学院、系＿＿＿＿ 专业班级＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿

密　封　线

齐鲁工业大学 2018/2019 学年第一学期《高等数学》期末考试试卷

（A 卷）　　（本试卷共 4 页）

题号	一	二	三			总分
得分						

得分	
阅卷人	

一、选择题（本题满分 3*6=18 分）

1. $x=0$ 是函数 $y=\frac{x}{\tan x}$ 的　（ B ）

A. 连续点；　B. 可去间断点；　C. 跃间断点；　D. 第二类间断点。

2. 当 $x\to 0$ 时，x^2+3x^4 是 $\sin\frac{x^2}{2}$ 的 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2+3x^4}{\sin\frac{x^2}{2}}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2+3x^4}{\frac{x^2}{2}}=2$　（ D ）

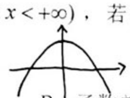
A. 低阶无穷小；　B. 等价无穷小；

C. 高阶无穷小；　D. 同阶非等价无穷小。

3. 已知函数 $f(x)=(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$，则方程 $f'(x)=0$ 有（ C ）个实根。

A. 1；　B. 2；　C. 3；　D. 4。

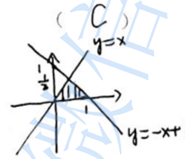
4. 函数满足 $f(-x)=f(x)$ $(-\infty<x<+\infty)$，若在 $(-\infty,0)$ 内有 $f'(x)>0$，$f''(x)<0$，则在 $(0,+\infty)$ 内　（ A ）



A. 函数单减，图形凸；　B. 函数单增，图形凸；

C. 函数单增，图形凹；　D. 函数单减，图形凹。

5. 由直线 $y=x, y=-x+1$，及 x 轴围成平面图形的面积为　（ C ）



A. $\int_0^1[(1-y)-y]dy$；　B. $\int_0^{\frac{1}{2}}[(-x+1)-x]dx$；

C. $\int_0^{\frac{1}{2}}[(1-y)-y]dy$；　D. $\int_0^1 x-[(-x+1)]dx$。

6. 下列反常积分发散的是　（ B ）

A. $\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^2}dx$；　B. $\int_1^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{x+1}}dx$；　C. $\int_1^2\frac{1}{\sqrt{x-1}}dx$；　D. $\int_1^3\frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}dx$

$\frac{1}{x}\Big|_{+\infty}^1=1$　　$2\sqrt{1+x}\Big|_1^{+\infty}=+\infty$　　$2\sqrt{x-1}\Big|_1^2=2$　　$\frac{3}{2}(x-1)^{\frac{2}{3}}\Big|_1^3$

得分	
阅卷人	

二、填空题（本题满分 3*6=18 分）

7. 极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-2}{x}\right)^x=$ e^{-2}。　$\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{2}{x})^{(-\frac{x}{2})\cdot(-2)}$

8. 设函数 $y=f(x^2)$，则 $\frac{d^2y}{dx^2}=$ $2f'(x^2)+4x^2f''(x^2)$

9. 曲线 $\begin{cases}x=e^t\\ y=2e^{-t}\end{cases}$ 在 $t=0$ 相应点处的切线方程为 $y-2=-2(x-1)$。$y'\big|_{t=0}=\frac{-2e^{-t}}{e^t}\Big|_{t=0}=-2$

$t=0,\ x=1,\ y=2.$

10. 曲线 $f(x)=\frac{2x-1}{(x-1)^2}$ 的水平渐近线为 $y=0$。

11. 计算定积分 $\int_{-\pi}^{\pi}x^4\sin x dx=$ 0。

12. 若 $f(x)$ 的一个原函数为 e^{-x^2}，则 $\int xf'(x)dx=$ $-(2x^2+1)e^{-x^2}+C$。

$\int x d[f(x)]=xf(x)-\int f(x)dx=-2x^2e^{-x^2}-e^{-x^2}+C$

得分	
阅卷人	

三、解答题（本题满分 8*8=64 分）

13. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2}\cos t^2 dt}{x\ln(1+x)}$。　$\frac{0}{0}$ 洛必达

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{2x\cdot\cos x^4}{(x^2)'}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{2x\cdot\cos x^4}{2x}=\lim\limits_{x\to 0}\cos x^4=1.$

14. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\le 1\\ ax+b, & x>1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处可导，求常数 a 和 b。

$x=1$ 连续，$f(1^-)=1$，$f(1^+)=a+b$，$1=a+b$

求导．$f'_-(1)=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x^2-1}{x-1}=2$

$f'_+(1)=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{ax+b-1}{x-1}=a=2$

$\therefore a=2,\ b=-1.$

15. 求函数 $y=\sqrt{\dfrac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x+3)}}$ 的导数。

$\ln y = \frac{1}{2}[\ln(x-1)+\ln(x+2)-\ln(x+1)-\ln(x+3)]$

$\frac{y'}{y} = \frac{1}{2}[\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+3}]$

$y' = \frac{1}{2}[\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+3}]\cdot\sqrt{\frac{(x-1)(x+2)}{(x+1)(x+3)}}$

16. 设函数 $y=\ln\cos\dfrac{1}{x}$，求 dy。

$dy = \frac{1}{\cos\frac{1}{x}}\cdot(-\sin\frac{1}{x})\cdot(-\frac{1}{x^2})\,dx$

$= \frac{1}{x^2}\cdot\tan\frac{1}{x}\,dx.$

17. 证明方程 $x^5+x-1=0$ 只有一个正根。

令 $f(x)=x^5+x-1$

$f(0)=-1<0,\ f(1)=1>1,$

由零点定理，$\exists\xi\in(0,1)$，$f(\xi)=0$.

$f'(x)=5x^4+1>0$，$\therefore f(x)\nearrow$

∴方程仅有一个正根.

18. 求不定积分 $\int\dfrac{1-x}{\sqrt{9-x^2}}dx$。

$=\int\frac{1}{\sqrt{9-x^2}}dx-\int\frac{x}{\sqrt{9-x^2}}dx$

$=\arcsin\frac{x}{3}+\frac{1}{2}\int\frac{1}{\sqrt{9-x^2}}d(9-x^2)$

$=\arcsin\frac{x}{3}+\sqrt{9-x^2}+C.$

19. 求定积分 $\int_0^4 e^{\sqrt{x}}dx$.

令 $\sqrt{x}=t$，$x=t^2$，$dx=2t\,dt$，

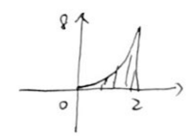
$t=0,\ x=0,\ x=4,\ t=2.$

$\int_0^2 2t\cdot e^t\,dt = 2\int_0^2 t\,d(e^t)$

$=2t\cdot e^t\Big|_0^2-2\int_0^2 e^t\,dt$

$=4\cdot e^2-2e^t\Big|_0^2=4e^2-2e^2+2=2e^2+2.$

20. 求由曲线 $y=x^3$，$x=2$，$y=0$ 围成的图形分别绕 x 轴和 y 轴旋转所产生的旋转体的体积。



$V_x=\int_0^2\pi(x^3)^2\,dx$

$=\pi\cdot\frac{x^7}{7}\Big|_0^2=\frac{128}{7}\pi.$

$V_y=\pi\int_0^8[2^2-(\sqrt[3]{y})^2]\,dy$

$=\pi\int_0^8(4-y^{\frac{2}{3}})\,dy$

$=\pi\,[4y-\frac{3}{5}y^{\frac{5}{3}}]\Big|_0^8$

$=\pi\cdot[32-\frac{3}{5}\cdot32]=\frac{64}{5}\pi.$