

幾何学的フーリエ変換 I

ブリリンスキー・マルグランジュ・ヴェルディエ

概要

ベクトル束上の層の複体を双対束上の複体への変換を定義し、それについて調べる。この変換はフーリエ変換の幾何学的類似である。

1 記号

本稿では A は可換なネーター環を表し、 Y はパラコンパクトかつ有限次元の局所コンパクト空間を表す。 $E \xrightarrow{\pi} Y$ を Y 上の階数が一様に r である実ベクトル束とし、 $E' \xrightarrow{\pi'} Y$ を E の双対ベクトル束とする。

B (resp. B') を E (resp. E') の球面化とする。 B の光線 (rayons) とは集合 $\{]0, +\infty[x \mid x \in E \setminus Y \}$ のことである^{*1}。 B (resp. E) 上の A 加群の層が均質^{*2} (homogène) であるとは、 B の (E の) 光線上で定数層であることをいう。さらに、複体 $G \in \mathbf{D}(E, A)$ が均質 (homogène) であることを各 $H^i G$ が均質であることとして定める。 $\mathbf{D}_{\text{hom}}(B, A)$ で均質複体からなる $\mathbf{D}(B, A)$ の部分圏を表す。

2 幾何学的フーリエ変換の定義

3 主な性質

4 双対性

5 複素の場合：概要

参考文献

[BouTVS] ブルバキ, 位相線形空間 1, 東京図書, 1968.

[B+84] Borel, *Intersection Cohomology*, Progress in Mathematics, 50, Birkhäuser, 1984.

^{*1} Kashiwara-Schapira という $x \in E \setminus Y$ の \mathbf{R}^+ 軌道.

^{*2} Kashiwara-Schapira という錐状 (conic) sheaf のことか.

- [G58] Grauert, *On Levi's problem and the embedding of real analytic manifolds*, Ann. Math. 68, 460–472 (1958).
- [GP74] Victor Guillemin, Alan Pollack, *Differential Topology*, Prentice-Hall, 1974.
- [HS23] Andreas Hohl, Pierre Schapira, *Unusual Functorialities for weakly constructible sheaves*, 2023.
- [KS90] Masaki Kashiwara, Pierre Schapira, *Sheaves on Manifolds*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 292, Springer, 1990.
- [KS06] Masaki Kashiwara, Pierre Schapira, *Categories and Sheaves*, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 332, Springer, 2006.
- [Le13] John M. Lee, *Introduction to Smooth Manifolds*, Second Edition, Graduate Texts in Mathematics, **218**, Springer, 2013.
- [Mo76] 森本光生, 佐藤超函数入門, 共立出版, 1976.
- [R55] de Rham, *Variétés différentiables*, Hermann, Paris, 1955.
- [Sa59] Mikio Sato, *Theory of Hyperfunctions*, 1959–60.
- [S66] Schwartz, *Théorie de distributions*, Hermann, Paris, 1966.
- [Sh16] 志甫淳, 層とホモロジー代数, 共立出版, 2016.
- [SP] The Stacks Project.
- [Sp65] Michael Spivak, *Calculus on Manifolds*, Benjamin, 1965.
- [Ike21] 池祐一, 超局所層理論概説, 2021.
- [Tak17] 竹内潔, \mathcal{D} 加群, 共立出版, 2017.
- [Ue] 植田一石, ホモロジー的ミラー対称性, <https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~kazushi/course/hms.pdf> 2024/02/04 最終閲覧.