
齐鲁工业大学2019~2020 学年第一学期期末考试试卷

《高等数学 A》(A 卷) (共 1 页)

解题过程写在答题纸上，并写明学号、姓名。

1. (每题 6 分, 共 18 分) 计算下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}; \quad (2) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n^2}^{(n+1)^2} \frac{1}{\sqrt{k}}; \quad (3) \lim_{x \rightarrow +0} \sqrt[n]{\cos \sqrt{x}}.$$

2. (10 分) $x \rightarrow 0$ 时, 求正整数 n , 使 $(1+x^n)^{\frac{1}{3}} - 1$ 为 $e^{x^2} - 1$ 的高阶无穷小但为 $x^2 \ln(1+x^2)$ 的低阶无穷小。

3. (10 分) 求函数 $f(x) = \lim_{t \rightarrow x} \left(\frac{\sin t}{\sin x} \right)^{\frac{x}{\sin t - \sin x}}$ 的间断点, 并确定它们的类型。

4. (9 分) 试证明方程 $x - a \sin x = b$ 至少存在一正根 $\xi \in (0, a+b]$, 其中常数 a, b 满足 $0 < a < 1, b > 0$ 。

5. (7 分) 设 $f(x) = \begin{cases} g(x) \cos \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$ 且 $g(0) = g'(0) = 0$, 求 $f'(0)$ 。

6. (前两题每题 6 分, 后两题每题 7 分, 共 26 分) 计算下列导数或微分:

$$(1) y = \ln \tan \frac{x}{2} - \cos x \ln \tan x, \text{ 求 } y';$$

$$(2) \text{设 } y = (1 + \sin x)^x, \text{ 求 } dy|_{x=\pi};$$

$$(3) \text{设 } y = y(x) \text{ 是由方程 } xy + e^y = x + 1 \text{ 确定的隐函数, 计算 } \frac{d^2 y}{dx^2}|_{x=0}.$$

$$(4) \begin{cases} x = \ln(1 + e^{2t}), \\ y = t - \arctan e^t, \end{cases} \text{求 } \frac{d^2 y}{dx^2}.$$

$$7. (10 分) \text{设 } f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^{n(x-1)} + ax + b}{e^{n(x-1)} + 1}, \text{ 试讨论 } f(x) \text{ 的连续性和可导性。}$$

$$8. (10 分) \text{设 } f(x) \text{ 在 } x=0 \text{ 处连续, } g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)(\sqrt{1+x^2} - 1)}{\arctan x^3}, & x \neq 0, \\ 1, & x = 0, \end{cases} \text{若 } g(x) \text{ 在 } x=0 \text{ 处}$$

连续, 求 $f(0)$ 和 $f'(0)$ 。

更多考试真题

扫码关注 **【QLU 星球】**

回复：**真题** 获取



公众号 · QLU星球