Lista 12

Zadanie 1 (1 punkt). Przybliż eksperymentalnie pole figury $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \subset \mathbb{R}^2$, gdzie:

- A to koło o środku $(2,1)$ i promieniu 5,
- B to prostokąt (tj. zbiór punktów ograniczonych tym prostokątem) o wierzchołkach $(4,0),(7,6),(3,8)$ i $(0,2)$.

Zadanie 2 (1 punkt). Dana jest urna, w której znajduje się r kul czerwonych, g kul zielonych i b kul niebieskich (gdzie $r+g+b \geqslant 4$). Rozważmy proces, w którym wyciągamy z urny bez zwracania cztery kule, numerując je. Napisz funkcję, która dla podanych liczb naturalnych r,g,b przybliża eksperymentalnie prawdopodobieństwo, że tak wyciągnięte kule spełniają **jednocześnie** następujące warunki:

- Co najmniej jedna kula jest czerwona.
- Pierwsza i trzecia kula mają różne kolory.
- Druga i trzecia kula mają ten sam kolor.
- Czwarta kula nie jest zielona.

Zadanie 3 (1 punkt). Rozważmy grę, w której gracz wykonuje kolejne rzuty oszukaną monetą, dla której prawdopodobieństwo wyrzucenia orła wynosi $p \in (0,1)$. Gra kończy się, gdy w ostatnich trzech rzutach wypadły dokładnie dwa orły (co w szczególności oznacza, że zostały oddane co najmniej trzy rzuty). Narysuj wykres (przybliżonej) oczekiwanej liczby rzutów oddanych w takiej grze w zależności od p.

Zadanie 4 (1 punkt). Rozważmy grę w kółko i krzyżyk rozgrywaną na planszy rozmiaru $n \times n$ (w której celem gracza jest umieszczenie n swoich symboli w jednym rzędzie, kolumnie lub na przekątnej), oraz dwóch graczy grających losowo (w każdym ruchu gracz stawia swój symbol na losowo wybranym wolnym polu, z równym prawdopodobieństwem dla każdego pola). Napisz funkcję, która dla podanego $n > 0$ szacuje prawdopodobieństwo, że taka gra zakończy się remisem.