2、三人独立的破译一个密码，他们能译出密码的概率分别为 $\frac{1}{5},\frac{1}{4},\frac{1}{3}$，此密码能被译出的概率为 $\underline{\frac{3}{5}}$.

A：密码能译出

$P(\bar{A})=\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{5}$

$P(A)=1-P(\bar{A})=\frac{3}{5}$

4、设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，且二次方程 $y^2+4y+X=0$ 无实根的概率等于 0.5，则 $\mu=\underline{4}$.

$\Delta=4^2-4X<0 \Leftrightarrow X>4$

$P(X>4)=0.5$

12、某型号电子管寿命（以小时计）近似地服从 $N(160,20^2)$ 分布，随机的选取四只，求其中没有一只寿命小于 180 小时的概率（答案用标准正态分布函数表示）.

设四只电子管寿命分别为 X_1, X_2, X_3, X_4

$P\{X_1 \geq 180, X_2 \geq 180, X_3 \geq 180, X_4 \geq 180\}$

$= P\{X_1 \geq 180\} \cdot P\{X_2 \geq 180\} \cdot P\{X_3 \geq 180\} \cdot P\{X_4 \geq 180\}$

$= P\{\frac{X_1-160}{20} \geq 1\} \cdot P\{\frac{X_2-160}{20} \geq 1\} \cdot P\{\frac{X_3-160}{20} \geq 1\} \cdot P\{\frac{X_4-160}{20} \geq 1\}$

$= [1-\Phi(1)]^4$

3、设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 **0.5**，$E(X)=E(Y)=0, E(X^2)=E(Y^2)=2$，则 $E(X+Y)^2=$__________。

$E(X+Y)^2 = E(X^2+Y^2+2XY) = EX^2+EY^2+2E(XY)$

$\rho_{XY} = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{DX}\cdot\sqrt{DY}}$

$DX = E(X^2)-(EX)^2 = 2-0^2 = 2$ 同理 $DY=2$

$Cov(X,Y) = \rho_{XY}\cdot\sqrt{DX}\cdot\sqrt{DY} = 0.5\times\sqrt{2}\times\sqrt{2} = 1$

$Cov(X,Y) = E(XY)-EX\cdot EY = 1 \Rightarrow E(XY)=1$

故 $E(X+Y)^2 = 2+2+2\times 1 = 6$

4、设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $P\{X=0\}=\frac{1}{3}$，则 $\lambda=$________.

4、设随机变量 X 服从参数为λ的泊松分布，且$P\{X=0\}=\frac{1}{3}$，则$\lambda=$________.

$$P\{X=k\}=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda} \quad k=0,1,2,\cdots$$

$$P\{X=0\}=e^{-\lambda}=\frac{1}{3} \Rightarrow -\lambda=\ln\frac{1}{3}=-\ln 3$$

$$\Rightarrow \lambda=\ln 3$$

5、 设总体$X\sim N(\mu,\ \sigma^2)$，(X_1,X_2)是从X中抽取的一个样本，样本容量为 2，则(X_1,X_2)的联合概率密度函数$g(x_1,x_2)=$________________________.

$$g(x_1,x_2)=f(x_1)\cdot f(x_2)$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x_1-\mu)^2}{2\sigma^2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x_2-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$=\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{-\frac{(x_1-\mu)^2+(x_2-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

6、设总体X服从参数为λ的指数分布$e(\lambda)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的简单随机样本，则$D(\bar{X})=$____________________。

$$E(\bar{X})=EX=\frac{1}{\lambda} \qquad D(\bar{X})=\frac{1}{n}D(X)=\frac{1}{n\lambda^2}$$

7、设$X\sim U[a,1]$，$X_1,\cdots,X_n$是从总体X中抽取的样本，a的矩估计为 $2\bar{X}-1$ 。

$EX=\frac{a+1}{2}$

令 $EX=\bar{X} \Rightarrow \frac{a+1}{2}=\bar{X} \Rightarrow \hat{a}=2\bar{X}-1$

8、若$X\sim t(n)$，则$X^2\sim$ ________ .

