

microdifferential systems in the complex domain

Toshi2019

2022 年 9 月 29 日

まえがき

「複素領域における超局所微分方程式系」という語は超局所解析や線形偏微分方程式、代数、複素解析といった数学の諸分野を表している。

超局所的な視点が最初に現れたのは微分方程式の特異点の伝播に関する研究においてであり、今日では代数幾何や代数トポロジーといった他の数学の分野にも広がっている。しかし、多くの解析学の研究者は代数学の非常に初歩的な道具を無視しており、そのために単独の方程式か特殊な正方行列の研究しかできないか、あるいはもっと一般の系を研究するにしても、煩雑で非内在的な定式化を行わざるを得なくなっているように思われる。他方で、多くの代数学の研究者たちは偏微分方程式に関する一切のことを無視している。例えば「コーシー問題」は、「逆像」の非常に自然かつ幾何学的な設定であるにも関わらず無視されている。

我々の目的は、こういった問題において自然に現れる代数的な手法を解析学者に提供することと、代数学者が偏微分方程式論のいくつかの話題に、幾何学的な面に重点を置きながら触れられるようにすることである。

この目標を達成するためには、初歩的なレベルにとどまるしかない。実際、我々の用いる代数はかなり素朴なもので、偏微分方程式に関しても細かい成果は述べない。その意味で、我々がここで証明する定理は（超局所的な）コーシー・コワレフスキーの定理のみであるが、この定理の方程式系に対する意味付けが、代数的な手法を用いることにより、如何にして可能になるかを示し、それが柏原の構成可能性定理やその多様な一般化といった深い結果に如何にしてつながるかを、幾何学的な議論や層の理論を用いて示す。

参考文献

[M01] 松本幸夫, Morse 理論の基礎, 岩波講座 現代数学の基礎 **27**, 岩波書店 (2001).