### Sommaire Introduction à l'IA Logique des propositions et Prédicats de Premier Ordre Logique des propositions et Prédicats de Premier Ordre Techniques et Outils de Représentation de la Connaissance (Langage Prolog) Syntaxe et Structures de Prolog Systèmes experts et moteurs d'inférences Systèmes experts et moteurs d'inférences

M.BERRADA 2

L'objectif de base de l'I.A est de

Réussir à doter les machines des capacités leur permettant de réaliser des taches réputées intelligentes
Créer une machine intelligente, possédant la faculté de raisonner, de comprendre, d'apprendre, de déduire et de réagir

Durant les premières années de recherche (50), plusieurs systèmes informatiques, intégrant un raisonnement de bon sens ont été conçus et réalisés
Ces systèmes datent de l'année 1956 où pour la première fois l'expression "Intelligence Artificielle" a été prononcée

par John Mc Carthy.

### Introduction (2) John Mc Carthy essayait d'attribuer un nom frappant à cette discipline par son expression : "We need something more flashy".

• En 1956 John Mc Carthy conçoit le premier langage de programmation adapté aux besoins de la discipline : le langage LISP (LISt Processing).

Depuis, on a abouti a plusieurs résultats et réalisé plusieurs outils. Mais on c'est aperçu qu'on était loin de réaliser la machine intelligente, le rêve initial.

M.BERRADA 5

ENSAF

Introduction (3)

• On a essayé de donner des définitions de l'IA plus adaptées aux résultats obtenus ou aux rêves les plus réalistes. On a alors obtenu plusieurs définitions souvent non précises dont nous allons retenir la combinaison suivante :

L'IA est une discipline en informatique qui permet la reproduction de comportements humains intelligents. Elle cherche à concevoir des programmes et des machines en mesure de traiter des problèmes pour lesquels nous n'avons pas de méthodes directes et assurées de résolution.

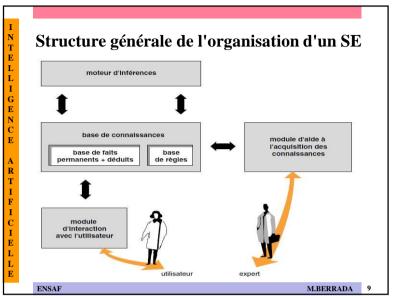
M.BERRADA

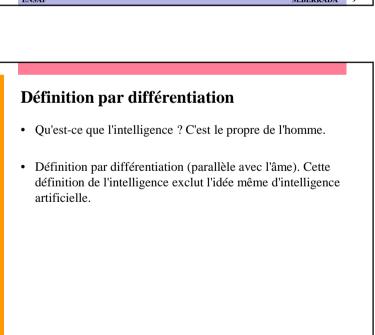
### Système Expert

- D'une manière générale, un SE est un programme qui permet l'exploitation des connaissances dans un domaine précis et rigoureusement limité.
- Il est utilisé pour effectuer des tâches intellectuelles, c-à-d des travaux exigeant le savoir et l'expérience de l'homme.
- Un SE est alors capable d'assister l'utilisateur de manière efficace.
- Tel un expert humain, un SE n'a aucune prétention en dehors de sa spécialité.
- Un SE est un système informatique où les données (la base de connaissance) sont bien séparées du programme qui les manipule (le moteur d'inférences).

ENSAF M.BERRADA 7

### Structure logiciel classique et système expert. • Le cœur d'un SE se compose d'une base de connaissance et d'un moteur d'inférences partie exécutable partie non exécutable logiciel traitements + connaissance données classique système moteur d'Inférences base de règles partie «cablée» du système partie accessible du système M.BERRADA ENSAF





### Définition générale

ENSAF

- Pour les sciences cognitives, tout robot possède un certain degré d'« **intelligence** » à partir du moment où il est capable de s'adapter à l'environnement et résoudre des problèmes. Les limites sont toutefois difficiles à établir.
- Il existe différentes définitions de l'intelligence artificielle, car :
  - L'adjectif artificiel est assurément aisé à comprendre : ce type d'intelligence est le résultat d'un processus créé par l'homme, plutôt que d'un processus naturel biologique et évolutionnaire.
  - En revanche, la notion d'intelligence est difficile à cerner :
    - La capacité d'acquérir et de retenir les connaissances, d'apprendre ou de comprendre grâce à l'expérience.
    - L'utilisation de la faculté de raisonnement pour résoudre des problèmes, et pour répondre rapidement et de manière appropriée à une nouvelle situation, etc.

M.BERRADA 10

### Définitions reposant sur le concept d'Intelligence

- L'IA est la partie de l'informatique consacrée à la conception de systèmes informatiques intelligents. E. Feigenbaum.
- L'IA est l'étude des concepts qui permettent de rendre les machines intelligentes. **Winston**.
- L'IA est la partie de l'informatique consacrée à l'automatisation de comportements intelligents. Lugger & Stubbleeld (1993).

