四川大学期末考试试题（闭卷）

（2016——2017 学年第 2 学期）　A 卷

课程号：201138040　课序号：　课程名称：微积分（I）-2 任课教师：　成绩：
适用专业年级：　学生人数：　印题份数：　学号：　姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；

2、不带手机进入考场；

3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

注：考试时间 120 分钟。请将答案写在答题纸规定的方框内，否则记 0 分。

一、填空题(每小题 3 分，共 21 分)

1．曲面 $z=2x^{y}$ 上点 $(1,0,2)$ 处的切平面方程为______________．

2．$\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{20x^3+17y^3}{x^2+y^2}=$ ______________．

3．设 Ω 为 $x^2+y^2+z^2\leqslant1$，则 $\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2+z^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=$ ______________．

4．设 L 是 $y=x^2-1$ 上从 $(0,-1)$ 到 $(2,3)$ 的有向曲线，则 $\int_L y\mathrm{d}x+x\mathrm{d}y=$ __________．

5．设区域 D 是由 $y=x^2$ 与 $y=x$ 围成的，则 $\iint\limits_D xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$ ______________．

6．设曲线 L 的方程为 $x^2+y^2=1$，则 $\oint_L(x^2+7y^2)\mathrm{d}s=$ ______________．

7．微分方程 $xy'+y=x^2$ 满足 $y(3)=4$ 的特解为__________．

二、解答题 (每小题 9 分，共 36 分)

1．设曲面 Σ 为 $z=\sqrt{x^2+y^2}\,(x^2+y^2\leqslant1)$，求 $\iint\limits_{\Sigma}(20xy+17y^2)\mathrm{d}S$．

2．设曲面 Σ 为 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$，方向为上侧，求 $\iint\limits_{\Sigma}x^2\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^2\mathrm{d}z\mathrm{d}x+5z^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y$．

3．求微分方程 $y''+2y'+y=6xe^{-x}$ 的通解.

4. 设 $f(x,y)$ 的二阶偏导都连续，$f(0,0)=0$，$f'_x(0,0)=f'_y(0,0)=1$，$f''_{xx}(0,0)=2$，函数 $z=z(x,y)$ 由 $z=f(x+y,yz)$ 确定，求 $z'_x(0,0)$、$z'_y(0,0)$、$z''_{yx}(0,0)$.

三、综合题 (每小题 9 分，共 18 分)

1．讨论函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y^2}{(2x^2+7y^2)^{3/2}}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ,(x,y)=(0,0)\end{cases}$ 在点 $(0,0)$ 处的下列性质：

（1）偏导数的存在性；（2）函数的连续性；（3）函数的可微性.

2．设 $f'(x)$ 连续，$f(1)=2017$，当 $x\neq0$ 时 $f(x)>0$，曲线积分 $\int_L\dfrac{y\mathrm{d}x-x\mathrm{d}y}{f(x)+2017y^2}$ 在不含原点的单连通区域上与路径无关，求：（1）$f(x)$ 的表达式；（2）$\oint_L\dfrac{y\mathrm{d}x-x\mathrm{d}y}{f(x)+2017y^2}$，其中 L 为 $x^2+2017y^2=1$，L 的方向规定为逆时针方向.

四、应用题 (每小题 9 分，共 18 分)

1．设曲面 Σ 是由 yoz 平面上的曲线 $z=y^2$ 绕 z 轴旋转产生的，曲面 Σ 与平面 $x+y+\dfrac{z}{2}=1$ 围成的立体记为 Ω，求：（1）曲面 Σ 的方程；（2）曲面 Σ 与平面 $x+y+\dfrac{z}{2}=1$ 的交线在 xoy 平面上的投影的曲线方程；（3）计算 Ω 的体积. (提示：利用 $x+1=\rho\cos\theta$、$y+1=\rho\sin\theta$)

2．在椭圆抛物面 $\dfrac{z}{20}=x^2+\dfrac{y^2}{4}$ 与平面 $z=20$ 围成的空间区域中内置一个长方体，假设该长方体的一个面位于 $z=20$ 上，长方体的其它面都与某个坐标平面平行，求长方体的体积的最大值.

五、证明题 (7 分)

设区域 D 为 $x^2+y^2\leqslant1$，$I=\iint\limits_D\sin(x^2+y^2)^{5/2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，求证：

（1）$I=2\pi\int_0^1 t\sin t^5\mathrm{d}t$；　（2）$I<2\pi/7$；　（3）$I>\pi/4$.