Escuela Tecnica Superior de Ingenieria
Informatica y Telecomunicaciones

Examen Modelos de Computación

Grupo B3

Juan Luis Torres Ramos

24 Octubre 2023

Ejercicio 1

Obtener un modelo de calculo para $L = \{U \mid U \in \{a,b\}^{\pm}$ **y** $N_a(U) = N_b(U)\}$**.**

Queremos encontrar un modelo de cálculo para este lenguaje. Para ello intentaremos estudiar todos los casos posibles.

Para programar la gramática que genera este lenguaje, primero observamos que busca cadenas con el mismo número de b's que de a's. Intentaremos encontrar una gramática libre de contexto. Al aplicar el lema del bombeo, nos dice que el lenguaje no es regular.

Comenzamos con la producción inicial S que genera a y algo más, es decir, $S \to aX$, donde X es una variable que determinaremos. Esta producción debe garantizar que no se viole la condición $N_a(b) = N_b(b)$. Esto nos lleva a la producción $S \to aB$, con $B \to b$, esta ultima produccion simepre va a haber una b de más.

De igual manera, razonamos en la dirección opuesta y obtenemos $S \to bA$ con $A \to a$. Hasta este punto, hemos definido cuatro producciones.

Ahora, estudiamos el caso de la producción $S \to aB \to abX$. Este caso nos centraremos cuando $B \to bX$,como queremos mantener la condicion de B (tener una b de más). Observamos que $B \to bS$ cumple con la condicion (S genera una a y una b para este caso). De manera análoga, obtenemos $A \to aS$ para el caso contrario.

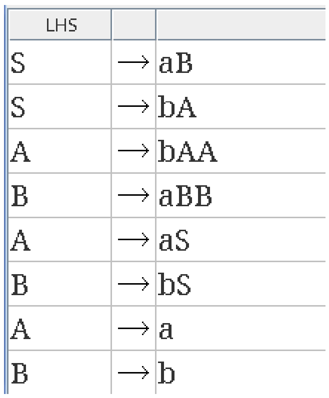
Estudiamos el caso $B \to aX$. Necesitamos una b adicional para cumplir la condición de B , así que definimos $B \to aBB$, asegurando que la primera B compense una a y luego llamando nuevamente para tener un B adicional. De manera inversa, obtenemos $A \to bAA$.

La gramática libre de contexto resultante es: $G = (V, T, P, S)$ donde $V =$

$\{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$, y P es el conjunto de producciones:

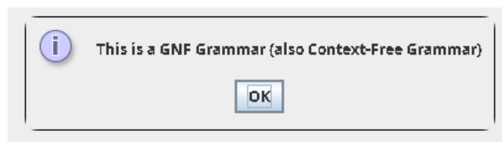
$S \to aB$	$S \to bA$	$B \to bS$	$B \to aBB$
$B \to b$	$A \to a$	$A \to aS$	$A \to bAA$

Comprobacion con JFLAP

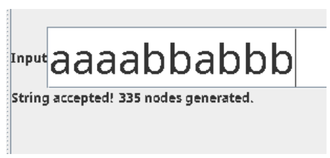


LHS		
S	→	aB
S	→	bA
A	→	bAA
B	→	aBB
A	→	aS
B	→	bS
A	→	a
B	→	b

(a) la producción



(b) gramatica libre contexto



(c) cadena *aaaabbabbb*

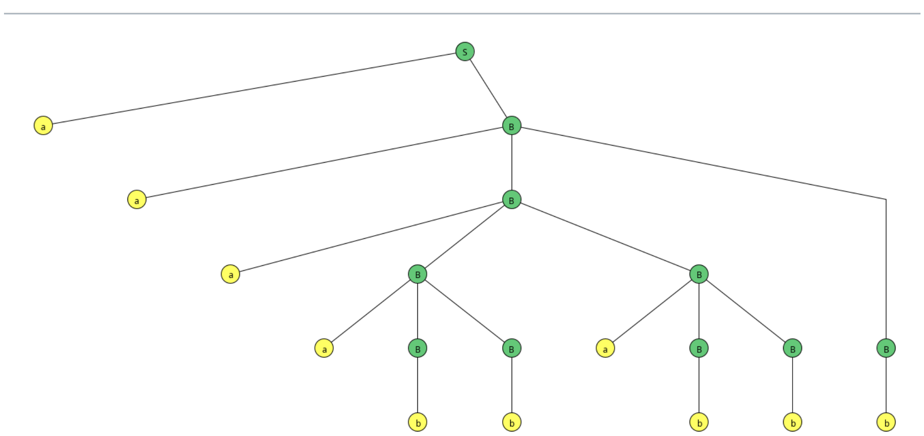


Figure 2: la cadena *aabb*

Ejercicio 2

1. **determina si la gramática** $G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c, d\}.P, S)$ **donde** P **es el conjunto regla producción genera un lenguaje tipo 3.**

   $S \to AB$ $\quad$ $A \to Ab$ $\quad$ $A \to a$
   $B \to cB$ $\quad$ $B \to d$

2. **obtener el ATDM, (automanta deterministico minimal) Obtener el modelo de cálculo más optimo para resolver el problema del apartado A**

