

Московский государственный технический университет
им. Н.Э. Баумана

Н. В. БЫКОВ

Определение рациональных параметров метательных устройств на сжатом газе

Учебно-методическое пособие по выполнению курсовой работы по
дисциплине «Газовая динамика» для специальности
17.05.02 Стрелково-пушечное, артиллерийское и ракетное оружие

Москва

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана

2019

Быков Н. В.

Определение рациональных параметров метательных устройств на сжатом газе / Н. В. Быков – издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019. – 48 с.: ил.

ISBN

Рассмотрена методика газодинамического расчета и выбора рациональных параметров газовой метательной установки на основе решения баллистической задачи Лагранжа в рамках выполнения курсовой работы по дисциплине «Газовая динамика».

Кратко изложены основы газодинамического описания разгона тел сжатым газом, описаны методы численного решения прямой задачи газодинамического разгона тела в трубе. Приведена постановка задачи баллистического проектирования установки на сжатом газе и методика ее решения. Даны методические указания по выполнению курсовой работы.

Для студентов, обучающихся по специальности 17.05.02 «Стрелково-пушечное, артиллерийское и ракетное оружие», а также научных работников и инженеров.

УДК 533

ББК 22.253.3

© Н.В. Быков, 2019

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019

© Оформление. Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	5
Введение.....	8
1. Методы расчета разгона тел в трубе	11
1.1. Краткие теоретические сведения о задаче Лагранжа	11
1.2. Численный метод Неймана решения задачи Лагранжа	15
1.3. Численный метод решения задачи в эйлеровых координатах на подвижной сетке.....	17
1.4. Тестовая задача для проверки правильности работы программ	19
2. Баллистическое проектирование метательных устройств на сжатом газе .	21
2.1. Общие сведения о задаче баллистического проектирования	21
2.2. Обратные задачи разгона тел сжатым газом	27
2.3. Методика решения обратных задач	29
3. Методические рекомендации по выполнению курсовой работы	32
3.1. Порядок выполнения курсовой работы и критерии текущего контроля	32
3.2. Методические рекомендации по планированию самостоятельной работы.....	33
3.3. Структура и требования к оформлению расчетно-пояснительной записки.....	35
3.4 Подготовка к защите и защита курсовой работы	37
4. Варианты заданий на курсовую работу	40
4.1 Условия задания для вариантов 1-10	40
4.2 Условия задания для вариантов 11-20	41
4.3 Условия задания для вариантов 21-30	41
4.4 Условия задания для вариантов 31-40	42
4.5 Условия задания для вариантов 41-50	43

Заключение	44
Список условных обозначений	45
Приложения	47
Приложение 1	47
Приложение 2	49
Библиографический список.....	55

ПРЕДИСЛОВИЕ

Целью курсовой работы по дисциплине «Газовая динамика» является определение рациональных параметров одноступенчатой баллистической установки, работающей на сжатом газе.

Задачами курсовой работы являются:

- применение знаний, полученных при изучении дисциплины;
- использование вычислительной техники и программирования;
- закрепление навыков работы со справочной литературой;
- выработка и закрепление навыков грамотного изложения результатов работы и их последующей защиты.

В курсовой работе требуется выполнить теоретическую и расчетную части. В теоретической части необходимо вывести все необходимые формулы для расчета основных термодинамических и газодинамических свойств метательной установки на сжатом газе. В расчетной части проводится расчет и анализ поведения газовых течений в метательной установке при конкретизации вещества, а также серия расчетов для определения рациональных параметров установки, соответствующих критерию в индивидуальном задании.

Не следует забывать, что изучение теоретических наук в отрыве от решения прикладных задач или задач проектирования недостаточно способствует формированию основных инженерных компетенций. Поэтому, помимо закрепления приобретенных в рамках лекционных и лабораторных занятий знаний, умений и навыков, планируемым результатом выполнения курсовой работы также является обучение первым навыкам проектирования применительно к направлению подготовки 17.05.00 «Оружие и системы вооружения» и специальности 17.05.02 «Стрелково-пушечное, артиллерийское и ракетное оружие».

Наконец, современный инженер не может считаться достаточно квалифицированным без владения приемами численного решения

инженерных задач и их программной реализации. Поэтому третьим существенным аспектом выполнения курсовой работы является получение практических навыков использования численных методов решения прямых и обратных задач.

Пособие структурировано по этапам выполнения курсовой работы.

В главе 1 приводятся краткие теоретические сведения о прямой задаче расчета вылета поршня из трубы постоянного сечения (задача Лагранжа), а также основные методы ее решения, которые используются при выполнении курсовой работы. При этом предполагается, что расширенные теоретические сведения знакомы читателю из лекционного курса, поэтому изложение носит больше алгоритмический характер, в котором акцент делается на последовательности вычислений. Приведены справочные сведения о параметрах газов, используемых при выполнении расчетов. Для контроля правильности разработанных в ходе выполнения курсовой работы расчетных программ, в конце главы приведено решение тестовой задачи.

В главе 2 рассмотрена постановка обратных задач разгона поршня, начиная от классической задачи баллистического проектирования и заканчивая общей постановкой обратной задачи. Приведен пример алгоритма решения обратной задачи с использованием метода сканирования.

Раздел 3 посвящен методическим рекомендациям по выполнению курсовой работы и требованиям к оформлению результатов. Приведены вопросы для самоконтроля, способствующие более глубокому усвоению умений и навыков, полученных при выполнении курсовой работы, а также помогающие при подготовке к защите работы, описана процедура защиты.

В разделе 4 приведены варианты заданий на курсовую работу.

В приложениях приведен пример кода программы для решения прямой задачи Лагранжа в массовых координатах на языке Python (приложение 1), а также пример выполнения и оформления расчетной части курсовой работы (приложение 2).

Библиографический список содержит перечень рекомендуемой литературы для проработки при выполнении курсовой работы. При этом по численным методам решения прямой задачи (помимо материалов лекционного курса предыдущего семестра) могут быть рекомендованы источники [1-3], по программированию на языке Python – [4], по методам оптимизации – источники [5-7].

ВВЕДЕНИЕ

Исторически задача о разгоне тел сжатым газом носит имя Лагранжа, который пытался решить задачу о метании снаряда под действием пороховых газов. Он использовал предположение о мгновенном сгорании пороха, что было оправдано использованием в те времена быстрогорящих составов. В результате такой постановки задача сводится к следующей: поршень в полуограниченной трубе постоянного сечения выталкивался сильно сжатым газом.