设 $X=\frac{U}{\sqrt{V/n}}$ 其中 $U\sim N(0,1)$，$V\sim \chi^2(n)$

$X^2=\frac{U^2}{V/n}=\frac{U^2/1}{V/n}\sim F(1,n)$

1、有γ个球，随机地放在n个盒子中（$\gamma\le n$），则某指定的γ个盒子中各有一球的概率为__________。

（A）$\frac{\gamma!}{n^\gamma}$ （B）$C_n^r\frac{\gamma!}{n^\gamma}$ （C）$\frac{n!}{\gamma^n}$ (D) $C_\gamma^n\frac{n!}{\gamma^n}$

✓

2、设 $p(A)=0.8$, $p(B)=0.7$, $p(A|B)=0.8$，则下列结论正确的是（ A ）

(A) A 与 B 相互独立 ；　　　　(B) 事件 A 、B 互斥.

(C) $B \supset A$ ；　　　　(D) $p(A+B)=p(A)+p(B)$

3、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=ce^{-|x|}$，则 c＝________。

（A）$-\frac{1}{2}$　　（B）0　　（C）$\frac{1}{2}$　　（D）1

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \Rightarrow 2\int_{0}^{+\infty} c e^{-x}\,dx = 1$$

$$\Rightarrow -2ce^{-x}\Big|_{0}^{+\infty} = 1 \Rightarrow 2c = 1 \Rightarrow c = \frac{1}{2}$$

4、设 X 服从参数为 $\lambda=\frac{1}{9}$ 的指数分布，$F(x)$ 为其分布函数，则 $P\{3<X<9\}=$(C)

(A) $F(1)-F(\frac{3}{9})$；　(B) $\frac{1}{9}(\frac{1}{\sqrt[3]{e}}-\frac{1}{e})$；　(C) $\frac{1}{\sqrt[3]{e}}-\frac{1}{e}$；　(D) $\int_0^9 e^{-x/3}dx$

$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{9}e^{-\frac{1}{9}x} & x>0 \end{cases}$

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{9}e^{-\frac{1}{9}x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

$$P\{3<X<9\}=\int_3^9 \frac{1}{9}e^{-\frac{1}{9}x}dx=-e^{-\frac{1}{9}x}\Big|_3^9$$

$$=e^{-\frac{1}{3}}-e^{-1}$$

5、设 X 与 Y 为两个随机变量，且 $P\{X\ge 0,\ Y\ge 0\}=\frac{3}{7}$， $P\{X\ge 0\}=P\{Y\ge 0\}=\frac{4}{7}$，

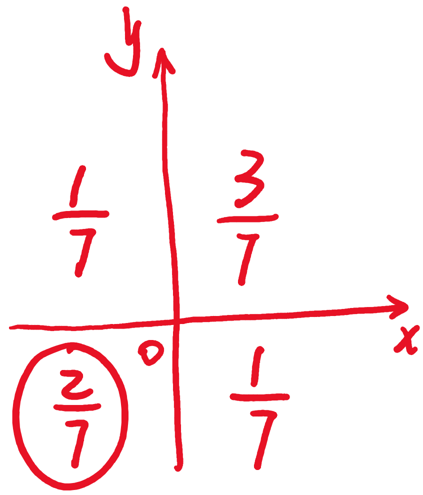
则 $P\{\max(X,\ Y)\ge 0\}=$

(A) $\frac{5}{7}$； (B) $\frac{16}{49}$； (C) $\frac{3}{7}$； (D) $\frac{40}{49}$.

$$P\{\max(X,Y)\ge 0\}=1-P\{\max(X,Y)<0\}$$

$$=1-P\{X<0,Y<0\}$$

$$=1-\frac{2}{7}=\frac{5}{7}$$



6、设随机变量 X 与 Y 独立同分布，记 $U=X-Y$， $V=X+Y$，则 U 与 V 之间必有

(A) 独立； (B) 相关系数为零；

(C) 不独立； (D) 相关系数不为零.

