

齐鲁工业大学 17-18-1 期末试卷《线性代数》(A 卷)

一、填空题 (每空 2 分, 共 20 分)

1. 向量 $\alpha = (1, 4, 0, 2)^T, \beta = (2, -2, 1, 3)^T$ 的距离为____; 内积为____

2. 当常数 $a =$ ____时, 方程组 $Ax = b$ 有非零解

3. 向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 0, 0)^T, \alpha_2 = (0, 1, 1, 0)^T, \alpha_3 = (0, 0, 1, 1)^T, \alpha_4 = (1, 0, 0, 1)^T$ 的秩为____

4. 线性方程组 $Ax = b$ 有解的充分必要条件是____

5. 三阶可逆矩阵 A 的特征值为 2, 3, 4, 则 $|A| =$ ____; $|A^{-1}| =$ ____

6. 若 $\alpha = (1, 1, 1)^T, \alpha_2 = (1, 2, 3)^T$, 则与 α_1, α_2 都正交的单位向量为____

7. 设 A 为 2007 阶矩阵, 且满足 $A^T = -A$, 则 $|A| =$ ____

8. $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} (0 \ 2 \ 1) =$ ____

微信公众号: QLU星球

更多考试真题

扫码关注【**QLU 星球**】

回复：**真题** 获取



公众号 · QLU星球

二、单项选择题（每题3分，共15分）

1. 设 A, B 为 n 阶可逆阵，则 $(A^{-1}B^{-1})^T = ()$

- A. $(A^{-1})^T(B^{-1})^T$. B. $(A^T)^{-1}(B^T)^{-1}$. C. $(B^T A^T)^{-1}$. D.

$(A^T B^T)^{-1}$.

2. 设 A 是 n 阶方阵，且 $A^2 = 0$ ，则矩阵 $(E - A)^{-1} = ()$

- A. $E - A$. B. $E + A + A^2$. C. $E + A - A^2$. D. $E + A$.

3. 设 A, B 为 n 阶方阵，且 $AB = 0$ ，则 $()$

- A. $|A| = 0$ 或 $|B| = 0$. B. $A = 0$ 或 $B = 0$. C. $A + B = 0$. D. $|A| + |B| = 0$.

4. 设 A 是 n 阶方阵，且 $|A| = a \neq 0$ ，则其伴随矩阵 $|A^*| = ()$

- A. a . B. $\frac{1}{a}$. C. a^{n-1} . D. a^n .

5. n 阶矩阵 A 具有 n 个不同特征值是 A 与对角阵相似的 $()$

- A. 充分条件. B. 必要条件. C. 充要条件. D. 都不是.

微信公众号: QLU星球

三、（本题 10 分）计算下列行列式

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

四、（本题 12 分）求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量

五、（本题 12 分）设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

1. 求 A^{-1} ; 2. 已知 $AX = B$, 求 X

六、（本题 12 分）已知方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = k \end{cases}$ 有解，试求：

1. k 的值；2. 方程组的通解

七、（本题 12 分）求一个正交变换 $x = Py$ ，把二次型

$f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 6x_1x_2 - 6x_1x_3 - 2x_2x_3$ 化为标准形

微信公众号：QLU星球

八、（本题7分）设 A 为二阶实对称矩阵，且满足矩阵方程 $A^2 - 5A + 4E = 0$
试证：1. $A + E$ 可逆；2. A 为正定矩阵