Следует сказать несколько слов об актуальности и практической значимости этой задачи [8-18]. Процесс разгона тел в трубе сжатым газом лежит в основе газодинамических схем метания, используемых в лабораторных ускорителях тел. Такие ускорители находят широкое применение при аэробаллистических исследованиях, моделировании взаимодействия космического мусора с обшивкой летательных аппаратов, исследовании высокоскоростного соударения тел, испытаниях элементов приборов на перегрузки и т.д. Пневматическая схема разгона, в которой в качестве рабочего тела используется воздух, находит применение также в нелетальном, спортивном, учебно-тренировочном (в т.ч. автоматическом) оружии.

Несмотря на ограничения по максимально достижимым скоростям метания, разгон тел сжатым газом обладает рядом существенных достоинств, одним которых является относительная простота конструкции и невысокая стоимость метательной установки, особенно по сравнению с установками, требующими использования пороховых составов, реагирующих смесей или больших токов. Другое крупное достоинство заключается в высокой степени воспроизводимости скоростей метания, что для лабораторных исследований является очень важным качеством. Кроме того, в ряде задач по тем или иным причинам нельзя использовать взрывчатые вещества и пороха.

Получение действительно высоких выходных скоростей метания тел на базе разгона сжатым газом представляет собой сложную задачу. Так, скорости метания существующих установок ограничены в среднем величинами порядка 400...600 м/с. Но при этом существуют теоретические и экспериментальные исследования, демонстрирующие возможности достижения скоростей более 1000 м/с для небольших масс метаемых тел при использовании в качестве рабочего тела легких газов, таких как гелий. Кроме того, в ряде практических приложений скоростей 100 – 400 м/с более чем достаточно. Например, одноступенчатая газовая установка TITAN калибра 60 мм производства фирмы Thiot Ingenierie при длине разгонной трубы 8 м ускоряет тела до скоростей порядка 100 м/с [14].

Вопрос об определении наилучшего сочетания параметров баллистических установок, позволяющих получать требуемые от них скорости метания при заданных массах метаемых тел, является важным с инженерной точки зрения. Основная особенность и вместе с тем сложность задач проектирования заключается в том, что они относятся к классу обратных задач, а значит не имеют в общем случае единственного решения.

Традиционные методики проектирования создавались в условиях более слабой, чем в настоящее время математической подготовки инженерных кадров и недостаточной мощности вычислительных средств. Поэтому в них используются различные упрощающие предположения и допущения, эвристические методы и опыт предыдущего проектирования, в частности, широкое использование прототипов (предыдущих удачных технических решений).

В современных условиях адекватные методики проектирования могут быть созданы в ряде областей, при этом они могут и должны быть основаны на точных математических моделях процессов и математических методах решения обратных задач, оставляя эвристическим методам малую по объему (но не всегда по содержанию) часть. Таким образом, современный математический аппарат и развитие вычислительной техники позволяет

разрабатывать гораздо более формализованные процедуры синтеза технических решений, а, следовательно, и более понятные.

Задача баллистического проектирования систем относится к так называемым задачам параметрического синтеза. Это задачи, в которых структура системы и связи между ее элементами уже заданы, необходимо найти ее параметры или их некоторую часть (например, конкретные геометрические размеры, значения масс и т.п.).

Поскольку задача баллистического проектирования или задача определения рациональных параметров является обратной задачей, в ее основе лежит решение прямой задачи для заданных параметров, поэтому решение прямой задачи разгона тела в трубе сжатым газом составляет фундамент выполнения курсовой работы.

1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА РАЗГОНА ТЕЛ В ТРУБЕ

1.1. Краткие теоретические сведения о задаче Лагранжа

Расчетная схема газодинамической системы разгона представлена на рис. 1: газ с плотностью ρ_0 и давлением p_0 , занимающий в начальный момент в трубе с площадью поперечного сечения S длину x_0 (или объем $W_0 = x_0 S$, соответственно), разгоняет тело массой m . Для простоты предполагается, что стрельба ведется в вакуум, поэтому сила сопротивления со стороны окружающего воздуха не учитывается.

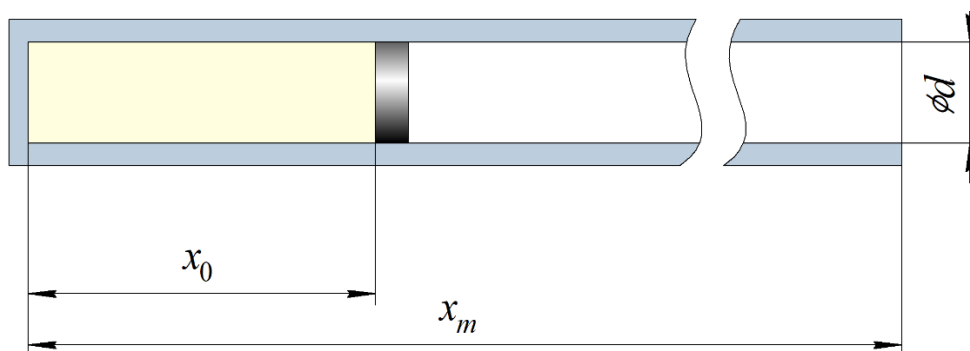


Рис. 1. Расчетная схема задачи Лагранжа

Простейшая математическая модель системы, подходящая для предварительных оценок, получается из условия баланса полной энергии системы «газ + поршень». Традиционным предположением является то, что скорость газа вдоль оси канала трубы распределена линейно: у дна трубы скорость газа равна нулю, у поверхности поршня – скорости поршня. В этом случае, если масса газа в начальный момент равномерно распределена по длине камеры, она будет равномерно распределена и в любой другой момент времени, а давление имеет квадратичный закон распределения по координате в каждый момент времени. Это приближение позволяет получить простую аналитическую формулу для оценки выходной скорости поршня:

$$\frac{\varphi m v_p^2}{2} = \frac{p_0 W_0}{k-1} \left(1 - \left(\frac{x_0}{x_p} \right)^{k-1} \right),$$

где $\varphi = 1 + M / (3m)$, M – масса газа, x_p и v_p – координата и скорость поршня, соответственно, k – показатель адиабаты газа.

Отсюда, зная все данные задачи, можно определить выходную скорость:

$$v_p = \sqrt{\frac{2 p_0 W_0}{(k-1) \varphi m} \left(1 - \left(\frac{x_0}{x_p} \right)^{k-1} \right)} = \sqrt{\frac{2 p_0 W_0}{(k-1) \varphi m} \left(1 - \frac{1}{\Lambda_p^{k-1}} \right)}, \quad (1)$$

где $\Lambda_p = x_p / x_0$ – число объемов расширения газа.

