quad \therefore \frac{q_1}{q_2} = \frac{5}{2} \end{aligned} \quad (2)$$

解 (1) (2) 式得: $q_1 = 2.14 \times 10^{-7} C$, B 板感应: $-q_1 = -2.14 \times 10^{-7} C$

$q_2 = 0.86 \times 10^{-7} C$, C 板感应: $-q_2 = -0.86 \times 10^{-7} C$

$$U_A = E_{AB} d_{AB} = \frac{q_1}{\epsilon_r \epsilon_0 S} d_{AB} = \frac{2.14 \times 10^{-7} \times 4.0 \times 10^{-3}}{5 \times 8.85 \times 10^{-12} \times 200 \times 10^{-4}} = 9.7 \times 10^2 V$$

2、解：(1) $Q_a + Q_b = Q$

$$V_a = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0 a};$$

$$V_b = \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0 b};$$

$$V_a = V_b = V;$$

$$Q_a = \frac{a}{a+b} Q, \quad Q_b = \frac{b}{a+b} Q;$$

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0(a+b)$$

3、解：(1) 在介质外面 $r > R'$, 由高斯定理得： $\vec{E}_{外} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{r}_0$

在介质内部 $R < r < R'$, 把上式的 ϵ_0 替换成 $\epsilon_0\epsilon_r$ 得： $\vec{E}_{内} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r r^2} \vec{r}_0$

(2) 在介质外面 $r > R'$ 处一点的电势： $U_{外} = \int_r^\infty \vec{E}_{外} \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$

在介质内部 $R < r < R'$ 处一点的电势： $U_{内} = \int_r^{R'} \vec{E}_{内} \cdot d\vec{r} + \int_{R'}^\infty \vec{E}_{外} \cdot d\vec{r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{1}{r} + \frac{\epsilon_r - 1}{R'} \right)$

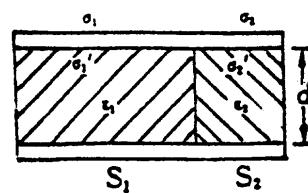
4、解：设 S_1 、 S_2 面上所分布的自由电荷面密度分别为 σ_1 、 σ_2

$$\text{则 } \sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2 = Q \quad \dots \quad (1)$$

$$\because D = \epsilon E = \sigma, \text{ 且 } U = E_1 d = E_2 d$$

$$\therefore E_1 = E_2, \text{ 即 } \frac{\sigma_1}{\epsilon_1} = \frac{\sigma_2}{\epsilon_2} \quad \dots \quad (2)$$

$$(1)(2) \text{ 联立解得: } \sigma_1 = \frac{\epsilon_1 Q}{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2}; \quad \sigma_2 = \frac{\epsilon_2 Q}{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2}$$



该电容器相当于两电容器并联：

$$C = C_1 + C_2 \quad C_1 = \frac{\epsilon_1 S_1}{d}, \quad C_2 = \frac{\epsilon_2 S_2}{d} \quad \therefore C = \frac{\epsilon_1 S_1 + \epsilon_2 S_2}{d}$$

5、解：(1) 浸入煤油后 $C_r = \epsilon_r C_0$, $Q = C_0 u$

$$\because \text{先断电, 再浸油} \quad W_0 = \frac{1}{2} C_0 u^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_0} \quad W_r = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{\epsilon_r} \frac{Q^2}{2C_0} = \frac{W_0}{\epsilon_r}$$

$$\therefore \Delta W = W_r - W_0 = \left(\frac{1}{\varepsilon_r} - 1\right)W_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\varepsilon_r} - 1\right)C_0 u^2 = -1.62(J)$$

(2) 并联后, 两电容的总能量: $W = \frac{(2Q)^2}{2(C_0 + C_r)} = \frac{4}{\varepsilon_r + 1}W_0$

能量损失: $\Delta W_2 = W - (W_0 + W_r) = -\frac{(\varepsilon_r - 1)W_0}{\varepsilon_r(\varepsilon_r + 1)} = -5.4 \times 10^{-1}(J)$