$$Cov(U,V)=Cov(X-Y,X+Y)$$

$$=Cov(X,X)-Cov(Y,X)+Cov(X,Y)-Cov(Y,Y)$$

$$=DX+0-DY$$

$$= 0$$

$$\rho_{UV} = \frac{\overset{=0}{Cov(U,V)}}{\sqrt{DU} \cdot \sqrt{DV}} = 0$$

7、设$X_1,\cdots,X_n$是来自总体X的样本，且$E(X)=\mu$，则下列是μ的无偏估计的是（　　）

$(A)\ \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n-1} X_i$；　$(B)\ \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} X_i$；　$(C)\ \frac{1}{n}\sum_{i=2}^{n} X_i$；　✓$(D)\ \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1} X_i$

8、$X_1,X_2,\cdots,X_{16}$是来自总体$X\sim N(0,1)$的一个简单随机样本，设：$Z=X_1^2+\cdots+X_8^2$

$Y=X_9^2+\cdots+X_{16}^2$，则$\frac{Z}{Y}\sim$（　　）

(A) N(0,1)　(B) t(16)　(C) $\chi^2(16)$　(D) F(8,8)

$$\frac{Z}{Y} = \frac{Z/8}{Y/8} \sim F(8,8)$$

1、(6 分) 用甲胎蛋白检测法(AFP)诊断肝病，已知确实患肝病者被诊断为肝病的概率为 0.95，未患肝病者被误诊为肝病的概率为 0.02，假设人群中肝病的发病率为 0.0004，现在有一个人被诊断为患有肝病，求此人确实为肝病患者的概率。

1、(6 分) 解：设 A={肝病患者}，B={被诊断为患有肝病}，

由贝叶斯公式，

$$P(A \mid B)=\frac{P(A)P(B \mid A)}{P(A)P(B \mid A)+P(\bar{A})P(B \mid \bar{A})} \qquad 3 \text{ 分}$$

$$=\frac{0.0004\times 0.95}{0.0004\times 0.95+(1-0.0004)\times 0.02}\approx 0.0187. \quad 3 \text{ 分}$$

2、(6 分) 设随机变量 X_1，X_2 的概率分布为

X_i	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$i=1,\ 2$.

且满足 $P(X_1X_2=0)=1$，求 X_1,X_2 的联合分布列和相关系数为 $R(X_1,X_2)$

$X_1 \backslash X_2$	-1	0	1
-1	0	丰	0
0	丰	0	丰
1	0	丰	0

$P(X_1X_2\neq 0)=0$

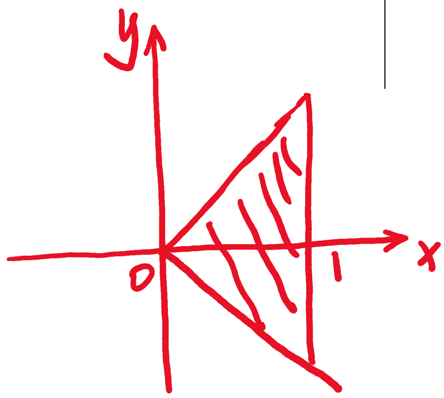
2、(6 分) 解：(X_1,X_2) 的联合分布为

$X_1 \backslash X_2$	-1	0	1	
-1	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
1	0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	

4 分

$EX_1=0$, $EX_2=0$, $E(X_1X_2)=0$，所以 $\operatorname{cov}(X_1,X_2)=0$，
于是 $R(X_1,X_2)=0$.　　　2 分

3、（14 分）设随机变量 X 和 Y 在区域 D 上服从均匀分布，其中 D 为 $y=x, y+x=0, x=1$ 围成，试求：（1）X 和 Y 的联合密度函数；（2）X 和 Y 的边缘分布，并讨论 X 和 Y 是否独立；（3）期望 $E(XY)$ 的值。