ENSAF M.BERRADA 12

M.BERRADA 3

### Définitions prenant l'humain comme référence

- L'IA est la science de programmer les ordinateurs pour qu'ils réalisent des tâches qui nécessitent de l'intelligence lorsqu'elles sont réalisées par des êtres humains. Marvin Minsky.
- Des systèmes qui démontrent des capacités comparables au raisonnement humain pour améliorer la qualité de vie et améliorer la compétitivité économique. Japan-Singapore AI Centre.

M.BERRADA 13

**Autres caractérisations** 

• Les principales composantes d'un système d'IA doivent être les connaissances, le raisonnement, la compréhension du langage naturel et l'apprentissage. Turing

• La question n'est pas de savoir si les machines peuvent avoir des émotions, la question est de savoir s'ils peuvent être intelligents \*sans\* émotion. Marvin Minsky

M.BERRADA ENSAF

### Définitions liées à la difficulté des problèmes visés

- L'automatisation d'activités qui nous associons à la pensée humaine, comme la prise de décision, la résolution de problème ou l'apprentissage. Bellman (1978).
- L'étude de comment programmer les ordinateurs pour qu'ils réalisent des tâches pour lesquelles les êtres humains sont actuellement meilleurs. Rich & Knight (1991).
- L'IA commence là où l'informatique classique s'arrête : tout problème pour lequel il n'existe pas d'algorithme connu ou raisonnable permettant de le résoudre relève a priori de l'IA. Jean-Louis Laurière.

M.BERRADA 14

### Intelligence artificielle faible/forte

Il existe un consensus de séparation entre :

- - Le concept d'intelligence artificielle forte fait référence à une machine capable non seulement de produire un comportement intelligent, mais d'éprouver une impression d'une réelle conscience de soi, de «vrais sentiments», et une compréhension de ses propres raisonnements.
- l'intelligence artificielle **faible** 
  - La notion d'intelligence artificielle faible constitue une approche pragmatique d'ingénieur : chercher à construire des systèmes de plus en plus autonomes, des algorithmes capables de résoudre des problèmes d'une certaine classe, etc... Mais, cette fois, la machine simule l'intelligence, elle semble agir comme si elle était intelligente.

Il s'agit surtout d'intelligence humaine reconstituée, et de programmation d'un apprentissage

M.BERRADA

• l'intelligence artificielle **forte** 

### Histoire de l'IA (1) • 1952 à 1969 : période euphorique, on annonce - le remplacement des experts humains par des systèmes experts, - compréhension du langage naturel • 1966 à 1974 : on comprend la difficulté de la tache - le remplacement des experts humains par des systèmes experts : échec, raisonnement ok, manque la connaissance, goulot d'étranglement de l'IA - compréhension du langage naturel : échec, trop difficile, impossible ? • 1988 à 1993, hiver de l'IA : ralentissement des recherches en IA à cause des promesses non tenues

### Représentation de la connaissance

- La construction d'un système intelligent nécessite en général un ensemble de connaissances sur le domaine d'application correspondant, et donc un moyen de représentation de ces connaissances.
- Il s'agit de trouver un formalisme compréhensible, bien adapté à la nature de la connaissance, logique et souple dans sa réalisation.

ENSAF M.BERRADA 1

### Histoire de l'IA (2)

- Depuis 2000: Naissance de nouvelles branches de l'IA :
  - · Révolution de données :
    - Big Data: Volume (le nombre de données), Variété (le type et les sources de données) et Vélocité/Vitesse (la fréquence à laquelle on les collecte)
    - Data Mining: Text Mining, Web Mining
  - Machine learning, Deep learning(Apprentissage supervisé)
  - Web services : Composition, planification et découverte
- Le but de l'apprentissage machine ("machine learning") est d'étudier et entrainer des algorithmes afin qu'ils puissent apprendre à apprendre et faire des prédictions sur une large quantité de données.
- L'apprentissage supervisé et non-supervisé sont issues de l'exploration de données ("Data Mining") qui a comme objectif d'extraire les connaissances depuis les bases d'informations.

ISAF M.BERRADA 18

### Domaines d'application de l'IA

les réalisations actuelles de l'IA peuvent être regroupées en différents domaines :

La reconnaissance des formes, des visages, de la parole, ...

Le traitement (traduction) automatique des langues

Les interfaces intelligentes

Recherche intelligente dans des bases de données : fouille de données, fouille de textes ;

La robotique.

diagnostic, systèmes experts (médical, bourse, panne, etc.) ;

Les jeux (échecs, dames, Go) : échec des algos classiques ;

ENSAF

MBERRADA

20

### Domaines d'application des SE Développement de Systèmes Experts en différents domaines Médecine, Pannes dans un réseaux, Perception géologique, Analyse chimique, Calcul automatique de la configuration optimale d'un système d'information, Fiabilité des opérateurs humains et machines dans une entreprise, systèmes d'aide à la décision... ENSAF MEERADA 21

Représentation de la connaissance

Logique des Propositions

Logique des Prédicats du Premier Ordre

Logique des Prédicats du Premier Ordre

ELL

LL

ELL

LL

ENSAF

M.BERRADA

23

### Dangers éventuel

- D'après certains auteurs, les perspectives de l'intelligence artificielle pourraient avoir des inconvénients, si par exemple les machines devenaient plus intelligentes que les humains, et finissaient par les dominer, voire les exterminer, de la même façon que nous cherchons à exterminer certaines séquences d'ARN (les virus) alors que nous sommes construits à partir d'ADN, un proche dérivée de l'ARN.
- Toutes ces possibilités futures ont fait l'objet de quantités de romans de science-fiction, tels ceux d'Isaac Asimov.

