

山东科技大学 2021—2022 学年第一学期
《工程数学（线性代数）》考试试卷（A 卷）

适用班级 财经系 2020 级 姓名 _____ 学号 _____

一、填空题（每题3分，共15分）

- 写出5阶行列式中含有因子 $a_{11}a_{23}a_{34}$ 的项 _____.
 - 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, 则 $AB^T =$ _____.
 - 设方阵 A 满足 $A^2 - A - 2E = O$, 则 $A^{-1} =$ _____.
 - 当 a 满足 _____ 条件时, $a_1 = (a, 1, 1)^T$, $a_2 = (1, a, -1)^T$, $a_3 = (-1, 1, a)^T$ 线性相关.
 - 设3阶矩阵 A 的特征值为 $-1, 1, 2$, 则 $|A^* + 3A - 2E| =$ _____.

二、选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 下列命题: (1) 若 $A^2 = O$, 则 $A = O$; (2) 若 $A^2 = A$, 则 $A = O$ 或 $A = E$;
 (3) 若 $AX = AY$, 且 $A \neq O$, 则 $X = Y$; (4) $AE = EA$. 正确的个数 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

2. 设 A 是 n 阶方阵, P, Q 是 n 阶可逆矩阵, 则 ()

A. 秩(PAQ) < 秩(A) B. 秩(PAQ) = 秩(A)
 C. 秩(PAQ) > 秩(A) D. 秩(PAQ) = n

3. 如果 n 元非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的系数矩阵 A 的秩小于 n , 则 ()

A. 方程组有无穷多解 B. 方程组有唯一解

C. 方程组无解

D. 不能断定解的情况

4. 设向量组(I): $\alpha_1, \dots, \alpha_m$, 向量组(II): $\alpha_1, \dots, \alpha_m, \alpha_{m+1}$ 则 ()

- A. (I) 线性无关, 则(II)线性无关 B. (I) 线性相关, 则(II)线性相关
C. (II) 线性相关, 则(I)线性相关 D. (II) 线性无关的充要条件是(I)线性无关

5. 设 A 是 n 阶正交矩阵, 则 ()

- A. $|A| = -1$ B. $|A| = 1$ C. $|A| = -1$ 或 1 D. 无法判断

$$\begin{vmatrix} a & x & x & \cdots & x \\ x & a & x & \cdots & x \\ x & x & a & \cdots & x \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x & x & x & \cdots & a \end{vmatrix}$$

三、(10分) 计算 n 阶行列式

$$\begin{matrix} \text{四、(12分) 解矩阵方程} \\ \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}. \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{五、(12分) 问} \lambda \text{ 取何值时, 非齐次线性方程组} \\ \begin{cases} (2-\lambda)x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + (5-\lambda)x_2 - 4x_3 = 2, \\ 2x_1 + 4x_2 + (\lambda-5)x_3 = \lambda + 1, \end{cases} \end{matrix}$$

- 1) 有唯一解 2) 无解 3) 无穷多个解并求通解.

六、(12分) 若 a_1, a_2, a_3 线性无关, 设 $b_1 = a_1 - a_2, b_2 = 2a_2 + a_3, b_3 = a_1 + a_2 + a_3$

试讨论向量组 b_1, b_2, b_3 线性相关性.

$$\begin{matrix} \text{七、(12分) 设矩阵} \\ \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 & -1 \\ -3 & -6 & 9 & -7 \\ 2 & -3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \text{ 求 1) 矩阵 } A \text{ 的秩; 2) 写出矩阵 } A \text{ 列向量组} \end{matrix}$$

的一个最大无关组, 并把不属于最大无关组的列向量用最大线性无关组线性表示.

八、(12分) 设 $f = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_2x_3$, 求一个正交变换, 将 f 化为对角形.