

姓名 \_\_\_\_\_

学号 \_\_\_\_\_

专业班级 \_\_\_\_\_

学院、系 \_\_\_\_\_

线

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

得分	
阅卷人	

一、求极限 (本题满分 24 分, 每题 8 分)

1、求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right).$

2、求极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{1+x}}{x^2 + x - 2}.$

3、求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+x}{x} \right)^{ax}.$

得分	
阅卷人	

二、求导数和微分（本题满分 18 分，每题 9 分）

1、设函数  $y = y(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$  确定，

求  $\frac{dy}{dx}$ .

2、设  $y = \ln(1+2^{-x})$ ，求  $dy|_{x=0}$ .

得分	
阅卷人	

三、求下列积分（本题满分 18 分，每题 9 分）

1、求不定积分  $\int \frac{x}{\sqrt{1-2x^2}} dx.$

2、求定积分  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos \sqrt{x} dx.$

姓名 \_\_\_\_\_

线

学号 \_\_\_\_\_

专业班级 \_\_\_\_\_

学院、系 \_\_\_\_\_

密

得分	
阅卷人	

四、综合题（本题满分 32 分）

(12 分) 1、已知  $f(x)=\begin{cases} \frac{\int_0^{x^2} e^{t^2} dt}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x=0 \end{cases}$ , 在  $x=0$  处连续

且可导，求数  $a$ ，并求  $f'(0)$ .

(8 分) 2、求曲线  $\sin(xy)+\ln(y-x)=x$  在点  $(0,1)$  处的切线方程.

---

(12 分) 3、设直线  $y = ax$  ( $0 < a < 1$ ) 与抛物线  $y = x^2$  所围成图形为 **A**, 它的面积为  $S_1$ , 它们与直线  $x = 1$  所围成图形为 **B**, 它的面积为  $S_2$ .

- (1) 问  $a$  为何值时,  $S_1 + S_2$  最小;  
(2) 求在  $S_1 + S_2$  取得最小时的图形 **A** 绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V$ .

得分	
阅卷人	

五、证明题 (本题满分 8 分)

设函数  $f(x)$  在闭区间  $[0,1]$  上连续, 在开区间  $(0,1)$  内可导, 且  $f(1) = 0$ , 证明至少存在一点  $\xi \in (0,1)$ , 使得  
 $2f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$ .