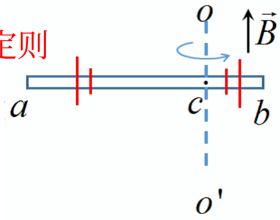
10. 电磁感应

班级 ______________ 学号 ______________ 姓名 ______________ 成绩 __________

一、选择题

根据右手螺旋法则，这里的角速度就是逆时针方向（俯视图）

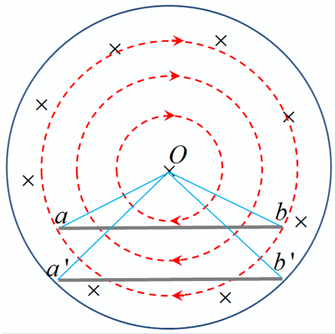
1.如图，导体棒 ab 在均匀磁场 $\vec{B}$ 中绕通过 c 点的垂直于棒长且沿磁场方向的轴 OO' 转动(角速度 $\vec{\omega}$ 与 $\vec{B}$ 同方向)，bc 的长度为棒长的 1/3，则： ac和 ab分别用公式：$\mathscr{E}_i = Blv$ 右手定则



(A) a 点比 b 点电势高；　(B) a 点与 b 点电势相等；

(C) a 点比 b 点电势低；　(D)有稳恒电流从 a 点流向 b 点。　(　　)

2.在圆柱形空间内有一磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场，如图所示，$\vec{B}$ 的大小以速率 dB/dt 变化，有一长度为 l_0 的金属棒先后放在磁场的两个不同位置 1(ab)和 2($a'b'$)，则金属棒在这两个位置时棒内的感应电动势的大小关系为： 感生电动势 $\mathscr{E}_i=\frac{d\Phi}{dt}=\frac{d(BS)}{dt}=\frac{dB}{dt}S$

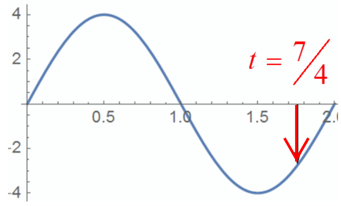


(A) $\varepsilon_2=\varepsilon_1\neq0$;　(B) $\varepsilon_2>\varepsilon_1$;　(C) $\varepsilon_2<\varepsilon_1$;　(D) $\varepsilon_2=\varepsilon_1=0$。

*oab*三角形区域的感生电动势可求，图中红色虚线圈表明了感生电场的方向，电场方向与*oa*和*ob*垂直，这表明*oa*和*ob*上没有电动势，因为 $\mathscr{E}=\int_-^+\vec{E}_k\cdot d\vec{l}$，电场方向与*oa*和*ob*垂直，点乘为零。那么，*oab*三角形区域的感生电动势都集中在*ab*上。*a'b'*同理。显然*oa'b'*三角形面积更大，电动势更大，故选B。

3 自感为 0.5H 的线圈中，通有 $i=4\sin\pi t$ A 的电流，当 t=7/4s 时，线圈中自感电动势大小和方向为：

$\mathscr{E}_L=-L\frac{dI}{dt}=-\sqrt{2}\pi\ V$

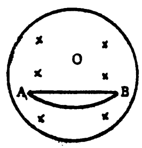


(A) $\sqrt{2}\pi V$，与电流 I 反向；　(B) $\sqrt{2}/2V$，与电流 I 反向；

如图所示：根据楞次定律，电流有减小的趋势，自感电动势就阻碍其减小，同向。

(C) $\sqrt{2}/2V$，与电流 I 同向；　(D) $\sqrt{2}\pi V$，与电流 I 同向。

4 在圆柱形空间内有一磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场，如图所示。$\vec{B}$ 的大小以速率 dB/dt 变化。在磁场中有 A、B 两点，其间可放直导线 $\overline{AB}$ 和弯曲的导线 AB，则： 方法同 选择题 第2题



(A)电动势只在 $\overline{AB}$ 导线中产生；(B)电动势在 $\overline{AB}$ 和 AB 中都产生，且两者大小相等。

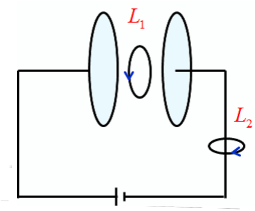
(C)电动势只在 AB 导线中产生；　(D) $\overline{AB}$ 导线中的电动势小于 AB 导线中的电动势。

(　　)

5.如图，平板电容器（忽略缘效应）充电时，沿环路 L_1、L_2 磁场强度 $\vec{H}$ 的环流中，必有：

(A) $\oint_{L_1}\vec{H}\cdot d\vec{l}>\oint_{L_2}\vec{H}\cdot d\vec{l}$；　(B) $\oint_{L_1}\vec{H}\cdot d\vec{l}=\oint_{L_2}\vec{H}\cdot d\vec{l}$；

