齐鲁工业大学　试卷 B 答案及评分标准

学期：　2017　至　2018　学年度　第　一　学期

课程：　概率论与数理统计　　课程代号：　0500110

班级：＿＿＿＿　姓名：＿＿＿＿　学号：＿＿＿＿

★特别提示：请遵守考场纪律，如发现有违纪或作弊行为，将严格按照规定处理！

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										

一、| 得分 | |　填空题（每小题 3 分，总共 15 分）

1、从一副扑克牌中（52 张），任抽两张牌（不放回抽样），问抽出的两张牌都为红桃的概率是：C_{13}^2/C_{52}^2；

2、若 P(A)=0.4，$P(A\cup B)=0.7$，A 和 B 独立,则 P（B）= 0.5；

3、设随机变量 X 的概率密度为：$f(x)=\begin{cases} a(1-\dfrac{1}{x^2}), & 1\le x\le 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ 则 $a=$ 2；

4、设 (X,Y) 的联合分布函数为 $F(x,y)=\begin{cases} 1-e^{-x}-e^{-y}+e^{-x-y}, & x>0, y>0, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$，那么 Y 的边缘分布函数为：$F_Y(y)=\begin{cases} 1-e^{-y}, & x>0, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

5、若随机变量 $X\sim U(2,\ 8)$，则 $E(2X-3)=$ 7；

二、| 得分 | | 某商场出售的电冰箱由甲、乙两个厂家等份额提供。已知甲厂的产品次品率为 0.01，,乙厂的产品次品率为 0.03。假设两个厂家的电冰箱不加区别的混在一起出售，某天一顾客买了一台电冰箱，问（1）此冰箱恰好是次品的概率是多少？（2）如果已知此顾客买的是次品，问该机是由甲厂生产的概率是多少？（本题 10 分）

解：（1）设 A“买到次品”，$B_i(i=1,2)$“买到的产品是由甲或乙生产的”，------2 分

依题设可知 $P(B_1)=0.5$，$P(B_2)=0.5$，$P(A|B_1)=0.01$，$P(A|B_2)=0.03$，--------------4 分

那么 $P(A)=P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)=\dfrac{2}{100}$。--------------7 分

（2）$P(B_1|A)=\dfrac{0.5\times 0.01}{0.02}=25/100$。--9 分

答：买到次品的概率是 2%。次品是甲生产的概率为 25/100。-------------10 分

三、 | 得分 | |
|---|---|

设顾客在某餐厅的茶位等待服务的时间 X (min)服从指数分布，其概率密度为：

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{5}e^{-x/5} & x>0,\\ 0 & \text{其他。}\end{cases}$$

某顾客在茶位等待服务，若超过 10min，他就会离开。他一个月要到该餐厅 5 次，以 Y 表示一个月内他未等到服务而离开的次数。求 Y 的分布律，并求 $P\{Y\le 1\}$。（本题 10 分）

解：因为 X (min)服从指数分布，所以顾客在某餐厅的茶位等待服务的时间超过 10min 的概率为：

$$p=\int_{10}^{\infty}1/5e^{-x/5}dx=e^{-2}\text{，}\ \text{-------------------------------4 分}$$

所以顾客去餐厅一次未等到服务而离开的概率为 e^{-2}。从而 $Y\sim b(5,\quad e^{-2})$，Y 的分布律为：

$$P\{Y=k\}=C_5^k(e^{-2})^k(1-e^{-2})^{5-k},k=0,1,2,3,4,5.\text{------------------7 分}$$

$$P\{Y\le 1\}=P\{Y=0\}+P\{Y=1\}=C_5^0(e^{-2})^0(1-e^{-2})^5+C_5^1(e^{-2})^1(1-e^{-2})^4\text{。---------------10 分}$$

四、 | 得分 | |
|---|---|

设随机变量 X 的分布律为：

X	-1	0	1	2
P_k	1/6	k	1/2	1/4

1) 求常数 k；
2) 求 X 的分布函数 F(x)
3) 求 $P\{|X|<2\}$；
4) 随机变量 X 的期望 E (X)；
5) 随机变量 X 的方差 D(X)。(本题 13 分)

解： （1）因为 $\frac{1}{6}+k+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=1$， 所以 $k=\frac{1}{12}$ …………2 分

（2）$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ 1/6, & -1\le x<0\\ 3/12, & 0\le x<1\\ 9/12, & 1\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}\ \text{…………6 分}$$

（3）$P\{-2<x<2\}=9/12$ …………8 分

（4）E(X)=-1×1/6+1/2+1/2=5/6-------------------10 分

（5）$D(X)=E(X^2)-E^2(X)=20/12-100/144=35/36$ …………13 分

五、| 得分 | |

设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0 & x<1\\ \ln x & 1\le x\le e\\ A & x>e\end{cases}$

1) 确定常数 A；
2) 求 $P\{X<2\}$，$P\{2<X\le\frac{5}{2}\}$；
3) 求 X 的概率密度函数 $f(x)$；
4) 求 $D(X)$。（本题 12 分）

