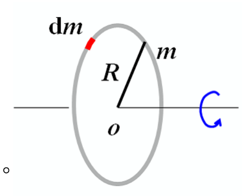
4. 刚体转动

班级 ______________ 学号 _______________ 姓名 ______________ 成绩 ___________

一、选择题

$\boxed{\text{不管m怎么分布，R不变}}$

1.两个半径相同、质量相等的细圆环 A 和 B，A 环的质量均匀分布，B 环的质量分布不均匀，它们对通过环心并与环面垂直的轴的转动惯量分别为 J_A 和 J_B，则有:



$J=\int_0^m R^2\mathrm{d}m = R^2\int_0^m \mathrm{d}m = mR^2$

(A) $J_A>J_B$；　　(B) $J_A<J_B$；

(C) $J_A=J_B$；　　(D) 不能确定 J_A、J_B 哪个大。　　(　　)

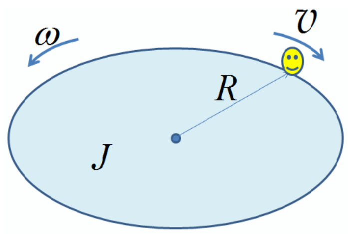
2.一个人站在有光滑固定转轴的转动平台上，双臂伸直水平地举二哑铃，在该人把此二哑铃水平收缩到胸前的过程中，人、哑铃与转动平台组成的系统的 整个过程合外力矩=0，角动量守恒.

(A)机械能守恒，角动量守恒；　　(B)机械能守恒，角动量不守恒；

(C)机械能不守恒，角动量守恒；　　(D)机械能不守恒，角动量也不守恒。

双手收缩过程做功，这不是保守力，所以机械能不守恒.　　(　　)

3.质量为 m 的小孩站在半径为 R 的水平平台边缘上，平台可以绕通过其中心的竖直光滑固定轴自由转动，转动惯量为 J，开始时平台和小孩均静止，当小孩突然以相对于地面为υ 的速率在台边缘沿顺时针转向走动时，此平台相对地面旋转的角速度和旋转方向分别为:



一开始静止，总角动量为0。

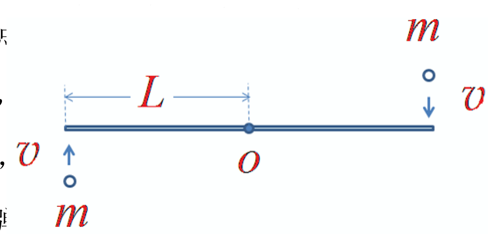
(A)$\omega=\dfrac{mR^2}{J}\left(\dfrac{\upsilon}{R}\right)$，逆时针；　(B)$\omega=\dfrac{mR^2}{J+mR^2}\left(\dfrac{\upsilon}{R}\right)$，逆时针；

假设逆时针为正方向，根据角动量守恒：$J\omega-mR^2\dfrac{v}{R}=0$

(C)$\omega=\dfrac{mR^2}{J}\left(\dfrac{\upsilon}{R}\right)$，顺时针；　(D) $\omega=\dfrac{mR^2}{J+mR^2}\left(\dfrac{\upsilon}{R}\right)$，顺时针。

不受力矩：角动量守恒

4.光滑的水平桌面上，有一长为 $2L$、质量为 m 的匀质细杆，可绕过其中点且垂直于杆的竖直光滑固定轴 O 自由转动，其转动惯量为 $mL^2/3$，起初杆静止，桌面上有两个质量均为 m 的小球，各自在垂直于杆的方向上，正对着杆的一端，以相同速率υ 相向运动，如图所示，当两小球同时与杆的两个端点发生完全非弹性碰撞后，就与杆粘在一起转动，则这一系统碰撞后的转动角速度应为：



$\boxed{\text{两个小球的角动量}}$

(A) $\dfrac{2\upsilon}{3L}$ ；　(B) $\dfrac{4\upsilon}{5L}$ ；　(C) $\dfrac{6\upsilon}{7L}$ ；　(D) $\dfrac{8\upsilon}{9L}$ 。角动量守恒 :$Lmv+Lmv=J\omega$

5. 地球的质量为 m，太阳的质量为 m_0，地心与太阳中心的距离为 R，引力常数为 G，地球绕太阳转动的轨道角动量的大小为

$\boxed{\text{J包括杆和2个小球}}$

(A) $m\sqrt{Gm_0R}$；　(B) $\sqrt{\dfrac{Gmm_0}{R}}$；　(C) $mm_0\sqrt{\dfrac{G}{R}}$；　(D) $\sqrt{\dfrac{Gmm_0}{2R}}$。

