

齐鲁工业大学 22/23 学年第二学期《线性代数 I》期末考试试卷
(A 卷) (本试卷共 4 页)

题号	一	二	三	四	总分
得分					

得分	
阅卷人	

一、填空题 (每题 3 分, 满分 18 分)

1. 已知向量 $\alpha = (5, 2, 2)^T$ 与 $\beta = (2, -1, k)^T$ 正交, 则 $k =$ _____.
2. 四阶行列式 D 的第一行元素分别是 1, 2, -1, 1, 每个元素对应的代数余子式依次为 4, 1, 2, 1, 则该行列式的值 $D =$ _____.
3. 矩阵方程 $AX = B$ 有解的充分必要条件是_____.
4. 二次型 $f = 2x_1^2 + 3x_2^2 - 7x_4^2$ 的正惯性指数是_____.
5. 排列 53142 的逆序数是_____.
6. 三阶方阵 A 的特征值分别是 2, -1, 3, 则 $|A^2| =$ _____.

得分	
阅卷人	

二、简答题 (每题 8 分, 满分 16 分)

1. 若 $f = 2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2t \cdot x_1x_2 - 2x_1x_3$ 是正定二次型, 求 t 的取值范围.

2. 已知向量 $\xi = (2, 1, 2)^T$ 是方阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -4 \\ -2 & 6 & a \\ -4 & -2 & b \end{pmatrix}$ 的特征向量, 求参数 a, b 及向量 ξ 对应的特征值 λ .

得分	
阅卷人	

三、计算题 (每题 12 分, 满分 36 分)

1. 已知向量组 $\alpha_1 = (1, 3, 1)^T$, $\alpha_2 = (1, 2, 2)^T$, $\alpha_3 = (3, 3, 9)^T$, $\alpha_4 = (-1, 4, -8)^T$, $\alpha_5 = (1, 5, -1)^T$,
(1) 求向量组的秩; (2) 求一个最大无关组, 并把其余向量用最大无关组线性表示.

2. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, 解矩阵方程 $AX - B = 2X$.

3. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

2. 求一个正交变换 $x = Py$, 将二次型 $f = x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_3^2 - 4x_1x_2$ 化为标准形.

得分	
阅卷人	

四、解答题 (每题 15 分, 满分 30 分)

1. 已知方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = a \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 3 \end{cases}$ 有无数解, 参数 a 使并求该方程组的通解.