

EJERCICIOS UNIDAD 1

Unidad 1: Cónicas y ecuaciones paramétricas

Temas:

- Parábola, elipse e hipérbola
- Ecuaciones paramétricas

En los problemas 1-14, encuentre el vértice, el foco, la directriz y el eje de la parábola dada. Grafique la parábola.

1. $y^2 = 4x$
2. $y^2 = \frac{7}{2}x$
3. $x^2 = -16y$
4. $x^2 = \frac{1}{10}y$
5. $(y - 1)^2 = 16x$
6. $(y + 3)^2 = -8(x + 2)$
7. $(x + 5)^2 = -4(y + 1)$
8. $(x - 2)^2 + y = 0$

En los problemas 15-22, encuentre una ecuación de la parábola que satisfaga las condiciones dadas.

15. Foco, (0, 7), directriz $y = -7$
16. Foco (-4, 0), directriz $x = 4$
17. Foco $(\frac{5}{2}, 0)$, vértice (0, 0)
18. Foco (0, -10), vértice (0, 0)
19. Foco (1, -7), directriz $x = -5$

En los problemas 25-38, encuentre el centro, foco, vértices, puntos frontera del eje menor y la excentricidad de la elipse dada. Grafique la elipse.

25. $x^2 + \frac{y^2}{16} = 1$
26. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
27. $9x^2 + 16y^2 = 144$
28. $2x^2 + y^2 = 4$
29. $\frac{(x - 1)^2}{49} + \frac{(y - 3)^2}{36} = 1$
30. $\frac{(x + 1)^2}{25} + \frac{(y - 2)^2}{36} = 1$
31. $(x + 5)^2 + \frac{(y + 2)^2}{16} = 1$
32. $\frac{(x - 3)^2}{64} + \frac{(y + 4)^2}{81} = 1$

En los problemas 39-48, encuentre una ecuación de la elipse que satisfaga las condiciones dadas.

39. Vértices $(\pm 5, 0)$, focos $(\pm 3, 0)$
40. Vértices $(\pm 9, 0)$, focos $(\pm 2, 0)$
41. Vértices $(-3, -3)$, $(5, -3)$, puntos frontera del eje menor $(1, -1)$, $(1, -5)$
42. Vértice $(1, -6)$, $(1, 2)$, puntos frontera del eje menor $(-2, -2)$, $(4, -2)$
43. Focos $(\pm \sqrt{2}, 0)$, longitud del eje menor 6

En los problemas 49-62, encuentre el centro, focos, vértices, asíntotas y excentricidad de la hipérbola dada. Grafique hipérbola.

49. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$
50. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$
51. $y^2 - 5x^2 = 20$
52. $9x^2 - 16y^2 + 144 = 0$

53. $10(x + 1)^2 - 2(y - \frac{1}{2})^2 = 100$
54. $5x^2 - 6y^2 - 20x + 12y - 16 = 0$
55. $16x^2 - 25y^2 - 256x - 150y + 399 = 0$
56. $4x^2 - y^2 - 8x + 6y - 4 = 0$
57. $2y^2 - 9x^2 - 18x + 20y + 5 = 0$

En los problemas 63-70, encuentre una ecuación de la hipérbola que satisfaga las condiciones dadas.

63. Focos $(0, \pm 4)$, un vértice $(0, -2)$
64. Focos $(0, \pm 3)$, un vértice $(0, -\frac{3}{2})$
65. Centro $(1, -3)$, un foco $(1, -6)$, un vértice $(1, -5)$
66. Vértices $(2, 5)$, $(2, -1)$, un foco $(2, 7)$
67. Centro $(-1, 3)$, un vértice $(1, -4)$ que pasa por $(-5, 3 + \sqrt{5})$

En los siguientes problemas, grafique la curva que tiene el conjunto indicado de ecuaciones paramétricas.

3. $x = t - 1, y = 2t - 1; -1 \leq t \leq 5$
4. $x = 3t, y = t^2 - 1; -2 \leq t \leq 3$
5. $x = \sqrt{t}, y = 5 - t; t \geq 0$
8. $x = t^3 + 1, y = t^2 - 1; -2 \leq t \leq 2$

Elimine los parámetros del conjunto dado de ecuaciones paramétricas y obtenga una ecuación rectangular que tenga la misma gráfica.

11. $x = t^2, y = t^4 + 3t^2 - 1$
12. $x = t^3 + t + 4, y = -2t^3 - 2t$
13. $x = -\cos 2t, y = \sin t; -\pi/4 \leq t \leq \pi/4$
16. $x = \tan t, y = \sec t; -\pi/2 < t < \pi/2$