(　　)

$G\dfrac{mm_0}{R^2}=m\dfrac{v^2}{R} \longrightarrow v=\sqrt{G\dfrac{m_0}{R}} \longrightarrow L=Rmv=m\sqrt{Gm_0R}$

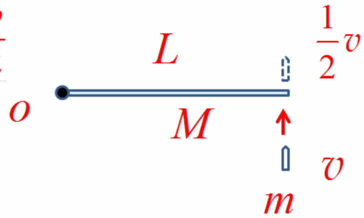
本身有负号

角动量定理 $\int_{t_1}^{t_2}(M+M_r)\mathrm{d}t=(M+M_r)\Delta t=J\omega-J\omega_0$

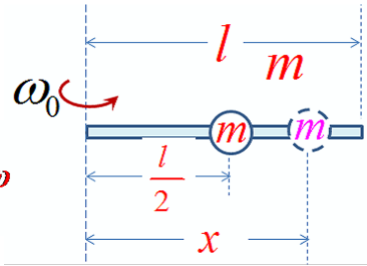
二、填空题

1.一个能绕固定轴转动的轮子，除受到轴承的恒定摩擦力矩 M_r 外，还受到恒定的外力矩 M 的作用，若 M=40N·m，轮子对固定轴的转动惯量为 J=20kg·m^2，在 t=10s 内，轮子的角速度 ω_0=0 增大到 $\omega=15$rad/s，则 M_r=<u>-10N·m</u>。

角动量守恒：$Lmv=J\omega+Lm\dfrac{v}{2}$



2.如图所示，一静止的均匀细杆，长为 L、质量为 M，可绕通过杆的端点且垂直于杆长的光滑固定轴 O 在水平面内转动，转动惯量为 $ML^2/3$，一质量为 m、速率为 v 的子弹在水平面内沿与杆垂直的方向射入并穿出杆的自由端，设刚穿出杆时子弹的速率为 v /2，则此时杆的角速度为 $\omega=\dfrac{3mv}{2ML}$

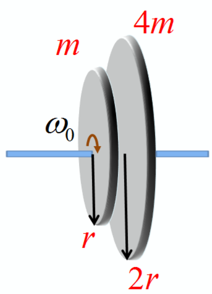


3.在一水平放置的质量为 m、长度为 l 的均匀细棒上，套着一质量也为 m 的钢珠 B(可看作质点)，钢珠用不计质量的细

角动量守恒：$\left(\dfrac{ml^2}{3}+m(\dfrac{l}{2})^2\right)\omega_0=\left(\dfrac{ml^2}{3}+mx^2\right)\omega$

组成的系统以角速度 ω_0 绕 OO´ 轴转动，在钢珠沿棒滑动过程中，该系统转动的角速度 ω 与钢珠离轴的距离 x 的函数关系为 $\omega=\dfrac{7l^2\omega_0}{4(l^2+3x^2)}$ (已知棒本身对 OO´ 轴的转动惯量为 $ml^2/3$)。

角动量守恒：



4.圆盘形飞轮 A 的质量为 m，半径为 r,最初以角 $\dfrac{1}{2}mr^2\omega_0=\left(\dfrac{1}{2}mr^2+\dfrac{1}{2}(4m)(2r)^2\right)\omega$

轮 B 的质量为 4m，半径为 2r，最初静止，如图所示。若两飞轮啮合后，以同一角速度 ω 转动，则 $\omega=\dfrac{\omega_0}{17}$ 啮合过程中机械能的损失为 ΔW= $\Delta E=\dfrac{1}{2}J_2\omega^2-\dfrac{1}{2}J_1\omega_0^2$

5.一质量 $m=2200$ kg 的汽车以 $v=60\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ 的速度沿一平直公路开行。汽车对公路一侧距公路 $d=50$ m 的一点的角动量是 $1.83\times10^6\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$ 对公路上任一点的角动量大小为 $\vec{r}\times m\vec{v}=0$

矢量平行，夹角为0

三、计算题

1.以 30N·m 的恒力矩作用在有固定轴的飞轮上，在 10s 内飞轮的转速由零增大到 5rad/s，此时移去该力矩，飞轮因摩擦力矩的作用经 90s 而停止，试计算此飞轮对其固定轴的转动惯量。

