

齐鲁工业大学 2016 — 2017 学年度期末考试

《高等数学》试卷 B

一、填空题：（每小题 3 分，共 15 分）

1、设 $z = xe^{xy}$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{10mm}}$ 。

2、设 D 是由直线 $y = x, y = 2x, y = 1$ 所围成的区域，则二重积分 $\iint_D dxdy = \underline{\hspace{10mm}}$ 。

3、已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}$ 收敛，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n!} = \underline{\hspace{10mm}}$ 。

4、微分方程 $y'' - 4y' = 0$ 的通解是 $\underline{\hspace{10mm}}$ 。

5、设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 3，则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} n a_n x^n$ 的收敛半径 $R = \underline{\hspace{10mm}}$ 。

得分	
----	--

二、单选题：（每小题 3 分，共 15 分）

1、设 $z = e^x \sin y$ ，则 $dz = (\quad)$

更多考试真题

扫码关注 **【QLU 星球】**

回复：**真题** 获取



公众号 · QLU星球

A. $e^x(\sin y dx + \cos y dy)$

B. $e^x \cos y dx dy$

C. $e^x \sin y dx$

D. $e^x \cos y dy$

2、在下列级数中，条件收敛的级数是（ ）

A. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$

B. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2}$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$

3、下列各微分方程中为一阶线性的是（ ）

A. $xy' + y^2 = x$

B. $y' + xy = \sin x$

C. $yy' = x$

D. $y'^2 + xy = 0$

4、已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ 的收敛域是 $[-1, 1]$ ，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n}$ 的收敛域是（ ）

A. $[-1, 1)$

B. $[-1, 1]$

C. $(0, 2]$

D. $[0, 2)$

5、若已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛， s_n 是它的部分和，则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 的和是（ ）

- A. s_n B. u_n C. $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$

得分	
----	--

三、计算题：（每小题 5 分，共 20 分）

1、设 $z = e^{x-2y}$, 而 $x = \sin t$, $y = t^3$, 求 $\frac{dz}{dt}$ 。

2、求 $z = x^4 + y^4 + 4(y - x) + 1$ 的极值。

3、求微分方程 $(e^{x+y} - e^x)dx + (e^{x+y} + e^y)dy = 0$ 的通解

4、级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{3^{n-1}}$ 是否收敛？如果收敛，是绝对收敛还是条件收敛？

得分	
----	--

四、（每小题 6 分，共 24 分）

1、求幂级数 $\frac{x}{1 \times 3} + \frac{x^2}{2 \times 3^2} + \frac{x^3}{3 \times 3^3} + \cdots + \frac{x^n}{n \times 3^n} + \cdots$ 的收敛域。

2、计算曲线积分 $\oint_L (2x - y + 4)dx + (5y + 3x - 6)dy$, 其中 L 为三顶点分别为 $(0, 0)$ 、 $(3, 0)$ 和 $(3, 2)$ 的三角形正向边界。

3、计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} x^3 dy dz + y^3 dz dx + z^3 dx dy$, 其中 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 的外侧。

4、将 $f(x) = x \ln(a+x)$ ($a > 0$) 展开成 x 的幂级数，并求展开式成立的区间。

得分

五、(6分) 设 $y = xe^{-\sin x}$ 是方程 $y' + y \cos x = Q(x)$ 的一个解, 求此微分方程的通解。

得分

六、(6分) 设函数 $y = y(x)$ 满足微分方程 $y'' - 3y' + 2y = 2e^x$, 其图形在点 $(0, 1)$ 处的切线与曲线 $y = e^{-x}$ 在该点处的切线重合, 求函数 y 的解析表达式。

得分

七、(6分) 设连接两点 $A(0,1), B(1,0)$ 的一条凸弧, $P(x,y)$ 为凸弧 AB 上的任意一点, 已知凸弧与弦 AP 之间

的面积为 x^3 。求此凸弧的方程。

得分

八、(4分) 计算 $I = \int_L \frac{x-y}{x^2+y^2} dx + \frac{x+y}{x^2+y^2} dy$, 其中 L 是从点 $A(-a,0)$ 经上半椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($y \geq 0$) 到点

$B(a,0)$ 的弧段。

得分

九、(4分) 设 $a_n > 0$ ($n = 1, 2, \dots$), 且 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛, 常数 $\lambda \in (0, \frac{\pi}{2})$ 。则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (n \tan \frac{\lambda}{n}) a_{2n}$ 是否收敛,

若收敛, 是绝对收敛还是条件收敛?