

姓名

学号

专业班级

学院、系

线

封

密

齐鲁工业大学 20/21 学年第一学期《高等数学 I (上)》

期末考试试卷

(A 卷)

(本试卷共 4 页)

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

得分	
阅卷人	

一、求极限 (本题满分 24 分, 每题 8 分)

1、求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right)$ .

2、求极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3-x} - \sqrt{1+x}}{x^2 + x - 2}$ .

3、求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+x}{x} \right)^{ax}$ .

得分	
阅卷人	

二、求导数和微分（本题满分 18 分，每题 9 分）

1、设函数  $y = y(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$  确定，

$$\text{求 } \frac{dy}{dx}.$$

2、设  $y = \ln(1+2^{-x})$ ，求  $dy|_{x=0}$ 。

得分	
阅卷人	

三、求下列积分（本题满分 18 分，每题 9 分）

1、求不定积分  $\int \frac{x}{\sqrt{1-2x^2}} dx$ 。

2、求定积分  $\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \cos \sqrt{x} dx$ 。

线

封

密

得分	
阅卷人	

## 四、综合题（本题满分 32 分）

(12 分) 1、已知  $f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x^2} e^{t^2} dt}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ , 在  $x=0$  处连续

且可导, 求数  $a$ , 并求  $f'(0)$ .

(8 分) 2、求曲线  $\sin(xy) + \ln(y-x) = x$  在点  $(0,1)$  处的切线方程.

(12 分) 3、设直线  $y = ax$  ( $0 < a < 1$ ) 与抛物线  $y = x^2$  所围成图形为 **A**，它的面积为  $S_1$ ，它们与直线  $x = 1$  所围成图形为 **B**，它的面积为  $S_2$ 。

(1) 问  $a$  为何值时， $S_1 + S_2$  最小；

(2) 求在  $S_1 + S_2$  取得最小时的图形 **A** 绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V$ 。

得分	
阅卷人	

五、证明题（本题满分 8 分）

设函数  $f(x)$  在闭区间  $[0,1]$  上连续，在开区间  $(0,1)$  内可导，且  $f(1) = 0$ ，证明至少存在一点  $\xi \in (0,1)$ ，使得  $2f(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$ 。