解：（1）由连续型随机变量其分布函数的定义可知

$F(\infty)=1$，所以 A=1；----------------------------3 分

(2) 由连续型随机变量其分布函数和概率密度函数的定义可知 $F'(x)=f(x)$，所以

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}, & 1\le x\le e,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$ ------------------6 分

（3）$P\{X<2\}=F(2)=\ln 2$，$P\{2<X\le 5/2\}=F(5/2)-F(2)=\ln 5/4$；------------------9 分

（4）$E(X)=\int_{-\infty}^{\infty}xf(x)dx=\int_{1}^{e}1dx=e-1$，

$E(X^2)=\int_{-\infty}^{\infty}x^2f(x)dx=\int_{1}^{e}xdx=1/2e^2-1/2$，

$D(X)=E(X^2)-E^2(X)$=2e-1/2 e^2 -3/2。---------------12 分

六、| 得分 | |

已知某小学学生身高 X 的分布服从参数为 $\mu=90(cm)$，$\sigma^2=6^2$ 的正态分布，假设校车车门的高度为 h，问车门的高度 h 最少应为多少，才能保证 $P\{X>h\}\le 0.01$？(已知 $\Phi(2.33)=0.9901\ge 0.99$)　(本题 10 分)

解：设 X=“学生身高”，由题设可知 $X\sim N(90,6^2)$.则 $\frac{X-90}{6}\sim N(0,1)$。---4 分

所以

$$P\{X>h\}=1-P\{\frac{X-90}{6}\le\frac{h-90}{6}\}$$

$$=1-\Phi(\frac{h-90}{6})\le 0.01$$

$$\Rightarrow\Phi(\frac{h-90}{6})\ge 0.99$$

所以 h 最少应为 $90+6\times 2.33=104cm$ ―――――――――――――――――――――――――9 分

答：车门的高度 h 最少应为 104cm。―――――――――――――――10 分

七、| 得分 | |

将某一医药公司 5 月份和 6 月份收到的感冒针剂的退货定单数分别记为 X 和 Y。据以往积累的资料知(X, Y) 的联合分布律为：

：

Y \ X	0	1	2
0	**0.15**	**0.1**	**0**
1	**0.1**	**0**	**0.2**
2	**0.1**	**0.1**	**0.1**
3	**0.05**	**0**	**0.1**

1）求 X 和 Y 的边缘分布律；

2）求在 6 月份的退货单数为 2 时，5 月份退货单数的条件分布律；

3）判断 X 与 Y 的独立性？(本题 10 分)

解：（1）X 和 Y 的边缘分布律为：----------------6 分

X	0	1	2
P_k	0.4	0.2	0.4

Y	0	1	2	
P_k	0.25	0.3	0.3	0.15

（2）在 $Y=2$ 的条件下，X 的条件分布律为：------------8 分

X	0	1	2
P_k	1/3	1/3	1/3

（3）因为 $P\{X=0,Y=0\}=0.15\neq P\{X=0\}P\{Y=0\}=0.4\times 0.25$，

所以 X 与 Y 不是相互独立的。---------------------10 分

八、| 得分 | |

设设随机变量(X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}4.8y(2-x), & 0\le x<1, 0\le y\le x\\ 0, & 其他\end{cases}$$

(1) 求 X 的边缘密度函数；

(2) 求条件概率密度 $f_{Y|X}(y\,|\,x)$。（10 分）

解：（1）因为，$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy$ ------------1 分

所以当 $x<0$或$x>1$时：$f_X(x)=0$ --------------------------------3 分

当 $0\le x\le 1$时：

$$f_X(x)=\int_0^x 4.8y(2-x)dy=2.4(2-x)x^2。$$ --------------------5 分

所以 $f_X(x)=\begin{cases}2.4(2-x)x^2, & 0<x<1,\\ 0, & 其他.\end{cases}$

（2）当 $0<x<1$ 时

$$f_{Y|X}(y\,|\,x)=\frac{f(x,y)}{f_X(x)}=\begin{cases}2x^{-2}y & 0<y<x\\ 0 & 其他\end{cases}。$$ ------------10 分

九、| 得分	

已知 $X \sim b(6,\ 1/2)$，$Y \sim N(2,2^2)$，设 Z=5X-Y+15，分别在下列 2 种情况下求 E(Z)和 D(Z)。（I）X 与 Y 相互独立；（II）X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=-\frac{1}{2}$。（本题 10 分）

解：（I）由题设可知 E(X)=3，D(X)=3/2，E(Y)=2，D(Y)=4，则------------2 分

E(Z)=5E(X)-E(Y)+15=28，

D(Z)=D(5X-Y)=25D(X)+D(Y)=83/2。-------------------------5 分

（II）由题设可知 Cov(X,Y)= $\rho_{XY}\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}$=-$\sqrt{3/2}$，则----------6 分

E(Z)=5E(X)-E(Y)+15=28，

D(Z)= D(5X-Y)=25D(X)+D(Y) +2Cov(5X,-Y)

=25D(X)+D(Y)-12Cov(X,Y)=83/2+12$\sqrt{3/2}$。---10 分