コーシー問題の超関数解

ジャン・ミッシェル・ボニー　　ピエール・シャピラ

0 序

$P\left(x, \frac{\partial}{\partial x}\right)$ を $\mathbf{R}^n$ の開集合 U で定義された解析的係数の m 階微分作用素で，主要部がある方向 N に双曲型であるとする（P の特性多様体に関しては何も仮定しない）．コーシー問題 $Pu = v$, $\gamma(u) = (w)$ を

We show that we can resolve the Cauchy problem on the space of hyperfunctions, if (w) is an m-tuple of hyperfunctions on hypersurface $(x, N) = 0$ and v a hyperfunction defined on neighborhood of this hypersurface, and “analytic” to the direction N.

Nous montrons que l'on peut résoudre le problème de Cauchy $Pu = v$, $\gamma(u) = (w)$ dans l'espace des hyperfonctions, si (w) est un m-uple d'hyperfonctions sur l'hypersurface $(x, N) = 0$ et v une hyperfonction définie au voisinage de cette hypersurface, et ”analytique” dans la direction N. La méthode consiste à représenter les hyperfonctions comme somme de valeurs au bord de fonctions holomorphes, à résoudre le problème de Cauchy dans le domaine complexe, et à montrer que la solution obtenue admet une valeur au bord. Les deux outils essentiels sont alors, d'une part un théorème de prolongement des solutions holomorphes d'une équa- tion aux dérivées partielles, d'autre part une inégalité hyperbolique, qui se déduit d'un théorême de M. Komatsu et Kashiwara, version locale du théorème des tubes de Bochner. Nous étudions en même temps les solutions analytiques d'une équa- tion hyperbolique, et montrons en particulier que les solutions de l'équation homogène se prolongent à travers la frontière d'un ouvert de classe d dès que la direction normale est hyperbolique. L'étude des opérateurs hyperboliques à caractéristiques simples a été faite dans le cadre des hyperfonctions par .T Kawai [7]. Le prolongement des solutions d'une équation à c o e f fi c i e n t s con- stants a été étudiée par C. -0. Kiselman [8] par une méthode entièrement différente. Les résultats exposés ici sont extraits d'articles à paraître (cf. [1] [2] [3] [4]).

1 記法と復習

2 双曲型不等式

3 延長に関する 2 つの補題

4 解析解

5 超関数の復習

6 コーシー問題の超関数解

7 超関数解の存在と延長

参考文献

[1] Bony, J. -M. et Schapira, P.: Existence et prolongement des solutions analytiques des systèmes hyperboliques non stricts. C. R. Acad. Sci. Paris, 274 (1972), 86–89.

[2] Bony, J. -M. et Schapira, P.: Problème de Cauchy, existence et prolongement pour les hyperfonctions solutions d'équations hyperboliques non strictes. C. R. Acad. Sci. Paris, 274 (1972), 188–191.

[KS90] Masaki Kashiwara, Pierre Schapira, *Sheaves on Manifolds*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 292, Springer, 1990.

[KS06] Masaki Kashiwara, Pierre Schapira, *Categories and Sheaves*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 332, Springer, 2006.

[Sh16] 志甫淳, 層とホモロジー代数, 共立出版, 2016.