



大学物理

知识点总结

(机械振动与机械波)

第九章 机械振动与机械波



简谐振动的特征

回复力:

$$f = -kx$$

动力学方程:

$$\frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + \omega^2 \mathbf{x} = \mathbf{0}$$

运动学方程:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

能量:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} kA^2$$

动能势能相互转化

$$\overline{E}_k = \overline{E}_p = \frac{1}{2} E$$

简谐振动的描述

一、描述简谐振动的物理量

① 振幅 A :
$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

② 角频率 ω :
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

③ 相位($\omega t + \varphi$) 和 初相 φ :
$$tg\varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0} \quad \varphi$$
 的确定! !

④ 相位差 :
$$\Delta\varphi = (\omega_2 t + \varphi_2) - (\omega_1 t + \varphi_1)$$

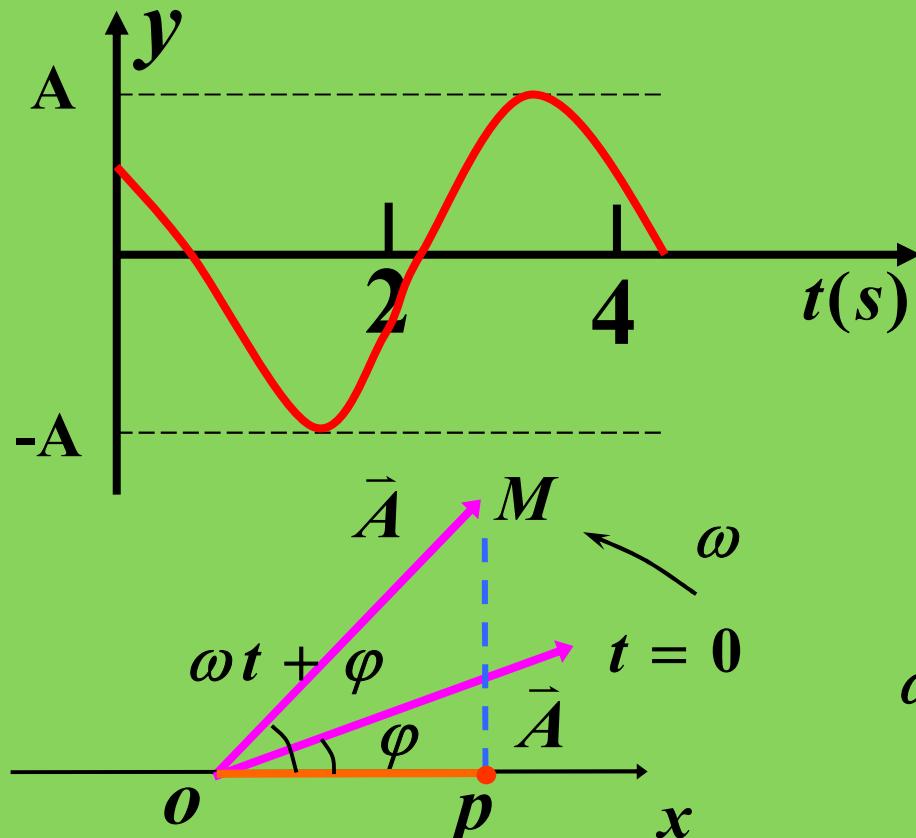
⑤ 周期 T 和 频率 v :
$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad v = \frac{1}{T}$$

二、简谐振动的研究方法

1. 解析法

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad v = -A \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

2. 振动曲线法



3. 旋转矢量法:

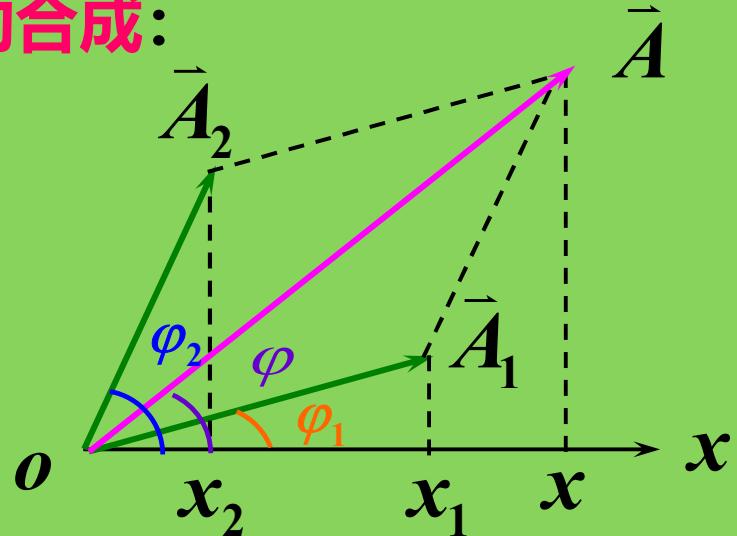
$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$$



简谐振动的合成

1. 同方向、同频率的简谐振动的合成：

$$\begin{aligned}x(t) &= x_1(t) + x_2(t) \\&= A \cos(\omega t + \varphi)\end{aligned}$$



$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}$$

机械波的产生

1、产生的条件：波源及弹性媒质。

2、分类：横波、纵波。

3、描述波动的物理量：

①波长 λ ：在同一波线上两个相邻的相位差为 2π 的质元之间的距离。

②周期 T ：波前进一个波长的距离所需的时间。

③频率 v ：单位时间内通过介质中某点的完整波的数目。

④波速 u ：波在介质中的传播速度为波速。

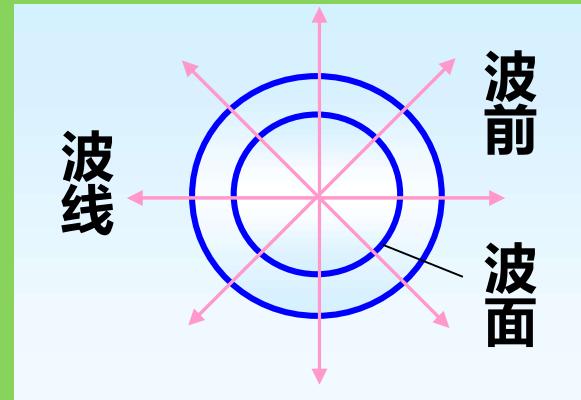
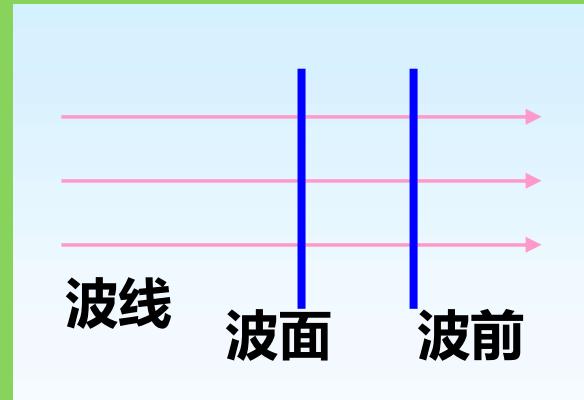
各物理量间的关系：

$$u = \lambda v \quad ! = \frac{\lambda}{T} \quad T, v \text{ 仅由波源决定, 与媒质无关。}$$

波速 u ：决定于媒质。

机械波的描述

1、几何描述：



2、解析描述：

$$y(x, t) = A \cos[\omega(t \pm \frac{x}{u}) + \varphi_0]$$

$$y(x, t) = A \cos(\omega t \pm \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi_0)$$