Apartado 1: Es un tipico problema de optimizacion. Primero nos fijamos en que no es una gramatica regular por producciones como $B \to cB$ o $A \to Ab$ Generar un lenguaje de tipo 3 significa que sea libre de contexto Estudio una produccion de ejemplo

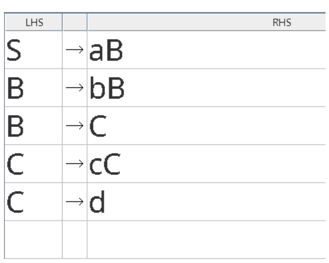
$$S \to AB \to AbB \to AbbB \to abbcB \to abbccB \to abbcccB \to abbcccd$$

Si nos fijameos genera el lenguaje $L = \{ab^i c^j d : i, j \in \mathbb{N}\}$, vemos si existe una gramatica libre de contexto que genere este lenguaje, es decir optimizamos.

Este lenguaje se genera con la gramatica $G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c, d\}.P, S)$ donde P es el conjunto regla producción

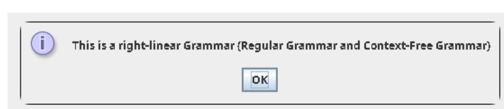
$S \to AB$ $\quad$ $B \to C$ $\quad$ $C \to d$
$B \to bB$ $\quad$ $C \to cC$

Comprobacion con JFLAP

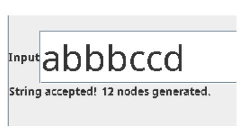


LHS		RHS
S	→	aB
B	→	bB
B	→	C
C	→	cC
C	→	d

(a) la producción



(b) gramatica libre contexto



(c) cadena *abbbccd*

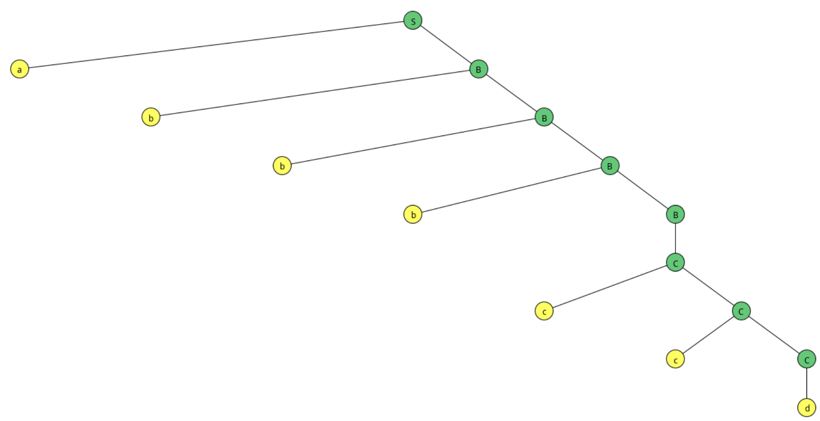
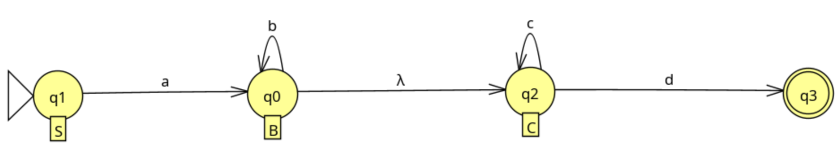


Figure 4: la cadena *aabb*

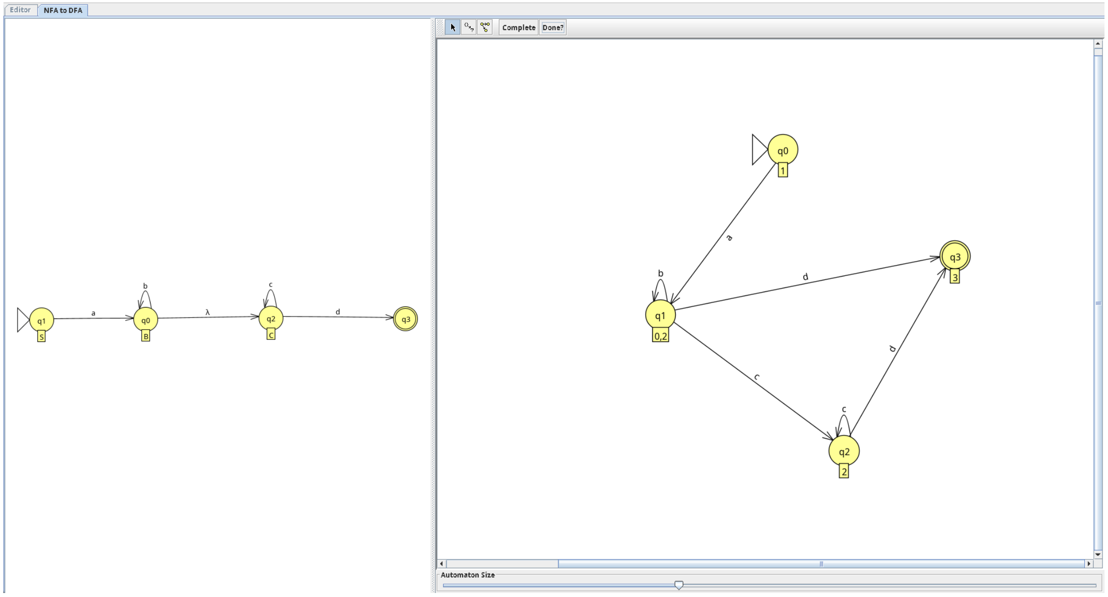
Apartado 2:

