

时间序列分析 (2) ARIMA 模型



随风

大数据、人工智能

736 人赞同了该文章

1前言

从本章开始,将逐一对时间序列相关算法进行讨论。关于时间序列的基础知识,可以参见第一篇文章 时间序列分析(1)基本概念与实战:

随风:时间序列分析 (1) 基本概念与实战 318 赞同·20 评论 文章



语言: python3

数据集: 余额宝在2014-04-01~2014-08-10期间每日申购的总金额(数据来自天池大赛)

数据下载地址: tianchi.aliyun.com/comp...

2 AR (Auto Regression) 模型

自回归模型描述当前值与历史值之间的关系,用变量自身的历史时间数据对自身进行预测。

一般的P阶自回归模型 AR:

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \ldots + \alpha_p X_{t-p} + u_t$$

如果随机扰动项是一个白噪声($u_t=arepsilon_t$),则称为一个纯AR(p)过程,记为:

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \ldots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

自回归模型首先需要确定一个阶数p,表示用几期的历史值来预测当前值。

自回归模型有很多的限制:

- (1) 自回归模型是用自身的数据进行预测
- (2) 时间序列数据必须具有平稳性
- (3) 自回归只适用于预测与自身前期相关的现象 (时间序列的自相关性)

3 MA (Moving Average) 模型

▲ 赞同 736 ▼ ● 48 条评论 4 分享 ● 喜欢 ★ 收藏 🖹 申请转载

 $u_t = arepsilon_t + eta_1 arepsilon_{t-1} + \ldots + eta_q arepsilon_{t-q}$,其中 $arepsilon_t$ 表示白噪声序列。

特别的,当 $X_t=u_t$,即时间序列当前值与历史值没有关系,而只依赖于历史白噪声的线性组合,就得到MA模型:

$$X_t = \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \ldots + \beta_q \varepsilon_{t-q}$$

需要指出一点,AR模型中历史白噪声的影响是间接影响当前预测值的(通过影响历史时序值)。

4 ARMA 模型

将AR (p) 与MA (q) 结合,得到一个一般的自回归移动平均模型ARMA (p, q):

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \ldots + \alpha_p X_{t-p} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \ldots + \beta_q \varepsilon_{t-q}$$

该式表明:

- (1) 一个随机时间序列可以通过一个自回归移动平均模型来表示,即该序列可以由其自身的过去 或滞后值以及随机扰动项来解释。
- (2) 如果该序列是平稳的,即它的行为并不会随着时间的推移而变化,那么我们就可以通过该序 列过去的行为来预测未来。

5 ARIMA 模型

将自回归模型(AR)、移动平均模型(MA)和差分法结合,我们就得到了差分自回归移动平均模型 ARIMA(p、d、q),其中 d 是需要对数据进行差分的阶数。

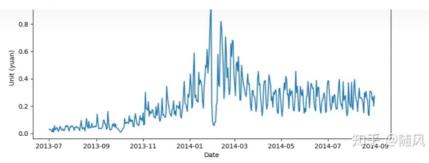
6 ARIMA 实战

生成 ARIMA 模型的基本步骤:

- 1. 对序列绘图,进行 ADF 检验,观察序列是否平稳;对于非平稳时间序列要先进行 d 阶差分,转 化为平稳时间序列;
- 2. 经过第一步处理,已经得到平稳时间序列。要对平稳时间序列分别求得其自相关系数 (ACF) 和 偏自相关系数 (PACF),通过对自相关图和偏自相关图的分析,得到最佳的阶数p、q;
- 3. 由以上得到的d、q、p ,得到 ARIMA 模型。然后开始对得到的模型进行模型检验。

首先我们查看 user_balance_table.csv 文件,显示从2013-07-01到2014-08-31每日申购的总金额。





从上图中可以看出,从2013-07~2014-04,余额宝每日的申购金额经历了一个较大的波动过程,从2014-04开始,趋向于稳定的震荡(均值近似为常数)。ARIMA模型是通过寻找历史数据之间的自相关性,来预测未来(假设未来将重复历史的走势),要求序列必须是平稳的。因此我们取2014-04-01~2014-07-31的数据作为训练集,将2014-08-01~2014-08-10的数据作为测试集。