波动过程中能量的传播

1) 能量密度: $w = \rho A^2 \omega^2 \sin^2 [\omega(t - \frac{x}{u}) + \phi_0]$

2) 平均能量密度: $\bar{w} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$

3) 能流密度(波的强度): $\bar{I} = \bar{w} \bar{u} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2 \bar{u}$

波在介质中的传播规律

基本原理: 传播独立性原理, 波的叠加原理。

现象: 波的反射 (波疏媒质 \rightarrow 波密媒质 界面处存在半波损失)

波的干涉

1) 相干条件: 频率相同、振动方向相同、相位差恒定

2) 加强与减弱的条件:

干涉加强: $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)

若 $\varphi_{10} = \varphi_{20}$ $\delta = r_2 - r_1 = \pm k\lambda$

干涉减弱: $\Delta\varphi = \pm(2k + 1)\pi$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)

若 $\varphi_{10} = \varphi_{20}$ $\delta = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{2}$

3) 驻波 (干涉特例) 能量不传播

波节: 振幅为零的点

波腹: 振幅最大的点

多普勒效应： (以媒质为参考系)

1) S 静止, R 运动

$$\nu_R = \frac{u \pm V_R}{u} \nu_s \quad \nu_s = \nu$$

2) S 运动, R 静止

$$\nu_R = \frac{u}{u \mp V_s} \nu_s \quad \nu_R = \nu$$

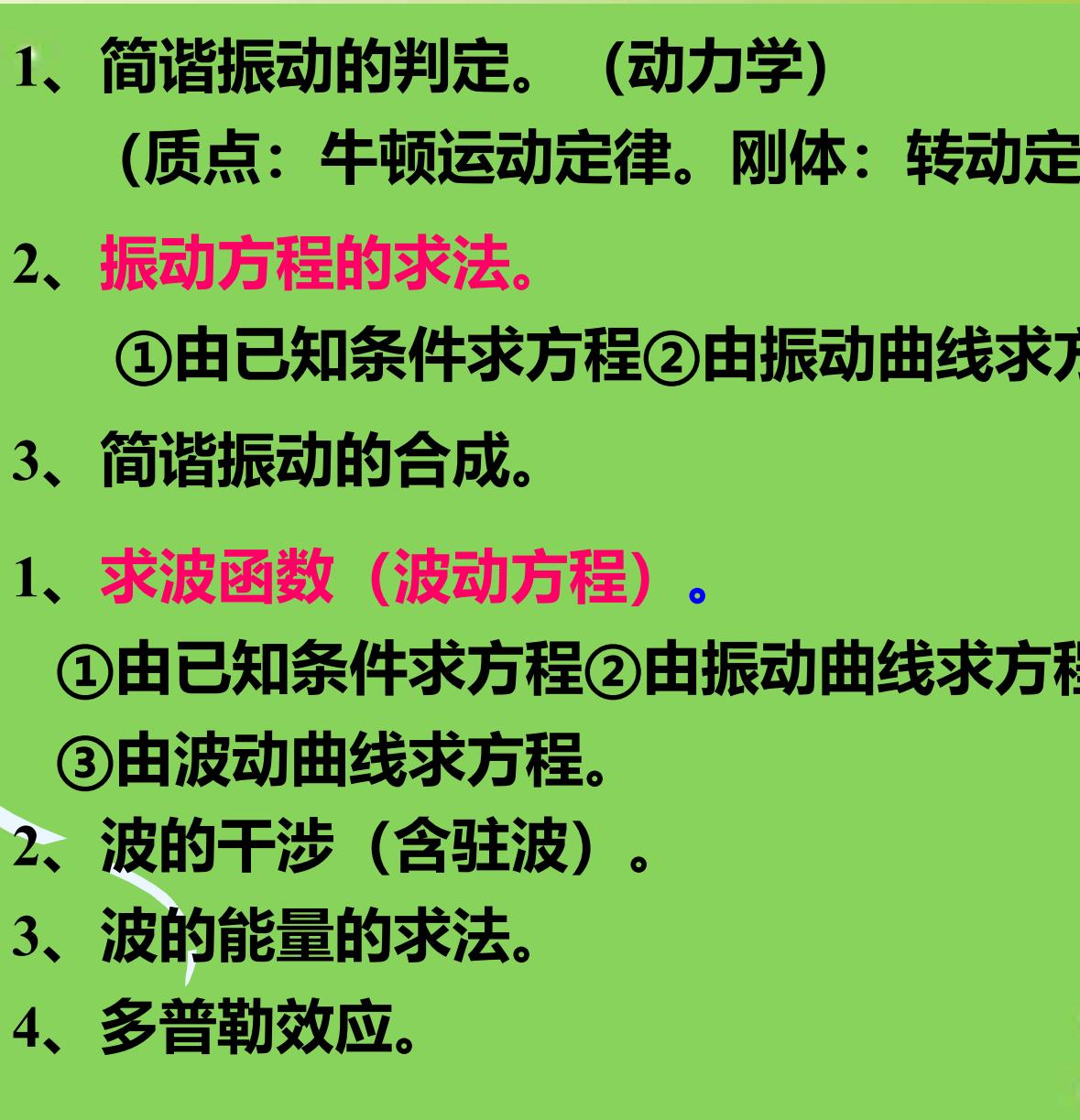
一般运动：

$$\nu_R = \frac{u \pm V_R}{u \mp V_s} \nu_s$$

习题类别：

振动：1、简谐振动的判定。（动力学）
(质点：牛顿运动定律。刚体：转动定律。)

- 2、振动方程的求法。
①由已知条件求方程②由振动曲线求方程。
- 3、简谐振动的合成。

波动：1、求波函数（波动方程）。
①由已知条件求方程②由振动曲线求方程。
③由波动曲线求方程。

- 2、波的干涉（含驻波）。
- 3、波的能量的求法。
- 4、多普勒效应。

相位、相位差和初相位的求法： 解析法和旋转矢量法。

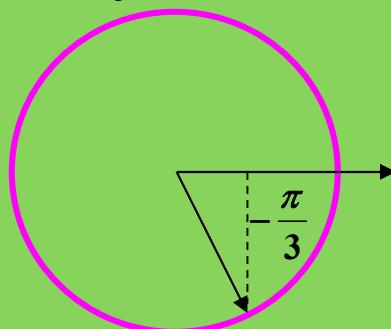
1. 由已知的初条件求初相位：

①已知初位置的大小、正负以及初速度的正负。

[例1] 已知某质点振动的初位置 $y_0 = \frac{A}{2}$ 且 $v_0 > 0$ 。

$$y = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$y = A \cos(\omega t - \frac{\pi}{3}) \quad \varphi = -\frac{\pi}{3}$$



②已知初速度的大小、正负以及初位置的正负。

[例2] 已知某质点初速度 $v_0 = \frac{1}{2}\omega A$ 且 $y_0 < 0$ 。

$$v = -\omega A \sin(\omega t + \varphi) \quad v_0 = -\omega A \sin \varphi = \frac{1}{2} \omega A$$

$$\varphi = -\frac{\pi}{6} \text{ or } -\frac{5\pi}{6} \quad \because y_0 < 0 \quad \varphi = -\frac{5\pi}{6}$$

③已知初位置的大小、正负以及初速度的大小。

[例3]已知某质点振动的初位置 $y_0 = -0.3A$ 且 $|v_0| = 0.95\omega A$ 。

由 $\tan \varphi = -\frac{v_0}{\omega y_0} \Rightarrow \varphi$ 的可能值 .

