

3. 动量守恒定律和能量守恒定律

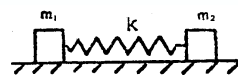
班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____ 成绩 _____

动量守恒 $m_1 v_1 - m_2 v_2 = 0$

机械能守恒 $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} k(x_0 - x)^2$

一、选择题

1. 质量分别为 m_1 、 m_2 的两个物体用一个倔强系数为 k 的轻弹簧相联，放在水平光滑桌面上，如图所示，当两物体相距 x 时，系统由静止释放，已知弹簧的自然长度为 x_0 ，则当物体相距 x_0 时， m_1 的速度大小为：()



(A) $\sqrt{\frac{k(x-x_0)^2}{m_1}}$; (B) $\sqrt{\frac{k(x-x_0)^2}{m_2}}$; (C) $\sqrt{\frac{k(x-x_0)^2}{m_1+m_2}}$; (D) $\sqrt{\frac{km_2(x-x_0)^2}{m_1(m_1+m_2)}}$

2. 质量为 m 的铁锤竖直落下，打在木桩上并停下。设打击时间为 Δt ，打击前铁锤速率为 v ，则在打击木桩的时间内，铁锤所受平均合外力的大小为

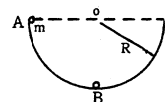
(A) $\frac{mv}{\Delta t}$; (B) $\frac{mv}{\Delta t} - mg$; (C) $\frac{mv}{\Delta t} + mg$; (D) $\frac{2mv}{\Delta t}$ 。

木桩对锤的作用力

3. 一质量为 m 的质点，在半径为 R 的半球形容器中，由静止开始自边缘上的 A 点滑下，到达最低点 B 点时，它对容器的正压力数值为 N 如图所示，则质点自 A 滑到 B 的过程中，摩擦力对其作的功为：

(A) $R(N-3mg)/2$; (B) $R(3mg-N)/2$; (C) $R(N-mg)/2$; (D) $R(N-2mg)/2$ 。

$mgR + W_f = \frac{1}{2} m v_B^2 - 0$
 $N - mg = m \frac{v_B^2}{R}$

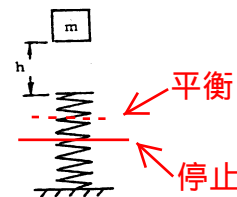


4. 如图所示，一质量为 m 的物体，位于质量可以忽略的直立弹簧正上方高度为 h 处，

该物体从静止开始落向弹簧，若弹簧的倔强系数为 k ，不考虑空气阻力，则物体可能获得的最大动能是：

由题意知：最大动能必须大于 mgh ，只能选 C。
具体计算略

(A) mgh ; (B) $mgh - \frac{m^2 g^2}{2k}$; (C) $mgh + \frac{m^2 g^2}{2k}$; (D) $mgh - \frac{m^2 g^2}{k}$



5. 一烟火总质量为 $M+2m$ ，从离地面高 h 处自由下落到 $h/2$ 时炸开，并飞出质量均为 m 的两块，它们相对于烟火体的速度大小相等，方向一上一下，爆炸后烟火体从 $h/2$ 处落到地面的时间为 t_1 ，若烟火体在自由下落到 $h/2$ 处不爆炸，它从 $h/2$ 处落到地面的时间为 t_2 ，则：

(A) $t_1 > t_2$; (B) $t_1 < t_2$; (C) $t_1 = t_2$; (D) 无法确定。

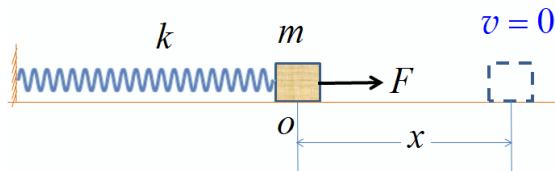
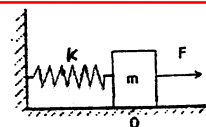
爆炸前		爆炸后	
m	v_0	m	$v - v'$
M	v_0	M	v
m	v_0	m	$v + v'$

结果： $v = v_0$

二、填空题

爆炸瞬间竖直方向动量守恒（爆炸力很大，忽略重力）： $(M+2m)v_0 = Mv + m(v-v') + m(v+v')$

1. 如图所示，倔强系数为 k 的轻弹簧，一端固定在墙壁上，另一端连一质量为 m 的滑块，滑块静止在坐标原点 O ，此时弹簧长度为原长，滑块与桌面间的摩擦系数



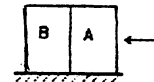
易错点：用受力平衡解出 x ，其实受力平衡时速度不是0!!!

