

齐鲁工业大学 2016-2017 学年第二学期

《数值分析》期末试卷 (B)

班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____

一、 填空题 (每空 2 分, 共 30 分)

1. 近似数 $x^* = 2.230$ 关于真值 $x = 2.229$ 有 _____ 位有效数字;
2. 为了减少运算次数, 应将表达式 $\frac{16x^5 + 17x^4 + 18x^3 - 14x^2 - 13x - 1}{x^4 + 16x^2 + 8x - 1}$ 改写为 _____; 为了减少舍入误差的影响, 应将表达式 $\sqrt{2001} - \sqrt{1999}$ 改写为 _____;
3. 设 $f(x)$ 可微, 求方程 $x = f(x)$ 根的牛顿迭代格式是 _____;
4. 对 $f(x) = 6x^3 + 2x + 1$, 差商 $f[0,1,2,3] =$ _____;
5. 已知 $X = (2, -3)^T$, $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $\|AX\|_\infty =$ _____, $Cond_1(A) =$ _____;
6. 用二分法求方程 $f(x) = x^3 + x - 1 = 0$ 在区间 $[0,1]$ 内的根, 进行一步后根所在区间为 _____, 进行二步后根所在区间为 _____;
7. 求解线性方程组 $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 = 1 \\ \frac{1}{5}x_1 + 4x_2 = 0 \end{cases}$ 的高斯—赛德尔迭代格式为 _____; 该迭代格式迭代矩阵的谱半径 $\rho(G) =$ _____;
8. 为使两点数值求积公式: $\int_a^b f(x)dx \approx \omega_0 f(x_0) + \omega_1 f(x_1)$ 具有最高的代数精度, 其求积节点应为 _____;
9. 记 $h = \frac{b-a}{n}$, $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \dots, n$. 计算 $\int_a^b f(x)dx$ 的复化梯形公式为 _____;
10. 求积公式 $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{3}{2}[f(1) + f(2)]$ 是否是插值型的 _____, 其代数精度为 _____。

二、 (10 分) 设 $A = LU$, 其中 L 为下三角阵, U 为单位上三角阵. 已知

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \text{求 } L, U.$$

三、 (12 分) 求作次数 ≤ 4 的多项式 $p(x)$, 使满足插值条件:

$$p(0) = 2, p'(0) = -2, p''(0) = -10, p(1) = 1, p'(1) = -1 \text{ 并写出插值余项。}$$

更多考试真题

扫码关注 **【QLU 星球】**

回复：**真题** 获取



公众号 · QLU星球

四、(14分) 线性方程组 $\begin{cases} x_1 - \rho x_2 = b_1 \\ \rho x_1 + 4x_2 = b_2 \end{cases}$

- (1) 请写出解此方程组的赛德尔迭代法的迭代格式，并讨论收敛性；
- (2) 设 $\rho = 4$ ，给定松弛因子 $\omega = \frac{1}{2}$ ，请写出解此方程组的 SOR 方法的迭代格式，并讨论收敛性.

五、(12分) 证明方程 $x^2 + \ln x - 4 = 0$ 在区间 $[1,2]$ 内有唯一的根 x^* ，试构造求 x^* 的迭代法，并证明所用的迭代格式是收敛的。

六、(12分) (1) 导出切比雪夫正交多项式 $T_n(x) = \cos(n \arccos x)$ ($n = 0, 1, 2, \dots, x \in [-1, 1]$)

的三项递推关系式：

$$\left\{ \begin{array}{l} T_0(x) = 1, \\ T_1(x) = x, \\ \dots \\ T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x) \quad (n = 1, 2, \dots) \end{array} \right.$$

(2) 若用高斯-切比雪夫求积公式计算积分 $I = \int \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x(1-x)}} dx$ 的值，问节点数 n 取何值能得到积分

的精确值？

七、(10分) 若 $f(x) = (x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_n)$, x_i 互异，求 $\int_{[x_0, x_1, \dots, x_p]}$ 的值，

这里 $p \leq n + 1$.