M.BERRADA 22

### Introduction

- L'approche classique et la base fondamentale pour représenter la connaissance en IA est la logique formelle.
- Elle a été développée pour servir à la définition rigoureuse d'un très grand nombre d'aspects, éléments et techniques de l'IA.
- Elle s'attache à formaliser le processus de raisonnement et le principe de déduction lié au fondement même de l'IA.
- Mais la logique formelle renferme un grand nombre de classes dont les plus fréquemment utilisées pour réaliser des systèmes en IA sont la logique des propositions (LP) et la logique des prédicats du premier ordre (LPO).

ENSAF M.BERRADA 24

### Logique des propositions

• Une proposition est un énoncé ou assertion permettant de définir une situation ou concept ou fait logique quelconque ayant une valeur de vérité vraie ou fausse.

- Exemples:
  - 1'IA est une science cognitive.
  - La salle est grande.
  - driss est père de ali.

Connecteurs (2)

- la droite D1 et la droite D2 sont parallèles.
- c'est une série convergente.
- Pour la manipulation d'une proposition, on lui affecte un symbole (souvent une lettre. Exp : P, Q, R ...)

ENSAF

M.BERRADA 25

• Soient P et Q deux propositions. La table de vérité relative aux différents connecteurs est la suivante :

R							
N	P	Q	7P	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$
E	F	F	V	F	F	V	V
A	F	V	V	F	V	V	F
R	V	F	F	F	V	F	F
I	V	V	F	V	V	V	V
F							
I							

ENSAF M.BERRADA

### Connecteurs

• Il existe un ensemble d'opérateurs logiques qui, appliqués à un ensemble de propositions créent une nouvelle :

7 ou ¬: négation

 $\land$  : conjonction (et)

disjonction (ou)

→ : implication

ENSAF

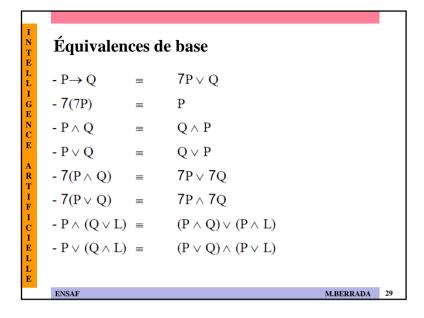
M.BERRADA 26

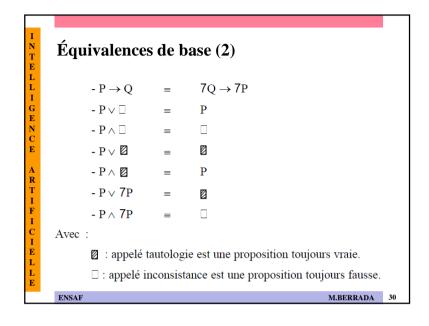
### Connecteurs (3)

- L'application de ces connecteurs aux propositions permet de définir plusieurs types de propositions : *atome*, *expression bien formée*, *littéral*, ...
- **Atome :** Un atome est une proposition élémentaire ne contenant pas de connecteur logique.
- Littéral : Un littéral est un atome ou la négation d'un atome.
- Expression bien formée (e.b.f): Une e.b.f est un littéral ou une proposition formée à base de littéraux auxquels sont appliqués les connecteurs : ∧,∨,→,↔

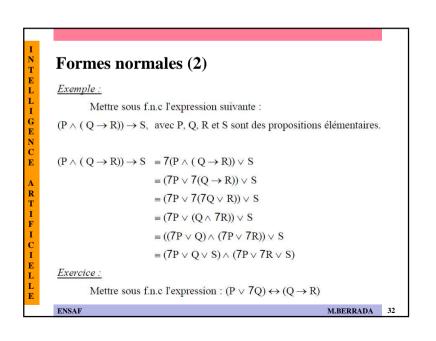
ENSAF

M.BERRADA 28





## Formes normales Forme normale conjonctive • On appelle forme normale conjonctive (f.n.c) toute proposition P sous la forme: $P = \bigwedge_{i=1}^{n} Q_{i}, \text{ avec } Q_{i} = \bigvee_{j=1}^{p_{i}} H_{j}, \forall \text{ i} \text{ où H}_{j} \text{ est un littéral.}$ Forme normale disjonctive • On appelle forme normale disjonctive (f.n.d) toute proposition P sous la forme: $P = \bigvee_{i=1}^{n} Q_{i}, \text{ avec } Q_{i} = \bigwedge_{j=1}^{p_{i}} H_{j}, \forall \text{ i} \text{ où H}_{j} \text{ est un littéral.}$ Exemple: Mettre sous f.n.c l'expression suivante: $(P \land (Q \rightarrow R)) \rightarrow S, \text{ avec } P, Q, R \text{ et S sont des propositions élémentaires.}$ ENSAF M.BERRADA 31