Automata no deterministico con transiciones nulas Con la produccion anterior en JFLAP he insertado la gramatica y luego he Convert-right linear gramar to FA

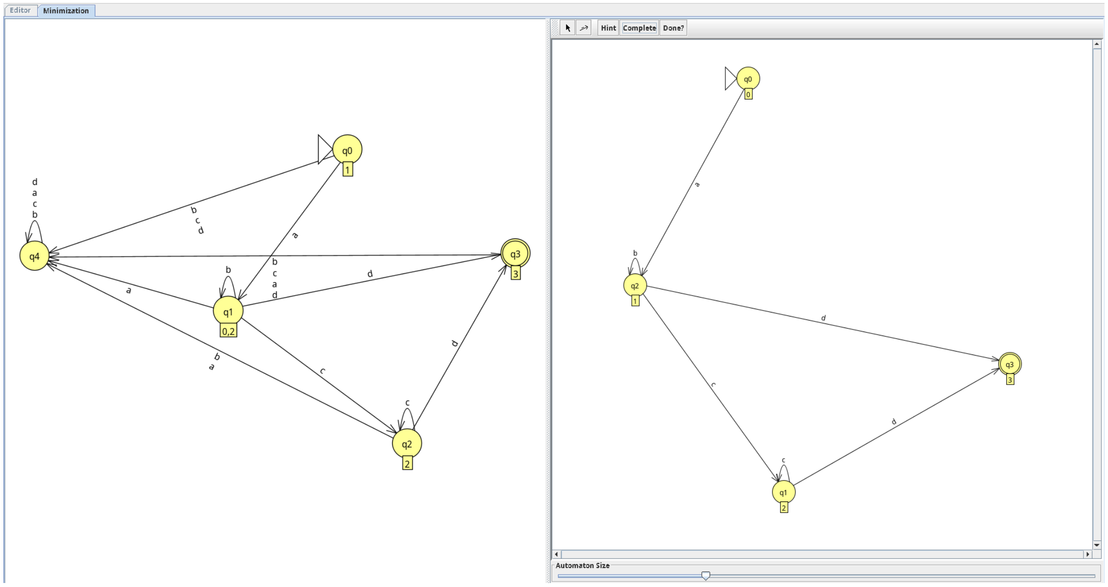
Production	Created
S→aB	☑
B→bB	☑
B→C	☑
C→cC	☑
C→d	☑



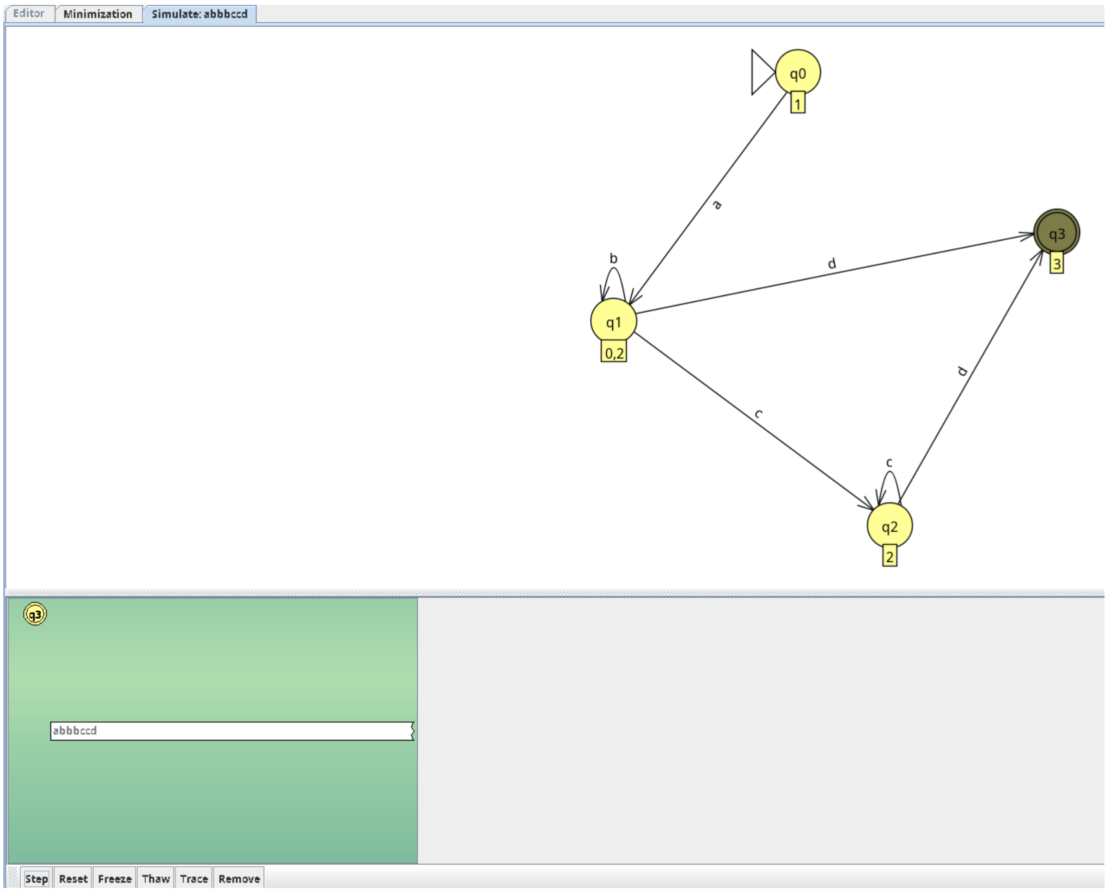
Automata finito deterministico Con un FA, le doy a convert to DFA (automata finito deterministico)



