

齐鲁工业大学 23/24 学年第二学期 《线性代数 I》 期末考试试卷

(A 卷)

(本试卷共 2 页)

题号	一	二	三	四	总分
得分					

要求：必须用黑色签字笔在答题纸指定区域内作答。

得分	
阅卷人	

一、填空题 (每题 2 分, 满分 16 分)

- 排列 165342 的逆序数是_____。
- 4 阶行列式中, $a_{13}a_{21}a_{34}a_{42}$ 的符号为_____。
- 若 3 阶方阵 A 的特征值分别是 2, -1, 3, 则 $|2A| =$ _____。
- 已知向量 $\alpha = (1, -1, k)^T$ 与 $\beta = (-1, 3, 2)^T$ 正交, 则 $k =$ _____。
- 二次型 $f = 2x_1^2 - x_2^2 - 3x_3^2$ 的正惯性指数是_____。
- 非齐次线性方程组 $Ax = b$ 有解的充要条件是_____。
- n 元齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的基础解系含有_____个向量。
- 设方阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ _____。

得分	
阅卷人	

二、计算题 (每题 8 分, 满分 32 分)

- 设 $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, 求逆矩阵 A^{-1} 。
- 设 $A = \text{diag}(-1, 2, -1)$, 且 $A^*B = A^{-1} + 2B$, 求矩阵 B 。

- 已知向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关, $\beta_1 = \alpha_1 - \alpha_2, \beta_2 = 2\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3, \beta_3 = \alpha_1 - \alpha_2 + 2\alpha_3$, 讨论向量组 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 的线性相关性。

- 设行列式 $D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$, 求 $A_{11} - A_{22} + 2A_{33}$ 。

得分	
阅卷人	

三、综合题 (每题 14 分, 满分 42 分)

- 已知向量组 $\alpha_1 = (1, 3, 2, 0)^T, \alpha_2 = (7, 0, 1, 4, 3)^T, \alpha_3 = (2, -1, 0, 1)^T, \alpha_4 = (5, 1, 6, 2)^T, \alpha_5 = (2, -1, 4, 1)^T$, (1) 求向量组的秩; (2) 求向量组的一个最大无关组, 并把其余向量用最大无关组线性表示。

- 设有线性方程组
$$\begin{cases} (2-\lambda)x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + (5-\lambda)x_2 - 4x_3 = 2 \\ -2x_1 - 4x_2 + (5-\lambda)x_3 = -\lambda - 1 \end{cases}$$
, 问 λ 取何值时,

方程组 (1) 有唯一解; (2) 无解; (3) 有无限多解, 并在无限多解时求通解。

- 求一个正交变换 $x = Py$, 化二次型 $f = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2$ 为标准形。

得分	
阅卷人	

四、简答题 (每题 5 分, 满分 10 分)

- 判定二次型 $f = 2x_1^2 + 6x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3$ 的正定性。
- 设方阵 A 满足 $A^2 + A - 4E = O$, 求 $(A + 2E)^{-1}$ 。