4.1

$$2^3 = 8$$

Faktorisert — IKKE faktorisert

8 faktorisert $= \underline{2^3} = 2^{3\cdot 1} = 8$

64 faktorisert $= \underline{(2^3)^2} = 2^{3\cdot 2} = 8^2 = 64$

4096 faktorisert $= \underline{((2^3)^2)^3} = 2^{3\cdot 2\cdot 3} = (8^2)^3 = 64^3 = 4096$

a) $7^8 7^{-6} = 7^{8-6} = \underline{\underline{7^2}}$

b) $(2^{-2})^3 = (0{,}25)^3 = 0{,}25^3 = \cancel{0{,}015625}$ ✗ ... ikke potens/faktorisert

$= 2^{-2\cdot 3} = \underline{\underline{2^{-6}}}$ ✓

c) $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \underline{\underline{\frac{5^2}{7^2}}}$

$2^3 = 8$, $8^2 = 64$

$\boxed{64 = (2^3)^2 = 2^{3\cdot 2} = 2^6}$

d) $\dfrac{\left(\frac{1}{8}\right)^2}{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \dfrac{\frac{1^2}{8^2}}{\frac{2^3}{3^3}} = \dfrac{\frac{1}{64}}{\frac{2^3}{3^3}} = \dfrac{\frac{1}{(2^3)^2}}{\frac{2^3}{3^3}} = \frac{1}{(2^3)^2} \Big/ \frac{2^3}{3^3} = \frac{1\cdot 3^3}{(2^3)^2\cdot 2^3} = \frac{3^3}{2^6\cdot 2^3} = \frac{3^3}{2^{6+3}} = \underline{\underline{\frac{3^3}{2^9}}}$

e) $(a^2 - b^3)(a^2 + b^3) =$

Her støter vi på konjugatsetningen som gir oss den svaret skrevet som potens m.a.o. på faktorisert måte

$(a^2 + b^3)(a^2 - b^3) = (a^2)^2 - (b^3)^2$

men vi kan også regne oss frem

$= a^2 \cdot a^2 - b^3 \cdot b^3 = a^{2+2} - b^{3+3} = a^4 - b^6 = \underline{\underline{(a^2)^2 - (b^3)^2}}$

4.2

Slå sammen potenser og regn ut (uten kalkulator)

a)
$$\frac{(4\cdot 10^5)\cdot(3\cdot 10^{-3})}{(6\cdot 10^{-6})} = \frac{4\cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{6\cdot 10^{-6}}$$

$$= \frac{4\cdot 3\cdot 10^5\cdot 10^{-3}}{6\cdot 10^{-6}}$$

$$= \frac{4\cdot 3\cdot 10^{5-3}}{6\cdot 10^{-6}}$$

$$= \frac{4\cdot 3\cdot 10^{2}}{6\cdot 10^{-6}}$$

$$= \frac{4\cdot 3\cdot 10^{2+6}}{6\cdot 10^{0}}$$

vi kan trekke potens mellom teller og nevner
HVIS potensen tilhører samme verdi
Potensen skifter fortegn $+ \rightleftarrows -$

$$= \frac{4\cdot 3\cdot 10^{8}}{6\cdot 1}$$

$$= \frac{12\cdot 10^{8}}{6}$$

hvis kun multiplisering i teller så kan vi ta ut et hvilket som helst fall og sette foran eller bak

$$= 10^8\cdot\frac{12}{6}$$

$$= \underline{\underline{10^8\cdot 2}}$$

4.2

b) $\frac{(8\cdot10^{3})(5\cdot10^{-3})}{4\cdot10^{6}} = \frac{8\cdot5\cdot10^{3-3}}{4\cdot10^{6}}$

$$\left.\begin{aligned}&= \frac{8\cdot5\cdot10^{0}}{4\cdot10^{6}}\\ &= \frac{8\cdot5\cdot10^{-6}}{4\cdot10^{0}}\\ &= \frac{8\cdot5\cdot10^{-6}}{4}\end{aligned}\right\}\text{ flytter potens}$$