Automata finito deterministico minimal desde el DFA en convert a minimize DFA, vemos que no se puede minimizar por que da el anterior



Ejemplo de ejecucion



Ejercicio 3

Apartado 1: construir una expresión regular para las palabras en las que numeros de ceros es par

$$1 * (01 * 01*)*$$

Forzamos a de esta manera que comience por 1 y que vayan apareciendo ceros de manera par , de dos en dos

Regular expresion to NFA NFA a DFA (deterministico)

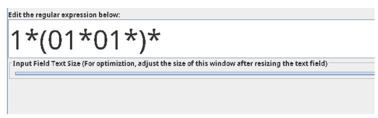


Figure 6: Expresion regular

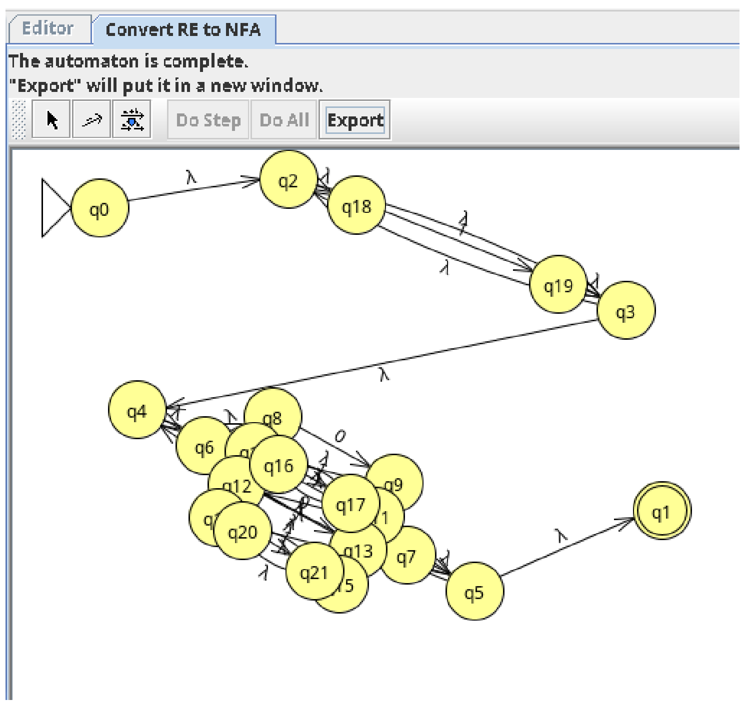


