

Travaux Dirigés 2 – La Logique des Prédicats de Premier Ordre
Exercice 1

Traduire en logique des prédicats du 1er ordre l'ensemble des assertions de ce raisonnement.

- a) Tout homme est un primate
- b) Les dauphins ne sont pas des primates
- c) Il y a des dauphins qui sont intelligents
- d) Donc on peut ne pas être un homme et être intelligent

Exercice 2

Indiquez quels est (sont) la (ou les) traduction(s) correcte(s) des énoncés suivants.

1. Tous les socialistes ne sont pas des royalistes

- $\forall x (\text{socialo}(x) \Rightarrow \neg \text{royaliste}(x))$
- $\exists x (\text{socialo}(x) \wedge \neg \text{royaliste}(x))$
- $\exists x (\text{socialo}(x) \Rightarrow \neg \text{royaliste}(x))$
- $\forall x (\text{royaliste}(x) \Rightarrow \neg \text{socialiste}(x))$
- $\neg \forall x (\text{socialiste}(x) \Rightarrow \text{royaliste}(x))$
- $\neg \forall x (\text{royaliste}(x) \Leftrightarrow \text{socialiste}(x))$
- $\text{socialo} \Rightarrow \neg \text{royaliste}$
- $\neg (\text{socialo} \Leftrightarrow \text{royaliste})$

2. Les sarkozystes sont des libéraux conservateurs

- $\forall x (\text{sarko}(x) \wedge \text{liberal}(x) \wedge \text{conservateur}(x))$
- $\exists x (\text{sarko}(x) \wedge \text{liberal}(x) \wedge \text{conservateur}(x))$
- $\forall x (\text{sarko}(x) \Rightarrow \text{liberal}(x) \wedge \text{conservateur}(x))$
- $\exists x (\text{sarko}(x) \Rightarrow \text{liberal}(x) \wedge \text{conservateur}(x))$
- $\forall x ((\neg \text{liberal}(x) \wedge \neg \text{conservateur}(x)) \Rightarrow \neg \text{sarko}(x))$
- $\forall x ((\neg \text{liberal}(x) \vee \neg \text{conservateur}(x)) \Rightarrow \neg \text{sarko}(x))$
- $\forall x (\text{sarko}(x) \Leftrightarrow \text{liberal}(x) \wedge \text{conservateur}(x))$

3. Ce n'est pas parce qu'on n'est pas chiraquien qu'on est nécessairement sarkozyste

- $\forall x (\text{sarko}(x) \Rightarrow \neg \text{chirac}(x))$
- $\neg \forall x (\text{sarko}(x) \Leftrightarrow \neg \text{chirac}(x))$
- $\exists x (\neg \text{chirac}(x) \wedge \text{sarko}(x))$
- $\exists x (\neg \text{chirac}(x) \wedge \neg \text{sarko}(x))$
- $\neg \forall x (\text{sarko}(x) \Rightarrow \neg \text{chirac}(x))$
- $\neg \forall x (\neg \text{chirac}(x) \Rightarrow \text{sarko}(x))$
- $\neg \exists x (\neg \text{chirac}(x) \wedge \text{sarko}(x))$

Exercice 3

Donnez la traduction, en logique des prédicats du 1er ordre, des énoncés ci-dessous. On utilisera pour cela les prédicats

personne/1, chaine_TF1/1, regarde/2, psycho/1, etranger/1, criminel/1, nevrose/1, montre/2.

- a) Tout téléspectateur qui regarde TF1 devient psychotique à la longue
- b) Certains psychotiques ne regardent jamais TF1
- c) Si un criminel n'est pas psychotique, alors il est névrosé
- d) TF1 passe son temps à montrer des faits criminels [i.e. ne montre que des criminels]
- e) Donc les gens que l'on voit sur TF1 sont ... des spectateurs de TF1

Exercice 4

Symbole de la Chine éternelle, le panda est un animal dont le régime alimentaire est un des plus spécialisés, ce qui n'est pas fait pour freiner sa dramatique extinction. Il se nourrit en effet quasiment exclusivement de feuilles du bambou. Autant dire que pour le bambou, le panda n'apparaît pas comme un bon gros nounours tout mignon, mais un terrible criminel contre l'humanité, sanguinaire et sans pitié. Mais qui se soucie des angoisses du pauvre bambou...

Traduire en LP1 les énoncés ci-après en utilisant les 5 prédicats suivants :

- Mange(x,y) est vrai ssi x mange y.
 - Herbivore(x) est vrai ssi x est un animal herbivore.
 - Vegetal(x) est vrai ssi x est un végétal.
 - Bambou(x) est vrai ssi x est un bambou.
 - Panda(x) est vrai ssi x est un panda.
- a) Les herbivores ne mangent que des végétaux.
 - b) Aucun herbivore ne mange tout type de végétal.
 - c) Il y a des végétaux que ne mange aucun herbivore.
 - d) Les pandas sont des herbivores qui ne consomment que des bambous

Exercice 5

Chaque année à la rentrée, la consommation d'aspirine augmente dangereusement dans les rangs des responsables de filières de l'IUP. Tous sont en effet taraudés par la même question : comment arriver à caser un emploi du temps sachant que le nombre de salles disponibles est inférieur au nombre de groupes d'étudiants... Les difficultés vont d'année en année croissantes. En effet, bien des enseignants ne se contentent plus d'une salle avec craie et tableau noir : bien souvent, il faut également tenir compte des besoins en rétroprojecteur ou en vidéoprojecteurs. Puisque chaque année vos serveurs s'arrachent les cheveux à vous concocter un emploi du temps aux petits oignons, à vous maintenant d'attraper la migraine sur les traductions suivantes...

