**Лабораторная работа №10**
**Приближенное вычисление площади фигуры методом Монте-Карло**

**Цель работы**: изучение метода Монте-Карло (метода статистических испытаний) на примере вычисления площади фигуры.

Применим метод статических испытаний или метод Монте-Карло к задаче вычисления площади геометрической фигуры на плоскости.

Метод заключается в следующем. Поместим данную фигуру в квадрат и будем наугад бросать точки в этот квадрат. Будем исходить из того, что чем больше площадь фигуры, тем чаще в нее будут попадать точки. Таким образом, при большом числе N точек, наугад выбранных внутри квадрата, доля точек, содержащихся в данной фигуре k, приближенно равна отношению площади этой фигуры и площади квадрата:

Если площадь квадрата равна $S_0$ и в результате $N$ испытаний, из которых при $k$ исходах случайные точки оказались внутри фигуры, то площадь фигуры будет определяться выражением

$$S = \frac{k}{N} S_0$$

Рассмотрим алгоритм решения задачи на конкретном примере.

Рассмотрим фигуру, представленную на рис. 1а., площадь которой нам заранее известна и равна $S_t = 8{,}38404$. Вообще говоря, фигура может быть любой, но обязательно должны быть известны границы фигуры, в виде аналитического выражения или совокупности таких выражений и логических условий.

В нашем примере множество точек фигуры определяется следующей системой неравенств:

$$\begin{cases} -2x^2 + y^3 < -1 \\ x^3 + 2y < 3 \\ -2 < x < 2 \\ -2 < y < 2 \end{cases}$$

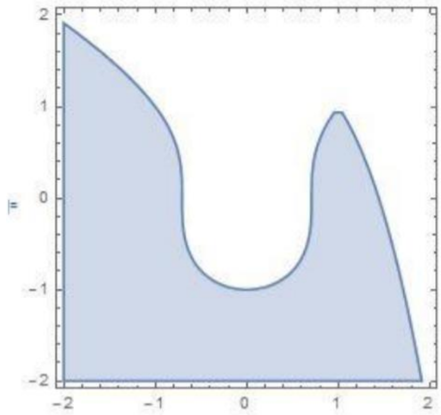



Рис. 1а

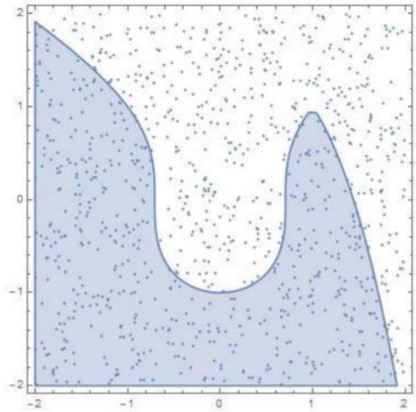



Рис. 1б

Площадь этой фигуры составляет часть прямоугольника площадью $S_0 = 4 \times 4 = 16$.

1. Генерируем случайные числа $x, y$ и равномерно распределенные на отрезке $[-2; 2]$. Это будут координаты случайной точки в квадрате, в которую заключена фигура, площадь которой требуется найти. Полученная точка может как попасть в исследуемую фигуру, так и не не попасть (рис. 1б).

2. Проверяем принадлежность точки к исследуемой фигуре. Если попадания нет, т.е. не выполняется хотя бы одно из неравенств системы, то переходим к пункту 1 и генерируем координаты новой точки. Если попадание есть, то фиксируем это попадание. Значение счетчика числа попаданий увеличиваем на единицу и снова переходим к пункту 1.

Заметим, что попадание случайной точки точно на границу фигуры можно отнести как к первому, так и ко второму исходу.

Пункты 1 и 2 следует повторить в цикле достаточно большое число N раз. От этого, в конечном итоге, зависит точность вычислений. После проведения N повторов площадь фигуры найдем по формуле:

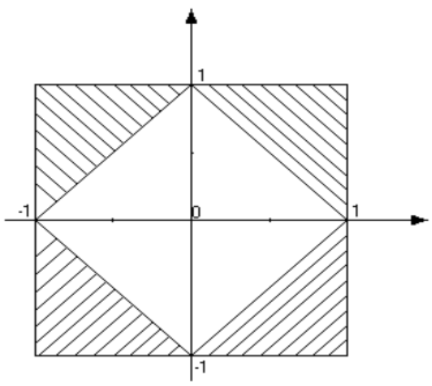
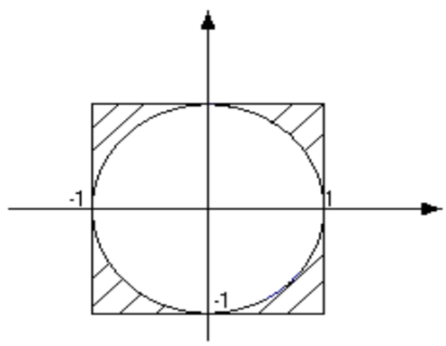
$$S = \frac{k}{N} S_0$$

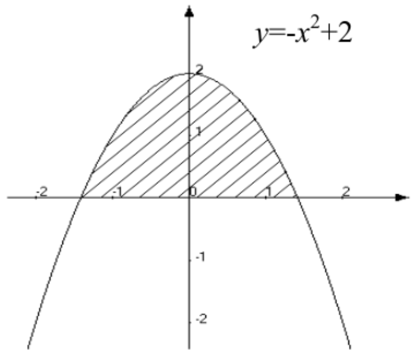
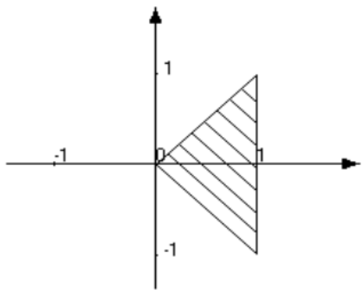
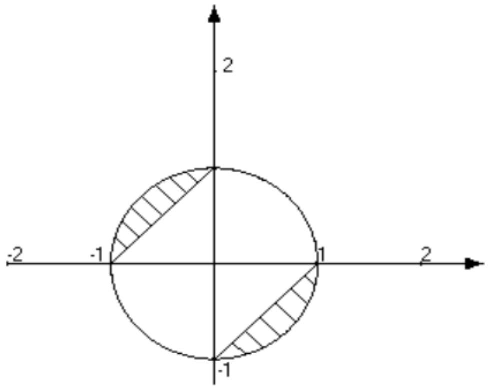
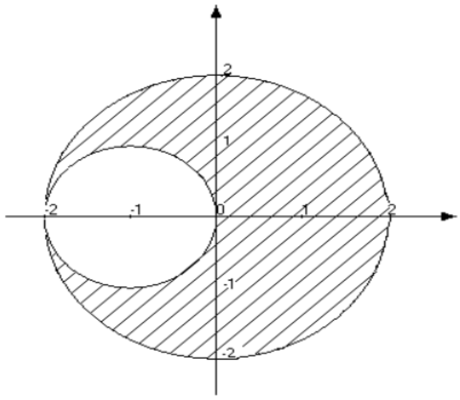
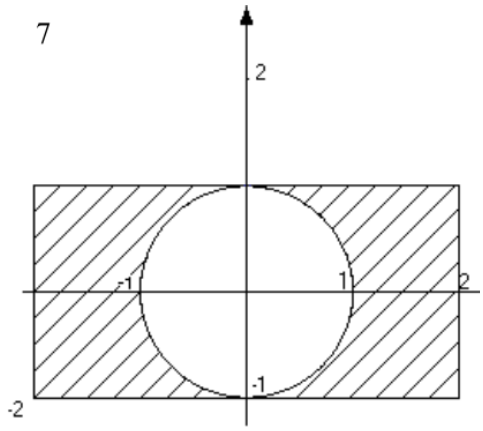
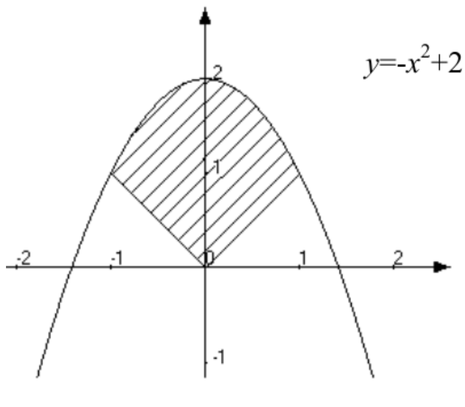
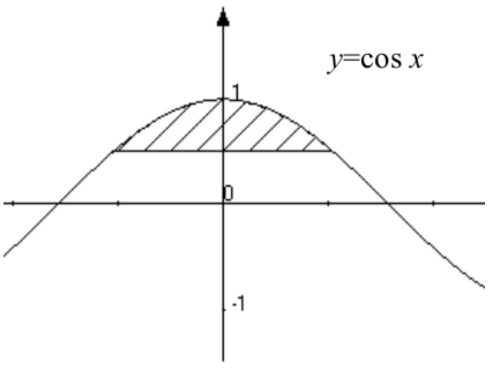
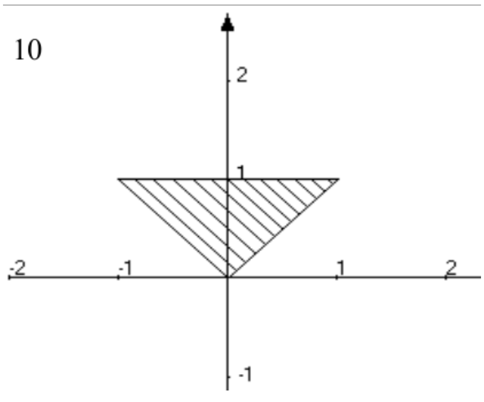
## Задания на лабораторную работу 10