Можно получить оценку предельной скорости, достигаемую в бесконечной трубе:

$$v_p^{\max} = \sqrt{\frac{2}{k-1} \frac{p_0 W_0}{\varphi m}}.$$

Если теперь в полученной формуле устремить массу газа к бесконечности, получим следующую оценку, зависящую только от температуры газа:

$$v_p^{\max} = \sqrt{\frac{6 R T_0}{k-1}} = \sqrt{\frac{6}{k(k-1)}} c_0,$$

где R – газовая постоянная данного газа, T_0 – начальная температура в камере, c_0 – начальная скорость звука в камере с газом.

Для холодных газов эта скорость составляет: для CO_2 – 1064 м/с; для воздуха – 1136 м/с; для He – 2363 м/с; для H_2 – 4308 м/с. Эти зависимости быстро позволяют оценить, возможно ли получение требуемых в той или иной практической задаче скоростей на выбранном газе.

Основные параметры газов, необходимые для проведения расчетов приведены в таблице 1.

Энергетической характеристикой процесса метания тел является коэффициент полезного действия (КПД) – отношение полезной энергии (в данном случае это кинетическая энергия тела) к затраченной (внутренней энергии, запасенной в газе в начальный момент):

$$\eta = \frac{k-1}{2} \frac{mv_p^2}{p_0 W_0}. \quad (2)$$

Используя формулу (1), можно записать

$$\eta = \frac{1}{\varphi} \left(1 - \frac{1}{\Lambda_p^{k-1}} \right).$$

Отсюда следует, что чем меньше масса газа и чем сильнее расширяется газ, тем выше КПД.

Таблица 1. Основные параметры газов

№ п/п	Газ		Показатель адиабаты, k	Газовая постоянная, R , Дж/(кг·К)
	Название	Химическая формула		
1	Азот	N_2	1.4	297
2	Аммиак	NH_3	1.31	488
3	Водород	H_2	1.4	4125
4	Воздух	смесь газов	1.4	287
5	Гелий	He	1.67	2078
6	Угарный газ	CO	1.4	297
7	Углекислый газ	CO_2	1.3	189

Приведенная модель разгона тел сжатым газом удовлетворительно описывает процесс разгона для относительно тяжелых по сравнению с массой газа поршней. В случае, если поршень довольно легкий, волновые эффекты могут выйти на передний план, и тогда приведенное решение может давать значительную погрешность.

Более точным при решении задачи Лагранжа является одномерное нестационарное описание. В этом случае основные законы сохранения массы, импульса и энергии могут быть записаны в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(p + \rho v^2) = 0; \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v H) = 0; \quad (5)$$

$$\varepsilon = E - \frac{v^2}{2} = \frac{1}{k-1} \frac{p}{\rho}, \quad (6)$$

где v , ρ , p , ε – скорость, плотность, давление и удельная внутренняя энергия газа, соответственно, x – координата, отсчитываемая вдоль оси канала, t – время, E – полная энергия единицы массы газа, $H = E + p/\rho$ – полная энтальпия единицы массы газа.

Полученная система уравнений замыкается уравнением движения поршня:

$$m \frac{dv_p}{dt} = p_p S, \quad (7)$$

где p_p – давление на поршень со стороны газа, то есть $p_p(t) = p(x_p, t)$.

Граничными условиями являются равенство нулю скорости газа на левой неподвижной границе трубы (дно трубы, $x = 0$) и равенство скорости газа скорости поршня на правой подвижной границе (дно поршня, $x = x_p(t)$).

В массовых лагранжевых координатах систему уравнений (3)–(5) можно записать следующим образом:

$$\frac{dw}{dt} - \frac{\partial v}{\partial q} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{\partial p}{\partial q} = 0; \quad (9)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + p \frac{\partial v}{\partial q} = 0, \quad (10)$$

где $w = 1/\rho$ – удельный объем, q – массовая лагранжева координата.

Здесь использовано принятое в лагранжевых координатах обозначение субстанциональной производной

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x}.$$

Полученная система также должна быть дополнена уравнением связи между лагранжевыми и эйлеровыми координатами

$$\frac{dx}{dt} = v,$$

уравнением состояния (6) и уравнением движения поршня (7).

В общем случае система уравнений (3)–(6) (или (8)–(10)) не имеет аналитического решения, поэтому для нахождения ее решений применяются численные методы.

1.2. Численный метод Неймана решения задачи Лагранжа

Сначала рассмотрим более простой метод решения задачи в массовых координатах для системы уравнений (8)–(10).

Введем разностную сетку по переменным t и q , и будем обозначать индексом n временные узлы, а индексом i – пространственные (массовые). При этом полуцелые координатные индексы используются для обозначения параметров внутри ячейки (таких как ρ , ε и p), целые – на границах (координаты границ ячеек x_i и их скорости v_i).

Конечно-разностная явная аппроксимация системы уравнений (8)–(10) по методу Неймана имеет следующий вид:

$$v_i^{n+1} = v_i^n - \tau^n \frac{p_{i+1/2}^n - p_{i-1/2}^n}{0.5(q_{i+1/2} + q_{i-1/2}) + q_i}; \quad (11)$$

$$x_i^{n+1} = x_i^n + \tau^n v_i^{n+1}; \quad (12)$$

$$\rho_{i+1/2}^{n+1} = \frac{q_{i+1/2}}{x_{i+1}^{n+1} - x_i^{n+1}}; \quad (13)$$

$$\varepsilon_{i+1/2}^{n+1} = \varepsilon_{i+1/2}^n - \frac{\tau^n}{q_{i+1/2}} \frac{p_{i+1/2}^{n+1} + p_{i+1/2}^n}{2} (v_{i+1}^{n+1} - v_i^{n+1}); \quad (14)$$

$$p_{i+1/2}^{n+1} = (k-1)\rho_{i+1/2}^{n+1}\varepsilon_{i+1/2}^{n+1}. \quad (15)$$

Порядок формул приведен в соответствии с последовательностью вычислений. Схема имеет второй порядок аппроксимации по времени и координате на гладких решениях. Удобство схемы заключается в ее простой физической интерпретации: закрытые ячейки газа, в которых заключен газ массой $q_{i+1/2}$ и давлением $p_{i+1/2}$, приводят в движение другие ячейки, а также перегородки между ними, массой q_i . Одной из таких перегородок и является поршень, что позволяет отказаться от отдельного уравнения (7), описывающего его движение, если ввести массу перегородки q_i , как это сделано в уравнении (11). Более того, условие на неподвижной левой границе может быть приближенно заменено введением фиктивной очень большой массы q_0 . Это позволяет использовать приведенную схему без явного выделения границ.