Figure 7: Automata finito no deterministico

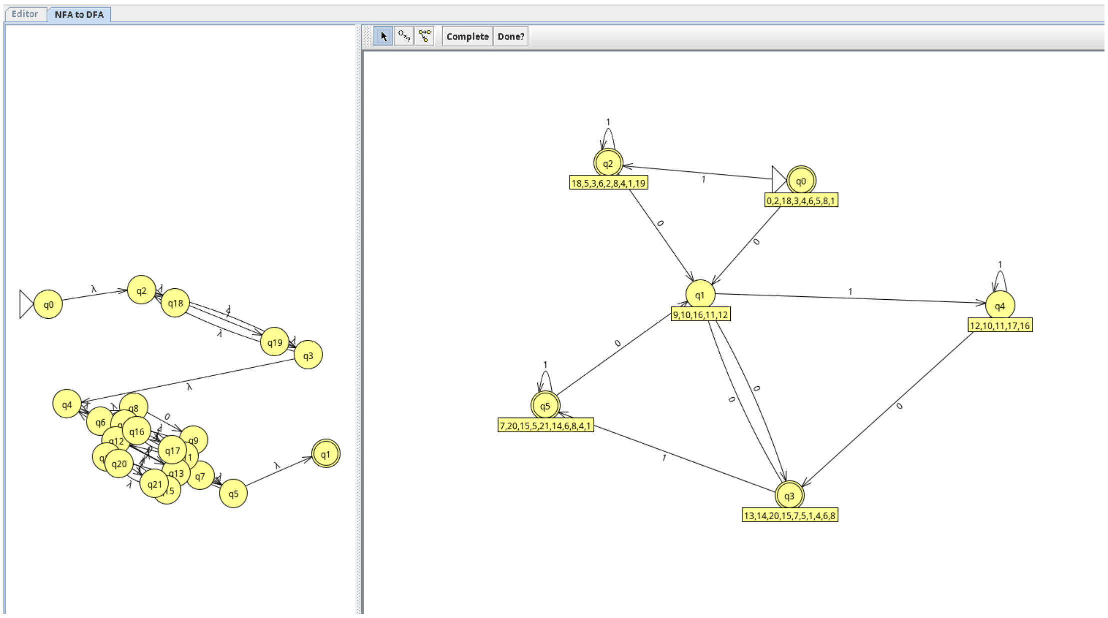


Figure 8: Automata finito deterministico

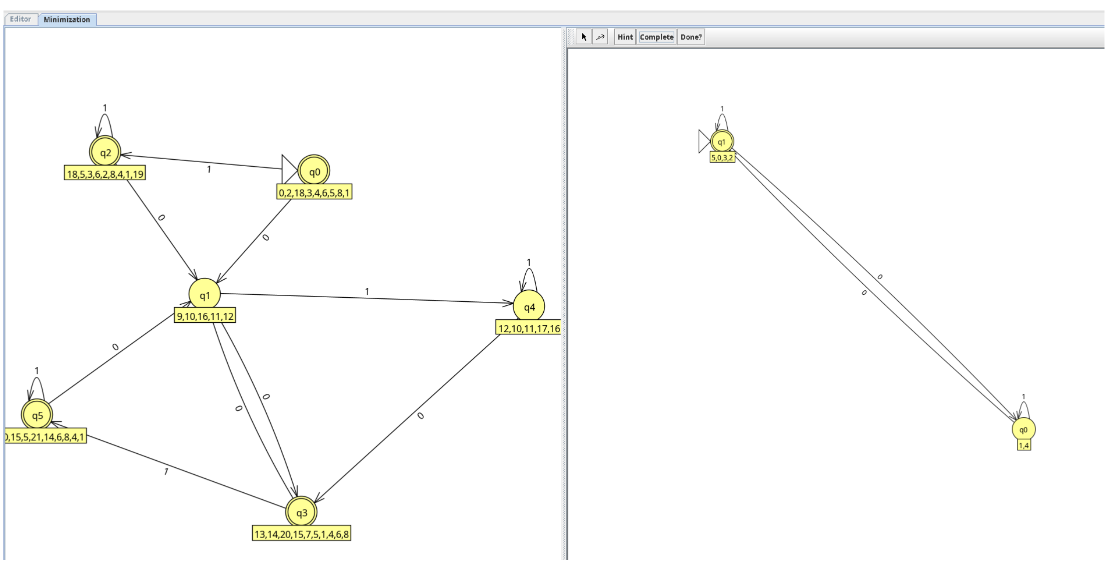
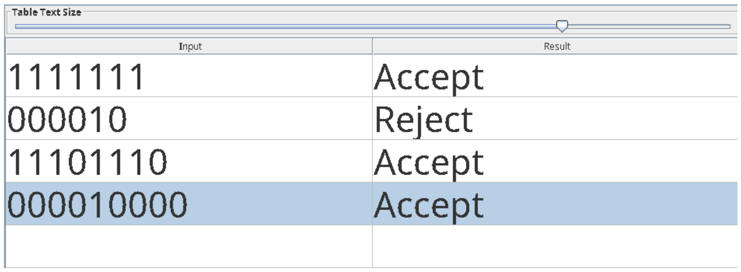


Figure 9: Automata finito deterministico minimal



Input	Result
1111111	Accept
000010	Reject
11101110	Accept
000010000	Accept

Figure 10: ejemplo de ejecucion

Apartado 2: Construir una expresion regular para las palabras que contengan a 01100 como subcadena

$$(0+1)*0110(0+1)*$$

Una cadena que comience y termine por cualquier combinacion de 0 y 1 y contenga 0110

