Robótica Industrial

Matriz de Rotación con respecto a X y Y

Sánchez Sandoval Carlos Alberto

September 25, 2019

Matriz de rotación Obtener la matriz de rotación con respecto a X y Y.

Calcular la rotación con respecto a (x)....

$$py_1 = r\cos(\beta)$$

$$= r\cos(\theta - \alpha)$$

$$= r(\cos(\theta)\cos(\alpha) + sen(\theta)sen(\alpha)$$

$$= r\cos(\theta)\cos(\alpha) + rsen(\theta)sen(\alpha)$$

$$pz_1 = rsen(\beta)$$

$$= rsen(\theta - \alpha)$$

$$= r(sen(\theta)\cos(\alpha) - \cos(\theta)sen(\alpha)$$

$$= rsen(\theta)\cos(\alpha) - rcos(\theta)sen(\alpha)$$

Sustituyendo.....

$$Py_1 = Py_0cos(\alpha) + Py_0sen(\alpha)$$

 $Pz_1 = Pz_0cos(\alpha) - Pz_0sen(\alpha)$

Matriz de rotación

$$\begin{bmatrix} py_1 \\ pz_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} py_0 \cos(\alpha) & pz_0 - sen(\alpha) \\ py_0 sen(\alpha) & pz_0 \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ sen(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} Rx(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -sen(\alpha) \\ 0 & sen(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

Calculando la rotación con respecto a (y)....

$$px_1 = r\cos(\beta)$$

$$= r\cos(\theta - \alpha)$$

$$= r(\cos(\theta)\cos(\alpha) + sen(\theta)sen(\alpha)$$

$$= r\cos(\theta)\cos(\alpha) + rsen(\theta)sen(\alpha)$$

$$pz_1 = rsen(\beta)$$

$$= rsen(\theta - \alpha)$$

$$= r(sen(\theta)\cos(\alpha) - \cos(\theta)sen(\alpha)$$

$$= rsen(\theta)\cos(\alpha) - rcos(\theta)sen(\alpha)$$

Sustituyendo.....

$$Px_1 = Px_0cos(\alpha) + Px_0sen(\alpha)$$

 $Pz_1 = Pz_0cos(\alpha) - Pz_0sen(\alpha)$

Matriz de rotación

$$\begin{bmatrix} pz_1 \\ px_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} pz_0 \cos(\alpha) & px0 \sec(\alpha) \\ pz_0 & -\sec(\alpha) & px0 \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sec(\alpha) \\ -\sec(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} Rx(\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & \sec(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sec(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$