由 y_0 的正负确定 φ 的值.

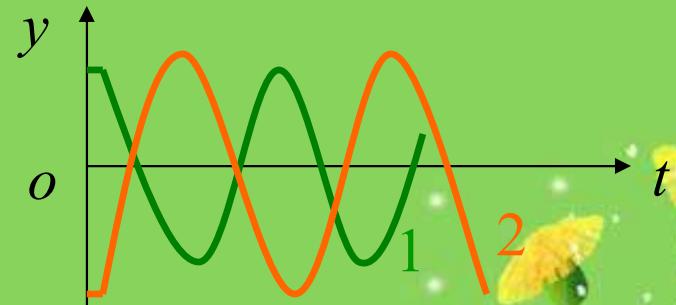
注意! 由已知的初条件确定初相位时，不能仅由一个初始条件确定初相位。

2、已知某质点的振动曲线求初相位：

若已知某质点的振动曲线，则由曲线可看出， $t = 0$ 时刻质点振动的初位置的大小和正负及初速度的正负。

关键：确定振动初速度的正负。

考虑斜率。



[例4] 一列平面简谐波中某质元的振动曲线如图。

求：1) 该质元的振动初相。

2) 该质元在态A、B时的振动相位分别是多少？

解：1) 由图知初始条件为：

$$t=0 \text{ 时, } y_0 = -\frac{\sqrt{2}}{2}A \quad v_0 > 0$$

由旋转矢量法知：

$$\varphi_0 = -\frac{3\pi}{4}$$

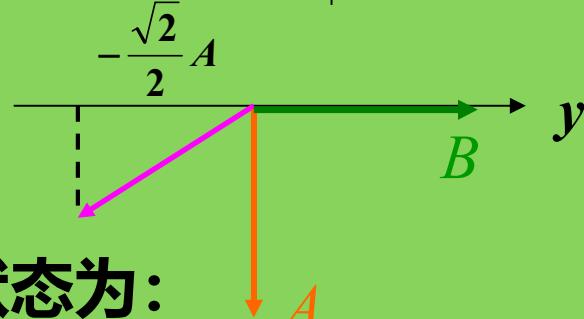
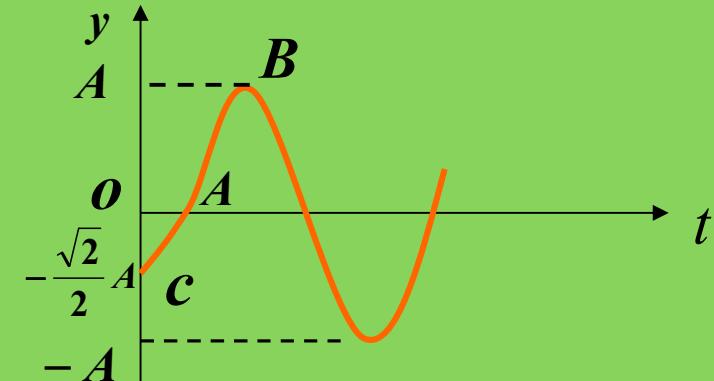
2) 由图知A、B点的振动状态为：

$$y_A = 0 \quad v_A > 0$$

$$y_B = A \quad v_B = 0$$

由旋转矢量法知：

$$\varphi_B = 0$$



$$\varphi_A = -\frac{\pi}{2}$$



3、已知波形曲线求某点处质元振动的初相位：

若已知某时刻 t 的波形曲线求某点处质元振动的初相位，则需从波形曲线中找出该质元的振动位移 y_0 的大小和正负及速度的正负。

关键：确定振动速度的正负。

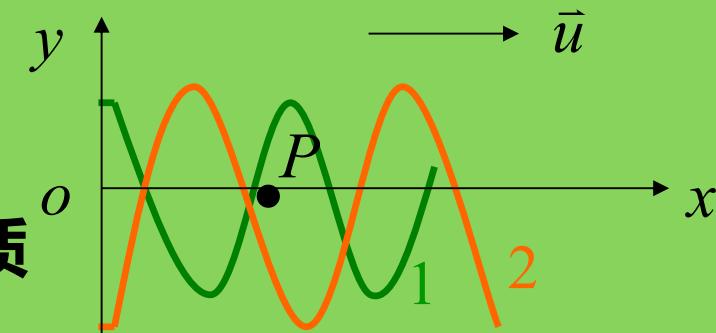
方法：由波的传播方向，确定比该质元先振动的相邻质元的位移 y 。

比较 y_0 和 y 。若 $y > y_0$, 则 $v_0 > 0$; 若 $y < y_0$, 则 $v_0 < 0$ 。

由图知：

对于1: $y < y_0$, 则 $v_0 < 0$ 。

对于2: $y > y_0$, 则 $v_0 > 0$ 。



思考？若传播方向相反

时振动方向如何？

[例5]一列平面简谐波某时刻的波动曲线如图。

- 求：1) 该波线上点A及B处对应质元的振动相位。
2) 若波形图对应 $t = 0$ 时，点A处对应质元的振动初相位。
3) 若波形图对应 $t = T/4$ 时，点A处对应质元的振动初相位。

解：1) 由图知A、B点的振动状态为：

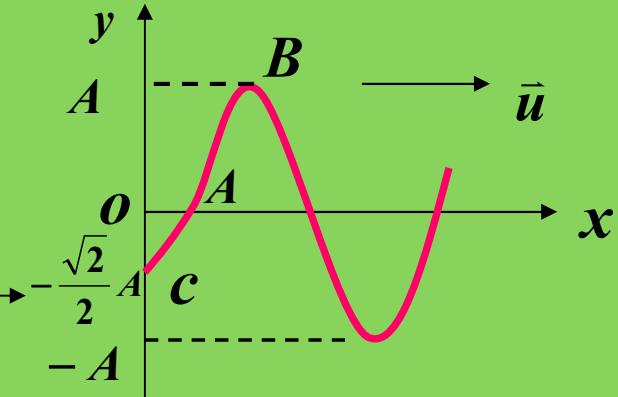
$$y_A = 0 \quad v_A < 0$$

$$y_B = A \quad v_B = 0$$

由旋转矢量法知：

$$\varphi_A = \frac{\pi}{2} \quad \varphi_B = 0$$

2) 若波形图对应 $t = 0$ 时，
点A处对应质元的振动初相位：



$$\varphi_{A0} = \frac{\pi}{2}$$

3) 若波形图对应 $t = T/4$ 时，点A处对应质元的振动初相位：

$$\omega t + \varphi_{A0} = \frac{\pi}{2} \quad \therefore \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \varphi_{A0} = 0$$



求振动方程和波动方程

例1.一简谐波沿x轴正向传播, $\lambda=4m$, $T=4s$, $x=0$ 处振动曲线如图:

- (1) 写出 $x=0$ 处质点振动方程;
- (2) 写出波的表达式;
- (3) 画出 $t=1s$ 时的波形。

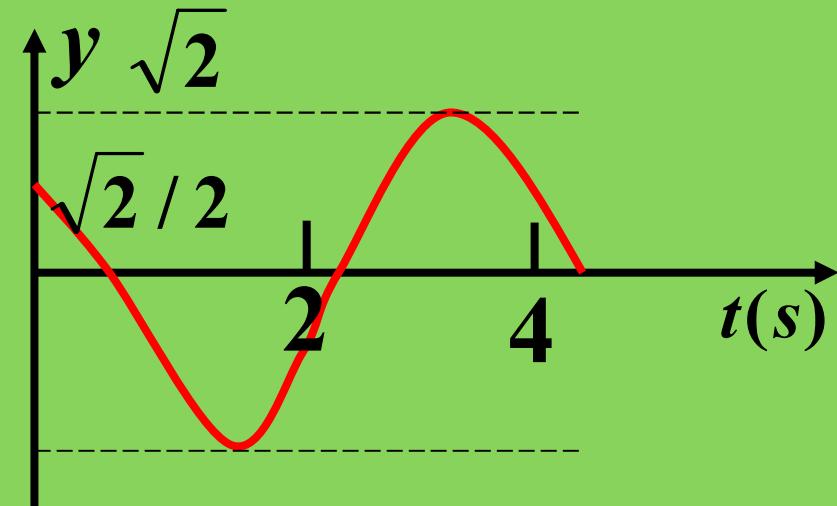
解:

$$(1) y = A \cos(\omega t + \varphi);$$

$$A = \sqrt{2}; \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2};$$

由 $t = 0, \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cos \varphi$; 得 $\varphi = \pm \frac{\pi}{3}$; 又 $v_0 < 0$, 所以 $\varphi = \frac{\pi}{3}$;

$$\text{所以 } y = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right); \quad (2) u = \frac{\lambda}{T} = 1, y = \sqrt{2} \cos\left[\frac{\pi}{2}(t - x) + \frac{\pi}{3}\right]$$



[例2] 一平面简谐波在 $t = 0$ 时刻的波形图，设此简谐波的频率为 $250Hz$ ，且此时质点 P 的运动方向向下， $\lambda = 200m$ 。

求：1) 该波的波动方程；
2) 在距 O 点为 $100m$ 处质点的振动方程与振动速度表达式。

解：1) 由题意知： $\omega = 2\pi\nu = 500\pi$
 $\lambda = 200m$

传播方向向左。

设波动方程为：

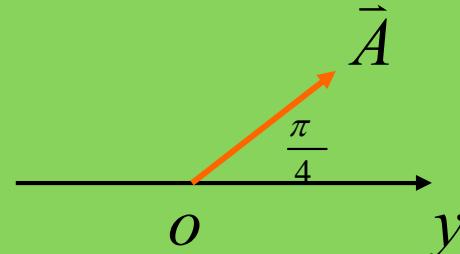
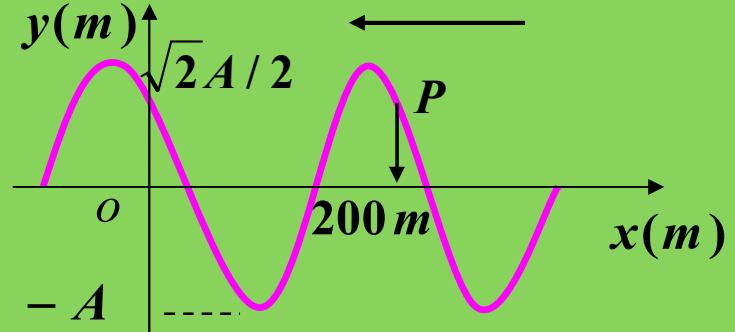
$$y = A \cos(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0)$$

由旋转矢量法知： $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$

$$y = A \cos(500\pi t + \frac{2\pi x}{200} + \frac{\pi}{4})$$

2) $\because x = 100m \quad \therefore y = A \cos(500\pi t + \frac{5\pi}{4})$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -500\pi A \sin(500\pi t + \frac{5\pi}{4})$$



[例3] 位于 A,B 两点的两个波源,振幅相等,频率都是100赫兹,相位差为 π ,其A,B相距30米, 波速为400米/秒, 求: A,B 连线之间因干涉而静止各点的位置。

解: 取A点为坐标原点, A、B联线为x轴, 取A点的振动方程:

$$y_A = A \cos(\omega t + \pi)$$

在x轴上A点发出的行波方程:

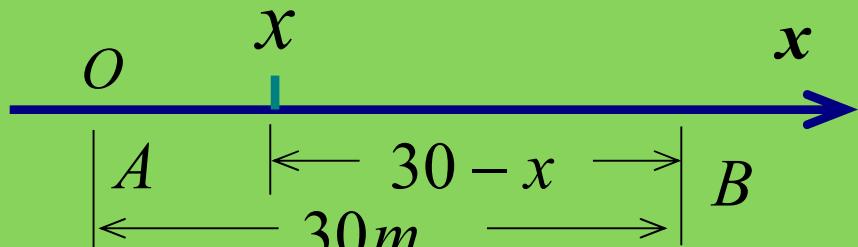
$$y_A = A \cos\left(\omega t + \pi - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

B点的振动方程: $y_B = A \cos(\omega t + 0)$

在x轴上B点发出的行波方程: $y_B = A \cos\left[\omega t + 0 - \frac{2\pi(30-x)}{\lambda}\right]$

因为两波同频率同振幅同方向振动,所以相干为静止的点满足:

$$\Delta\phi = -\pi + \frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi(30-x)}{\lambda} = (2k+1)\pi \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$



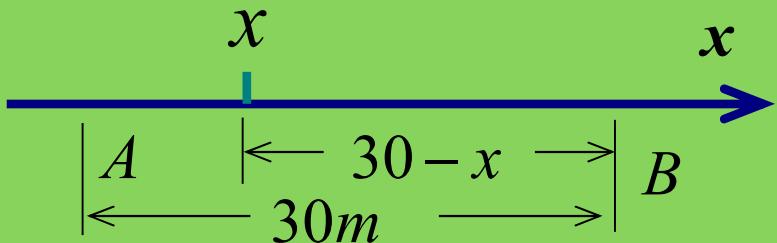
$$\Delta\varphi = -\pi + \frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi(30-x)}{\lambda} = (2k+1)\pi \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

相干相消的点需满足： $-30 + 2x = (k+1)\lambda$

$$\lambda = \frac{u}{v} = 4 \text{ m / sec} \quad x = 17 + 2k \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$x = 1, 3, 5, 7, 9, \dots, 25, 27, 29 \text{ m}$

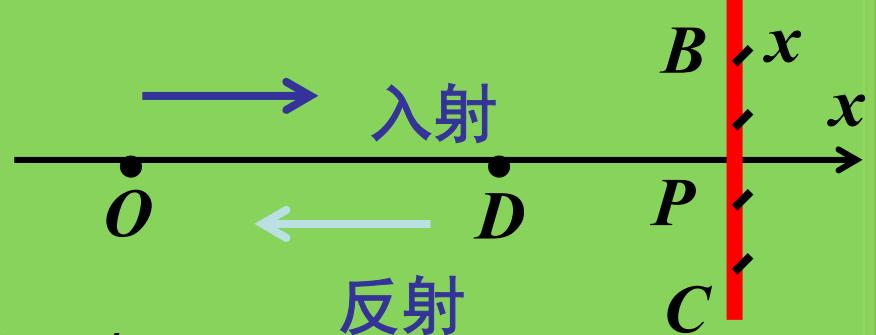
可见在A、B两点是波腹处。



例题4：如图，一平面简谐波沿ox轴正向传播，BC为波密媒质的反射面，波由P点反射， $OP=3\lambda/4$, $DP=\lambda/6$.在t=0时点O处的质点的合振动是经过平衡位置向负方向运动。求点D处入射波与反射波的合振动方程（设振幅都为A,频率都为v）。