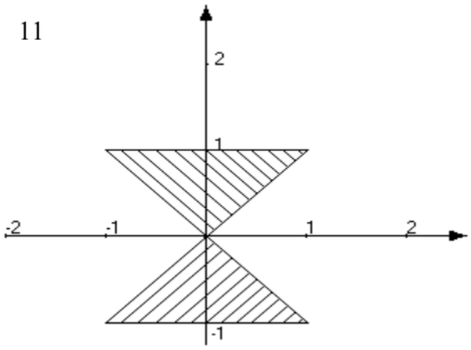
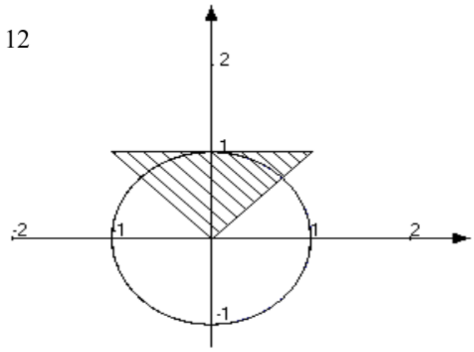
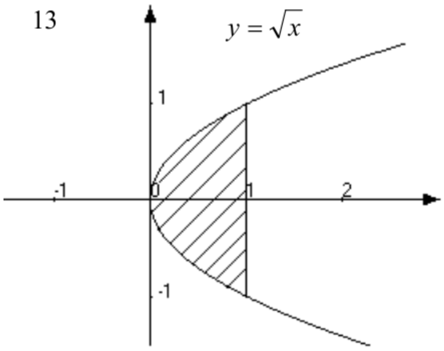
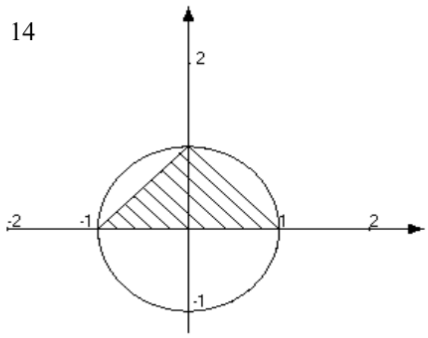
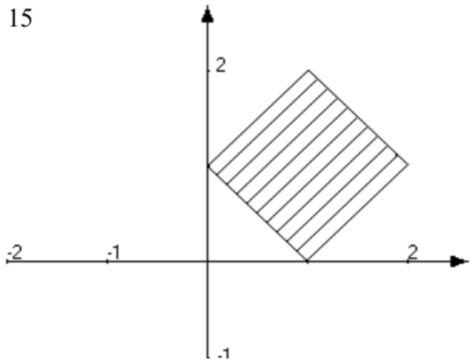
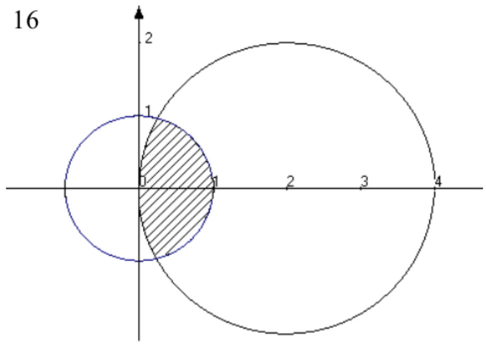
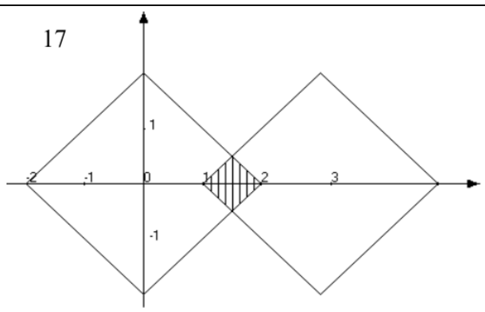
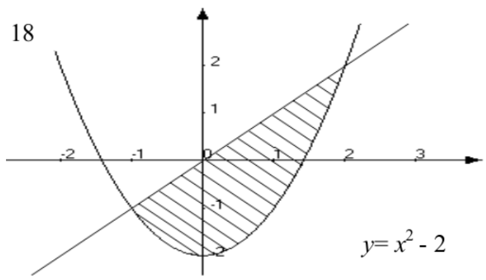
**Задание –** Методом Монте-Карло вычислить площади закрашенных фигур.

