

シンプレクティック幾何まとめノート

2024 年 7 月 29 日更新^{*1}

^{*1}2024/07/29 書きはじめ

はじめに

[HZ94] のノート.

第 1 章

導入

1.1 シンプレクティックベクトル空間

定義 1.1.1. シンプレクティックベクトル空間 (V, ω) とは, 有限次元ベクトル空間 V に特別な双線形形式 ω で反対称かつ非退化なもの, すなわち

$$(1.1) \quad \omega(u, v) = -\omega(v, u), \quad u, v \in V$$

かつ任意の $u \neq 0 \in V$ に対し, $v \in V$ で $\omega(u, v) \neq 0$ となるものが存在するものをあわせたものである.

この非退化性は, 写像

$$(1.2) \quad V \rightarrow V^*, \quad v \mapsto \omega(v, \cdot)$$

が V から V^* の上への線形同型であるという条件と同値である.

コメント 1.1. 任意の $u \neq 0$ に対し $v \in V$ で $\omega(u, v) \neq 0$ となるものが存在するとする. v に対し $\omega(v, \cdot) = 0$ とする.

参考文献

- [HZ94] Helmut Hofer, Eduard Zehnder *Symplectic Invariants and Hamiltonian Dynamics*, Birkhäuser Advanced Texts Basler Lehrbücher, Birkhäuser Basel, 1994.
- [MS17] McDuff, Dusa, and Dietmar Salamon, *Introduction to Symplectic Topology*, 3rd edn (Oxford, 2017).