解析学のためのシンプレクティック幾何学

Toshi2019

December 13, 2021

Abstract

シンプレクティック幾何についての勉強ノート.幾何学本流というよりかは、解析への応用のための知識をまとめることを目指した.

Contents

1	ベクトル場	3
2	微分形式	3
3	T*X 上の正準1形式と正準2形式	3
4	シンプレクティックベクトル空間	3
5	シンプレクティック微分幾何	3
6	ラグランジュ多様体	3
7	錘状ラグランジュ多様体	3
8	古典力学と変分計算	3

はじめに

代数解析や超局所解析の考え方は現代数学において大きな地位を占めています. 筆者の個人的な興味として柏原・シャピラによる層の超局所理論があり, これもシンプレクティック幾何の本流の人たちによる興味を惹いたりと,大 きな役割を担っていると言えます. 層の超局所理論の本を読んでいるとシンプレクティック幾何の言葉がちょいちょい出てきます. そういった本にも付録としてシンプレクティック幾何の節がついていることも多いのですが.

- 日本語で
- 多様体論の知識をそれほど多く仮定せず
- 幾何学を専門としていない人に向けて

述べたノートには需要があるのではないかと考えました。そこでこのノートでは、シンプレクティック幾何について、あまり内容をてんこ盛りにせず述べることを試みます。

大体の内容は [Dui 96, Chap 3] に沿っています. (というか, この本の勉強ノートのつもりで書きはじめています.) 上でも述べたことですが, 筆者は柏原・シャピラによる層の超局所理論に興味があり, [KS 90] の内容を勉強しています. その付録くらいのことを勉強するつもりで, [Dui 96, Chap 3] の内容をまとめるというノリです. その他の参考文献は [HTT 08] です.

- 1 ベクトル場
- 2 微分形式
- 3 T*X上の正準1形式と正準2形式
- 4 シンプレクティックベクトル空間
- 5 シンプレクティック微分幾何
- 6 ラグランジュ多様体
- 7 錘状ラグランジュ多様体
- 8 古典力学と変分計算

References

- [Dui 96] J. J. Duistermaat, Fourier integral operators, Progress in Mathematics, 130 Birkhäuser Boston (1973).
- [HTT08] R. Hotta, K. Takeuchi and T. Tanisaki, *D-modules, Perverse Sheaves, and Representation Theory*, Progress in Math. **236** Birkhäuser (2008) x+ 407 pp.
- [KS 90] M. Kashiwara and P. Schapira, *Sheaves on Manifolds*, Grundlehren der Math. Wiss. **292** Springer-Verlag (1990).