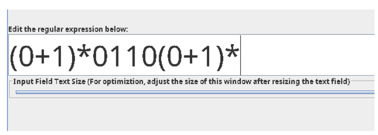


Figure 11: Expresion regular

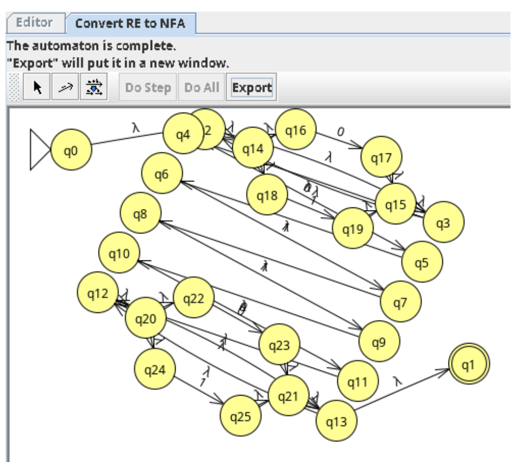


Figure 12: Automata finito no deterministico

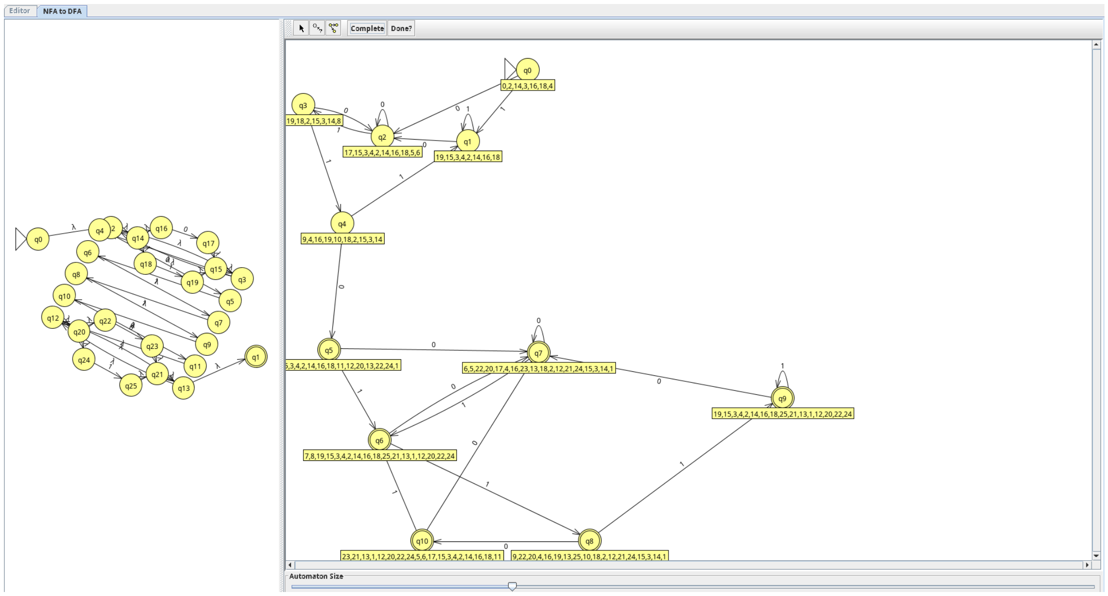


Figure 13: Automata finito deterministico

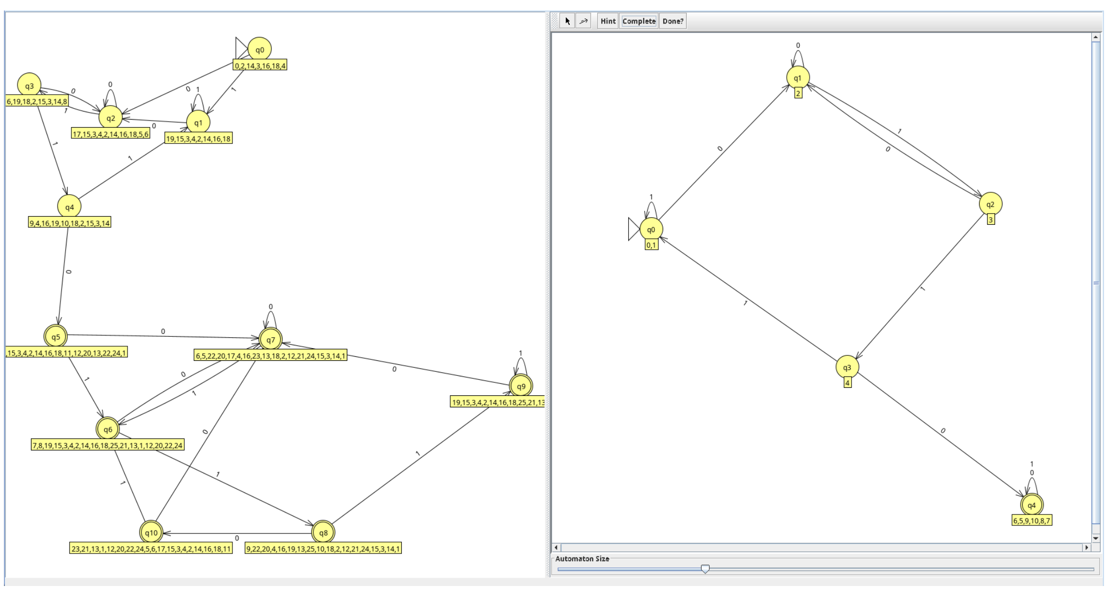


Figure 14: Automata finito deterministico minimal

Input	Result
100	Reject
0001100	Accept
0001110	Reject
0001	Reject
11010100	Reject
0110	Accept

Figure 15: ejemplo de ejecucion

Apartado 3: Construir una expresion regular para el conjunto de palabras que empiezan por 000 y tales que esta subcadena solo se encuentra al principio de la palabra