### Règles d'Inférences

- Une Règle d'Inférence (R.I) est la représentation d'un procédé pour déduire de nouvelles connaissances à partir d'une ou plusieurs connaissances.
- Dans le cas de la logique des propositions, une connaissance est représentée par une proposition (ou **e.b.f**).
- Ainsi, pour avoir un système Intelligent complet pour la gestion des connaissances, celui-ci doit disposer d'une ou plusieurs règles d'inférences.
- Une règle d'inférence doit savoir combiner entre les e.b.f afin d'en déduire d'autres.

ENSAF M.BERRADA 33

**Exemple** 

- Exemple : rapport d'enquête policière (extrait d'une revue). Il s'agit d'un meurtre qui a eu lieu dans un hôtel. Le rapport comprend les assertions suivantes :
  - La bonne dit qu'elle a vu le maître d'hôtel dans la salle de séjour.
  - La salle de séjour est adjacente à la cuisine.
  - Le coup de feu fut tiré dans la cuisine et peut être entendu dans toutes les pièces adjacentes.
  - Le maître d'hôtel, qui entend bien, déclare ne pas avoir entendu le coup de feu.

Prouver que si la bonne dit la vérité alors le maître d'hôtel ment.

AF M.BERRADA

### Règles d'Inférences (2)

Les règles d'inférences de base sont celles de

• Règle d'inférence de Modus-Ponens

Si  $P \rightarrow Q$  est vraie et P est vraie alors Q est vraie. On note :

$${P \to Q, P} \frac{M.P}{} > Q$$

• Règle d'inférence de Modus-Tollens

Si P  $\rightarrow$  Q est vraie et 7Q est vraie alors 7P est vraie. On note :

$$\{P \rightarrow Q, 7Q\} \frac{M.T}{} > 7P$$

 Cette deuxième règle se déduit de Modus-Ponens, mais elle peut aussi être utilisée dans un système à déduction, combinée avec la première.

NSAF M.BERRADA 34

### Solution (1)

- On définit les propositions suivantes :
  - P = La bonne dit la vérité.
  - O = Le maître d'hôtel ment.
  - R = Le maître d'hôtel était dans la salle de séjour.
  - S = Le coup de feu peut être entendu dans toutes les pièces adjacentes à la cuisine
  - T = La salle de séjour est adjacente à la cuisine
  - U = Le coup de feu peut être entendu dans la salle de séjour
  - V = Le maître d'hôtel a entendu le coup de feu.
  - W = Le maître d'hôtel, qui entend bien, déclare ne pas avoir entendu le coup de feu.
- Les propositions vraies sont : P, S, T et W. et on veut démontrer Q.

NSAF M.BERRADA 3

M.BERRADA

9

### Solution (2)

• Les propositions vraies sont : P, S, T et W. et on veut démontrer Q.

• On a:

$$\begin{split} \{P \rightarrow R, \, P\} \rightarrow \underline{R} \\ \{S \wedge T \rightarrow U, \, S \wedge T\} \rightarrow \underline{U} \\ \{U \wedge R \rightarrow V, \, U \wedge R\} \rightarrow \underline{V} \\ \{V \wedge W \rightarrow Q, \, V \wedge W\} \rightarrow \mathbf{Q} \end{split}$$

ENSAE

M.BERRADA 37

### Logique des prédicats du premier ordre (LPO)

- La logique des propositions ne permet pas de formaliser des énoncés généraux.
- Elle représente seulement des informations rigides et non paramétrables.
- Ainsi les éléments d'une proposition sont indissociables, c'est un énoncé rigide est très particulier qui représente un tout ne pouvant servir à aucun contexte différent de celui de sa création.

M.BERRADA 38

### LPO (2)

- Exemple : "Si x est père de y et x et père de z alors y et z sont frères".
- C'est une assertion qui ne peut être représentée ou manipulée en logique des propositions.
- Son équivalent en logique des propositions est par exemple : "Si Driss est père de Ali et Driss et père de Hamid alors Ali et Hamid sont frères".
- Mais un tel énoncé est très particulier concernant toujours Driss, Ali et Hamid.
- Tandis que la première assertion est indépendante des noms propres.

ENSAF

M.BERRADA 39

### **LPO (3)**

- La logique des propositions se montre alors insuffisante pour résoudre les problèmes de l'IA qui sont plus généraux.
- En logique des prédicats de premier ordre l'assertion présentée avant peut être représentée comme suit :

```
\forall (x, y, z) ( P\`{ere}(x,y) \land P\`{ere}(x,z) \rightarrow Fr\`{ere}(y,z) ).
```

Où Père et Frère sont des prédicats et non des propositions.