$= 10^{-6}\cdot\frac{40}{4}$ } flytter verdi ut av teller $\frac{ab}{c} = a\frac{b}{c}$

$= 10^{-6}\cdot10$

$$\left.\begin{aligned}&= 10^{-6}\cdot10^{1}\\ &= 10^{-6+1}\\ &= \underline{\underline{10^{-5}}}\end{aligned}\right\}\text{ potensregel } a^{m}\cdot a^{n} = a^{m+n}$$

4.2

c) $\dfrac{(16\cdot10^{-3})(5\cdot10^{4})}{8\cdot10^{-6}} = \dfrac{16\cdot5\cdot10^{-3+4}}{8\cdot10^{-6}}$

$= \dfrac{80\cdot10^{1}}{8\cdot10^{-6}}$

$= \dfrac{80\cdot10^{1+6}}{8\cdot10^{-6-6}}$

$= \dfrac{80\cdot10^{7}}{8}$

$= \dfrac{80\cdot10^{7}\cdot10}{8\cdot10}$

$= \dfrac{\cancel{80}\cdot10^{8}}{\cancel{80}}$

$= \underline{\underline{10^{8}}}$

4.3 Skriv tall på standardform

a) $570\,000\,000\,000 = \underline{\underline{5{,}7 \cdot 10^{11}}}$

b) $0{,}000\,000\,093 = \underline{\underline{9{,}3 \cdot 10^{-8}}}$

4.4

a/ Vis ved å bruke pilmetoden at $(a+b)^n$ for n = 3 er gitt ved :

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Her må vi referere til kvadratsetningene for å kunne vise at uttrykkene er like

1. Først så løser vi opp $(a+b)^3$ på denne måten og får $(a+b)^2(a+b)$ slik at vi ka fokusere på første faktor $(a+b)^2$.

2. Vi ser at første faktor kan benytte 1. kvadratsetning $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ og vi får dermed $(a^2+2\cdot a\cdot b+b^2)(a+b)$ som gir $(a+b)(a^2+2\cdot a\cdot b+b^2)$

3. Med samme regel igjen 1. kvadratsetning så kan vi gjøre samme utregning. Dermed er potensen løst opp.

$$(a+b)^3 = (a^2+2ab+b^2)(a+b)$$

$$= (a+b)(a^2+2ab+b^2)$$

uten potens $= (a+b)(aa+2ab+bb)$

$$= (a+b)(a^2+2ab+b^2)$$

$$= aa^2 + a2ab + ab^2 + ba^2 + b2ab + bb^2$$

uten potens $= aaa + a2ab + abb + baa + b2ab + bbb$

$$= aa^2 + a2ab + ab^2 + ba^2 + b2ab + bb^2$$

$$= a^3 + \underbrace{2a^2b + ba^2} + 2b^2a + ab^2 + b^3$$

$$= \underline{\underline{a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3}}$$

forklaring

hvorfor er $\underline{2a^2b + ba^2 = 3a^2b}$?

$\underline{2a^2b + ba^2} = 2\cdot a^2 + 2\cdot b + 1\cdot b + 1\cdot a^2$

$= 2\cdot a^2 + 1\cdot a^2 + 2\cdot b + 1\cdot b$

$= 3a^2 + 2\cdot b + 1\cdot b$

$= 3a^2 + 3b$

$= 3(a^2 + b)$

$= \underline{3a^2b}$

kort versjon :

$2a^2b + ba^2 = 2(a^2b) + (ba^2)$

$= 2(a^2b) + (a^2b)$

$= 3(a^2b)$

$= \underline{3a^2b}$

4.4

b/ Vis ved å bruke pilmetoden at $(a+b)^n$ for n = 4 er gitt ved:

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$= (a+b)^2(a+b)^2$$

$$= (a^2 + 2ab + b^2)(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$= a^2a^2 + a^2 2ab + a^2b^2 + 2ab \cdot a^2 + 2ab \cdot 2ab + 2ab \cdot b^2 + b^2a^2 + b^2 2ab + b^2b^2$$

$$= a^4 + 2a^3b + a^2b^2 + 2a^3b + 4a^2b^2 + 2ab^3 + b^2a^2 + 2b^3a + b^4$$

$$= \underline{\underline{a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4}}$$

4.4 c, d, e

Dersom vi skal regne ut uttrykket
$(a+b)^5$
hvilke type ledd har vi?