$$000(1 + 10 + 100)*$$

Comienza por 000 y luego no vuelve a aparecer 000

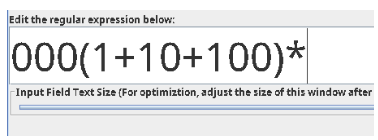


Figure 16: Expresion regular

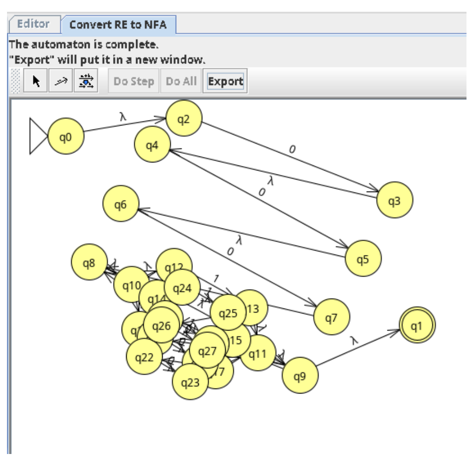


Figure 17: Automata finito no deterministico

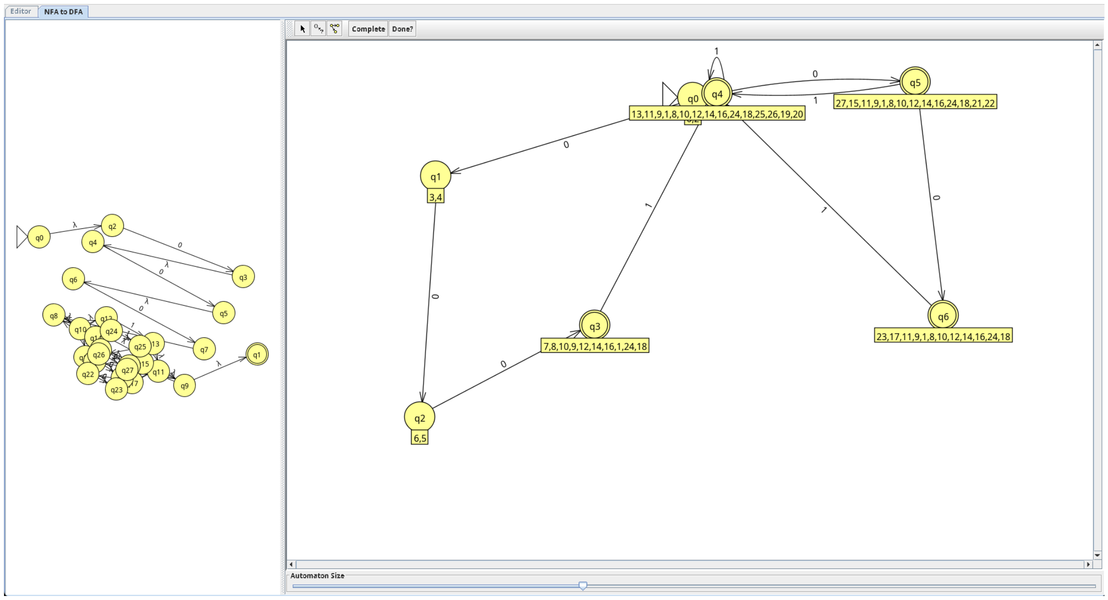


Figure 18: Automata finito deterministico

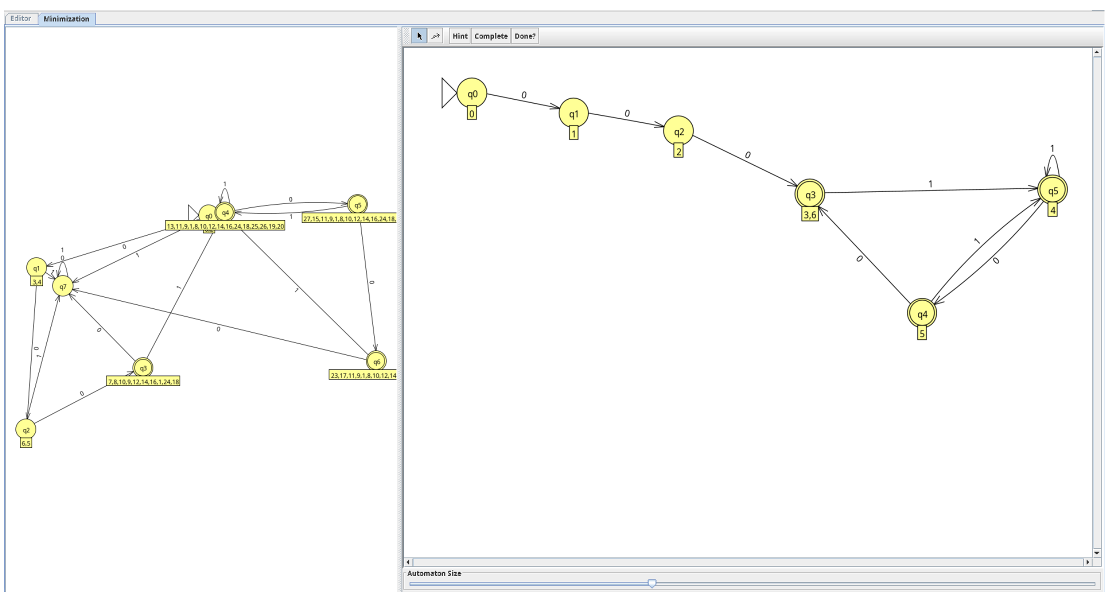


Figure 19: Automata finito deterministico minimal

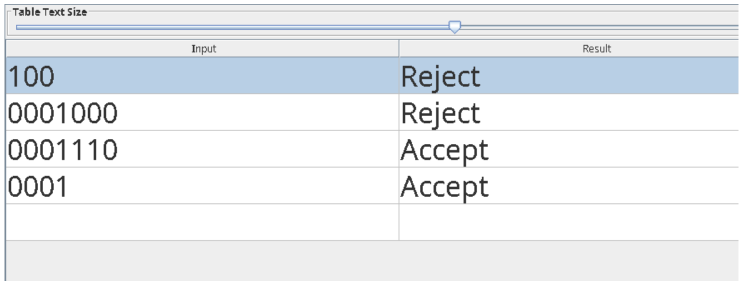


Table Text Size

Input	Result
100	Reject
0001000	Reject
0001110	Accept
0001	Accept

Figure 20: ejemplo de ejecucion

Ejercicio 4

1. **¿Es $L = \{U \in \{0,1\}^* /\ u = u^{-1}\}$. regular?**
2. **Encontrar un modelo de calculo para L**

Definimos el Lema de Bombeo: Sea L un conjunto regular. Entonces, existe un $n \in \mathbb{N}$ tal que para todo $z \in L$ con $|z| \geq n$, se puede expresar como $z = uvw$ donde:

1. $|uv| \leq n$
2. $|v| \geq 1$
3. Para todo $i \in \mathbb{N}$, $uv^i w \in L$

Además, el número de estados de cualquier autómata que acepta el lenguaje L es al menos n.