ENSAF M.BERRADA 4

### Définitions et propriétés

 Un prédicat est une fonction propositionnelle qui peut être appliquée à un ensemble de paramètres appartenant à un domaine d'application donné pour énoncer une proposition donnée.

$$\begin{array}{cccc} P & : & D_1 \times D_2 \times \ldots \times D_n & \rightarrow & \{ \operatorname{Vrai}, \operatorname{Faux} \} \\ & & (x_1, x_2, \ldots, x_n) & \rightarrow & P(x_1, x_2, \ldots, x_n) \end{array}$$

 $D_1 \times D_2 \times ... \times D_n$  est le domaine d'application.

Le prédicat P appliqué aux paramètres  $x_i$  ( $P(x_1, x_2,...,x_n)$ ) devient une proposition.

• Remarque: Un prédicat peut être appliqué à des variables et/ou des constantes. Il peut aussi être appliqué à la valeur d'une fonction sur un ensemble de paramètres.

F M.BERRADA 41

### Définitions et propriétés (2) • Exemples : 1 (∀x) P (f(a,b), x) → (∀y) Q(y, b), avec x et y des variables, a et b des constantes et f une fonction. 2) "si le travail d'un étudiant est rigoureux il réussi forcément" (∀E) ( Etudiant(E) ∧ rigoureux(travail(E)) → réussir(E) ) 3) Soit l'assertion classique suivante : "tout homme est mortel" ∧ "Socrates est un homme" → "Socrates est mortel" représentée dans la LPO comme suit : ((∀x) (Homme(x) → Mortel(x))) ∧ (Homme(Socrates))) → Mortel(Socrates) On remarque que cette écriture représente la règle d'inférence Modus-Ponens appliquée dans le domaine de la LPO.

M.BERRADA 42

### Définitions et propriétés (3)

- Propriétés:
- Le nombre de paramètres d'un prédicat est appelé *arité* du pédicat.
- Un prédicat d'arité 0 est une proposition.
- Les connecteurs de la LPO sont les même que ceux de la LP
- Les quantificateurs universel (∀) et existentiel (∃) sont des éléments de la LPO.
- Remarque :

L'ordre des quantificateurs  $\forall$  et  $\exists$  est très important :

• Exemple:

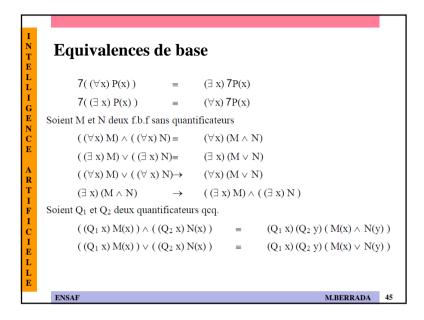
$$(\forall x)(\exists y) (p(x, y)) \neq (\exists y) (\forall x) (p(x, y))$$

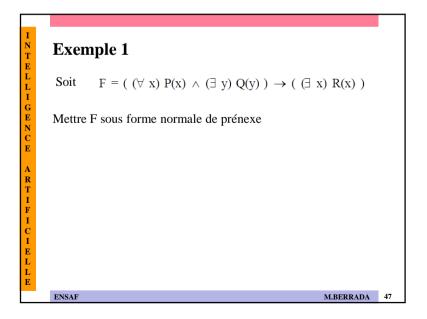
ENSAF M.BERRADA 4

### Définitions et propriétés (4)

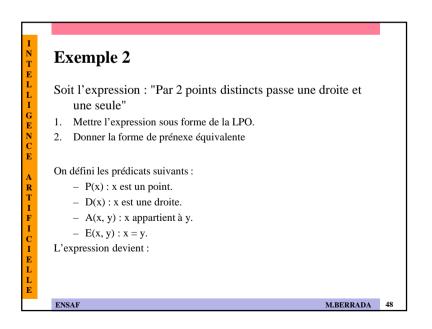
- Un **terme** est une constante ou une variable ou une fonction appliquée à des termes dans la LPO.
- Un **atome** en LPO est un symbole de proposition (prédicat d'arité 0) ou l'application d'un prédicat à des termes.
  - Homme(x)
  - Rigoureux (Travail(x))
  - P
- Un littéral est un atome où la négation d'un atome.
- Une **formule bien formée** (f.b.f) est un littéral ou une expression formée à base de littéraux auxquels sont appliqués les connecteurs

ENSAF M.BERRADA 4





### Forme normale de Prénexe • Une f.b.f F est une forme normale de Prénexe ssi F est sous la forme : $F = (Q_1 x_1) (Q_2 x_2) \dots (Q_n x_n) M$ • Avec Qi sont des quantificateurs qcq ( $\forall$ ou $\exists$ ), et M une formule sans quantificateurs appelée Matrice. • Exemple: $F = (\forall x) (\exists y) (\exists z) (P(x, y) \rightarrow Q(y, z))$ • Note: Toute f.b.f admet une forme normale de prénexe équivalente.