3.（14 分）解：（1）$S=\int_0^1[x-(-x)]dx=x^2\mid_0^1=1$

所以 $f(x)=\begin{cases}1 & (x,y)\in D\\ 0 & 其他\end{cases}$　　　4 分

（2）$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\int_{-x}^{x}1dy=2x$

$f_X(x)=\begin{cases}2x & 0\le x\le 1\\ 0 & 其他\end{cases}$　　　3 分

$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx$

当 $-1\le y<0$ 时，$f_Y(y)=\int_{-y}^{1}1dx=1+y$

当 $0\le y\le 1$ 时，$f_Y(y)=\int_{y}^{1}1dx=1-y$

故 $f_Y(y)=\begin{cases}1+y & -1\le y<0\\ 1-y & 0\le y\le 1\\ 0 & 其它\end{cases}$　　　3 分

由于 $f_X(x)\cdot f_Y(y)\ne f(x,y)$，所以不独立。　　　2 分

（3）$E(XY)=\int_{-\infty}^{+\infty}dx\int_{-\infty}^{+\infty}xyf(x,y)dy=\int_0^1dx\int_{-x}^{x}xydy=\int_0^1 0dx=0$　　　2 分

4.（6 分）一辆公共汽车送 25 名乘客到 9 个车站，每位乘客在每个车站都是等可能下车，并且他们下车与否相互独立，交通车只有在有人下车的站才停。求交通车停车次数 X 的数学期望。

4. （**6** 分）解：设 $X_i=\begin{cases}1 & \text{公共汽车在第}i\text{个车站有乘客下车}\\ 0 & \text{公共汽车在第}i\text{个车站没有乘客下车}\end{cases}$ （$i=1,2,\cdots,9$）

则 $X=\sum_{i=1}^{9}X_i$　　　　2 分

$EX_i=1\cdot P\{X_i=1\}+0\cdot P\{X_i=0\}\ =1-(\frac{8}{9})^{25}$　　　　2 分

$E(X)=E(\sum_{i=1}^{9}X_i)=9\times[1-(\frac{8}{9})^{25}]$　　　　2 分

5、（8 分）正常人的脉搏平均 72 次每分钟，现在测得 10 例酏剂中毒患者的脉搏，算得平均次数为 67.4 次，均方差为 5.929。已知人的脉搏次数服从正态分布，试问：中毒患者与正常人脉搏有无显著差异。 $\alpha=0.05$

（可能用到的数：$t_{0.025}(9)=2.262$，$t_{0.05}(9)=1.833$，$t_{0.025}(10)=2.23$，$t_{0.05}(10)=1.812$）

5、（8 分）解：由题意得，$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

H_0：$\mu = \mu_0 = 72$　　　H_1：$\mu \neq \mu_0 = 72$　　2 分

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \sim t(n-1) \quad 2\ 分$$

其中 $n = 10, \overline{X} = 67.4, S = 5.929$ 代入

$$|t| = \left| \frac{67.4 - 72}{5.929 / \sqrt{10}} \right| = 2.453 > t_{0.025}(9) = 2.2622 \quad 2\ 分$$

所以，拒绝 H_0，认为有显著差异。2 分

6、(12 分)设总体 X 密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{\theta^2}, & 0 \le x \le \theta \\ 0\ , & 其他 \end{cases}$，$x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为来自总体的一个样本，求 θ 的矩估计和极大似然估计.

6、(12 分)解 $EX=\int_0^\theta \frac{2x^2}{\theta^2}dx=\frac{2}{3}\theta$ ……………………………………….2 分

由 $\frac{2}{3}\theta=\overline{x}$，所以 $\hat{\theta}=\frac{3}{2}\overline{x}$ ……….………………………………………………2 分

似然函数 $L(x_1\cdots x_n,\theta)=\frac{2^n}{\theta^{2n}}\cdot x_1\cdots x_n$ …………………………………………….4 分

$$\ln L=n\ln 2-2n\ln\theta+\sum_{i=1}^{n}\ln x_i$$

$\frac{d\ln L}{d\theta}=\frac{-2n}{\theta}$，所以 $L(\theta)$ 单调下降………………………………………………….2 分

$\hat{\theta}_L=\max\left\{x_1,\cdots x_n\right\}$ ………………………………………………………………2 分