解：设入射波的波函数为：

$$y_{\text{入}} = A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \phi\right]$$



则有：

$$\begin{aligned} y_{\text{反}} &= A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{2\overline{OP} - x}{\lambda}\right) + \phi - \pi\right] \\ &= A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) + \phi - \frac{3}{2} \cdot 2\pi - \pi\right] \\ &= A \cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) + \phi\right] \end{aligned}$$

合振动为： $y = y_{\text{入}} + y_{\text{反}} = 2A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \phi\right) \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right)$

又由 $x = 0$ 处, $t = 0$ 时 $y = 2A \cos \phi = 0$ 且 $v < 0$

故有: $\phi = \pi / 2$

所以有 $y = 2A \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}\right) \cos(2\pi \frac{x}{\lambda})$

将 D 点的坐标代入上式, 有

$$y_D = 2A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \frac{\pi}{2}\right) \cos 2\pi \frac{7\lambda / 12}{\lambda}$$

$$= -2A \cos \frac{\pi}{6} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -2A \frac{\sqrt{3}}{2} \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{3} A \sin 2\pi vt (SI)$$

例5. 设入射波的表达式为 $y_1 = A \cos 2\pi(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T})$ 在 $x = 0$ 处发生反射，

反射点为一固定端. 设反射时无能量损失，求 (1) 反射波的表达式；(2) 合成的驻波的表达式；(3) 波腹和波节的位置.

解：(1) 反射点是固定端，所以反射有相位突变 π ，且反射波振幅为 A ，因此反射波的表达式为 $y_2 = A \cos[2\pi(x/\lambda - t/T) + \pi]$

(2) 驻波的表达式 $y = y_1 + y_2 = 2A \cos(2\pi x/\lambda + \frac{1}{2}\pi) \cos(2\pi t/T - \frac{1}{2}\pi)$

(3) 波腹位置: $2\pi x/\lambda + \frac{1}{2}\pi = n\pi$

$$x = \frac{1}{2}(n - \frac{1}{2})\lambda \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

波节位置: $2\pi x/\lambda + \frac{1}{2}\pi = n\pi + \frac{1}{2}\pi$

$$x = \frac{1}{2}n\lambda \quad , \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

讨论: 平面波和球面波的振幅

借助于上式和能量守恒可讨论波传播时振幅的变化:

在均匀不吸收能量的媒质中传播的平面波在行进方向上振幅不变。

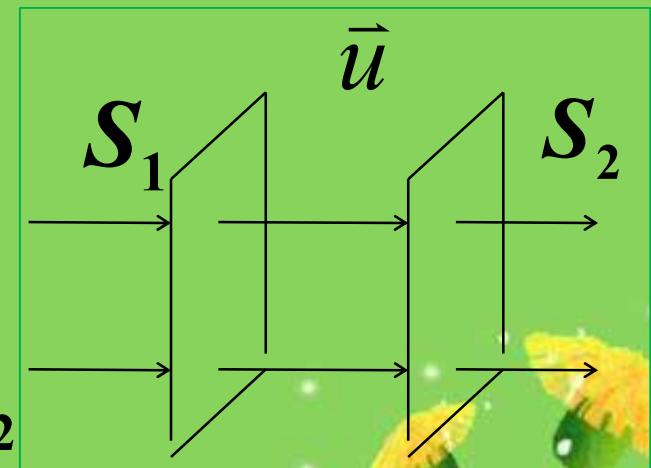
证明: 因为

在一个周期 T 内通过 S_1 和 S_2 面的能量应该相等

$$\therefore I_1 S_1 T = I_2 S_2 T, \quad S_1 = S_2 = S$$

$$\frac{1}{2} \rho u \omega^2 A_1^2 S_1 T = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A_2^2 S_2 T$$

所以, 平面波振幅相等: $A_1 = A_2$



$\therefore \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A_1^2 S_1 T = \frac{1}{2} \rho u \omega^2 A_2^2 S_2 T$

球面波 $S_1 = 4\pi r_1^2; S_2 = 4\pi r_2^2$

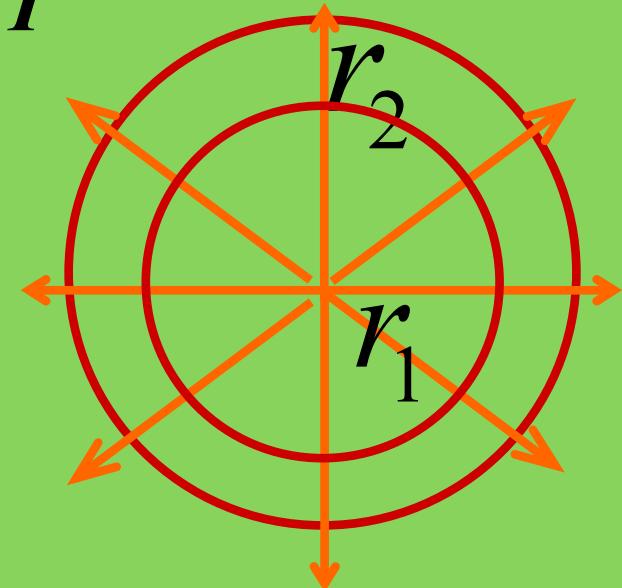
$$\therefore A_1 r_1 = A_2 r_2$$

所以振幅与离波源的距离成反比。如果距波源单位距离的振幅为 A

则距波源 r 处的振幅为 $\frac{A}{r}$

由于振动的相位随距离的增加而落后的关系，与平面波类似，球面简谐波的波函数：

$$y = \frac{A}{r} \cos \omega \left(t - \frac{r}{u} \right)$$



例6 一个点波源位于O点，以O为圆心作两个同心球面，半径分别为 R_1 、 R_2 。在两个球面上分别取相等的面积 ΔS_1 和 ΔS_2 ，则通过它们的平均能流之比 P_1 / P_2 为：

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 u S$$

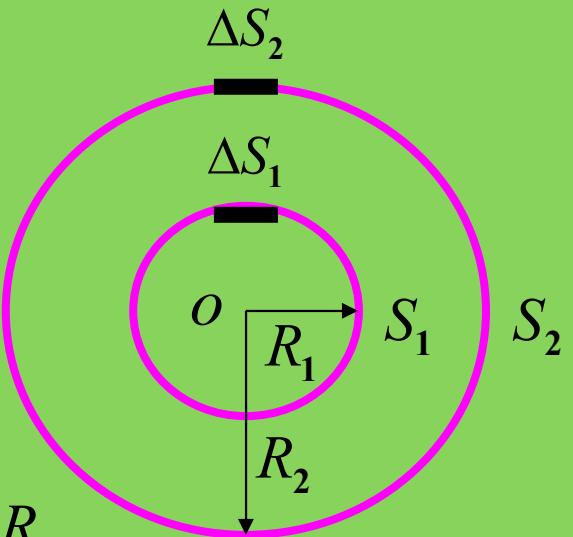
$$\bar{P}_{R1} = \bar{P}_{R2}$$

$$\frac{1}{2} \rho A_1^2 \omega^2 u S_1 = \frac{1}{2} \rho A_2^2 \omega^2 u S_2$$

$$A_1^2 4\pi R_1^2 = A_2^2 4\pi R_2^2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\bar{P}_1 = \frac{1}{2} \rho A_1^2 \omega^2 u \Delta S_1 \quad \bar{P}_2 = \frac{1}{2} \rho A_2^2 \omega^2 u \Delta S_2$$

$$\frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}$$



习 题

1、已知某简谐振动的振动曲线如图所示，位移的单位为厘米，时间的单位为秒，则简谐振动的振动方程为： [C]

