《线性代数》总结

第五章 相似矩阵与二次型

一、实对称矩阵 A，求正交矩阵 P，把 A 相似对角化，即 $P^{-1}AP=\Lambda$；【例 12，T19，T20,】

或：用正交变换把二次型化成标准形；【例 14，T28，T29】

二、基础知识：

1、判断二次型（或实对称矩阵）的正定性；【例 17，T32，T33】

2、特征值与特征向量的定义、性质；【例 7，例 8,； T9，T12，T13，T16】

3、方阵 A，B 相似的定义与性质；A 能相似对角化的判断方法；【例 11，T15】

4、方阵 A,B 合同的定义，惯性定理；

例如：求 $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_2)^2+(x_2+x_3)^2-(x_3-x_1)^2$ 的秩，正、负惯性指数.

5、正交性：

两个向量正交的定义；施密特正交化；正交矩阵与正交变换的定义、性质；

第四章 向量组的线性相关性

一、给出向量组 a_1,a_2,a_3,a_4,a_5，求向量组的秩、最大无关组，把其余的向量用最大无关组线性表示；【P_{94} 例 10，T13，T14，T29】

二、基础知识：

1、基础解系与线性方程组解的性质与结构；【T28，T31】

2、向量组线性相关、线性无关的定义，判断方法及相关结论；【T3，T4，T11】

3、向量组的秩与最大无关组；【T15，T16】

4、线性表示的定义与判断方法；【T1，T2，T29】

（5、向量空间的基、维数、坐标，基变换公式与坐标变换公式；【T37，T38】)

第三章 矩阵的初等变换与线性方程组

一、判断方程组解的存在情况，解线性方程组求其通解、基础解系；

【P_{75}例 13，例 12，例 10；T16，T17，T18，T19，T14，T13】

二、基础知识：

1、矩阵的秩的定义、性质；【P_{69}例 7，例 9，T12】

如：$R(PA)=R(A)$，P 可逆； 伴随矩阵的秩 $R(A^*)$；

2、行变换的方法：

把 A 化成行最简形； 求 A^{-1}； 解矩阵方程 $AX=B$；

3、初等矩阵的定义、性质；初等变换与矩阵乘法的等价关系；

第二章 矩阵及其运算

一、解矩阵方程；【T20，T19，T18，T17】

二、基础知识：

1、方阵可逆的定义与判断方法；【T13，T12，T11】

2、矩阵的运算规律，特别是逆矩阵、伴随矩阵、方阵的行列式、乘法的运算律；【T16，T23】

3、分块对角矩阵的行列式、逆矩阵；【T26，T28，T25】

第一章 行列式

一、特殊行列式的计算，见课件第一章的小结部分；【EX8 的 7,5,2,4,3,1】

行和相等的行列式；【P_{12}例 8，】；范德蒙德行列式【P_{18}例 12】

一条线的用定义：如对角行列式、副对角行列式、三角行列式等；【P_{11}例 6】

两条线的直接展开：如×形行列式等；【P_{14}例 11，】

三条线的化成三角形：如爪形行列式、三对角行列式等；

二、基础知识：

1、克拉默法则判断方程组解的唯一性； 2、行列式的性质；代数余子式的性质；

n 阶方阵 A 可逆的等价命题

A 可逆 $\Leftrightarrow$ $AB = BA = E$；（定义）

$\Leftrightarrow$ $|A| \neq 0$ ；（A 是非奇异矩阵）

$\Leftrightarrow$ $AB = E$；（矩阵乘法）

$\Leftrightarrow$ $R(A) = n$；（A 是满秩矩阵）

$\Leftrightarrow$ $A \overset{r}{\sim} E$；（A 的行最简形矩阵是单位矩阵；A 的标准形矩阵也是单位矩阵）

$\Leftrightarrow$ A 的 n 个列向量线性无关；（对行向量也成立）

$\Leftrightarrow$ A 的 n 个特征值都不为 0；

$\Leftrightarrow$ 方程组 $Ax = b$ 有唯一解，对任意的 n 维向量 b；

矩阵之间的三种关系

A, B 都是 $m \times n$ 矩阵，则 A, B 等价 $\Leftrightarrow$ $R(A) = R(B)$；

A, B 都是 n 阶实对称矩阵，则 A, B 相似 $\Leftrightarrow$ A, B 的特征值相同；

A, B 都是 n 阶实对称矩阵，则 A, B 合同 $\Leftrightarrow$ A, B 的正惯性指数相同、负惯性指数也相同.