В приведенном случае можно избавиться от неявности в (14), выражая энергию с помощью (15) по формуле

$$\varepsilon_{i+1/2}^{n+1} = \varepsilon_{i+1/2}^n \frac{2q_{i+1/2} - \tau^n(k-1)S(v_{i+1}^{n+1} - v_i^{n+1})\rho_{i+1/2}^n}{2q_{i+1/2} + \tau^n(k-1)S(v_{i+1}^{n+1} - v_i^{n+1})\rho_{i+1/2}^{n+1}}.$$

Шаг по времени на следующем временном слое вычисляется из условия устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви:

$$\tau^{n+1} = Ku \cdot \min_{i=0, \dots, N-1} \left(\frac{x_{i+1}^n - x_i^n}{|v_{i+1/2}^n| + c_{i+1/2}^n} \right), \quad (16)$$

где Ku – число Куранта ($0 < Ku < 1$); $c_{i+1/2}^n = \sqrt{kp_{i+1/2}^n / \rho_{i+1/2}^n}$ – скорость звука в ячейке.

Поскольку схема имеет второй порядок аппроксимации по пространству и времени, она не обладает достаточной схемной вязкостью. Это значит, что, вообще говоря, схема является немонотонной и может проявлять нефизические осцилляции на ударных волнах. Для подавления осцилляций используется фильтр Шумана по скорости (сглаживание):

$$\hat{v}_i^n = \frac{1}{h+2}(v_{i-1}^n + hv_i^n + v_{i+1}^n),$$

где весовой коэффициент h имеет ограниченные пределы изменения и должен быть достаточно велик, чтобы подавить флуктуации результатов расчета. Но следует отметить, что на крупных сетках (30...50 ячеек) даже относительно небольшое сглаживание ($h = 25...50$) может достаточно сильно сказаться на значении выходной скорости.

Для повышения устойчивости расчета можно ввести дополнительное требование: если $\tau^{n+1} > W\tau^n$, то полагается $\tau^{n+1} = W\tau^n$, где $1.0 < W \leq 1.5$.

1.3. Численный метод решения задачи в эйлеровых координатах на подвижной сетке

Рассмотрим теперь метод решения задачи в эйлеровых координатах. Для этого запишем систему уравнений (3)–(6) в векторном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} = \mathbf{0}, \quad (17)$$

где

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v \\ \rho E \end{pmatrix}; \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} \rho v \\ p + \rho v^2 \\ \rho v H \end{pmatrix}.$$

Введем разностную сетку по переменным t и x , и будем обозначать индексом n временные узлы, а индексом i – пространственные. При этом полуцелые координатные индексы используются для представления параметров внутри ячейки, а целые – на границах ячеек.

Разностная схема первого порядка точности на подвижной сетке имеет вид

$$\mathbf{q}_{i+1/2}^{n+1} = \frac{\Delta x_{i+1/2}^n}{\Delta x_{i+1/2}^{n+1}} \left[\mathbf{q}_{i+1/2}^n - \frac{\tau^n}{\Delta x_{i+1/2}^n} (\mathbf{f}_{i+1}^n - \mathbf{f}_i^n) \right],$$

где $\Delta x_{i+1/2}^n$ – шаг сетки по пространственной переменной на n -м шаге по времени.

Потоки на границах ячейки (интерфейсах) \mathbf{f}_i определяются с помощью метода AUSM+. Вектор потока на интерфейсе i запишем в виде

$$\mathbf{f}_i = \frac{c_i}{2} \left(\mathbf{M}_i^r (\Phi_{i+1/2} + \Phi_{i-1/2}) - |\mathbf{M}_i^r| (\Phi_{i+1/2} - \Phi_{i-1/2}) \right) + \begin{pmatrix} 0 \\ p_i \\ p_i u_i \end{pmatrix},$$

где \mathbf{M}_i^r – число Маха на i -м интерфейсе, u_i – скорость перемещения i -го интерфейса; $\Phi = (\rho, \rho v, \rho H)^T$.

Скорость звука на интерфейсе определяется как полусумма скоростей звука в прилегающих ячейках $c_i = (c_{i+1/2} + c_{i-1/2}) / 2$.

Число Маха на интерфейсе находится по формуле

$$\mathbf{M}_i^r = f_\beta^+ (\mathbf{M}_{i-1/2}^r) + f_\beta^- (\mathbf{M}_{i+1/2}^r),$$

где $\mathbf{M}_{i-1/2}^r = (v_{i-1/2} - u_i) / c_i$, $\mathbf{M}_{i+1/2}^r = (v_{i+1/2} - u_i) / c_i$,

$$f_\beta^\pm = \begin{cases} \frac{1}{2} (\mathbf{M} \pm |\mathbf{M}|), & |\mathbf{M}| \geq 1; \\ \pm \frac{1}{4} (\mathbf{M} \pm 1)^2 (1 + 4\beta (\mathbf{M} \mp 1)^2), & |\mathbf{M}| < 1. \end{cases}$$

Давление на интерфейсе определяется с помощью выражения

$$p_i = g_\alpha^+ (\mathbf{M}_{i-1/2}^r) p_{i-1/2} + g_\alpha^- (\mathbf{M}_{i+1/2}^r) p_{i+1/2},$$

где

$$g_\alpha^\pm (\mathbf{M}) = \begin{cases} (\mathbf{M} \pm |\mathbf{M}|) / 2\mathbf{M}, & |\mathbf{M}| \geq 1; \\ \left((\mathbf{M} \pm 1)^2 \left[(2 \mp \mathbf{M}) / 4 \pm \alpha \mathbf{M} (\mathbf{M} \mp 1)^2 \right] \right), & |\mathbf{M}| < 1. \end{cases}$$

Значения констант при этом $\alpha = 3/16$ и $\beta = 1/8$.