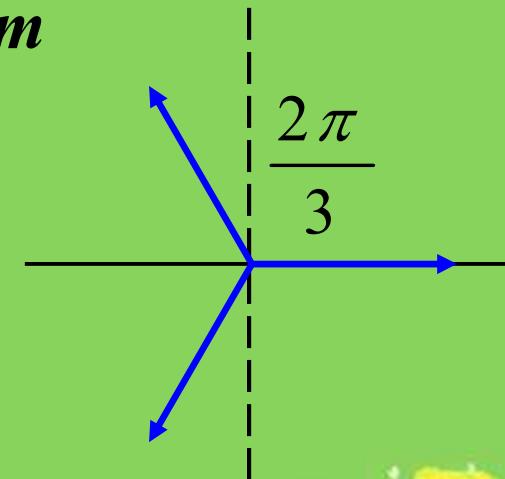
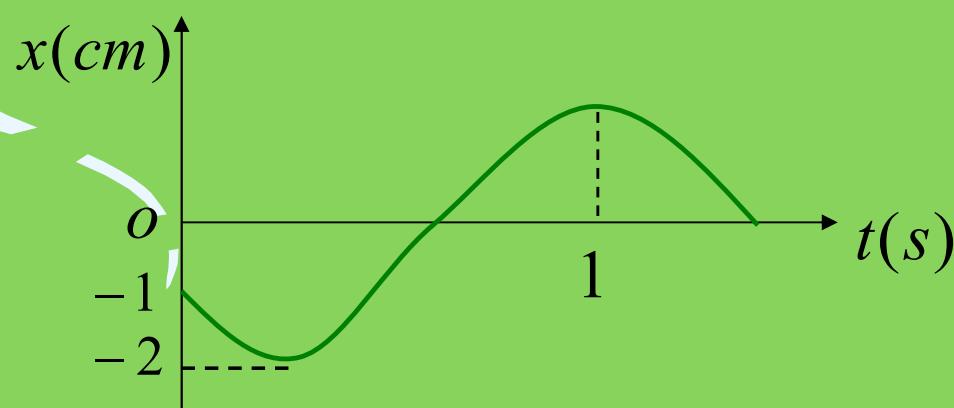
A) $x = 2 \cos(2\pi t / 3 + 2\pi / 3) \text{ cm}$

B) $x = 2 \cos(2\pi t / 3 - 2\pi / 3) \text{ cm}$

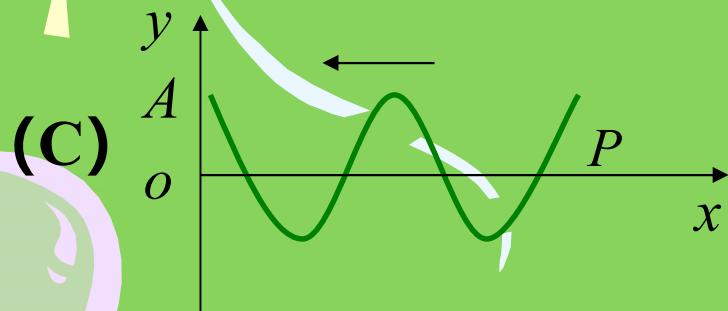
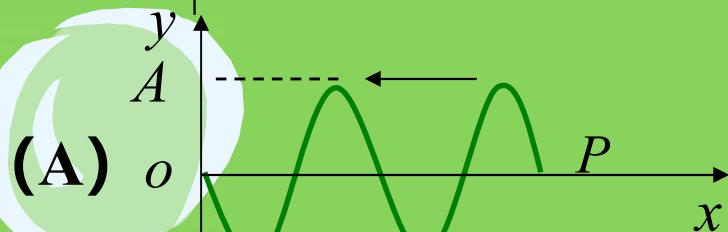
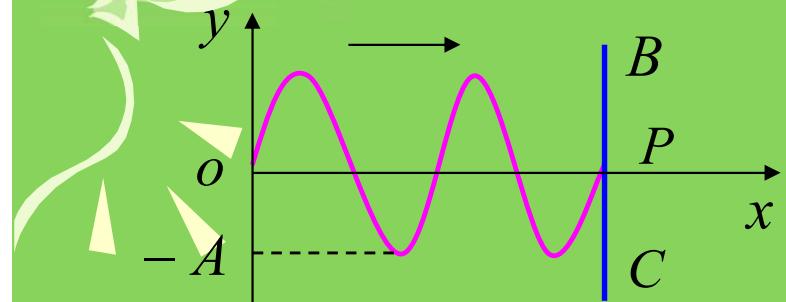
C) $x = 2 \cos(4\pi t / 3 + 2\pi / 3) \text{ cm}$

D) $x = 2 \cos(4\pi t / 3 - 2\pi / 3) \text{ cm}$

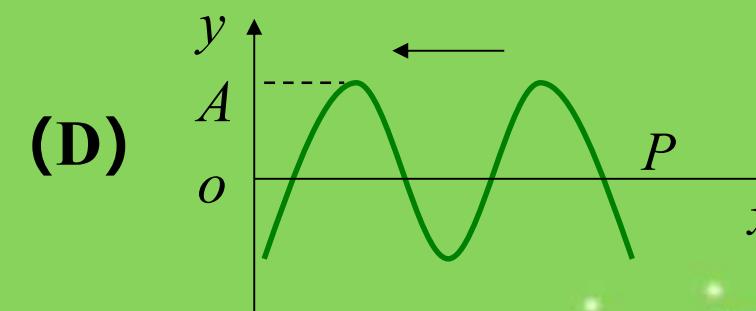
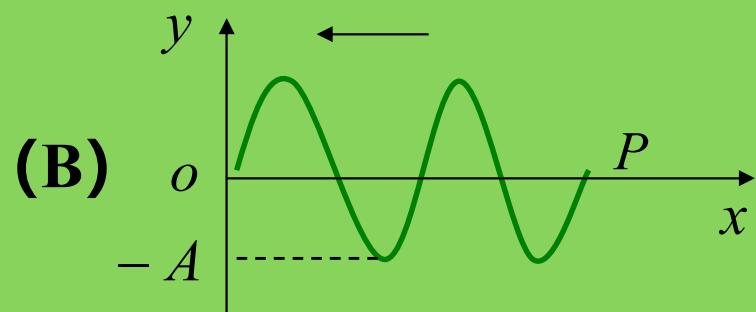
E) $x = 2 \cos(4\pi t / 3 - \pi / 4) \text{ cm}$