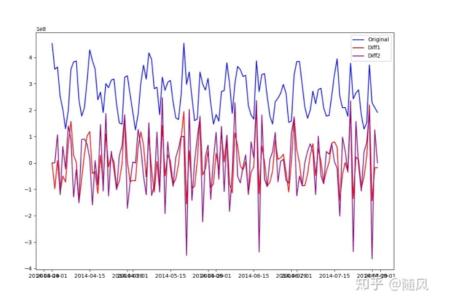
查看一下训练集 purchase_seq_train.csv 的差分效果,并对每一次差分结果做 ADF 检验:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import statsmodels.api as sm
from statsmodels.tsa.arima_model import ARIMA
from statsmodels.tsa.seasonal import seasonal_decompose
from statsmodels.tsa.stattools import adfuller as ADF
def diff(timeseries):
    timeseries_diff1 = timeseries.diff(1)
    timeseries_diff2 = timeseries_diff1.diff(1)
    timeseries_diff1 = timeseries_diff1.fillna(0)
    timeseries_diff2 = timeseries_diff2.fillna(0)
    timeseries_adf = ADF(timeseries['value'].tolist())
    timeseries_diff1_adf = ADF(timeseries_diff1['value'].tolist())
    timeseries_diff2_adf = ADF(timeseries_diff2['value'].tolist())
    print('timeseries_adf : ', timeseries_adf)
    print('timeseries_diff1_adf : ', timeseries_diff1_adf)
    print('timeseries_diff2_adf : ', timeseries_diff2_adf)
```

```
知乎
```

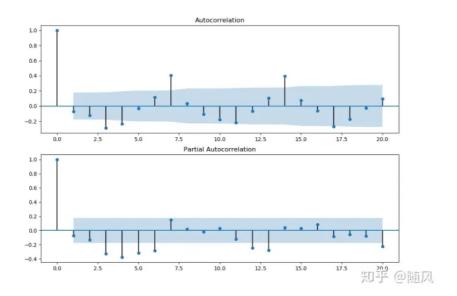
plt.show()

plt.legend(loc='best')



从结果来看,要想使得序列变得平稳,需要进行一阶差分。我们对序列进行一阶差分,并查看差分后序列的 ACF、PACF:

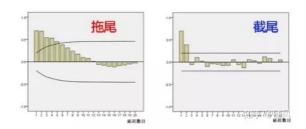
```
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import statsmodels.api as sm
from statsmodels.tsa.arima_model import ARIMA
from statsmodels.tsa.seasonal import seasonal_decompose
from statsmodels.tsa.stattools import adfuller as ADF
def autocorrelation(timeseries, lags):
   fig = plt.figure(figsize=(12, 8))
    ax1 = fig.add_subplot(211)
    sm.graphics.tsa.plot_acf(timeseries, lags=lags, ax=ax1)
    ax2 = fig.add_subplot(212)
    sm.graphics.tsa.plot_pacf(timeseries, lags=lags, ax=ax2)
    plt.show()
dateparse = lambda dates: pd.datetime.strptime(dates, '%Y-%m-%d')
purchase_seq_train = pd.read_csv('./purchase_seq_train.csv', parse_dates=['report_dat
                                 index_col='report_date', date_parser=dateparse)
purchase_seq_train_diff = purchase_seq_train.diff(1)
```



如何确定 AR (p) 的 p 值, MA (q) 的 q 值?

拖尾和截尾

拖尾指序列以指数率单调递减或震荡衰减,而截尾指序列从某个时点变得非常小:



p, q阶数的确定



从序列 ACF、PACF 的图中没有发现明显的拖尾或截尾,说明对于这样的序列,并不适合用 ARIMA 模型来拟合。如何用 ARIMA 模型来拟合这样的曲线呢?这里我们将先通过对时间序列分解 (STL),再采用 ARIMA 模型来拟合趋势序列与残差序列。

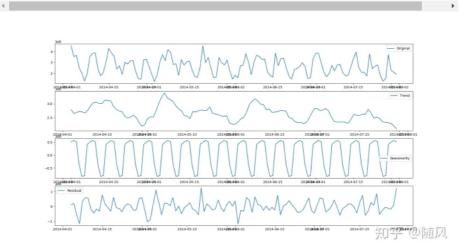
对原序列分解:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
import statsmodels.api as sm
from statsmodels.tsa.arima_model import ARIMA
from statsmodels.tsa.seasonal import seasonal_decompose
from statsmodels.tsa.stattools import adfuller as ADF

def decomposing(timeseries):
    decomposition = seasonal_decompose(timeseries)
```

trend = decomposition.trend

```
plt.subplot(411)
    plt.plot(timeseries, label='Original')
   plt.legend(loc='best')
   plt.subplot(412)
   plt.plot(trend, label='Trend')
   plt.legend(loc='best')
   plt.subplot(413)
   plt.plot(seasonal, label='Seasonarity')
   plt.legend(loc='best')
   plt.subplot(414)
   plt.plot(residual, label='Residual')
   plt.legend(loc='best')
   plt.show()
dateparse = lambda dates: pd.datetime.strptime(dates, '%Y-%m-%d')
purchase_seq_train = pd.read_csv('./purchase_seq_train.csv', parse_dates=['report_dat
                                 index_col='report_date', date_parser=dateparse)
decomposing(purchase_seq_train)
```