В качестве граничного условия на крайнем левом интерфейсе, соответствующем дну канала трубы, следует выбрать условие непротекания:

$$\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}_{-1/2} = \begin{pmatrix} q_1 \\ -q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}_{1/2}.$$

На крайнем правом интерфейсе условие по физической природе аналогично – непротекание газа, но уже через подвижную границу (дно поршня). В этом случае оно запишется в виде

$$\begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}_{N-1/2} = \begin{pmatrix} q_1 \\ -q_2 + 2q_1 v_p \\ q_3 \end{pmatrix}_{N+1/2} .$$

Помимо этого, требуется также отдельная разностная запись уравнения движения поршня (7) в виде

$$v_p^{n+1} - v_p^n = (S / m) \tau^n p_{N-1/2}^{n+1} . \quad (18)$$

В процессе вычисления ширина расчетной области непрерывно увеличивается из-за перемещения поршня, которое составляет за шаг по времени $v_p^n \tau^n$, что позволяет найти новую координату поршня:

$$x_p^{n+1} = x_p^n + v_p^n \tau^n . \quad (19)$$

При этом для простоты можно считать, что сетка растягивается равномерно и новые координаты узлов находятся по формулам

$$x_i^{n+1} = (i / N) x_p^{n+1}, \quad i = 0, \dots, N . \quad (20)$$

1.4. Тестовая задача для проверки правильности работы программ

Когда написана программа для решения прямой задачи, ее необходимо как-то протестировать. Наиболее простой вариант – использовать исходные данные, с помощью которых задача была решена кем-то другим и, как представляется, правильно.

Приведем решение задачи для следующих исходных данных:

- диаметр трубы $d = 0.03$ м;
- начальная длина области с газом $x_0 = 0.5$ м;
- общая длина трубы $x_m = 2.0$ м;
- начальное давление газа $p_0 = 5$ МПа;
- начальная температура газа $T_0 = 300$ К;
- масса разгоняемого тела $m = 0.1$ кг;

- рабочее тело – воздух (показатель адиабаты газа $k = 1.4$, газовая постоянная $R = 287$ Дж/(кг·К)).

Сетка – 300 узлов по пространственной координате. Число Куранта $Ku = 0.5$. Стрельба ведется в вакуум.

Графики зависимостей скорости поршня от времени, а также давления на дно канала трубы и на поршень от времени, приведены на рис. 2. Выходная скорость поршня равна 188 м/с.

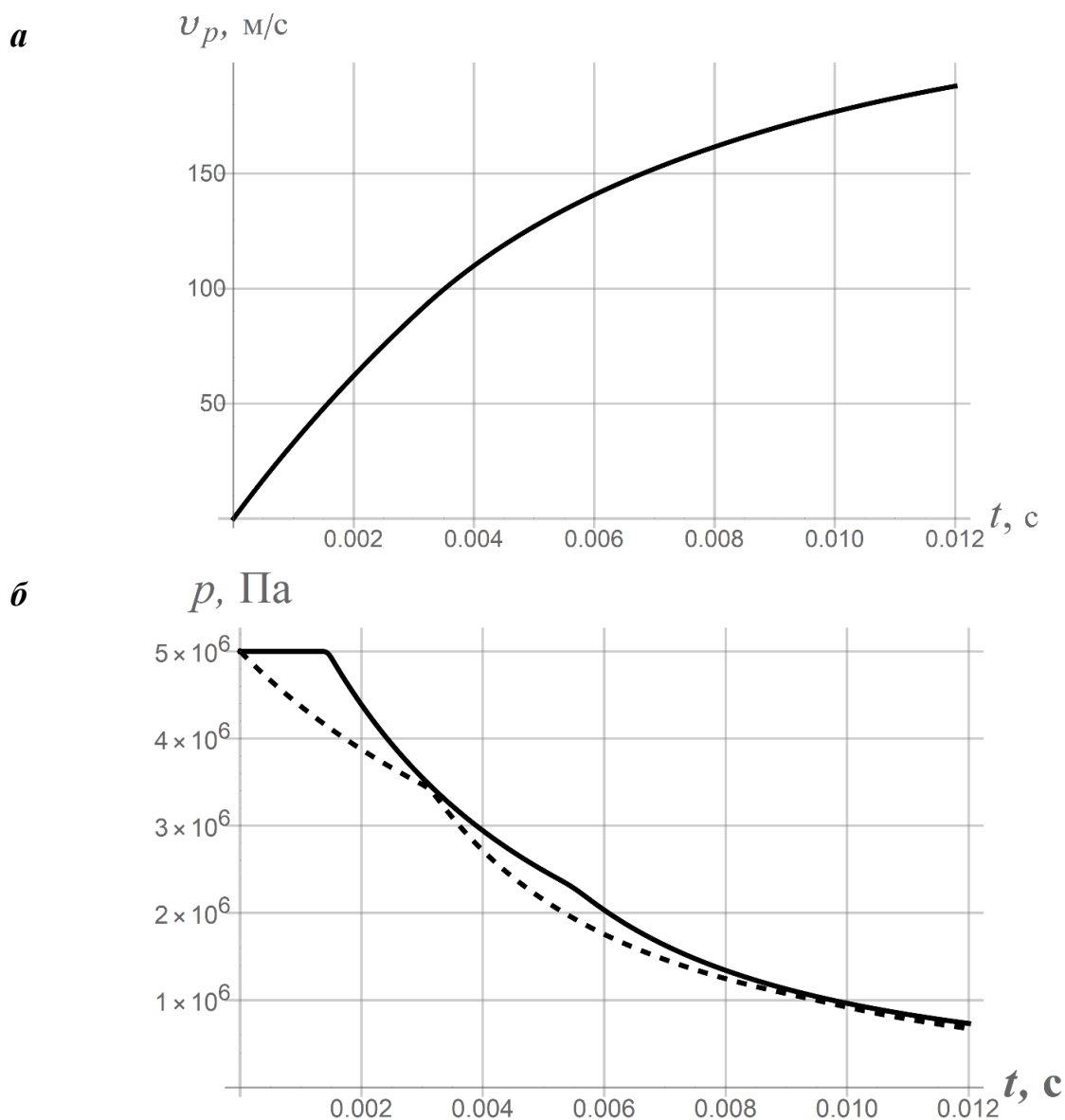


Рис. 2. Решение тестовой задачи: а – график зависимости скорости поршня от времени; б – графики зависимостей давления на дно трубы (сплошная) и на дно поршня (штриховая) от времени

2. БАЛЛИСТИЧЕСКОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕТАТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ НА СЖАТОМ ГАЗЕ

2.1. Общие сведения о задаче баллистического проектирования

При решении задачи определения наилучших параметров баллистических установок могут быть сформулированы различные цели.