2、图示为一向右传播的简谐波在 t 时刻的波形图， BC 为波密介质的反射面， P 点反射，则反射波在 t 时刻的波形图为：



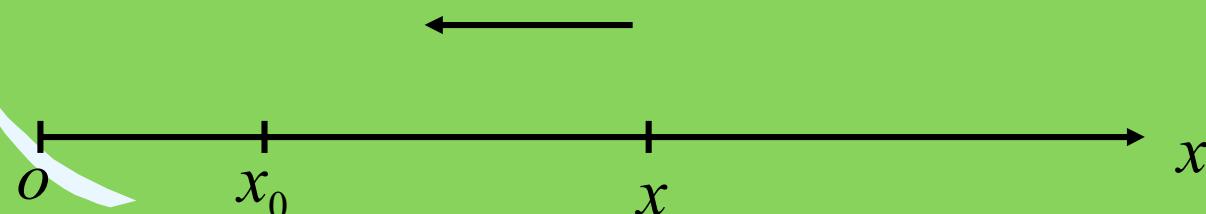
[B]



3、一平面简谐波沿 x 轴负方向传播。已知 $x = x_0$ 处质点的振动方程为 $y = A \cos(\omega t + \varphi_0)$ 。若波速为 u , 则此波的波动方程为:

[A]

- A) $y = A \cos \left\{ \omega \left[t - (x_0 - x) / u \right] + \varphi_0 \right\}$
- B) $y = A \cos \left\{ \omega \left[t - (x - x_0) / u \right] + \varphi_0 \right\}$
- C) $y = A \cos \left\{ \omega t - \left[(x_0 - x) / u \right] + \varphi_0 \right\}$
- D) $y = A \cos \left\{ \omega t + \left[(x_0 - x) / u \right] + \varphi_0 \right\}$



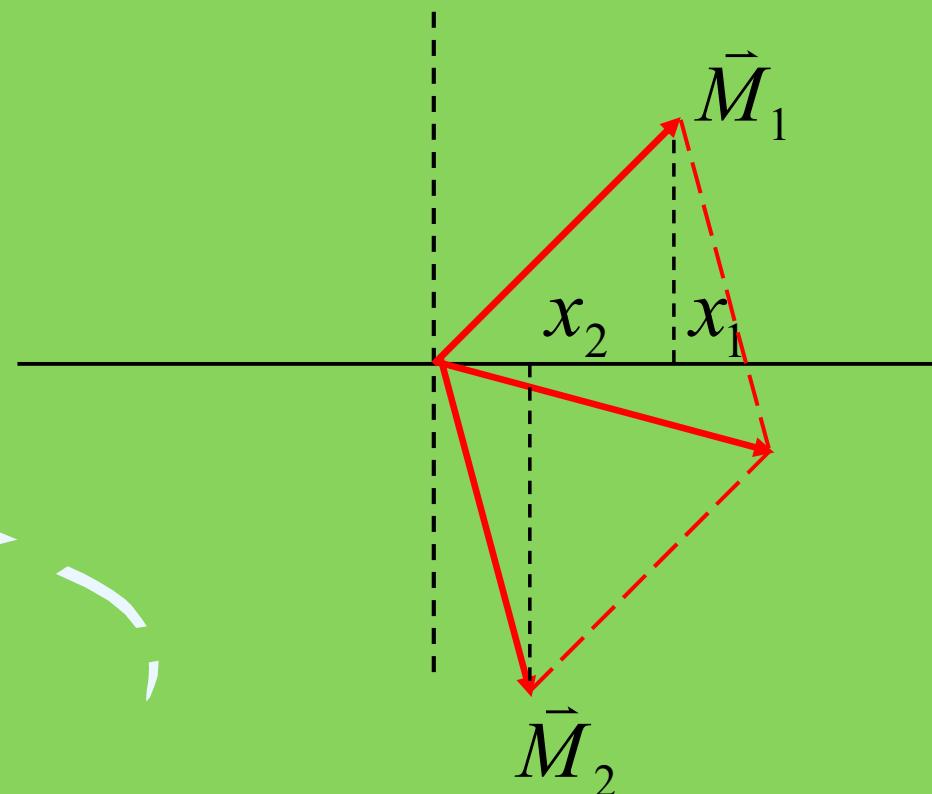
$$y(x, t) = A \cos \left[\omega \left(t + \frac{\Delta x}{u} \right) + \varphi_0 \right]$$

4、一质点同时参与了两个同方向的简谐振动，它们的振动方

程分别为 $x_1 = 0.05 \cos(\omega t + \pi / 4)$ (SI)

$x_2 = 0.05 \cos(\omega t + 19\pi / 12)$ (SI)

其合成运动的运动方程为 $x = (0.05 \cos(\omega t - \frac{\pi}{12}))$

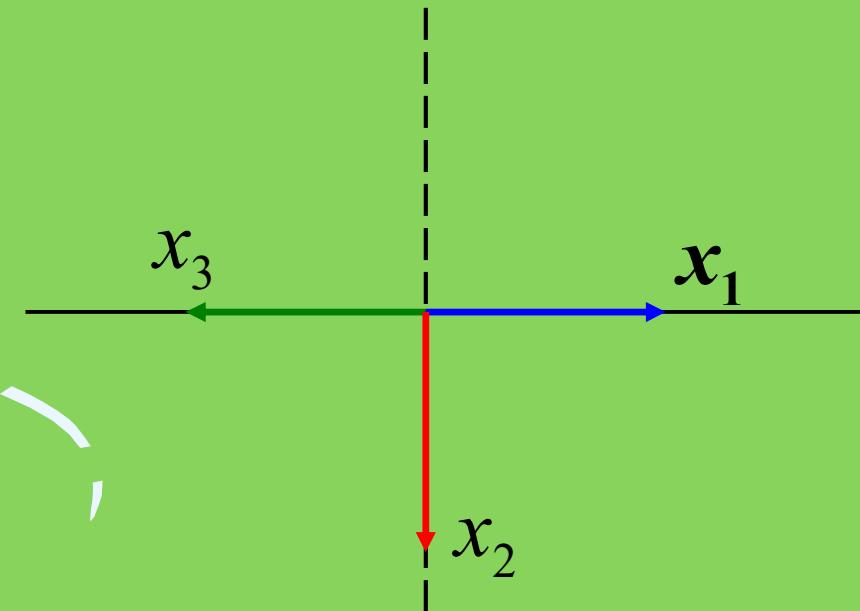
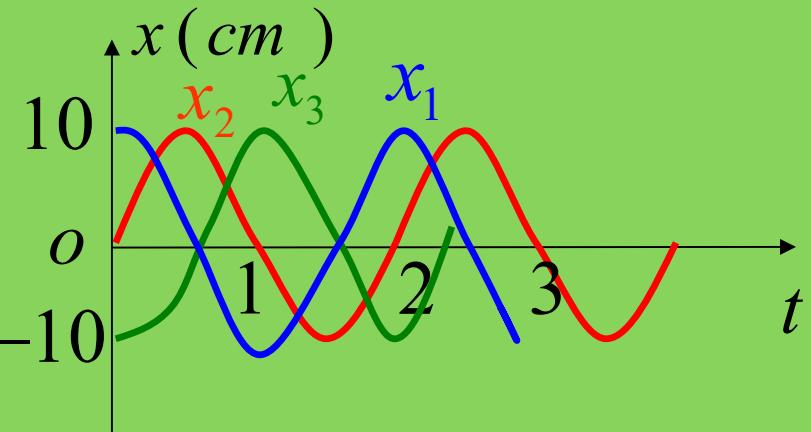