### Forme standard de Skolem (la skolémisation) • Elle consiste à supprimer les quantificateurs existentiels (∃) • Soit F une f.b.f. Pour mettre F sous forme standard de Skolem on réalise les étapes suivantes : 1. Mettre F sous forme normale de Prénexe : $F = (Q_1 x_1) (Q_2 x_2) ... (Q_n x_n) M$ 2. Mettre M sous forme normale conjonctive: $M = M_1 \wedge M_2 \wedge \ldots \wedge M_k$ 3. Pour tout quantificateur $Q_i = \exists$ : - s'il n'y a aucun $\forall$ à gauche de $Q_i$ alors supprimer $(Q_i x_i)$ et remplacer x<sub>i</sub> dans M par une constante non déjà existante. - si $Q_i, Q_{i+1}, ..., Q_1$ sont des Quantificateur ( $\forall$ ) à gauche de $Q_i$ alors supprimer $(Q_i x_i)$ et remplacer $x_i$ dans M par une fonction f de $f(x_i, x_{i+1}, ..., x_1)$ $X_i, X_{i+1}, ..., X_1$ : M.BERRADA 49

# Exemple Soit $F = (\forall x) P(x) \land (\exists y) Q(y)$ $F = (\forall x) (\exists y) (P(x) \land Q(y))$ $= (\forall x) (P(x) \land Q(f(x)))$ avec f : fonction de SkolemOn aura aussi: $F = (\exists y) Q(y) \land (\forall x) P(x) / (commutativit\'e de \land (\exists y) (\forall x) (Q(y) \land P(x)))$ $= (\forall x) (Q(a) \land P(x))$ avec « a » une constante qui remplace y. C'est une fonction de Skolem. Note: Une f.b.f peut avoir plusieurs formes de Skolem différentes.

### Formes clausales (1) 1. La suppression des quantificateurs existentiels a une signification logique lorsqu'on désire représenter une connaissance dans un système automatique d'IA. En effet, une connaissance dans ce cas est soit absolue (quantificateur universel) soit appliquée seulement à certains cas et il faux les citer tous. Ainsi, dire dans un système qu'il existe des cas ou une connaissance est réalisée n'a pas beaucoup d'importance. 2. Le but maintenant est de trouver un formalisme qui prépare une connaissance à être implémenté dans un système à base de connaissances, avec un outil tel que Polog. Il s'agit de la notion de « clauses » ou « formes clausales ».

Formes clausales (2)

3. On remarquera que Prolog a emprunté toute la signification des formes clausales ainsi que le mot clé clauses.

4. Les étapes de passage par Prénexe et Skolem ne sont que des étapes intermédiaires pour faire aboutir aux formes clausales qui à leur tour offre un moyen à la fois logique et pratique pour l'implémentation des connaissances et la réalisation d'outils ou langages d'implémentation

ENSAF M.BERRADA 52

Clause

• Une clause est une disjonction de littéraux.

• P(x), P(x, y) × 7Q(y) sont des clauses.

• On considère que l'inconsistance ( ) est une clause vide.

AR
T
I
C
I
E
L
L
E
E
N
M.BERRADA
53

### Forme Clausale ou ensemble de Clauses • Forme Clausale ou ensemble de Clauses (Base de connaissances) • Une forme clausale est une conjonction de clauses. • Pour obtenir la forme clausale d'une f.b.f F il suffit de la mettre sous forme standard de Skolem : $F = (\forall x_1) (\forall x_2) \dots (\forall x_n) F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_k$ la forme clausale de F est : $F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_k, \text{ qu'on note } : \{F_1, F_2, \dots, F_k\}$ ENSAF \*\*MBERRADA\*\* 54

### Exemple • Mettre F sous la forme clausale: $F = ((\exists \ x) \ P(x)) \to 7 \ (((\exists \ y) \ Q(y)) \to R \ )$ A R T I I F I C I E L L L E ENSAF M.BERRADA 55

Principe de résolution

Le principe de résolution (PR) est le formalisme d'une règle d'inférence qui permet la déduction d'une nouvelle clause y à partir de deux autres φ<sub>1</sub> et φ<sub>2</sub>.

La nouvelle clause y sera appelée *résolvante de φ*<sub>1</sub> et φ<sub>2</sub>.

L'avantage du PR est qu'il est applicable à la LP et généralisable au cas de la LPO.

### Principe de résolution en LP

- Soit une forme clausale C = { φ<sub>1</sub>, φ<sub>2</sub>, ..., φ<sub>n</sub>}.
   Avec φ<sub>1</sub>, ..., φ<sub>n</sub> sont appelées des clauses *concrètes c.à.d*: clauses ne contenant pas de variables (LP).
- Si ∃ i et j tq : φ<sub>i</sub> = L ∨ φ'<sub>i</sub> et φ<sub>j</sub> = 7L ∨ φ'<sub>j</sub> avec L un littéral, alors Le principe de résolution permet de déduire qu'il existe une résolvante ψ de φ<sub>i</sub> et φ<sub>i</sub> donnée par : ψ = φ'<sub>i</sub>∨ φ'<sub>i</sub>

on note que : 
$$\{\varphi_i, \varphi_j\} \xrightarrow{PR} \psi = \varphi_i \vee \varphi_j$$

