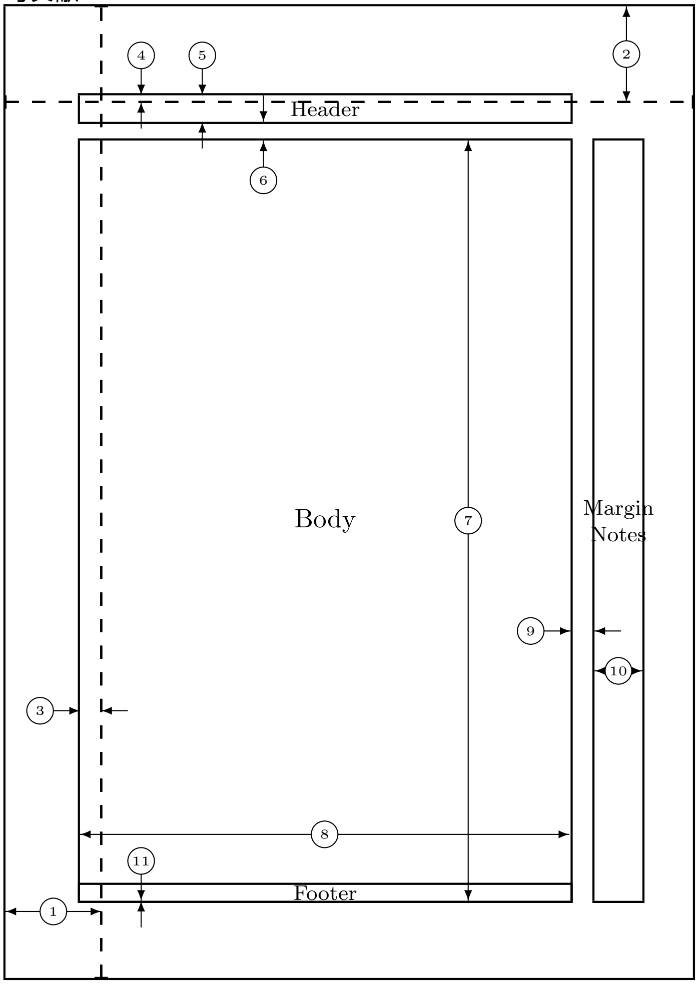
D 加群まとめノート

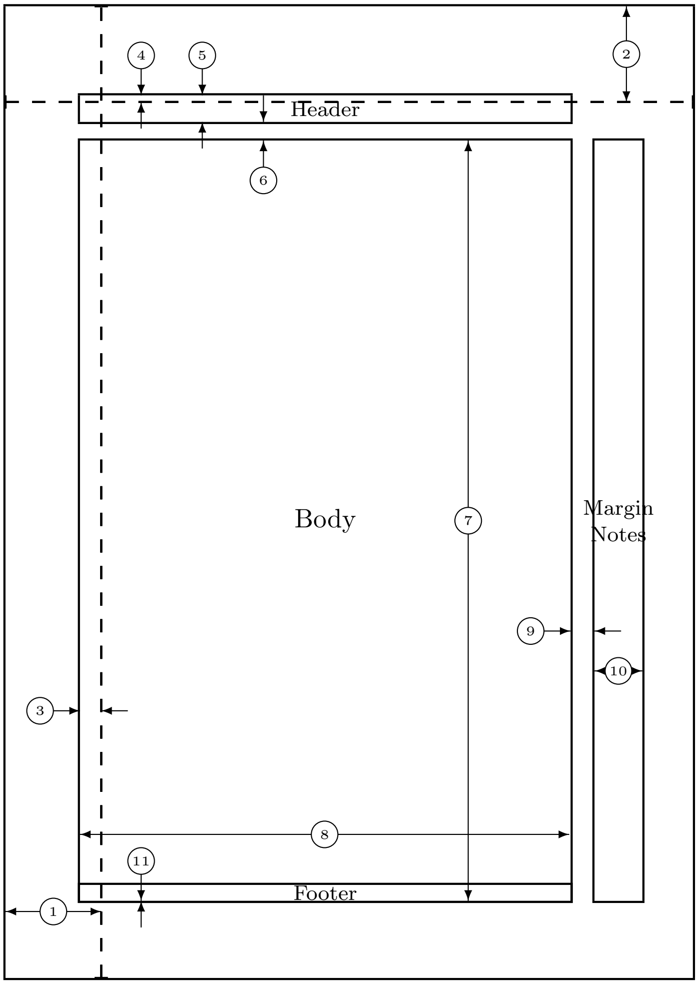
Toshi2019

2023 年 9 月 26 日

目次



1	one inch + \hoffset	2	one inch + \voffset
3	\oddsidemargin = -16pt	4	\topmargin = -5pt
5	\headheight = 20pt	6	\headsep = 14pt
7	\textheight = 572pt	8	\textwidth = 369pt
9	\marginparsep = 18pt	10	\marginparwidth = 36pt
11	\footskip = 0pt		\marginparpush = 16pt (not shown)
	\hoffset = 0pt		\voffset = 0pt
	\paperwidth = 517pt		\paperheight = 731pt