Traduire les énoncés suivants dans la logique des prédicats du 1er ordre. On utilisera pour cela les prédicats *retro/1*, *vidéoproj/1*, *panne/1*, *amphi/1*, *salle_td/1*, *est_dans/2*.

- a) On trouve toujours un rétroprojecteur dans une salle de TD.
- b) Il n'y a pas de vidéoprojecteur en salle « B301 ».
- c) Tous les vidéoprojecteurs sont dans des amphis.
- d) S'il y a un vidéoprojecteur quelque part, c'est qu'il s'agit d'un amphi.
- e) Il n'y a que des rétroprojecteurs dans les salles de TD.

Exercice 6

Deux heures du matin. Sous perfusion de caféine depuis le début de l'après-midi, Bertrand Jémoitou vient enfin de finir la révision de son cours de logique. Après 10 heures de combats homériques contre la multitude de photocopies que le prof distribue chaque semaine, sa chambre est un vrai capharnaüm. Dire qu'il va falloir tout ranger avant d'aller se coucher ! Procédant avec méthode, Bertrand Jémoitou énonce :

- (1) Tous les tiroirs contiennent des feuilles.
- (2) Aucun des classeurs ne contient d'enveloppes
- (3) Dans l'un des classeurs, il n'y a que des enveloppes.

(4) S'il n'y a pas d'enveloppes dans les classeurs, c'est qu'elles sont dans des tiroirs.

(5) Si on trouve des feuilles dans un tiroir, on est certain de ne pas y trouver d'enveloppes.

Traduire les énoncés suivants en langage des prédicats du premier ordre. On utilisera 4 prédicats unaires destinés à l'identification des objets décrits dans ces énoncés (par exemple, *Feuille(x)* a pour signification : x est une feuille), et le prédicat *Dans(x,y)* vrai si et seulement si x est dans y .

Exercice 7

Le trait "yeux bleus" est-il pour l'espèce humaine un caractère récessif ou dominant d'un point de vue génétique. Voilà une question que pourrait se poser des étudiants de Sciences de la Vie au vu des affirmations ci-dessous.

(a) Les enfants de deux parents aux yeux bleus ont forcément les yeux bleus.

(b) Lorsqu'un enfant a les yeux bleus, on ne peut pas affirmer que ses deux parents ont les yeux bleus.

(c) Un enfant de deux parents aux yeux bruns peut avoir les yeux bleus ou bruns.

(d) Lorsqu'une personne a les yeux bruns, on peut affirmer que l'un au moins de ses deux parents a les yeux bruns.

Nous nous contenterons dans cet exercice de représenter en logique des prédicats du 1er ordre chacune de ces affirmations. On utilisera pour cela les prédicats suivants :

- *Est-enfant-de(x,y,z)* est vrai si et seulement si x est l'enfant de y et de z .

- *Yeux_bleus(x)* et *Yeux_bruns(y)* sont vrais respectivement ssi x a les yeux bleus et y les yeux bruns.

Donner la traduction logique des 4 énoncés précédents.

Exercice 8

Traduire dans la logique des prédicats les affirmations suivantes, puis leur négation. Exprimer cette négation en langage usuel. On utilisera les symboles mathématiques $=$, $+$ et $*$, le prédicat unaire *Entier(n)* pour exprimer que la variable n est un entier ainsi que le prédicat binaire \geq .

a) Tout entier est le carré d'un entier.

b) Tout entier a pour carré la somme des carrés de deux autres entiers.

c) Certains entiers ont pour carré la somme des carrés de deux autres entiers.

d) Aucun entier n'est plus grand que tous les autres.

Exercice 9

Donnez une représentation des énoncés suivant en logique des prédicats du premier ordre :

a) Nul n'est sensé ignorer la loi

b) Les hommes naissent et demeurent libres et égaux en droits (*Déclaration des Droits de l'Homme et du Citoyen du 26 Août 1789, article premier*).

c) Tout homme étant présumé innocent jusqu'à ce qu'il ait été déclaré coupable (*Déclaration des Droits de l'Homme et du Citoyen du 26 Août 1789, article IX*).

d) Nul ne doit être inquiété pour ses opinions, [même religieuses] pourvu que leur manifestation ne trouble pas l'ordre public établi par la loi (*Déclaration des Droits de l'Homme et du Citoyen du 26 Août 1789, article X*).