动能定理： $Fx - \mu mgx - \frac{1}{2}kx^2 = 0$

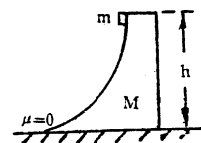
为 μ ，若滑块在不变的外力 \vec{F} 作用下向右移动，则它到达最远位置时系统的弹性势能 $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

2.两球质量分别为 $m_1 = 3.0g$ ， $m_2 = 5.0g$ ，在光滑的水平桌面上运动，用直角坐标 OXY 描述其运动，两者速度分别为 $\vec{v}_1 = 8\vec{i}$ cm/s， $\vec{v}_2 = (8.0\vec{i} + 16\vec{j})$ cm/s，若碰撞后两球合为一体，则碰撞后两球速度 \vec{v} 的大小 $v =$ _____cm/s, \vec{v} 与X轴的夹角 $\alpha =$ _____。
动量守恒： $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$

3.如图所示，两块并排的木块A和B，质量分别为 m_1 和 m_2 ，静止地放置在光滑的水平面上，一子弹水平地穿过两木块，设子弹穿过两木块所用的时间分别为 Δt_1 和 Δt_2 ，木块对子弹的阻力为恒力 F ，则子弹穿出后，木块A的速度大小为后面详解，木块B的速度大小为_____。

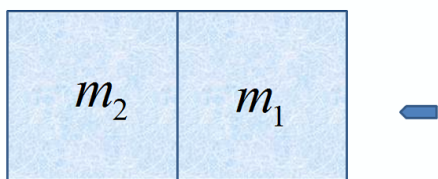


4.如图所示，一光滑的滑梯，质量为 M 高度为 h ，放在一光滑水平面上，滑梯轨道底部与水平面相切，质量为 m 的小物块自滑梯顶部由静止下滑，则：（1）物块滑到地面时，滑梯的速度为后面详解；（2）物块下滑的整个过程中，滑梯对物块所作的功为_____。



5.一人从 10m 深的井中提水，起始时桶中装有 10kg 的水，桶的质量为 1kg，由于水桶漏水，每升高 1m 要漏去 0.2kg 的水，求水桶匀速地从井中提到井口，人所作的功 $W =$ 后面详解。

二、3 详解 考察动量定理



1.两个木块，作为一个整体

$$F\Delta t_1 = (m_1 + m_2)v_1 - 0$$

2.两个木块分开

$$F\Delta t_2 = m_2v_2 - m_2v_1$$

二、5 详解 由题意可得：桶+所剩水的质量

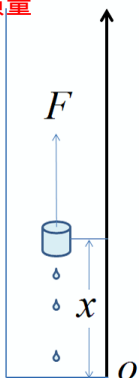
$$m = 11 - 0.2x$$

$$F = mg = (11 - 0.2x)g$$

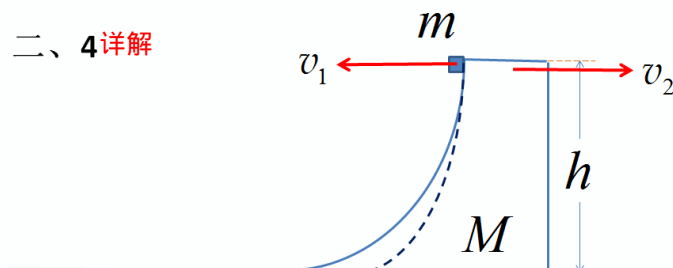
$$W = \int_0^{10} F dx$$

$$= \int_0^{10} (11 - 0.2x)g dx$$

$$= \int_0^{10} (11 - 0.2x)g dx = 100g = 980(J)$$



二、4 详解



$$mv_1 - Mv_2 = 0$$

动量守恒

$$\frac{1}{2}m v_1^2 + \frac{1}{2}M v_2^2 = mgh$$

能量守恒

$$v_1 = \sqrt{\frac{2Mgh}{M+m}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2m^2gh}{M(M+m)}}$$

$$mgh + W = \frac{1}{2}m v_1^2 \quad \text{动能定理} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2Mgh}{M+m}}$$

$$W = \frac{1}{2}m v_1^2 - mgh = -\frac{m^2gh}{M+m}$$

3. 动量守恒定律和能量守恒定律参考答案

一、选择题： 1、 D； 2、 A； 3、 A； 4、 C ； 5、 C

二、填空题： 1、 $E_p = 2(F - \mu mg)^2/k$ ； 2、 $v = 2(41)^{1/2}$ ； $a = tg^{-1}(5/4)$ ；

3、 $F \Delta t_1/(m_1+m_2)$ ， $F \Delta t_2/m_2 + F \Delta t_1/(m_1+m_2)$ ； 4、 $\sqrt{\frac{2m^2gh}{M(M+m)}}$ ， $-\frac{m^2gh}{M+m}$

5、 980J

三、计算题： 1、 (本题有一定难度)

解：(1) 当链条下落 x 时，摩擦力 $f = -\mu N = -\mu(L-x)mg/L$

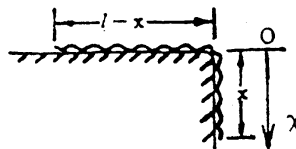
摩擦力的功： $W_f = \int_a^L -\mu \frac{mg}{L}(L-x)dx = -\mu mg(L-a)^2/2L$

