

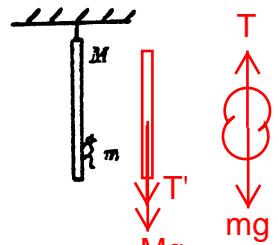
## 2. 牛顿定律

班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

### 一、选择题

1. 如图所示，一只质量为  $m$  的猴，抓住一质量为  $M$  的直杆，杆与天花板用一线相连，若悬线突然断开后，小猴则沿杆子竖直向上爬以保持它离地面的高度不变，此时直杆下落的加速度为：

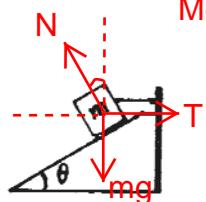
- (A)  $g$  ; (B)  $mg / M$  ; (C)  $\frac{M+m}{M}g$  ; (D)  $\frac{M+m}{M-m}g$  ; (E)  $\frac{M-m}{M}g$  。  
受力平衡  
( )



2. 如图所示，质量为  $m$  的木块用细绳水平拉住，静止于光滑的斜面上，斜面给木块的支持力是

$$\begin{aligned} N \cos\theta &= mg \\ N \sin\theta &= T \end{aligned}$$

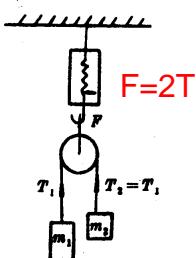
- (A)  $mg \cos \theta$  ; (B)  $mg \sin \theta$  ; (C)  $mg / \cos \theta$  ; (D)  $mg / \sin \theta$  。  
( )



3. 如图所示，滑轮、绳子的质量及一切摩擦阻力忽略不计， $m_1 = 2m_2$ ， $m_1$  与  $m_2$

运动过程中，弹簧秤的指示： $\frac{m_1 g - T}{T - m_2 g} = m_1 a \rightarrow 2T = (m_1 + m_2)g + (m_2 - m_1)a$

- (A) 大于  $(m_1 + m_2)g$  ; (B) 等于  $(m_1 + m_2)g$  ; (C) 小于  $(m_1 + m_2)g$  。  
( )



4. 一物体作匀速率曲线运动，则

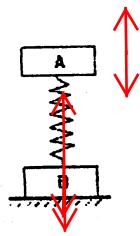
- (A) 其所受合外力一定总为零; (B) 其加速度一定总为零;  
 (C) 其法向加速度一定总为零; (D) 其切向加速度一定总为零。 $a_t = \frac{dv}{dt}$   
( )

5. 牛顿第二定律的动量表示式为  $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$ ，即有  $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt}$  物体作怎样的运动才能使上式中右边的两项都不等于零，而且方向不在一直线上？  
质量m必须随时间变化才能让导数不为0

- (A) 定质量的加速直线运动; (B) 定质量的加速曲线运动;  
 (C) 变质量的直线运动; (D) 变质量的曲线运动。  
( )

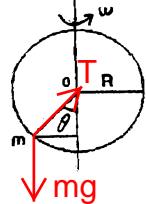
## 二、填空题

1. 质量相等的两物体 A 和 B，分别固定在弹簧的两端，竖直放在光滑水平面 C 上，如图所示；弹簧的质量与物体 A、B 的质量相比，可以忽略不计，若把支持面 C 迅速移走，  
弹力不变 则在移开的一瞬间，A 的加速度大小  $a_A = \underline{\quad 0 \quad}$ ，B 的加速度的大小

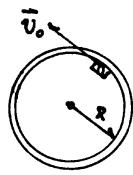


$$a_B = \underline{2g}.$$

2.一半径为 R 的圆环绕其竖直直径以角速度  $\omega$  转动，一小珠可以在圆环上作无摩擦的滑动。如图所示，要使小珠相对静止在  $\angle\theta$  位置，则角速度  $\omega = \underline{T \sin\theta = m\omega^2 R \sin\theta}$



3.如图所示，半径为 R 的圆环固定在光滑的水平桌面上，一物体沿圆环内壁作圆周运动， $t=0$  时，物体的速率为  $v_0$ （沿切线方向），若物体与圆环的摩擦系数为  $\mu$ ，求物体稍后任意时刻的速率： $v = \frac{Rv_0}{\mu v_0 t + R}$  详解如下



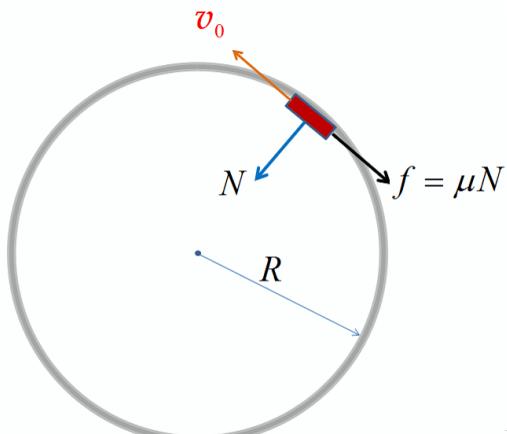
4. 质量为 10 kg 的物体在变力作用下从静止开始作直线运动，力随时间的变化规律是  $F = 3 + 4t$  (式中 F 以 N、t 以 s 计)，由此可知，3 s 后此物体的速率为  $v = \underline{\text{简单, 略}}$ 。

