Листок № 0

Делимость целых чисел и сравнения по модулю

Задание 1. Предварительно оценив количество делений с остатком, с помощью алгоритма Евклида найдите НОД (a, b), где:
а) $a = 44998391$, $b = 96673658$;
б) $a = 16279652$, $b = 68593190$.

Задание 2. С помощью сравнений по модулю докажите, что при любом натуральном n дробь

$$\frac{41^n + 24n - 1}{64}$$

является целым числом.

Задание 3. Вычислите: а) $2^{1092} \bmod 1093^2$; б) $2^{3510} \bmod 3511^2$.

Задание 4. С помощью а) теоремы Эйлера; б) теоремы Кармайкла найдите последние три цифры числа $2017^{2017^{2017}}$.

Задание 5. Решите сравнение 1-й степени:
а) $2017x \equiv 1999 \pmod{53084472}$;
б) $2017x \equiv 1999 \pmod{30446866}$.

Задание 6. Решите сравнение 2-й степени, предварительно выяснив, есть ли у него решения:
а) $2x^2 - 5x + 13 \equiv 0 \pmod{2017}$;
б) $2x^2 - 6x + 25 \equiv 0 \pmod{2017}$.

Задание 7. С помощью китайской теоремы об остатках восстановите число по его остаткам r_1, r_2, r_3 от деления на $m_1 = 29$, $m_2 = 37$, $m_3 = 43$:
а) $r_1 = 11$, $r_2 = 6$, $r_3 = 19$;
а) $r_1 = 8$, $r_2 = 25$, $r_3 = 17$.