(C) $\oint_{L_1}\vec{H}\cdot d\vec{l}<\oint_{L_2}\vec{H}\cdot d\vec{l}$；　(D) $\oint_{L_1}\vec{H}\cdot d\vec{l}=0$。　(　　)

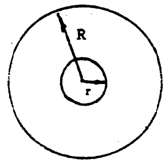


位移电流理论：$I_c=I_d$
位移电流平均分布在圆盘面内
L1只包围了一部分 I_d
L2包围了全部 I_c

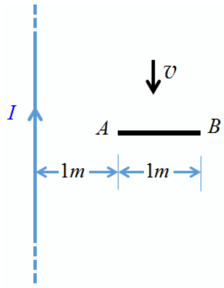
二、填空题 $\mathscr{E}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}S=-\frac{\mu_0}{2R}S\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

理解题意：小圆环内可近似为均匀磁场 $B=\frac{\mu_0 I}{2R}$

1.半径为 r 的小导线环置于半径为 R 的大导线环中心，二者在同一平面内，且 $r<<R$，在大导线环中通有正弦电流 $I=I_0\sin\omega t$，其中ω、I_0 为常数，t 为时间，则任一时刻小导线环中感应时电动势的大小为 $\mu_0\pi r^2\omega I_0\left|\cos\omega t\right|/2R$。



2.如图所示，金属杆 AB 以匀速 $v=20\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 平行于长直载流导线运动，导线与 AB 共面且相互垂直，已知导线载有电流 I=20A，则此金属杆中的感应电动势 $\varepsilon_i=$ $5.55\times10^{-5}V$，电势较高端为 B端 详细答案在后面。



3.半径为 a 的无限长密绕螺线管，单位长度上的匝数为 n，通以交变电流 $i=I_m\sin\omega t$，则围在管外的同轴圆形回路（半径为 r）上的感生电动势为 $-\mu_0 n\mathrm{I}_m\,\omega\cos\omega t\;\pi a^2$。 详细答案在后面

4.一个薄壁纸筒，长为 30cm、截面直径为 3cm，筒上绕有 500 匝线圈，纸筒内由$\mu_r=5000$的铁芯充满，则线圈的自感系数为 $L=\frac{\Psi}{I}=\mu NnS=\mu n^2lS=\mu n^2V$=3.7 H。 H是单位 "亨利"

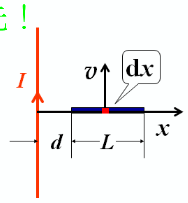
5.半径为 R 的无限长柱形导体上均匀流有电流 I，该导体材料的相对磁导率$\mu_r=1$，则在导体轴线上一点的磁场能量密度 w_{m0} 0 （轴上B=0），在与导体轴线相距 r 处 ($r<R$) 的磁场能量密度 w_{mr} $\mu_0 I^2r^2/8\pi^2R^4$。 公式：$w_m=\frac{B^2}{2\mu}=\frac{1}{2}BH$

二、2 看最后两句话句话，先！

磁感应强度为：$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

所以 dx 的动生电动势为：

$$\mathrm{d}\mathscr{E}=Bv\mathrm{d}l=-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi x}\mathrm{d}x$$



金属杆的电动势：$\mathscr{E}=\int_d^{d+L}-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi x}\mathrm{d}x=-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\left(\frac{d+L}{d}\right)$

式中负号表明：$\mathscr{E}$与x方向相反，左端电势高

这是一个例子，与本题运动方向相反

这是一个例子，与本题运动方向相反

二、3

$$\mathscr{E}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{dB}}{\mathrm{d}t}S$$

$$\boxed{B=\mu_0 ni}$$

$$=-\mu_0 n\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}S$$

$$=-\mu_0 n\mathrm{I}_m\,\omega\cos\omega t\;\pi a^2$$

10. 电磁感应参考答案

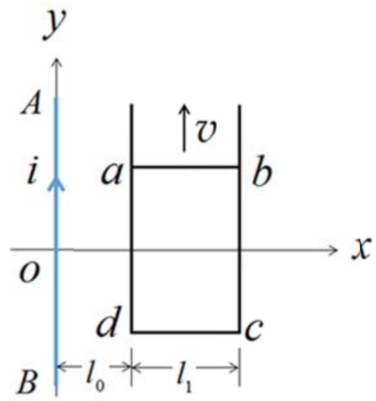
一、选择题：1、A；　2、B；　3、D；4、D；5、C

二、填空题：1、$\mu_0 \pi r^2 \omega I_0 |\cos \omega t| / 2R$；　2、$5.55\times 10^{-5}\,\mathrm{V}$，$B$ 端；

3、$-\mu_0 n I_m \pi a^2 \omega \cos \omega t$；　4、3.7H；　5、0，　$\mu_0 I^2 r^2 / 8\pi^2 R^4$

三、计算题：

1、解：（1）用动生电动势公式，求



$$\varepsilon_{AB} = \int_a^b (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{l_0}^{l_0+l_1} v\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\mathrm{d}x = -\frac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln\frac{l_0+l_1}{l_0}$$

a 点电势高。

注：也可以用法拉第电磁感应定律$\mathsf{E}_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$，参考第(2)问.