5.一质量为 m 的质点沿 X 轴正向运动，设该质点通过坐标为 x ( $x > 0$ ) 点时的速度为  $v = k\sqrt{x}\vec{i}$  ( $k > 0$  为常量)，则质点所受到的合力为 详解如下。

### 二、3 详解

$$\left\{ \begin{array}{l} N = ma_n = m \frac{v^2}{R} \\ -\mu N = ma_t = m \frac{dv}{dt} \end{array} \right.$$

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} = \int_0^t -\frac{\mu}{R} dt$$



注意：水平桌面

### 二、5 详解

$$\vec{v} = k\sqrt{x}\vec{i}$$

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt}$$

$$= mv \frac{dv}{dx} = mk\sqrt{x} k \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2} mk^2$$

$$\vec{F} = \frac{1}{2} mk^2 \vec{i}$$

## 2.牛顿定律参考答案

一、选择题: 1、C; 2、C; 3、C; 4、D; 5D

二、填空题: 1、0,  $2g$ ; 2、 $\sqrt{g/(R \cos \theta)}$ ; 3、 $Rv_0/(R + \mu v_0 t)$ ; 4、 $2.7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

5、 $\vec{F} = \frac{1}{2}mk^2\vec{i}$

三、计算题:

1、解: 由牛顿第二定律::  $f = -k/x^2 = mdv/dt = mdv/dx \cdot dx/dt = mv dv/dx$

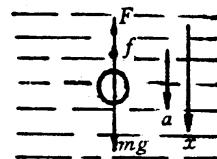
分离变量并积分得到:  $\int_A^{A/2} -kdx/x^2 = \int_0^v mv dv$

$2k/A - k/A = mv^2/2 \quad \therefore v = \sqrt{2k/mA}$

2、解: 小球受力如图所示, 由牛顿第二定律::  $mg - kv - F = ma = mdv/dt$

积分:  $\int_{v_0}^v \frac{mdv}{mg - Kv - F} = \int_0^t dt$

$\therefore v(t) = \frac{1}{K} [(mg - F) - (mg - F - Kv_0)e^{-Kt/m}]$



积分详解在最后

3、解: 由牛顿第二定律::  $mdv/dt = f = 120t + 40$

积分:  $\int_{v_0}^v mdv = \int_0^t (120t + 40) dt \quad \text{得到: } v = 6t^2 + 4t + 6 \text{ m/s}$

由速度定义:  $v = dx/dt = 6t^2 + 4t + 6 \quad \text{积分: } \int_{x_0}^x dx = \int_0^t (6t^2 + 4t + 6) dt$

得到:  $x - x_0 = (2t^3 + 2t^2 + 6t) \text{ m} ; x = (2t^3 + 2t^2 + 6t + 5) \text{ m}$

4、解: 选地面为参照系, 小球为研究对象, 小球在水平面内只受弹性力作用

由牛顿第二定律:  $f = -kx = -mR\omega^2 = -m(L_0 + x)\omega^2 \quad \text{解得: } x = \frac{m\omega^2 L_0}{k - m\omega^2}$

小球作圆运动的半径为:  $R = L_0 + x = \frac{kL_0}{k - m\omega^2}$

5、解：由牛顿第二定律可知

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m\vec{a}$$

所以

$$\vec{F}_3 = m\vec{a} - \vec{F}_1 - \vec{F}_2$$

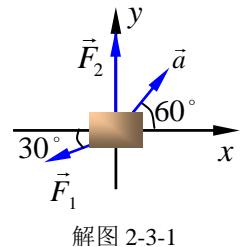
将  $\vec{a}$ 、 $\vec{F}_1$ 、 $\vec{F}_2$  按坐标投影代入上式，即可得

$$\begin{aligned}\vec{F}_3 &= m(a_x \vec{i} + a_y \vec{j}) - (F_{1x} \vec{i} + F_{1y} \vec{j}) - (F_{2x} \vec{i} + F_{2y} \vec{j}) \\ &= (ma_x - F_{1x} - F_{2x}) \vec{i} + (ma_y - F_{1y} - F_{2y}) \vec{j} \\ &= (2.0 \times 3.0 \cos 60^\circ + 10 \cos 30^\circ) \vec{i} + (2.0 \times 3.0 \sin 60^\circ + 10 \sin 30^\circ - 20) \vec{j} \\ &= 11.7 \vec{i} - 9.8 \vec{j}\end{aligned}$$

大小： $|\vec{F}_3| = \sqrt{11.7^2 + 9.8^2}$  N = 15.3 N

方向： $\tan \theta = \frac{F_{3x}}{F_{3y}} = \frac{11.7}{-9.8}$

$$\theta = -\arctan \frac{11.7}{-9.8} = 50.05^\circ$$



解图 2-3-1

### 三.2 积分详解：

令  $y = mg - Kv - F$ ,  $y_0 = mg - Kv_0 - F$

则  $dy = -Kdv$

$$\therefore dv = -\frac{dy}{K}$$

$$\int_{v_0}^v \frac{m dv}{mg - Kv - F} = \int_{y_0}^y -\frac{m}{K} \frac{dy}{y} = -\frac{m}{K} \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) = t$$

$$\therefore \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) = -\frac{K}{m} t \quad \rightarrow \quad \frac{y}{y_0} = \frac{mg - Kv - F}{mg - Kv_0 - F} = e^{-\frac{K}{m} t}$$

.... .... ....