4. 刚体转动参考答案

一、选择题：1、C；2、C ； 3、A ； 4、C；5、A

二、填空题：1、-10Nm；2、$3mv/2ML$；3、 $\omega=7l^2\omega_0/4(3x^2+l^2)$ ；

4、 $\omega_0/17$, $\Delta E=4mr^2\omega_0^2/17$；5、$1.83\times10^6\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-1}}$, 0

三、计算题：

1、解：由角动量定理得：

前 10s， $(30-Mr)\times10=J\omega-0$

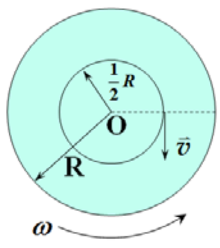
后 90s， $-Mr\times90=0-J\omega$

其中： $\omega=5$

解得：$J=54\ (\mathrm{kg\cdot m^2})$

2、解：取人和盘为系统，由于合外力矩为零，系统的角动量守恒：(设人为 m 盘为 M 地为 E)

（1）开始的角动量：$\dfrac{MR^2}{2}\omega_0+\dfrac{R}{2}m\dfrac{R}{2}\omega_0$；

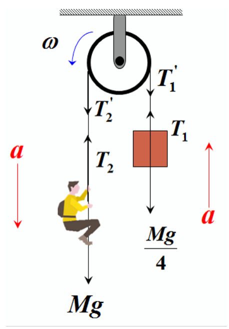


后来的角动量：$\dfrac{MR^2}{2}\omega+\dfrac{R}{2}m\left(-v+\omega\dfrac{R}{2}\right)$

其中 M=10m，还利用了 $\vec{v}_{人地}=\vec{v}_{人盘}+\vec{v}_{盘地}$

解得：$\omega=(21R\omega_0+2v)/21R$ ；

（2）若要 $\omega=0$，则 $21R\omega_0+2v=0$ ，得 $v=-21R\omega_0/2$



3、解：受力分析如图，由题意知：$a_{人}=a_B=a$

由牛顿第二定律， 人：$Mg-T_2=Ma$ ； B：$T_1-Mg/4=Ma/4$

由转动定律，对滑轮：$(T_2-T_1)R=J\alpha=MR^2\alpha/4$ ；

附加条件：$a=\alpha R$ ； 联立以上四式解得： $a=g/2$

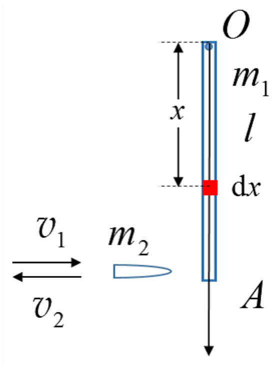
4、解：选 m_1、m_2 为系统，由于碰撞时间很短，系统角动量守恒：

选逆时针方向为正，

则有： $m_2v_1l=-m_2v_2l+(m_1l^2/3)\,\omega$

碰撞后 m_1 在转动过程中仅受摩擦力矩作用，

其大小为： $M_r=\int_0^l \mu gx\mathrm{d}m_1=\int_0^l\dfrac{\mu m_1 g}{l}x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\mu m_1 gl$



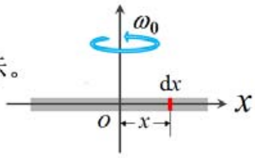
(上式利用微元法，在 x 处选取 dx，质量为 dm_1， $\mathrm{d}m_1=\dfrac{m_1}{l}\mathrm{d}x$)

在恒力矩作用下，m_1 转 t 时间停止，

由角动量定理得：$\int_0^t -M_r\mathrm{d}t=0-m_1l^2\omega/3$

联立以上三式得到： $t=2m_2(v_1+v_2)/\mu m_1 g$

5解:建坐标系，选质量元如图所示。



$$dm = \frac{m}{l}dx$$

dm 受到的摩擦力为： $df = -\mu g dm = -\mu g \frac{m}{l}dx$

df 的力矩为：$dM = xdf = -\mu g \frac{m}{l}xdx$

总的摩擦力矩为：$M = 2\int_0^{\frac{l}{2}} -\mu g \frac{m}{l}xdx = -\frac{1}{4}\mu mgl$

（****** 左右对称，计算一半，再乘以 2 ******）

总的摩擦力矩为：$\boxed{M = -\frac{1}{4}\mu mgl}$

根据角动量定理：$\int_{t_1}^{t_2} Mdt = J\omega - J\omega_0$

$$\rightarrow -\frac{1}{4}\mu mgl\ \Delta t = 0 - \frac{1}{12}ml^2\omega_0$$

$$\rightarrow \Delta t = \frac{l\omega_0}{3\mu g}$$