

Chapitre II : les systèmes de numération

Introduction

L'ensemble des outils informatiques sont basés sur les mêmes principes de calcul. Les calculs habituels sont effectués dans le système de numération décimal, par contre le calculateur électronique ne peut pas utiliser ce système car le circuit électronique ne permet pas de distinguer 10 états. Le système de numération binaire ne comportera que 2 états 0 et 1.

1. Système de numération

La numération permet de représenter un mot (ou nombre) par la juxtaposition ordonnée de variable (ou symbole) pris parmi un ensemble. Connaître la numération revient à connaître le mécanisme qui permet de passer d'un mot à un autre (comptage, opération).

1.1.Système Binaire

Le système de numération binaire, qui est le système natif des circuits électronique et des ordinateurs, comporte 2 chiffres : 0 et 1.

0 et 1 qui peuvent être assimilés à VRAI et FAUX, ou bien à OUVERT et FERMER.

Les chiffres décimaux auxquels nous sommes habitué donne donc en binaire :

Décimal	Binaire
0	0
1	1
2	10
3	11
4	100
5	101
6	110
7	111
8	1000
9	1001

10	1010
Etc...	

Binaire veut dire qu'il y a deux chiffres, mais veut également dire que chacun des chiffres à l'intérieur d'un nombre binaire représente une puissance de 2.

Nb : dans le système décimal, chaque chiffre représente une puissance de 10, dans le système octal de 8, hexadécimal de 16, etc...

1.2.Système octal

Dans ce système, la base vaut 8 et il y a 8 digits : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Il n'y a pas de chiffres 8 et 9.

Ce système de numérotation est très peu utilisé de nos jours. Anciennement il servait au codage des nombres dans les ordinateurs de premières générations.

Par exemple le nombre 275 exprimé en octal :

$$\begin{aligned}
 (275)_8 &= 5 \times 8^0 + 7 \times 8^1 + 2 \times 8^2 \\
 &= 5 + 56 + 128 \\
 &= (189)_{10}
 \end{aligned}$$

1.3.Système hexadécimal : base (16)

Ce système de numération est très utilisé dans les systèmes des ordinateurs et des microordinateurs ainsi que dans des transmissions de données. Il comporte 16 digits : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E et F. les dix premiers digits de 0 à 9 sont les chiffres du système décimal et les digits de 10 à 15 sont les premières lettres majuscules de l'alphabet.

Pour écrire les nombres en bases 16 nous devons disposer de 16 chiffres, pour les dix premiers, nous utilisons les chiffres de la base 10, pour les suivants nous utiliserons des lettres de l'alphabet.

Le tableau suivant donne l'équivalent décimal d'un chiffre hexadécimal.

Hexadécimal	Décimal
0	0
1	1
2	2
9	9

A	10
B	11
C	12
D	13
E	14
F	15

2. Conversion

2.1. Conversion binaire en décimal

Il existe plusieurs méthodes, voici la plus rapide dans notre cas.

Comme exemple, nous allons prendre un nombre binaire qui comporte 8 chiffres (ce qui correspond à 8 bits donc à un octet) : **10011001** et nous allons le convertir en décimal.

1) **Positionnez** ce chiffre dans le tableau ci-dessous.

Puissance de 2	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Puissance de 2 en décimal	128	64	32	16	8	4	2	1
Nombre binaire	1	0	0	1	1	0	0	1

2) **Additionnez** la puissance de 2 quand le chiffre binaire est égal à 1

Dans notre exemple : $1 + 8 + 16 + 128 = 153$

Le résultat en décimal est donc **153**.

2.2. Conversion décimal en binaire

Nous allons maintenant faire l'inverse, convertir le nombre décimal **172** en binaire.

Pour cela nous allons nous servir du même tableau.

En partant de la colonne de gauche, posez à chaque fois la question :

- Le nombre est-il supérieur ou égal à la valeur figurant en ligne 2 ? :
 - Si **oui**, positionner un **1** en ligne 3 et retirez le montant figurant en ligne 2 du nombre.

- Si **non**, positionner un 0 en ligne 3.

Puis vous faites la même chose avec le nombre ou le reste dans la colonne suivante de droite.

Ligne 1	Puissance de 2	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Ligne 2	Puissance de 2 en décimal	128	64	32	16	8	4	2	1
	Question	172 > 128 ?	44 > 64 ?	44 > 32 ?	12 > 16 ?	12 > 8 ?	4 >= 4 ?	0 > 2 ?	0 > 1 ?
	Réponse	Oui	Non	Oui	Non	Oui	Oui	Non	Non
	Reste	172 - 128 = 44		44 - 32 = 12		12 - 8 = 4	4 - 4 = 0		
Ligne 3	Résultat	1	0	1	0	1	1	0	0

2.3. Conversion du système binaire vers l'hexadécimal

Pour convertir du binaire vers l'hexadécimal, on divise le nombre binaire en quatre tranches de 4, en partant de la droite pour la partie entière et en partant de la gauche pour la partie fractionnaire.

Chacun des paquets est ensuite converti en hexadécimal.

Exemple :

$$(110101110001)_2 = (1101 \ 0111 \ 0001)_2 = (D71)_{16}.$$

2.4. Conversion du système hexadécimal vers le binaire

C'est le processus directement inverse, on écrit chaque quartet sur quatre bits en complétant éventuellement avec des zéros.

Exemple :

$$(FA3)_{16} = (1111 \ 1010 \ 0011)_2$$

2.5. Conversion du système Binaire vers l'Octal et inversement

On reprend les mêmes principes de la conversion Binaire-Hexadécimal et Hexadécimal-Binaire mais cette fois-ci en regroupant les bits en tranches de 3.

Exemple :

$$(101010)_2 = [101] [010]_2 = (52)_8$$

NB : pour la conversion octal-hexadécimal et Hexadécimal-Octal, la plus simple méthode est de passer par le système Binaire.

Exemple :

$$(34.61)_8 = (011100,110001)_2 = (1C.C4)_{16}$$