Наиболее часто встречающаяся на практике задача, которую можно назвать классической задачей баллистического проектирования, стоящая перед конструкторами баллистических установок, звучит следующим образом. Требуется разогнать тело заданного калибра d с известной массой m до скорости v_{pm} .

Перед тем как приступить к рассмотрению задачи проектирования, проанализируем, какие параметры нам требуется определить. Для этого рассмотрим структуру данных для прямой задачи Лагранжа, приведенную на рис. 3.

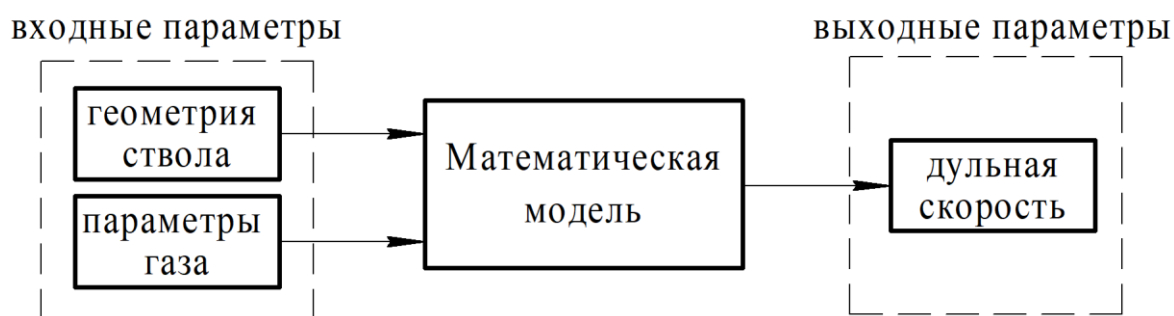


Рис. 3. Структура данных для задачи Лагранжа

Смысл этой схемы заключается следующем. Имеется математическая модель задачи, входными данными для которой являются две группы параметров: геометрические характеристики ствола (калибр, приведенная длина камеры, длина ствола) и параметры газа (масса, начальное давление и температура, либо плотность). Отсюда видно, что дульная скорость может быть получена только в результате решения прямой задачи после задания всех требуемых входных параметров. Причем, ее значения в той или иной степени

будут зависеть от выбранной математической модели. Наиболее простой математической моделью в этом случае является формула (1). Однако в классической задаче баллистического проектирования дульная скорость известна, поэтому в результате решения прямой задачи определяется длина ствола, соответствующая достижению этой дульной скорости (если требуемая дульная скорость вообще достижима при заданных начальных условиях). Причем, если в математической модели не учитывается сила сопротивления движению снаряда в виде отдельного слагаемого в правой части уравнения движения, то длина ствола, определяемая таким образом, практически всегда конечна, но не всегда имеет разумные значения.

В целом тип и объем входных и выходных данных зависит от математической модели. Так, газодинамическая модель позволяет на выходе получать распределения параметров газа (давление, температура, плотность и т. п.) по координате в каждый момент времени, в то время как термодинамическая модель такого распределения получить не позволяет (только в рамках принятых допущений – линейное распределение скорости, квадратичное распределение давления и постоянная плотность в каждый момент времени).

Разумеется, что заданным d , m и v_{pm} удовлетворяет бесконечное множество вариантов исходных данных. Набор таких данных, соответствующий заданным d , m и v_{pm} будем называть **баллистическим решением**. Таким образом, баллистическое решение – это любое допустимое решение задачи баллистического проектирования. Чтобы получить такое решение, надо задаться некоторым полным набором произвольных в некотором диапазоне входных данными (при фиксированных d и m , разумеется) и получить в результате решения прямой задачи длину ствола, отвечающую v_{pm} .

Однако не все баллистические решения в равной степени хороши. Например, всегда найдется такая пара решений, одно из которых хуже другого по всем параметрам (длина ствола, максимальное давление, масса порохового

заряда и другим значимым величинам), хотя оба они являются решением классической задачи: обеспечивают заданную дульную скорость для снаряда заданной массы при известном калибре.

Воплощено же в итоговом образце техники может быть только одно единственное решение. Для выбора этого решения нужны какие-то правила его выбора, а именно – **критерии**, в выборе которых одновременно заключается и сущность, и проблема задачи баллистического проектирования.

Действительно, из простых практических соображений желательно было бы, чтобы наилучшее баллистическое решение обладало бы как можно более коротким стволом (опосредованно это критерий минимума массы), имело бы минимально возможное давление в ресивере и потребляло бы для каждого выстрела как можно меньше газа.

Такого идеального решения в реальности, разумеется, существовать не может, однако даже это простое рассуждение помогло нам сформировать некоторые частные критерии качества баллистического решения, а именно: минимум длины ствола, минимум давления и минимум массы газа, что можно записать в виде

$$\begin{cases} x_m \rightarrow \min; \\ p_0 \rightarrow \min; \\ M \rightarrow \min. \end{cases} \quad (21)$$

Из математики нам известно, что многокритериальные задачи оптимизации в общем случае не имеют единственного решения. В то же время многокритериальная постановка позволяет построить **множество Парето** – множество недоминируемых баллистических решений. Поясним, что это значит. Пусть имеется два баллистических решения БР1 и БР2, такие что

$$x_m^{(1)} \leq x_m^{(2)}; \quad p_0^{(1)} \leq p_0^{(2)}; \quad M^{(1)} \leq M^{(2)},$$

причем хотя бы одно из неравенств – строгое. Верхний индекс (1) соответствует БР1, индекс (2) – БР2.

В этом случае очевидно, что с точки зрения выбранных ранее критериев БР2 хуже БР1, а значит БР2 может быть исключено из рассмотрения. В этом смысле БР2 доминируется БР1, или как иногда пишут $БР1 \succ БР2$. После того как мы отбросим все такие решения, у нас останутся только те, которые таким образом сравнить между собой однозначно нельзя – у какого-то будет меньше длина, но при этом больше давление и т. д. Таким образом, множество возможных решений некоторым образом сужается, но все равно остается бесконечным.

В качестве следующего шага требуется так или иначе точнее определить критерий выбора решения, причем сделать это так, чтобы решение было единственным. Последнего можно добиться в том случае, если критерий всего один.