5、已知三个简谐振动曲线，则振动方程分别为：

$$x_1 = 0.1 \cos \pi t$$

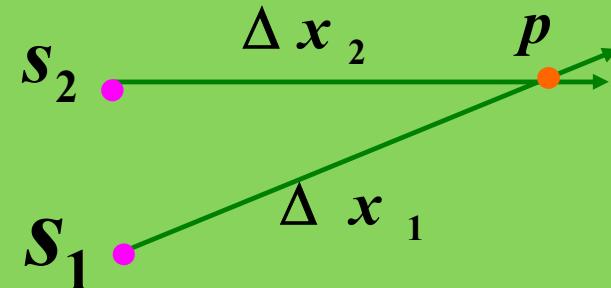
$$x_2 = 0.1 \cos(\pi t - \frac{\pi}{2})$$

$$x_3 = 0.1 \cos(\pi t + \pi) - 10$$



6、两相干波源 S_1 和 S_2 的振动方程是 $y_1 = A \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$
 $y_2 = A \cos \omega t$, S_1 距P点6个波长, S_2 距P点为 $13/4$ 个波长。两波在P点的相位差的绝对值为? ?

$$\Delta x_1 = 6\lambda \quad \Delta x_2 = \frac{13}{4}\lambda$$



$$y_{1p} = A \cos[\omega(t - \frac{\Delta x_1}{u}) + \frac{\pi}{2}]$$

$$y_{2p} = A \cos[\omega(t - \frac{\Delta x_2}{u})]$$

$$\varphi_1 = \frac{2\pi}{T}(t - \frac{6\lambda}{u}) + \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{T}(t - \frac{13\lambda}{4u})$$

$$\begin{aligned} |\Delta\varphi| &= \left| \frac{2\pi}{T}(t - \frac{6\lambda}{u}) + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{T}(t - \frac{13\lambda}{4u}) \right| \\ &= \left| -12\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{13\pi}{2} \right| = 5\pi \end{aligned}$$

[例]一平面简谐波沿 Ox 轴的负向传播，波长为 λ ， P 处质点的振动规律如图。

求：1) P 处质点的振动方程。

2) 该波的波动方程。

3) 若图中 $d = \frac{\lambda}{2}$ ，求坐标原点 O 处质点的振动方程。

解：1) 设 P 点的振动方程为：

$$y_p = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

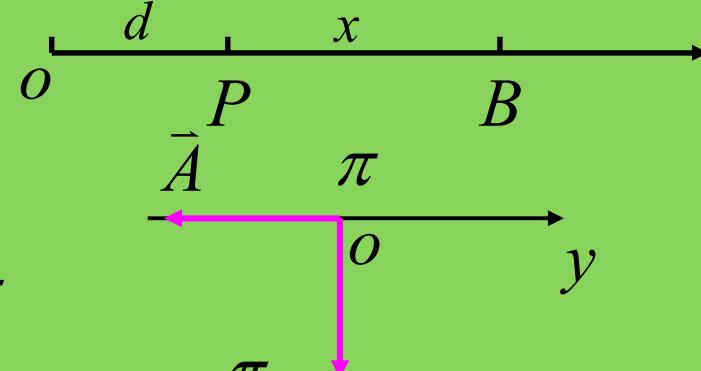
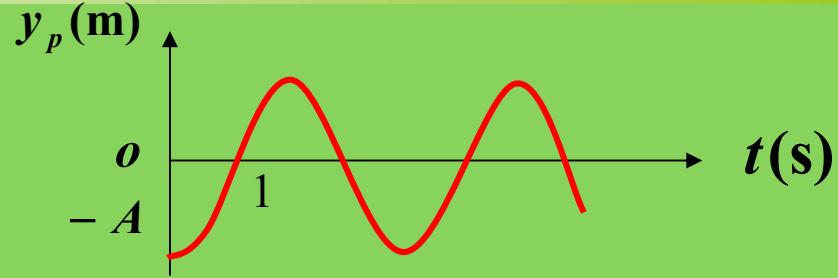
由旋转矢量法知： $\varphi_0 = \pi$

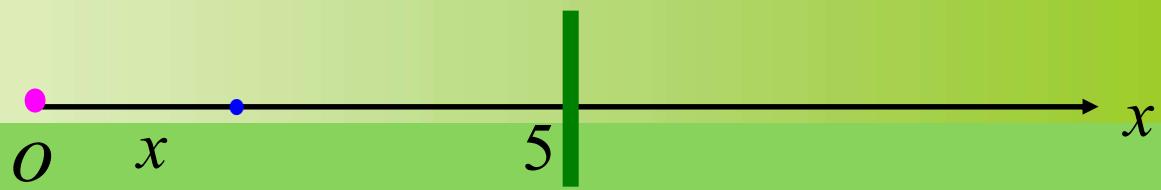
$$\because \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y_p = A \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \pi\right)$$

2) 设 B 点距 O 点为 x ，则波动方程为：

$$y = A \cos\left[\frac{\pi}{2}t + \frac{2\pi(x-d)}{\lambda} + \pi\right]$$

$$3) \because x = 0 \quad d = \frac{\lambda}{2} \quad y_o = A \cos\frac{\pi}{2}t$$





[法1] $\because y = 0.01 \cos(4t - \pi x - \frac{\pi}{3}) \therefore \omega = 4 \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{3} \quad u = \frac{4}{\pi}$

$x = 5\text{m}$ 处的振动方程为：

$$y = 0.01 \cos(4t - 5\pi - \frac{\pi}{3}) = 0.01 \cos(4t - \frac{16\pi}{3})$$

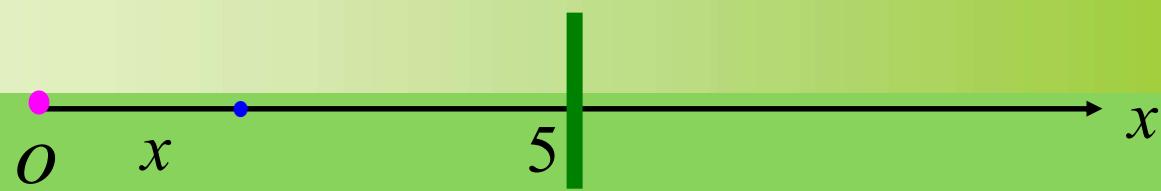
反射波在该点引起的振动方程为：

$$y = 0.01 \cos(4t - \frac{16\pi}{3} + \pi) = 0.01 \cos(4t - \frac{13\pi}{3})$$

反射波的波函数为：

$$\begin{aligned} y &= 0.01 \cos[4(t - \frac{\Delta x}{u}) - \frac{13\pi}{3}] \\ &= 0.01 \cos[4(t - \frac{5-x}{u}) - \frac{13\pi}{3}] \\ &= 0.01 \cos(4t + \pi x - \frac{4\pi}{3}) \end{aligned}$$





[法2]

$$\therefore y = 0.01 \cos(4t - \pi x - \frac{\pi}{3})$$

O点的振动方程为: $y = 0.01 \cos(4t - \frac{\pi}{3})$

反射波到达x 处引起的振动方程 即波函数为:

$$\begin{aligned}
 y &= 0.01 \cos[4(t - \frac{\Delta x}{u}) - \frac{\pi}{3} - \pi] \\
 &= 0.01 \cos[4(t - \frac{5 + 5 - x}{u}) - \frac{\pi}{3} - \pi] \\
 &= 0.01 \cos(4t + \pi x - 10\pi - \frac{4\pi}{3}) \\
 or : &= 0.01 \cos(4t + \pi x - \frac{4\pi}{3}) \\
 or : &= 0.01 \cos(4t + \pi x + \frac{2\pi}{3})
 \end{aligned}$$