

山东科技大学 2021—2022 学年第一学期
 《工程数学（线性代数）》考试试卷（B 卷）

适用班级 电气信息系 2020 级 姓名 _____ 学号 _____

题号	一	二	三	四	五	总得分	评卷人	审核人
得分								

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

- 设 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ z & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 10 & t \end{pmatrix}$, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 设 A 为 3 阶方阵, $|A| = \frac{1}{2}$, 则 $|(2A)^{-1} - 5A^*| = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 已知向量组 $a_1 = (1, 2, 3)^T$, $a_2 = (1, 2, 0)^T$, $a_3 = (t, 1, -2)^T$ 线性相关, 则实数 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 若 0 是矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$ 的特征值, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

- 设 $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \end{pmatrix}$, B , C 都是方阵, 且 BAC 有意义, 则 () .
 - (A) B , C 都是二阶方阵
 - (B) B , C 都是四阶方阵
 - (C) B , C 分别是二、四阶方阵
 - (D) B , C 分别是四、二阶方阵
- 下列命题正确的是 () .
 - (A) 对于任意的矩阵 A 和 B , 都有 $AB = BA$.
 - (B) 若矩阵 $AB = 0$, 则 $A = 0$ 或 $B = 0$.
 - (C) 设 A 是正交矩阵, 则 $|A| = 1$ 或 $|A| = -1$.
 - (D) 若矩阵 $AX = AY$, 且 $A \neq 0$, 则 $X = Y$.
- 设 3 元非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的系数矩阵的秩为 2, η_1 , η_2 , η_3 为它的三个解向量, 且 $\eta_1 + \eta_2 = (1, 2, 3)^T$, $\eta_1 + \eta_3 = (2, 3, 4)^T$, 则齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的通解为 (), 其中 k 为任意常数.
 - (A) $x = k(1, 2, 3)^T$
 - (B) $x = k(2, 3, 4)^T$
 - (C) $x = k(1, 2, 4)^T$
 - (D) $x = k(1, 1, 1)^T$
- 设 A 为 n 阶可逆矩阵, 下列结论错误的是 () .
 - (A) $|A| \neq 0$
 - (B) A 为奇异矩阵
 - (C) A 的 n 个列向量线性无关
 - (D) A 的特征值全不为零.

5. 以下向量组不是向量空间的是 () .

- (A) $S = \{x | Ax = b\}$ (B) $V = \{x = (0, x_2, \dots, x_n)^T | x_2, \dots, x_n \in R\}$
 (C) $S = \{x | Ax = 0\}$ (D) $V = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T | x_1, \dots, x_n \in R\}$

三、计算题 (每小题 8 分, 共 24 分)

1. 计算行列式 $D = \begin{vmatrix} a & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a \end{vmatrix}$

2. 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, 求矩阵 X , 使 $AX = B$.

3. 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_2x_3$, 判断二次型 f 的正定性.

四、解答题 (每题 12 分, 共 36 分)

1. 问 λ 取何值时, 非齐次线性方程组 $\begin{cases} (2 + \lambda)x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + (2 + \lambda)x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + (2 + \lambda)x_3 = \lambda + 2 \end{cases}$

- (1) 有唯一解; (2) 无解; (3) 有无穷多个解? 并求通解.

2. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$, 试求:

- (1) 矩阵 A 的秩;
 (2) 矩阵 A 的列向量组的一个最大无关组;
 (3) 用(2)中选定的最大无关组表示其余列向量.

3. 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2$,

- (1) 写出二次型 f 的矩阵 A , 并求矩阵 A 的特征值和特征向量;
 (2) 求一个正交变换 $x = Py$, 将二次型 f 化为标准形.

五、解答题 (10 分)

已知向量组 a_1, a_2, a_3 线性无关, $b_1 = a_1 - a_2$, $b_2 = 2a_2 + a_3$, $b_3 = a_1 + a_2 + 2a_3$, 试讨论向量组 b_1, b_2, b_3 线性相关性.