

Nama :

No. :

Kelas :

LEMBAR KERJA PESERTA DIDIK

Fungsi Logaritma

Setelah kalian selesai mempelajari eksponensial mari kita kembangkan pembahasan kita pada materi logaritma. Untuk memahami pengertian logaritma dan sifatnya, coba kalian perhatikan pernyataan $p \times q = r$. Bagaimanakah menyatakan p dalam q dan r ? Jawabnya adalah $p = \frac{r}{q}$, dengan $q \neq 0$. Kemudian kita perhatikan pernyataan $3^2 = 9$. Bagaimanakah menyatakan 3 dalam 2 dan 9? Jawabnya $3 = \sqrt[2]{9}$. Bagaimanakah cara menyatakan 2 dalam 3 dan 9? Jawabnya 2 adalah pangkat dari 3 sehingga $3^2 = 9$. Jika kita ambil secara umum $a^y = x$, maka y adalah eksponen dari a sehingga $a^y = x$, dan pernyataan untuk y ini bisa ditulis dalam bentuk $y = {}^a\log x$ atau $y = \log_a x$ dengan a adalah bilangan dasar atau basis dan y adalah eksponennya. Untuk lebih jelas, coba perhatikan tabel berikut:

$f: x \rightarrow y = 2^x$		$f^{-1}: y \rightarrow x = {}^2\log y$	
Permasalahan	Jawab	Permasalahan	Jawab
$x = 3 \quad 2^3 = ?$	8	$2^x = 8 \quad x = ? \Leftrightarrow {}^2\log 8 = ?$	3
$x = 2 \quad 2^2 = ?$	4	$2^x = 4 \quad x = ? \Leftrightarrow {}^2\log 4 = ?$	2
$x = 1 \quad 2^1 = ?$	2	$2^x = 2 \quad x = ? \Leftrightarrow {}^2\log 2 = ?$	1
$x = 0 \quad 2^0 = ?$	1	$2^x = 1 \quad x = ? \Leftrightarrow {}^2\log 1 = ?$	0
$x = -1 \quad 2^{-1} = ?$	$\frac{1}{2}$	$2^x = \frac{1}{2} \quad x = ? \Leftrightarrow {}^2\log \frac{1}{2} = ?$	-1
$x = -2 \quad 2^{-2} = ?$	$\frac{1}{4}$	$2^x = \frac{1}{4} \quad x = ? \Leftrightarrow {}^2\log \frac{1}{4} = ?$	-2
$x = -3 \quad 2^{-3} = ?$	$\frac{1}{8}$	$2^x = \frac{1}{8} \quad x = ? \Leftrightarrow {}^2\log \frac{1}{8} = ?$	-3
...

Berdasarkan tabel diatas, kita dapat memperoleh:

$$2^x = y \Leftrightarrow {}^2\log y = x$$

Apabila bilangan pokoknya kita ganti dengan a , dari ${}^a\log y = x$ maka diperoleh:

$$f^{-1}(y) = {}^a\log y \text{ sehingga } f^{-1}(x) = {}^a\log x$$

Jika f^{-1} dinamakan $g(x)$, maka $g(x) = {}^a\log x$. Fungsi $g: x \rightarrow {}^a\log x$ dinamakan fungsi logaritma. Jelaslah bahwa logaritma merupakan kebalikan dari eksponensial.

Logaritma adalah invers dari eksponen, $y = a^x$ ekuivalen ${}^a\log y = x$.

Misalkan $a, b, c \in \mathbb{R}, a > 0, a \neq 1$, dan $b > 0$, maka ${}^a\log b = c \Leftrightarrow a^c = b$.

Dengan: a disebut basis ($0 < a < 1$ atau $a > 1$)

b disebut numerus ($b > 0$)

c disebut hasil logaritma

Berdasarkan definisi tersebut, kita dapat menurunkan sifat-sifat logaritma dari sifat-sifat eksponensial.

Lengkapilah sifat-sifat logaritma dibawah ini.

${}^2\log 2 =$	${}^3\log 3 =$	${}^5\log 5 =$	${}^a\log a =$
${}^2\log 1 =$	${}^3\log 1 =$	${}^5\log 1 =$	${}^a\log 1 =$
${}^2\log 2^3$	${}^3\log 3^5 =$	${}^5\log 5^7 =$	${}^a\log a^n =$

Kesimpulan apa yang kalian peroleh?

Sesuai dengan sifat-sifat dasar yang telah kalian temukan, lengkapilah sifat-sifat operasi dibawah ini.

1. Sifat penjumlahan logaritma

Misalkan $a^m = b$, maka $m =$

$a^n = c$, maka $n =$

$bc =$

${}^a\log bc =$

Dengan demikian,

${}^a\log b + {}^a\log c =$

2. Sifat pengurangan logaritma

Misalkan $a^m = b$, maka $m =$

$a^n = c$, maka $n =$

$\frac{b}{c} =$

Dengan demikian,

${}^a\log b - {}^a\log c =$

3. Sifat pangkat numerus

${}^a\log b^3 = {}^a\log \quad \times \quad \times$

$= \quad + \quad + \quad$ (sesuai aturan jumlah logaritma)

$= \quad \times {}^a\log b$

Dengan demikian, langkah yang sama untuk pangkat n menjadi:

${}^a\log b^n =$

4. Sifat pembagian logaritma dengan basis yang sama

${}^a\log b = m$, maka $a^m = b$

${}^c\log a^m = {}^c\log b$

$\times {}^c\log a = {}^c\log b$

$m =$

${}^a\log b =$

5. Perkalian logaritma

Menggunakan aturan point 4, lengkapilah langkah berikut.

$${}^a\log b \cdot {}^b\log c = \quad \times \quad =$$

6. Sifat pangkat basis dan numerus logaritma

$${}^a\log b^n =$$

$$= \frac{\quad \times \quad}{\quad \times \quad}$$

$$= \text{---} \times \text{---}$$

$$= \text{---} \times$$

7. Sifat bilangan berpangkat bentuk logaritma

Misalkan ${}^a\log b = c$ maka $b =$

$$a^c =$$

$$a^{{}^a\log b} =$$

Kesimpulan

Dari kegiatan diatas, tuliskan semua rumus sifat-sifat dasar dan sifat operasi logaritma.

Latihan Soal

Selesaikan soal latihan berikut ini.

1. Tentukan nilai dari logaritma berikut.

a. ${}^8\log 32 =$

b. $\frac{1}{{}^3\log 6} + \frac{1}{{}^{12}\log 6} =$

c. ${}^3\log 18 - {}^3\log 2 =$

2. Diketahui ${}^3\log 4 = m$ dan ${}^3\log 5 = n$, nyatakan ${}^8\log 20$ dalam m dan n .

3. Tentukan nilai

$$\frac{({}^5\log 10)^2 - ({}^5\log 2)^2}{{}^5\log \sqrt{20}}$$

4. Berapakah nilai dari ${}^6\log 14$ apabila diketahui ${}^7\log 2 = a$ dan ${}^2\log 3 = b$?