Finn deretter koeffisientene foran leddene.

$$(a+b)^5 = (a+b)^2(a+b)^3$$

$$= (a^2+2ab+b^2)(a+b)^3$$

$$= (a^2+2ab+b^2)(a+b)^2(a+b)$$

$$= (a^2+2ab+b^2)(a^2+2ab+b^2)(a+b)$$

$$= (a^2a^2 + a^2 2ab + a^2b^2 + 2aba^2 + 2ab2ab + 2abb^2 + b^2a^2 + b^2 2ab + b^2b^2)(a+b)$$

$$= (a^4 + \underline{2a^3b} + \underline{a^2b^2} + \underline{2a^3b} + \underline{4a^2b^2} + \underline{2ab^3} + \underline{b^2a^2} + \underline{2b^3a} + b^4)(a+b)$$

$$= (a^4 + \underline{4a^3b} + \underline{6a^2b^2} + \underline{4ab^3} + b^4)(a+b)$$

$$= a^4a + a^4b + 4a^3ba + 4a^3bb + 6a^2b^2a + 6a^2b^2b + 4ab^3a + 4ab^3b + b^4a + b^4b$$

$$= a^5 + \underline{a^4b} + \underline{4a^4b} + \underline{4a^3b^2} + \underline{6a^3b^2} + \underline{6a^2b^3} + \underline{4a^2b^3} + \underline{4ab^4} + \underline{b^4a} + b^5$$

$$= \underline{a^5 + \underline{5a^4b} + \underline{10a^3b^2} + \underline{10a^2b^3} + \underline{5ab^4} + b^5}$$

Vi har disse leddene: a^5, a^4b, a^3b^2, a^2b^3, ab^4, b^5

med disse koeffisientene: 1, 5, 10, 10, 5, 1

$$\boxed{(a+b)^n = ?}$$

$\boxed{\text{sum } p = n}$ = summen av potens for a og b i hvert ledd skal være = n for $(a+b)^n$

K_0, K_1, K_2 = summerer begge koeffisientene over $K_0 + K_1$ for å få koeffisient under $= K_2$

$n = 0$ $\quad (a+b)^0 = 1$ $\boxed{\text{sum } p=0}$

$n = 1$ $\quad (a+b)^1 = 1a + 1b$ $\boxed{\text{sum } p=1}$

1+1=2

$n = 2$ $\quad (a+b)^2 = 1a^2b^0 + 2a^1b^1 + b^2a^0$ $\boxed{\text{sum } p=2}$

1+2=3, 2+1=3, 0+1=1

$n = 3$ $\quad (a+b)^3 = a^3b^0 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + b^3a^0$ $\boxed{\text{sum } p=3}$

1+3=4, 3+3=6, 3+1=4, 1+0=1

$n = 4$ $\quad (a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ $\boxed{\text{sum } p=4}$

1+4=5, 4+6=10, 6+4=10, 4+1=5, 1+0=1

$n = 5$ $\quad (a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$ $\boxed{\text{sum } p=5}$

1+5=6, 5+10=15, 10+10=20, 10+5=15, 5+1=6, 1+0=1

$n = 6$ $\quad (a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$ $\boxed{\text{sum } p=6}$

1+6=7, 6+15=21, 15+20=35, 20+15=35, 15+6=21, 6+1=7, 1+0=1

$n = 7$ $\quad (a+b)^7 = a^7 + 7a^6b + 21a^5b^2 + 35a^4b^3 + 35a^3b^4 + 21a^2b^5 + 7ab^6 + b^7$ $\boxed{\text{sum } p=7}$