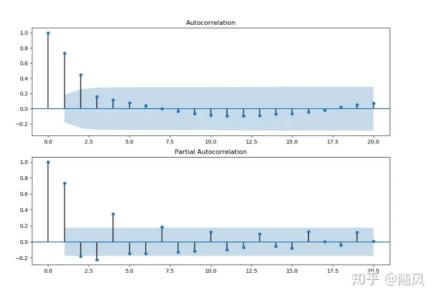
从上图中可以看到,原序列有明显的周期性,而且是以七天为一个周期(可以将具体的数值打印出来)。因此我们只对趋势序列和残差序列去拟合,同时认为这样的周期性会延伸至2014-08-01~2014-08-10的测试集上。下面将介绍对趋势序列、残差序列的拟合过程。

先观察趋势序列、残差序列的差分效果,并对每一次差分结果做 ADF 检验,函数代码请参考前面的内容:

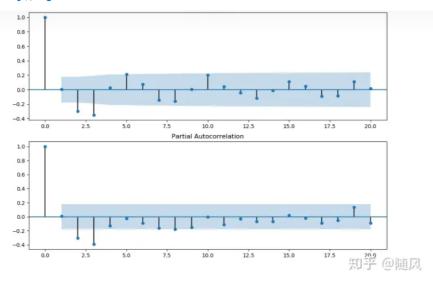
知平

```
timeseries_diff2_adf : (-6.6447268786449385, 5.3007963991287325e-09, 13, 108, {'10%'
```

从 ADF 的检验结果来看,趋势序列和残差序列都已经比较平稳了,因此不需要进行差分。再看一下 ACF、PACF :



趋势序列 ACF、PACF



残差序列 ACF、PACF

从上图可以看到:

- (1) 趋势序列 ACF 有 3 阶截尾, PACF 有 2 阶拖尾。因此可以选 p=2, q=3。
- (2) 残差序列 ACF 有 4 阶拖尾, PACF 有 4 阶截尾。因此可以选 p=4, q=4。

通过拖尾和截尾对模型定阶,具有很强的主观性。回顾一下我们对于模型参数估计得方法,是通过 对损失和正则项的加权评估。我们在参数选择的时候,需要平衡预测误差与模型复杂度。我们可以 根据信息准则函数法,来确定模型的阶数。这里介绍 AIC、BIC准则。

AIC 准则全称是最小化信息量准则 (Akaike Information Criterion):

AIC = -2ln(L) + 2K,其中 L 表示模型的极大似然函数, K 表示模型参数个数。

AIC 准则存在一定的不足。当样本容量很大时,在 AIC 准则中拟合误差提供的信息就要受到样本容量的放大,而参数个数的惩罚因子却和样本容量没关系(一直是2),因此当样本容量很大时,使用 AIC 准则的模型不收敛于真实模型,它通常比真实模型所含的未知参数个数要多。BIC (Bayesian InformationCriterion) 贝叶斯信息准则弥补了 AIC 的不足:

BIC = -2ln(L) + Kln(n), 其中 n 表示样本容量。

显然,这两个评价指标越小越好。我们通过网格搜索,确定 AIC、BIC 最优的模型(p、q)。

```
import statsmodels.api as sm

dateparse = lambda dates: pd.datetime.strptime(dates, '%Y-%m-%d')
purchase_seq_train = pd.read_csv('./purchase_seq_train.csv', parse_dates=['report_dat index_col='report_date', date_parser=dateparse)

decomposition = seasonal_decompose(purchase_seq_train)
trend = decomposition.trend
seasonal = decomposition.seasonal
residual = decomposition.resid

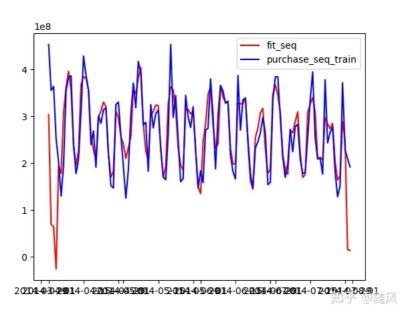
trend = trend.fillna(0)
seasonal = seasonal.fillna(0)
residual = residual.fillna(0)
trend_evaluate = sm.tsa.arma_order_select_ic(trend, ic=['aic', 'bic'], trend='nc', ma
```