(2) 下落过程重力作的功： $W_p = \int_a^L \frac{mg}{L}x dx = mg(L^2 - a^2)/2L$ 注：这里用“ mgh ”方法也可以

由动能定理： $W_f + W_p = mv^2/2 - mv_0^2/2$ ， $v_0 = 0$

所以： $mg(L^2 - a^2)/2L - \mu mg(L-a)^2/2L = mv^2/2$

得到： $v = (g/L)^{1/2}[(L^2 - a^2) - \mu(L-a)^2]^{1/2}$



2、解：取固定于地面的坐标系，以人和车为系统， x 方向动量守恒，设人跳车后检修车的速度为 v

$$\text{由}(m_1+m_2)v_0 = m_1v + m_2(v + u \cos 60^\circ) \text{ 得： } v = v_0 - \frac{m_2 u \cos 60^\circ}{m_1 + m_2} = 2.5 \text{ m/s}$$

以人为研究对象， y 方向受车的冲量： $I_y = m_2 u \sin 60^\circ = 217 \text{ kgm/s}$

则，铁轨受到的冲量为： $I_y' = -217 \text{ kgm/s}$

3、解：设第二次打击总深度为 x ，由题意知两次打击，摩擦力做功相同，设为 W_f 。

锤子打击钉子后就和钉子成为整体，速度大小设为 v ，对锤子和钉子组成的整体运用动能定

理可得： $W_f = 0 - \frac{1}{2}mv^2$ ，其中 $W_f = \int_0^1 -kx dx = \int_1^x -kx dx$

解上面的积分方程得： $x = \sqrt{2} = 1.41 \text{ (cm)}$

所以，第二次打入深度： $\Delta x = x - 1 = 0.41 \text{ cm}$

4、解：(1) 因穿透时间很短，故物体未离开平衡位置，系统在水平方向动量守恒，设子弹穿出物体时的速度为 v' ，则： $mv_0 = mv + Mv'$ ， $v' = m(v_0 - v)/M = 5.7 \text{ m/s}$

子弹穿出时， M 绕 O 点作圆周运动： $T - Mg = M \frac{v'^2}{l}$ ， $\therefore T = Mg + M \frac{v'^2}{l} = 84.6 \text{ (N)}$

(2) 子弹所受冲量为： $I = f \Delta t = m(v - v_0) = -11.4 \text{ (Ns)}$

5、(本题难度大, 供有兴趣的同学研究)

解: 如图 (a)所示, 设 m 相对于 m_0 的速度为 v' , m 相对于地的速度为 v ,

图中各个量都取绝对值, 方向如图所示。

对 m_0 做的功为

$$W = \frac{1}{2} m_0 u^2 \quad (1)$$

在 m 下滑、同时 m_0 后退的过程中,

以 $(m + m_0)$ 为系统, 系统在 x 向不受外力, 动量守恒

$$m_0 u - m v_x = 0 \quad (2)$$

对 $(m, m_0, \text{地球})$ 系统, m 与 m_0 之间的一对正压力做功之和为零, 只有保守力做功, 系统机械能守恒

$$\frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2) + \frac{1}{2} m_0 u^2 = mgh \quad (3)$$

由相对运动关系 $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}$ 得

$$\frac{v_y}{u + v_x} = \tan \theta \quad (4)$$

联立(1)~(4)式解得

$$W = \frac{m_0 g h \cos^2 \theta}{(1 + \frac{m_0}{m})(\frac{m_0}{m} + \sin^2 \theta)}$$

设下滑时间为 T , 由(2)式,

$$m_0 \int_0^T u dt - m \int_0^T v_x dt = 0$$

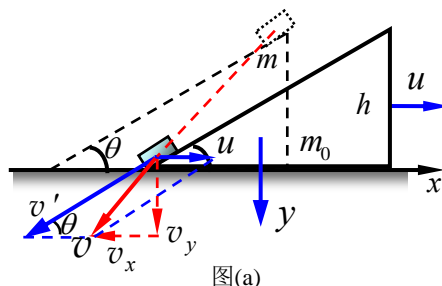
$$m_0 s - m s_m = 0 \quad (5)$$

位移关系:

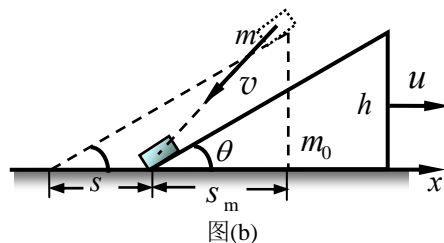
$$\frac{h}{s + s_m} = \tan \theta \quad (6)$$

由(5)、(6)式解得

$$s = \frac{h}{(1 + \frac{m_0}{m}) \tan \theta}$$



图(a)



图(b)