Ou 
$$\{L \vee \varphi_i, 7L \vee \varphi_j^{\prime}\} \xrightarrow{PR} \psi = \varphi_i^{\prime} \vee \varphi_j^{\prime}$$

ENSAF

M.BERRADA 57

### Réfutation par résolution (LP)

• Pour montrer qu'une formule  $\psi$  se déduit d'un ensemble de clauses  $\{\phi_1\,,\,\phi_2\,,\,\ldots\,,\,\phi_n\,\}$ , il suffit de montrer à l'aide du PR que la clause vide — se déduit de l'ensemble :

$$\{\phi_1\,,\,\phi_2\,,\,\ldots\,,\,\phi_n\,,\,7\psi\,\}$$

• Ce procédé est appelé **preuve par réfutation** ou **réfutation** par **résolution** :

- par application répétitive du PR aux clauses de  $\,\{\phi_1\,,\,\phi_2\,,\,\ldots\,,\,\phi_n\,,\,7\,\psi\,\}\,$
- Remarque : Si  $7\psi$  n'est pas une clause,  $\{\phi_1,\phi_2,\ldots,\phi_n,7\psi\}$  n'est pas une forme clausale, il faut alors la transformer en une forme clausale

ENSÁGUIVAlente M.BERRADA

### Principe de résolution en LP (2)

- On note aussi que :  $L \vee \varphi_i$ ,  $7L \vee \varphi_j$   $\psi = \varphi_i \vee \varphi_j$ on dit que  $\psi$  se déduit de  $\varphi_i$  et  $\varphi_j$ , ou encore que  $\psi$  est une déduction logique de  $\varphi_i$  et  $\varphi_j$ ,
- On obtient une nouvelle forme clausale :

$$\phi = \{ \ \phi_1, \ \dots, \ \phi_{i\text{-}1}, \ \phi_{i\text{+}1}, \dots, \ \phi_{j\text{-}1}, \ \phi_{j\text{+}1}, \ \dots, \ \phi_n, \psi \}$$

• Remarque : Le PR recouvre la règle d'inférence de Modus-Ponens. En effet :

$$\{P \rightarrow Q, P\} \equiv \{7P \lor Q, P\} \equiv \{7P \lor Q, P \lor \Box\} \xrightarrow{PR} Q \lor \Box = Q$$

I.BERRADA 58

### Exemple

Etablir que ( P  $\vee$  Q, P  $\rightarrow$  Q, Q  $\rightarrow$  P )  $\models$  P  $\wedge$  Q

SAF

### Principe de résolution en LPO (1)

• Si on prend une forme clausale  $\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n\}$  dans la LPO telle que :

$$\phi_i = L(x) \lor \phi'_i(x)$$
 et  $\phi_j = 7L(a) \lor \phi'_j(a)$ 

Alors le principe de résolution formulé dans la LP devient inapplicable sauf si on impose par exemple la *substitution* de **a** à **x** dans  $\varphi_i$  qui devient  $\varphi_i = L(a) \vee \varphi'_i(a)$ La résolvante est :  $\varphi'_{i}(a) \vee \varphi'_{i}(a)$ 

• Le principe de résolution dans la LPO sera alors basé sur la notion de substitution.

M.BERRADA 61

### **Principe de Substitution (2)**

• Instance : La nouvelle f.b.f obtenue après l'application de la substitution  $\sigma$  à F sera notée  $F_{\sigma}$ ,

 $F_{\sigma}$  est appelée instance de substitution ou instance de F.

- **Unification :** Une substitution  $\sigma$  est appelée un **unifieur** pour un ensemble de f.b.f : { F1, F2, ..., Fn }, ssi l'application de  $\sigma$  aux Fi permet d'obtenir des expressions identiques. càd :  $F1_{\sigma} = F2_{\sigma} = \dots = Fn_{\sigma}$
- Un ensemble de f.b.f { F1, F2, ..., Fn }est dit unifiable s'il existe une substitution  $\sigma$  (l'unifieur) tq:

$$F1_{\sigma} = F2_{\sigma} = \dots = Fn_{\sigma}$$

M.BERRADA 63

### **Principe de Substitution (1)**

• Une substitution  $\sigma$  est un ensemble de couples :

$$\sigma = \{ (t_1, v_1), (t_2, v_2), ..., (t_n, v_n) \}$$

notée aussi :  $\{t_1/v_1, t_2/v_2, \ldots, t_n/v_n\}$ où ti sont des termes et vi sont des variables distincts.

- Le couple t<sub>i</sub>/v<sub>i</sub> signifie que le terme t<sub>i</sub> sera substitué à la variable v<sub>i</sub>.
- Appliquer la substitution  $\sigma$  à une f.b.f F revient à remplacer toute occurrence de v<sub>i</sub> dans F par t<sub>i</sub>. On dit qu'on substitut t<sub>i</sub> à v<sub>i</sub> dans F.