Например, можно два критерия из трех перевести в разряд ограничений. Предположим, что мы задаемся материалом, прочностные свойства которого мы знаем. В результате опосредованно можно потребовать, чтобы максимальное давление в процессе выстрела не превышало некоторой величины p_0^{\max} , определяемой пределом прочности материала. Таким же образом можно определить максимальную массу газа M^{\max} , которую можно отвести на один выстрел. В результате таких действий, задача (21) приобретет вид однокритериальной задачи поиска минимума с ограничениями:

$$\begin{cases} x_m \rightarrow \min; \\ p_0 \leq p_0^{\max}; \\ M \leq M^{\max}. \end{cases} \quad (22)$$

Такая задача уже может быть решена формально математическими методами и в результате ее решения будет получен единственный ответ.

Другой способ состоит в том, чтобы определенным образом объединить (агрегатировать) частные критерии в один общий, составив из них некоторую функцию, подлежащую минимизации. При этом, частные критерии, входящие в эту функцию, желательно нормировать и обезразмерить так, чтобы они

имели одинаковый порядок величин. Так, например, затруднительно складывать давление, имеющее порядок величины в несколько тысяч Па и длину ствола, порядок которой несколько метров.

Для задачи (21) один из вариантов представления единого баллистического критерия может быть следующий

$$Z_{\text{б}} = \left(\frac{x_m}{x_m^r} \right)^{\alpha_1} \left(\frac{p_0}{p_0^r} \right)^{\alpha_2} \left(\frac{M}{M^r} \right)^{\alpha_3}, \quad (23)$$

где x_m^r , p_0^r , M^r – некоторые характерные значения, на которые обезразмериваются соответствующие частные критерии.

Коэффициенты α_1 , α_2 и α_3 в показателе степени отражают важность соответствующего частного критерия по сравнению с остальными. Они выбираются эмпирическим методом, например, на основе экспертного опроса.

После выбора математической модели, всех критериев и ограничений, позволяющих получить единственное решение, задача баллистического проектирования становится полностью формализованной. Это значит, что для ее решения могут быть использованы известные математические методы оптимизации.

Здесь уместно произвести демаркацию терминов «оптимальное» и «рациональное» решение. Под **рациональным** понимается решение, полученное в результате той или иной постановки задачи баллистического проектирования, поскольку выбор критериев выбора баллистического решения далеко не единственен. Поэтому выбираются некоторые разумные (рациональные) критерии. На этом заканчивается этап формализации задачи, и она превращается в классическую задачу оптимизации. С этого момента мы ищем *оптимальное* с точки зрения выбранных критериев решение.

В качестве примера постановки задачи многокритериальной оптимизации и сведения ее к одному критерию, можно привести следующий.

Пусть требуется определить геометрию (объем камеры и длину разгонной части трубы) и начальные параметры газа в камере (давление и

температуру) при которых обеспечивается максимальное значение выходной скорости поршня и минимальное значение объема камеры. В качестве входных данных имеется только значение диаметра (калибра) трубы d и масса поршня m .

Это классическая постановка задачи двухкритериальной оптимизации, в котором улучшение решения по одному из критериев приводит к ухудшению по другому критерию. Это можно интерпретировать в терминах эффективность – стоимость. В качестве показателя эффективности здесь выступает выходная скорость поршня, в качестве показателя стоимости – объем камеры. Тогда можно предложить использовать следующий критерий:

$$Z_{\text{б}} = \frac{(v_{pm} / v_{pm}^r)}{(W_0 / W_0^r)} \quad (24)$$

Здесь величина скорости (эффективность) стоит в числителе, потому что ее мы хотим увеличить, а величина объема камеры (стоимость) стоит в знаменателе, поскольку ее желательно уменьшить. Интересно построить зависимость между критерием эффективности (\mathcal{E}) и стоимости (C) для одного и того же значения общего критерия $Z_{\text{б}}$. Типичный график такой зависимости показан на рис. 4.

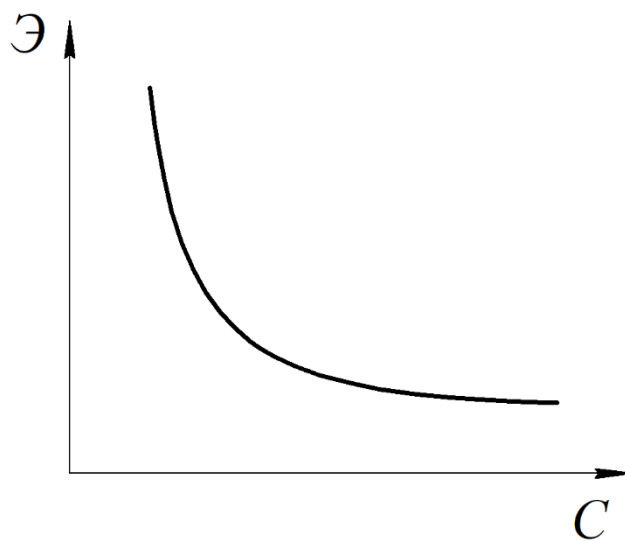


Рис. 4. Зависимость эффективности от стоимости при одинаковых значениях критерия (24)

Из графика видно, что с ростом эффективности, растет и стоимость, и наоборот – с уменьшением стоимости падает и эффективность. Отсюда следует, что одновременное достижение максимума эффективности и минимума стоимости невозможно и нужно найти компромиссное решение. Такое решение в каждом отдельном случае должно приниматься в зависимости от целей, задач и обстоятельств. Например, может быть ситуация, когда нам известно, что если выходная скорость метаемого тела будет не менее 600 м/с, то этого достаточно для решаемой задачи, однако при такой скорости в качестве рабочего газа необходимо использовать гелий. В то же время планируется большой объем выстрелов. Поэтому желательно минимизировать расход газа путем уменьшения объема камеры (максимальное давление при этом регламентируется прочностью материалов и возможностями компрессоров, подающих газ). В этом случае выходная скорость переводится в разряд ограничений:

$$v_{pm} \geq v_{pm}^{\min}, \quad (25)$$

а минимум ищется по одному критерию – объему камеры:

$$W_0 \rightarrow \min \quad (26)$$

с учетом ограничений на максимальное давление газа $p_0 \leq p_0^{\max}$, обусловленное ограничениями прочности или систем подачи газа.

В результате такого рассмотрения, многокритериальная задача свелась к однокритериальной, которую уже можно решить формальным способом.

2.2. Обратные задачи разгона тел сжатым газом

Мы сформулировали выше то, что называется классической задачей баллистического проектирования – обеспечение заданной скорости для тела определенной массы в стволе заданного калибра. Однако, практика зачастую требует решать гораздо более широкий класс обратных задач. Условимся только о том, что мы будем выделять один единственный критерий качества решения, переводя все остальное в разряд ограничений.