max ma=4)

```
max ma=4)
 print('residual AIC', residual_evaluate.aic_min_order)
 print('residual BIC', residual_evaluate.bic_min_order)
 trend AIC (1, 0)
 trend BIC (1, 0)
 residual AIC (2, 1)
 residual BIC (2, 1)
从评价准则的结果看(这里采用 AIC 结果):
(1) 对趋势序列, p = 1, q = 0
 (2) 对残差序列, p = 2, q = 1
下面我们将分别训练趋势序列和残差序列的 ARIMA 模型,并结合原序列的周期,拟合训练集数
据,并预测测试集数据。
对于训练集,拟合序列 = 周期序列 + 趋势序列 (ARIMA拟合) + 残差序列 (ARIMA拟合)
对于测试集, 预测序列 = 周期序列 + 趋势序列 (ARIMA预测) + 残差序列 (ARIMA预测)
 import matplotlib.pyplot as plt
 import pandas as pd
 import statsmodels.api as sm
 from statsmodels.tsa.arima_model import ARIMA
 from statsmodels.tsa.seasonal import seasonal_decompose
 from statsmodels.tsa.stattools import adfuller as ADF
 def ARIMA_Model(timeseries, order):
    model = ARIMA(timeseries, order=order)
    return model.fit(disp=∅)
 dateparse = lambda dates: pd.datetime.strptime(dates, '%Y-%m-%d')
 purchase_seq_train = pd.read_csv('./purchase_seq_train.csv', parse_dates=['report_dat
                                index_col='report_date', date_parser=dateparse)
 purchase_seq_test = pd.read_csv('./purchase_seq_test.csv', parse_dates=['report_date'
                               index col='report date', date parser=dateparse)
 decomposition = seasonal_decompose(purchase_seq_train)
 trend = decomposition.trend
 seasonal = decomposition.seasonal
 residual = decomposition.resid
 trend = trend.fillna(0)
 seasonal = seasonal.fillna(∅)
 residual = residual.fillna(0)
 # 趋势序列模型训练
 trend_model = ARIMA_Model(trend, (1, 0, 0))
 trend_fit_seq = trend_model.fittedvalues
 trend_predict_seq = trend_model.predict(start='2014-08-01', end='2014-08-10', dynamic
 # 残差序列模型训练
 residual model = ARIMA Model(residual, (2, 0, 1))
 residual_fit_seq = residual_model.fittedvalues
                       ossidual madal madist/stamt='2014 00 01', end='2014-08-10', d
```

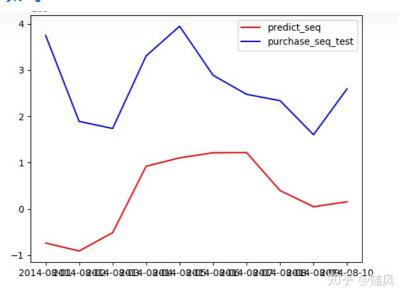
知平

```
fit_seq = fit_seq.add(trend_fit_seq, fill_value=0)
fit_seq = fit_seq.add(residual_fit_seq, fill_value=0)
plt.plot(fit_seq, color='red', label='fit_seq')
plt.plot(purchase_seq_train, color='blue', label='purchase_seq_train')
plt.legend(loc='best')
plt.show()
# 预测测试集
# 这里测试数据的周期性是根据seasonaL对象打印的结果,看到里面的数据每7天一个周期,2014-08-01~20
seasonal_predict_seq = seasonal['2014-04-04':'2014-04-13']
predict_dates = pd.Series(
    ['2014-08-01', '2014-08-02', '2014-08-03', '2014-08-04', '2014-08-05', '2014-08-0
     '2014-08-09', '2014-08-10']).apply(lambda dates: pd.datetime.strptime(dates, '%Y
seasonal_predict_seq.index = predict_dates
predict_seq = pd.Series(seasonal_predict_seq['value'], index=seasonal_predict_seq.ind
predict\_seq = predict\_seq.add(trend\_predict\_seq, \ fill\_value=0)
predict_seq = predict_seq.add(residual_predict_seq, fill_value=0)
plt.plot(predict_seq, color='red', label='predict_seq')
plt.plot(purchase_seq_test, color='blue', label='purchase_seq_test')
plt.legend(loc='best')
plt.show()
```



模型拟合训练集结果

知平



模型预测测试集结果

7 结语

从结果来看,模型拟合训练集的效果还是不错的;在测试集上,模型基本上预测了序列的趋势和波动。实际上,这样的数据集不适合用 ARIMA 模型来拟合(序列的(线性)自相关性不强,受随机噪声影响较大),但是这里我们采用了时间序列分解的方法,暂且预测了一个序列的趋势。

编辑于 2019-08-26 18:32

机器学习 时间序列分析 统计学







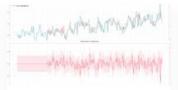


推荐阅读

时间序列分析: ARIMA模型

概述ARIMA 是用于单变量时间序列数据预测的最广泛使用方法之一 优点:模型十分简单,只需要内生变量而不需要借助其他外生变量 缺点:要求时序数据是稳定的;本质上只能捕捉线性关系,不能捕...

masicayy



时间序列分析|ARIMA模型分步骤解析及R中实践

0100



使用ARIMA模型进行的短时交 通流预测和结果分析

电次

发表于短时交通流...

时间序 (三)

在上一 ARMA 幅并未 与意义 理论基 定理、 酿酒厂