M.BERRADA 62

### **Principe de Substitution (Exemples)**

Soit :  $F = P(x,y,z) \vee Q(f(x)) \vee R(x,y)$  une f.b.f, et soit une substitution :  $\sigma = \{ a/x, b/y, g(x,y)/z \}$  $F_{\sigma} = P(a, b, g(a,b)) \vee Q(f(a)) \vee R(a,b)$ 

Soient :  $F = P(x,b,z) \lor Q(f(x))$  et  $G = P(a,y,g(a)) \lor Q(t)$  deux f.b.f.

F et G sont il unifiables ?

On consider la substitution :  $\sigma = \{ a/x, b/y, g(x)/z, f(x)/t \}$ 

On a:  $F_{\sigma} = P(a,b,g(a)) \vee Q(f(a))$ ,

 $G_{\sigma} = P(a,b,g(a)) \vee Q(f(a)).$ 

Donc  $\{F, G\}$  est unifiable et  $\sigma$  est un unifieur.

M.BERRADA

### Principe de résolution en LPO (2)

• Soit une forme clausale :  $\varphi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n\}$ 

Si  $\exists$  i et j tq :  $\varphi_i = F1 \lor \varphi'_i$  et  $\varphi_i = 7 F2 \lor \varphi'_i$ avec F1 et F2 deux littéraux tq :  $\{F1, F2\}$  unifiable et  $\sigma$  est un unifieur.

Alors il existe une *résolvante*  $\psi$  *de*  $\varphi_i$  *et*  $\varphi_i$  donnée par :  $\psi = (\varphi_i)_{\sigma} \vee (\varphi_j)_{\sigma}$ 

On note aussi:  $\{\varphi_i, \varphi_i\} \frac{PR}{PR} > \psi = (\varphi_i)_{\sigma} \vee (\varphi_i)_{\sigma}$ 

• Exemple :

 $F = P(x,b,z) \vee Q(f(x))$  et

Avec  $\sigma = \{ a/x, b/y, g(x)/z \},$ 

 $G = 7P(a,y,g(a)) \vee R(z)$ 

on a : { F, G }  $\vdash \psi = Q(f(a)) \lor R(g(a))$ 

ENSAF

M.BERRADA 65

### • La réfutation par résolution reste la même pour le cas de la

Réfutation par résolution (LPO)

LPO:

 $\{\phi_1, \phi_2, ..., \phi_n\} \vdash \psi$ Prouver que

 $\{\,\phi_1,\,\phi_2,\,...,\!\phi_n,\,7\psi\,\,\}\!\!\models\!\Box$ Revient à prouver que :

par application répétitive du PR aux clauses de  $\{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n, 7 \psi\}$ 

Exemple : Soient les énoncés suivants :

 $\phi_1$  - Quiconque sait lire est instruit.

 $\varphi_2$  - Les dauphins ne sont pas instruits.

φ<sub>3</sub>- Certains dauphins sont intelligents.

Représenter ces assertions dans le formalisme de la LPO et montrer en utilisant la déduction par résolution l'assertion suivante :

ψ - Certains êtres intelligents ne savent pas lire.

M.BERRADA 66

### Solution (1)

 $\{ \phi_1, \phi_2, \phi_3 \} \vdash \psi$ Montrer que

Revient à montrer que  $\{ \phi_1, \phi_2, \phi_3, 7\psi \} \vdash \Box$ 

• On considère les prédicats suivants :

D(x): x est un dauphin.

L(x): x sait lire.

N(x): x est instruit.

I(x): x est intelligent.

ENSAF M.BERRADA 67

### Solution (2)

On a alors:

Donc

ENSAF

M.BERRADA

### Exercices

### • Ex1:

Mettre sous forme normale conjonctive l'expression :

$$(\ (P \to Q) \lor R) \to (S \to T)$$

• Ex2:

Soit 
$$\varphi = (P \vee 7Q) \leftrightarrow (Q \rightarrow R)$$

- 1- Mettre φ sous f.n.c
- 2- Mettre φ sous f.n.d
- Ex3:

Extraire les prédicats correspondants et écrire l'expression sous forme de la logique des prédicats de premier ordre.

" Un système Informatique est intelligent s'il accomplit des taches qui, accomplis par l'être humain elles sont jugées intelligentes."

ENSAF

M.BERRADA 69

### Exercices (2)

### • Ex4:

Représenter les phrases suivantes dans le formalisme des prédicats de premier ordre pour un démonstrateur de théorème en géométrie à base des assertions suivantes :

- 1. Les angles correspondants de deux triangles égaux sont égaux.
- 2. Les côtés correspondants de deux triangles égaux sont égaux.
- 3. Si les cotés correspondants de deux triangles sont égaux, alors les deux triangles sont égaux.
- 4. Les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux.

### • Ex5:

On demande de mettre sous forme clausale chacune des deux formules suivantes

$$-\phi = ((\exists x) P(x)) \rightarrow 7((\exists y) (Q(y) \rightarrow R))$$

- 
$$\phi$$
 = ( ( $\forall$  x) P(x)  $\vee$  ( $\exists$  y) Q(y) )  $\rightarrow$  ( ( $\forall$  z) R(z)  $\rightarrow$  S(z) )

M.BERRADA 70