（2）设 t 时刻 $i>0$，则 $B=\dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}$，导线右 $\vec{B}$ 垂直纸面向里；

取线框平面法向 $\vec{e}_n$ 垂直纸面向里。则回路正绕向为 $abcda$。此时 cb 边长 $l=v\,t$，

$$\Phi = \Phi(t) = \int \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_{l_0}^{l_0+l_1}\frac{\mu_0 i}{2\pi r} l \mathrm{d}x = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} vt\cos\omega t \ln\frac{l_0+l_1}{l_0}$$

$$\mathsf{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} v(\omega t\sin\omega t - \cos\omega t)\ln\frac{l_0+l_1}{l_0}$$

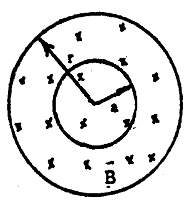
注：在 Φ的表达式中令$\cos\omega t = 1$，即可用法拉第定律求的(1)的结果。

2、解：取环面法向 $\vec{e}_n$ 垂直纸面向里，回路正方向为顺时针，

$$\Phi = \int_s \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_s B 2\pi r \mathrm{d}r = \int_0^a B_0 2\pi \sin\omega t r^2 \mathrm{d}r = (2\pi/3)B_0 a^3 \sin\omega t$$

$$\varepsilon_i = -\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t = -(2\pi/3)B_0 a^3 \omega\cos\omega t$$

当$\varepsilon_i > 0$时，ε_i沿顺时针方向。

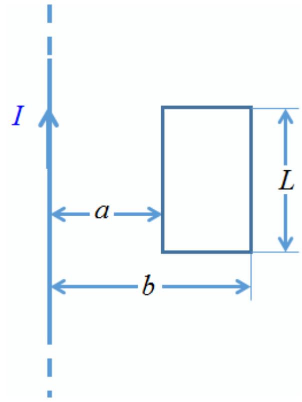


3、（本题理解起来有一定难度）

解：在圆柱形空间内，过圆心作平行于长直导线的无限长直辅助线，在无限远处与长直导线两端相交构造成闭合回路，由于在此回路中只有 $\pi R^2/2$ 的区域内存在变化的磁场，其感应电场的方向与辅助线正交，因此在辅助线上满足：$\int_{-\infty}^{+\infty}\vec{E}_k\cdot d\vec{l}=0$ ，

由法拉第电磁感应定律知：$\varepsilon=-\dfrac{d\Phi}{dt}=-\int\dfrac{d\vec{B}}{dt}\cdot d\vec{s}=\dfrac{k\pi R^2}{2}$

4、解：（1） $B=\mu_0 i/2\pi r$ ， $ds=Ldr$，线圈平面法向 $\vec{e}_n$ 垂直纸面向里，



$$\Phi=\int_s\vec{B}\cdot d\vec{s}=\int_a^b\frac{\mu_0 i}{2\pi r}Ldr=\frac{\mu_0 L}{2\pi}i\ln\frac{b}{a}$$

$$\varepsilon=-d\Phi/dt=\frac{3\mu_0 L}{2\pi}I_0e^{-3t}\ln\frac{b}{a},\qquad |\varepsilon|=\varepsilon$$

感应电流的方向与回路正绕向相同，即沿顺时针转向。

（2） $M=\Phi_{21}/I_1=(\mu_0 L/2\pi)\ln(b/a)$

5、（本题有一定难度）

解：（1）螺绕环的自感系数

设螺绕环通有电流 I，则螺绕环内的 B 为：$B=\mu_0 NI/(2\pi r)$ ，穿过螺绕环的磁通链：

$$\Psi=N\int Bds=\frac{\mu_0 N^2Ih}{2\pi}\int_a^b\frac{dr}{r}=\frac{\mu_0 N^2Ih}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\qquad\therefore\ \text{自感系数}\quad L=\frac{\Psi}{I}=\frac{\mu_0 N^2h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

(2) 互感系数

若直导线中通有电流 I，则空间场的分布为：$B=\mu_0 I/(2\pi r)$，穿过螺绕环的互感磁链为：

$$\Psi=N\int\vec{B}\cdot d\vec{S}=\frac{\mu_0 NIh}{2\pi}\int_a^b\frac{dr}{r}=\frac{\mu_0 NIh}{2\pi}\ln\frac{b}{a}\qquad\therefore\ \text{互感系数}\quad M=\frac{\Psi}{I}=\frac{\mu_0 Nh}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

（3）螺绕环中储存的磁能 $\quad W_m=\dfrac{1}{2}LI^2=\dfrac{\mu_0 N^2I^2h}{4\pi}\ln\dfrac{b}{a}$