1	one inch + \hoffset	2	one inch + \voffset
3	\oddsidemargin = -16pt	4	\topmargin = -5pt
5	\headheight = 20pt	6	\headsep = 14pt
7	\textheight = 572pt	8	\textwidth = 369pt
9	\marginparsep = 18pt	10	\marginparwidth = 36pt
11	\footskip = 0pt		\marginparpush = 16pt (not shown)
	\hoffset = 0pt		\voffset = 0pt
	\paperwidth = 517pt		\paperheight = 731pt

第 1 章

ミルナーメモ

まず，明日 (2023/09/27) のアブスト：

> b 関数および, その根に付随して定義されるホロノミー D 加群は, 超曲面の特異性と深く係わる重要な概念である．しかし, 与えられた超曲面に対し, その b 関数やホロノミー D 加群を実際に求めることは非常に困難である．現時点ではこの問題に対しては, 非可換環におけるグレブナ基底計算を行うのが標準的な解法であるが, この方法で得られるホロノミー D 加群は, 偏微分作用素環におけるグレブナ基底であり, そのため出力のサイズが極めて大きい．基底をなすひとつひとつの作用素は階数も高く, 複雑であり通常, その個数も多い．そのため得られた方程式系の構造を解析すること自体現実には困難となることが多い．本講演では, 非可換環におけるグレブナ基底計算をなるたけ回避し, ホロノミー D 加群を定めるイデアルの生成元を構成する新たな計算法を導入する．この計算法の基本的アイデアは, local cohomology に対するネター作用素の概念を利用することにある．b 関数もそれに付随するホロノミー D 加群も共に特異点の複素解析的不変量を見做すことができる．不変量として微妙な性格をもつため, これらを求め, 解析するための計算技法も必要となる．時間が許せば, これらについても紹介したい．特異点論への応用として, D. Siersma の vertical monodromy や D. Massey の Le numbers との関係等について紹介したい.

ミルナーの本を見つつ予習する．

■2023/09/26　まずミルナー [M03, 日本語版のための解説 3.14] をみると次のように書いてある．

> 微分作用素の研究で顔を出す D 加群 (D-module) の理論（代数的手法を中心として解析学を研究する分野で，**代数解析学** (algebraic analysis) とも呼ばれる）と，複素超曲面の特異点の理論の間に密接な関係があることが知られている．実際，そ

ういった作用その言葉で定義される**ベルンシュタイン-佐藤多項式** (Bernstein-Sato polynomial) の根によってモノドロミーの固有値が記述できることが知られている．詳細は [103][*1], [70][*2], [71][*3]等を参照していただきたい．

なお，このあたりの話題は，**振動積分** (oscillatory integral) の理論と密接な関わりがある．これについては，[69][*4], [103][*5], [9][*6]等を参照されたい．

まず，[KK82] を見てみる．

1.1　[KK82] のメモ

[KK82, §6 応用] が b 関数と局所モノドロミーとなっている．ここから見てみる．

$f(x)$ を n 変数正則関数, x_0 をその零点とする．$U := \{x; |x - x_0| < \delta\}, 0 < c \ll \delta \ll 1$ に対して，$H^k(U \cap f^{-1}(c); \mathbf{C})$ は δ, c によらない．

[*1] B. Malgrange, “Intégrals asymptotiques et monodromie”, Ann Sci. École Norm. Sup. (4) **7** (1974), 405–430

[*2] M. Kashiwara, “B-functions and holonomic systems. Rationality of B-functions”, Invent. Math. **38** (1976/77), 33–53.

[*3] 柏原正樹, 河合隆裕 “極大過剰決定系の理論” 数学 **34** (1982), 243–257.

[*4] 金子晃『ニュートン図形・特異点・振動積分』上智大学講究録, No. 11, 1981.

[*5] *1 と同様.

[*6] D. Barlet, “Dévelopment asymptotique des fonctions obtenues par intégration sur les fibres”, Invent. Math. **68** (1982), 129–174.

参考文献

[AMR] R. Abraham, J. E. Marsden, T. Ratiu, *Manifolds, Tensor Analysis, and Applications*, Second ed. Applied Mathematical Sciences, 75, Springer, 1988.

[B01] Jean-Michel Bony, *Cours d'analyse*, l'ecole polytechnique, 2001.

[KK82] 柏原正樹, 河合隆裕 "極大過剰決定系の理論" 数学 **34** (1982), 243–257.

[KS90] Masaki Kashiwara, Pierre Schapira, *Sheaves on Manifolds*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 292, Springer, 1990.

[KS06] Masaki Kashiwara, Pierre Schapira, *Categories and Sheaves*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 332, Springer, 2006.

[M03] ミルナー, 複素超曲面の特異点, 原著 1968, シュプリンガー, 2003.

[Sh16] 志甫淳, 層とホモロジー代数, 共立出版, 2016.