La idea básica del lema de bombeo es que para cualquier cadena lo suficientemente larga, puedes "bombear" o repetir una parte de la cadena y aún obtener una cadena en el lenguaje. Este lema siempre es verdadero para lenguajes regulares. Si no es verdadero para un lenguaje, entonces ese lenguaje no es regular. Para demostrar esto, buscamos un contraejemplo.

Suponemos lo contrario: L es regular y satisface el lema de bombeo. Buscamos un contraejemplo.

$$\exists n \in \mathbb{N}, \quad \forall Z \in L, \quad |Z| \geq n, \quad Z = 0^n 1^n 0^n = uvw$$

Aplicamos $|uv| \leq n$:

$$uv = 0^k, \quad v = 0^l, \quad w = 0^{n-k-l} 1^n 0^n$$

$|v| \geq 1$ implica que $v = 0^l$ y $l \geq 1$.

Para $i \geq 2$, verificamos $uv^i w \in L$:

$$i = 2 \quad uv^2 w = 0^k 0^{2l} 0^{n-k-l} 1^n 0^n = \quad 0^{n+l} 1^n 0^n \notin L$$

Hemos alcanzado una contradicción con el lema de bombeo, por lo que L no es regular.

Apartado 2: Obtener un modelo de calculo para L

El modelo es no deterministico, lo que significa que no diferencia cuando cambia entre estados. Simula todos los posibles casos. q0 se encarga de la parte de la derecha del palindromo y q1 de la parte izquierda Cuando el numero es par el cambio se hace con el 0 o 1. Cuando el numero es impar el cambio se haria con λ

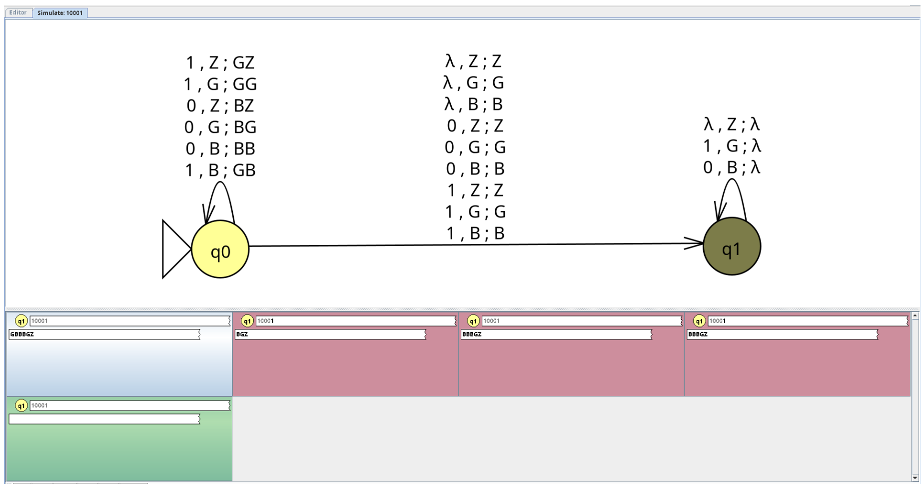


Figure 21: caso impar 10001

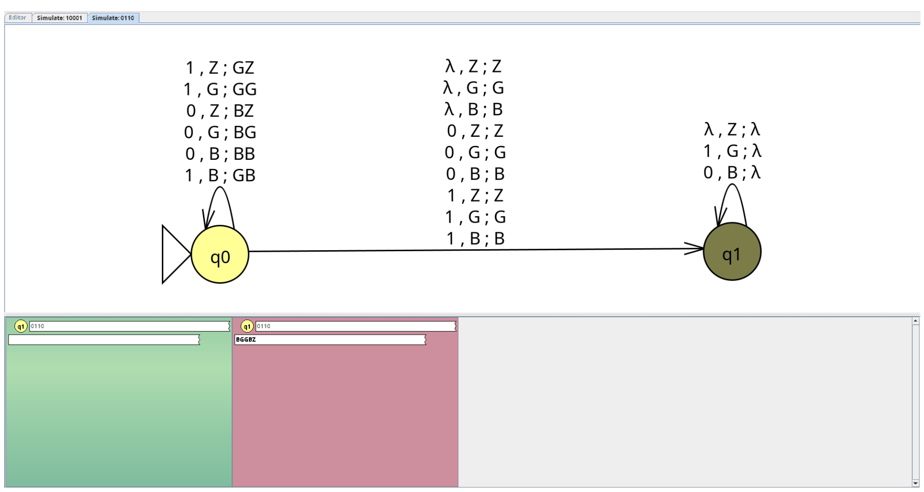


Figure 22: caso par 0110