

齐鲁工业大学 23/24 学年第二学期《线性代数 I》期末考试试卷

(A 卷)

(本试卷共 2 页)

题号	一	二	三	四	总分
得分					

要求：必须用黑色签字笔在答题纸指定区域内作答。

得分	阅卷人

三、综合题（每题 14 分，满分 42 分）

姓名 \_\_\_\_\_  
学号 \_\_\_\_\_

系 \_\_\_\_\_  
专业班级 \_\_\_\_\_

年级 \_\_\_\_\_

班级 \_\_\_\_\_

学院、系 \_\_\_\_\_

11. 已知向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  线性无关,  $\beta_1 = \alpha_1 - \alpha_2, \beta_2 = 2\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3, \beta_3 = \alpha_1 - \alpha_2 + 2\alpha_3$ ,  
讨论向量组  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  的线性相关性。

12. 设行列式  $D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ , 求  $A_{21} - A_{22} + 2A_{34}$ .

得分	阅卷人

13. 已知向量组  $\alpha_1 = (1, 3, 2, 0)^T, \alpha_2 = (7, 0, 14, 3)^T, \alpha_3 = (2, -1, 0, 1)^T, \alpha_4 = (5, 1, 6, 2)^T$ ,

$\alpha_5 = (2, -1, 4, 0)^T$ , (1) 求向量组的秩; (2) 求向量组的一个最大无关组, 并把其余向量  
用最大无关组线性表示。

14. 设有线性方程组  $\begin{cases} (2-\lambda)x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + (5-\lambda)x_2 - 4x_3 = 2 \\ -2x_1 - 4x_2 + (5-\lambda)x_3 = -\lambda - 1 \end{cases}$ , 同  $\lambda$  取何值时,

方程组 (1) 有唯一解; (2) 无解; (3) 有无限多解, 并在无限多解时求通解。

15. 求一个正交变换  $x = Py$ , 化二次型  $f = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_3$  为标准形。

8. 设方阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ , 则  $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$

得分	阅卷人

四、简答题（每题 5 分，满分 10 分）

16. 判定二次型  $f = 2x_1^2 + 6x_2^2 + 4x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3$  的正定性。

17. 设方阵  $A$  满足  $A^2 + A - 4E = O$ , 求  $(A + 2E)^{-1}$ .

9. 设  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ , 求逆矩阵  $A^{-1}$ .

10. 设  $A = diag(-1, 2, -1)$ , 且  $A^*B = A^{-1} + 2B$ , 求矩阵  $B$ .