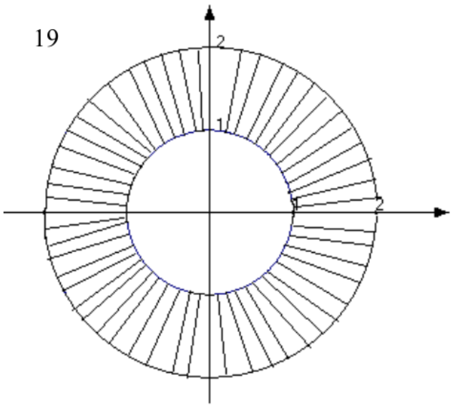
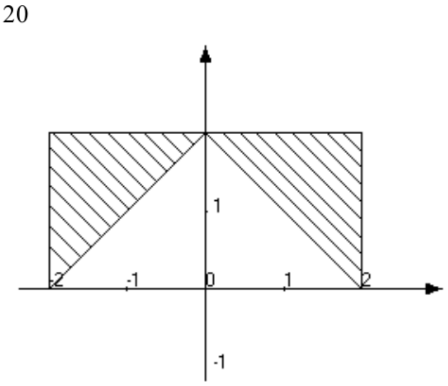
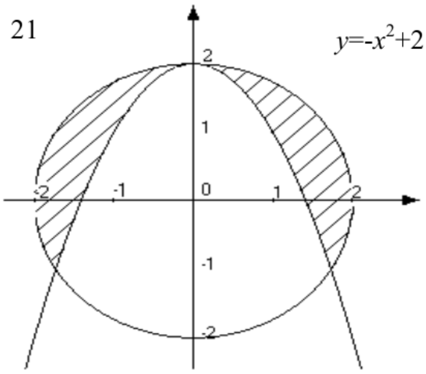
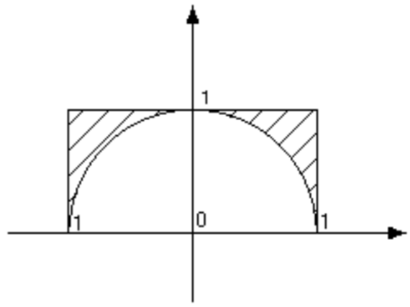
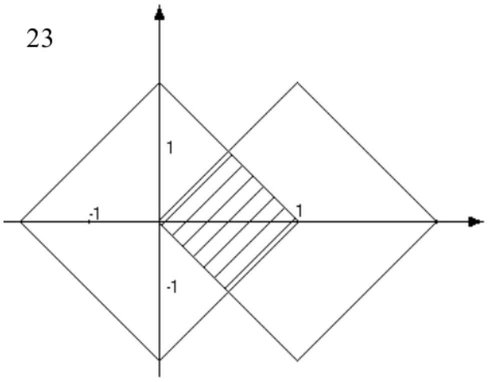
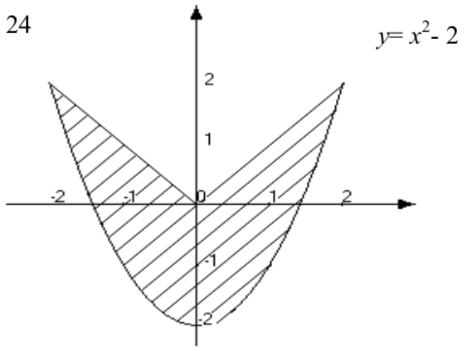
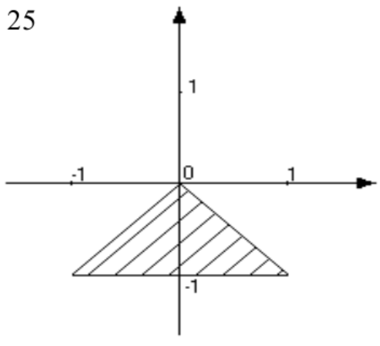
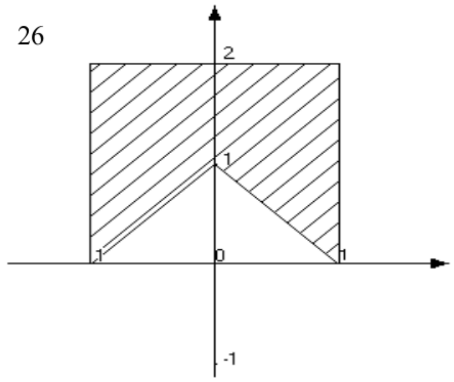
Выполнить аналитический расчет площади и выполнить серию экспериментов с разным количеством испытаний (числа случайных точек). Результаты свести в таблицу:

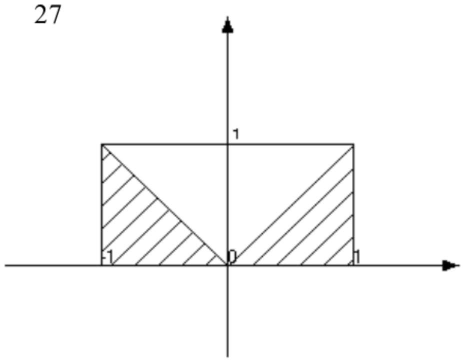
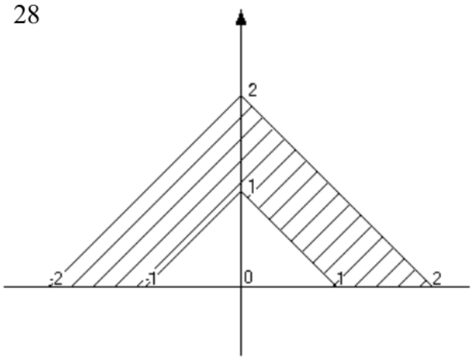
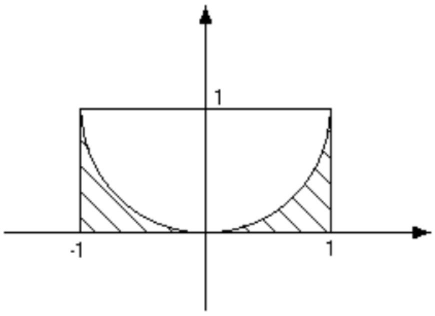
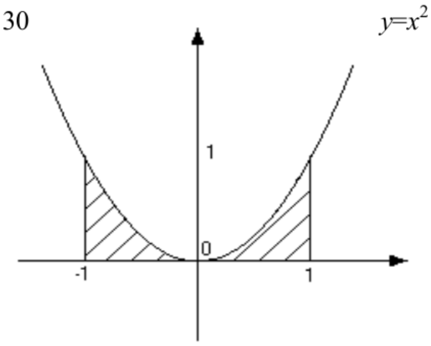
| **№** | **Число точек** | **Число точек, принадлежащих фигуре** | **Площадь фигуры по методу Монте-Карло** | **Отклонение от истинной точности** |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 100 | | | |
| 2 | 1000 | | | |
| 3 | 10000 | | | |
| 4 | 100000 | | | |
| 5 | 1000000 | | | |
| 6 | 10000000 | | | |

| № вар. | Задание | № вар. | Задание |
|---|---|---|---|
| 1 |  | 2 |  |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 |  | 4 |  |
| 5 |  | 6 |  |
| 7 | 7  | 8 |  |
| 9 |  | 10 | 10  |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 11 |  | 12 |  |
| 13 |  | 14 |  |
| 15 |  | 16 |  |
| 17 |  | 18 |  |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 19 |   | 20 |   |
| 21 |   | 22 |   |
| 23 |   | 24 |   |
| 25 |   | 26 |   |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 27 | 27   | 28 | 28   |
| 29 | 29   | 30 | 30   |