齐鲁工业大学《概率论与数理统计》2020-2021 学年

第一学期期末试卷

一	二	三	四	总分

得分

一、填空题（每小题 3 分，满分 18 分）

1．设 A,B,C 是三个随机事件，已知 $P(A)=P(B)=P(C)=0.3,\ P(AB)=P(BC)=0,$ $P(AC)=0.2,$ 则 A，B，C 全不发生的概率为 ____ .

2．设随机变量 $X\sim B(6,p)$，且 $E(X)=2.4,$ 则 $D(X)=$_____ .

3.任取两个不大于 1 的正数，则它们的积不大于 $\frac{2}{9}$，且它们的和不大于 1 的概率为____.

4．设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{x^2+y^2}{2}},-\infty<x<+\infty,-\infty<y<+\infty$$

则 $P\{X>Y\}=$_____.

5．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，则样本均值 $\bar{X}$ 的概率密度为____.

6．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，S^2 为样本方差，μ 未知．检验假设 $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2,H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2$，应取检验统计量 $\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\sim$____.

得分

二、选择题（每小题 3 分，满分 18 分）

1．在 10 件产品中有 2 件次品，依次取出 2 件产品，每次取一件，取后不放回，则第二次取到次品的概率为(　)

（A）$\frac{1}{45}$．　（B）$\frac{8}{45}$．　（C）$\frac{1}{5}$．　（D）$\frac{16}{45}$．

2．设 $D(X)=2$，则 $D(2X-1)=$（　　）

（A）5．　（B）6．　（C）7．　（D）8．

3．设随机变量 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，则随着 σ 的增大，概率 $P\{|X-\mu|<\sigma\}$ ( )

（A）单调增大． （B）单调减小． （C）增减不定． （D）保持不变．

4．设随机变量 X 在区间[-1，3]上服从均匀分布，若由切比雪夫不等式有 $P\{|X-1|<\varepsilon\} \geq \frac{2}{3}$，则 ε =( )

（A）1． （B）2． （C）3． （D）4．

5．设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$， $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的样本，则

$$P\left\{\frac{|\overline{X}-\mu|}{\sigma/\sqrt{n}} < u_{0.025}\right\} = (\quad)$$

（A）0.975． （B）0.95． （C）0.05． （D）0.025．

6．对正态总体的数学期望 μ 进行假设检验，如果在显著水平 0.05 下接受 $H_0: \mu = \mu_0$，那么在显著性水平 0.01 下，下列结论正确的是( )

（A）必接受 H_0． （B）可能接受 H_0，也可能拒绝 H_0．

（C）必拒绝 H_0． （D）不接受 H_0，也不拒绝 H_0．

得分

三、计算题（共 5 小题，满分 56 分）

1.(10 分)设随机变量 X 在区间[2，5]上服从均匀分布，对 X 做 3 次独立观察，求至少有两次观察值大于 3 的概率．

2.(10 分)已知随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} ax+b, & 0<x<1, \\ 0, & 其他, \end{cases}$

且 $P\left\{X > \frac{1}{2}\right\} = \frac{5}{8}$，求(1)常数 a,b 的值；(2) $P\left\{\frac{1}{4} < X \leq \frac{1}{2}\right\}$．

3．(12 分)设总体 $X \sim N(0,\sigma^2)$，从总体 X 中抽取样本 $X_1, X_2, \cdots, X_{24}$，样本均值为 $\bar{X}$，试确定 σ 的值，使得 $P\{1<\bar{X}<2\}$ 最大．

4．(12 分)设总体 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1, \\ 0, & 其他, \end{cases}$$

其中 $\theta > -1$ 是未知参数，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 X 的样本，试求参数 θ 的矩估计量和最大似然估计量．

5．(12 分)设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-\left(\frac{1}{2}x+y\right)}, & x>0, y>0,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

（1）证明 X 与 Y 相互独立；（2）利用卷积公式求 $Z=X+Y$ 的概率密度.

得分

四、证明题（满分 8 分）

设 $0<P(A)<1$，且 $P(B|A)=P(B|\overline{A})$，试证 A 与 B 相互独立.