Для того, чтобы решить любой вариант обратной задачи следует понимать, что исходными данными для одного прогона прямой задачи для заданного типа газа являются:

- масса метаемого тела m ;
- диаметр трубы d ;
- приведенная длина ресивера x_0 ;
- начальное давление газа в ресивере p_0 ;
- плотность ρ_0 , или масса газа M , или температура газа T_0 .
- общая длина трубы x_m или дульная скорость v_{pm} в качестве условия остановки вычислений.

В результате решения прямой задачи получается либо v_{pm} , либо x_m , в зависимости от того, что было дано исходно.

Таким образом, полная совокупность данных, характеризующая конкретное баллистическое решение, состоит из 7 параметров и может быть представлена в виде точки в семимерном пространстве

$$\mathbf{X}_n = [d_n, x_{0,n}, x_{m,n}, M_n, p_{0,n}, m_n, v_{pm,n}]^T. \quad (27)$$

Первые три параметра этого вектора характеризуют геометрию ствола; следующие два – рабочий газ и последние два – метаемое тело. При этом все параметры независимы между собой, кроме одного, который получается в результате решения прямой задачи (x_m или v_{pm}).

Пусть мы хотим найти экстремум одного из параметров в (27) (или в общем случае их некоторой комбинации), при этом часть других параметров нам известна точно, а на часть из них наложены ограничения и связи. Так, например, если известно, что метание проводится на холодном газе ($T_0 = 300$ K), то при заданных начальном давлении и объеме ресивера, масса газа определяется из уравнения состояния, поэтому она может быть исключена из (27). А представителем решения классической задачи баллистического проектирования тогда будет вектор вида

$$\mathbf{X}_n = [x_{0,n}, x_{f,n}, M_n, p_{0,n}]^T.$$

Таким образом, нахождение каждого вектора заключается в генерировании набора необходимых для запуска задачи данных и получения недостающего значения вектора в результате решения прямой задачи.

2.3. Методика решения обратных задач

Пусть у нас есть инструмент для решения прямой задачи и нам требуется определить минимальную длину трубы, при которой достигается скорость v_{pm} при заданных калибре d и массе метаемого тела m на холодном газе, при ограничении на максимальное давление (связанное с прочностью трубы) в $p_{0,max}$, то есть решить классическую задачу при критерии минимума длины трубы.

Вектор решений в этом случае имеет вид

$$\mathbf{X}_n = [x_{0,n}, x_{m,n}, p_{0,n}]^T,$$

при критерии

$$x_m \rightarrow \min,$$

и ограничении вида

$$p_0 \leq p_{0,max}.$$

Из структуры задачи следует, что x_m определяется в результате решения прямой задачи, то есть $x_{m,n} = F(x_{0,n}, p_{0,n})$. А это значит, что для решения задачи в данной точке достаточно задать длину камеры x_0 и начальное давление p_0 .

Методов решения такой задачи может быть довольно много, наиболее простой из них – **метод сканирования**, который может быть реализован следующим образом. Будем варьировать длину камеры в интервале от $x_{0,min}$ до $x_{0,max}$, а начальное давление – в интервале от $p_{0,min}$ до $p_{0,max}$. Разобьем первый интервал (по координате) на N_1 частей, а второй (по давлению) – на N_2 .

Алгоритм нахождения решения в форме псевдокода тогда имеет вид:

min = 1e5

for i от 0 до N_1

$$x_{0,i} = x_{0,\min} + i (x_{0,\max} - x_{0,\min}) / N_1$$

for j от 1 до N_2

$$p_{0,j} = p_{0,\min} + i (p_{0,\max} - p_{0,\min}) / N_2$$

$$x_m = F(x_{0,i}, p_{0,j})$$

if $x_f < \min$ **then**

$$\min = x_m$$

end if

end for

end for

print(min)

Аналогичным образом решаются обратные задачи и при других комбинациях заданных и искомых параметров.

Хотя наиболее простым методом решения обратной задачи является приведенный метод сканирования, по усмотрению студента может быть выбран любой известный метод оптимизации. Это не является обязательным при выполнении курсовой работы. Выбор и реализация метода оптимизации в этом случае является творческой самостоятельной составляющей выполнения курсовой работы.

Для поиска решения могут быть использованы разнообразные методы условной и безусловной оптимизации [5-7]. В последнем случае критерий оптимальности следует корректировать на штрафную функцию. Так, например, в приведенном выше случае, критерий следует записать в виде

$$G = \begin{cases} x_m + \gamma (p_0 - p_{0,\max})^v, & p_0 > p_{0,\max}; \\ x_m, & p_0 \leq p_{0,\max}. \end{cases}$$

Коэффициенты v и γ назначаются опытным путем. В частности, коэффициент γ должен учитывать разницу в размерностях и характерных

значениях x_m и p_0 , а коэффициент ν регулирует уровень штрафа в случае выхода решения за допустимые границы. Смысл этого подхода заключается в том, что хотя точки за границей области допустимых значений и будут попадать в рассмотрение, они не смогут стать оптимальными, поскольку критерий оптимальности для этих точек будет сильно увеличен (это для случая, если мы ищем минимум – если нужен максимум, то штраф следует вычитать, а не прибавлять).

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

3.1. Порядок выполнения курсовой работы и критерии текущего контроля

Порядок действий и критерии текущего контроля при выполнении курсовой работы приведены в таблице 2.

Таблица 2. Порядок выполнения курсовой работы

№ п/п	Наименование этапа и содержание	Разделы пособия	Критерий оценивания результата	Процент выполнения
1	Ознакомление с задачей Получить вариант задания на курсовую работу. Ознакомиться с целями и задачами работы, постановкой прямой задачи	Введение, 1.1-1.3, 4	Демонстрация понимания основных этапов решения задачи	10%
2	Решение прямой задачи Запрограммировать функцию (или процедуру), реализующую требуемый метод решения прямой задачи разгона тела в трубе. Проверить правильность решения прямой задачи с	1.2 или 1.3, 1.4	Программа расчета прямой задачи. Сравнение результатов работы программы с результатами решения	25%

	использованием данных тестовой задачи.		тестовой задачи	
3	Решение обратной задачи Выбрать метод решения обратной задачи и написать программу для его реализации	2	Программа для решения обратной задачи	50%
4	Получение результата Найти решение обратной задачи. Решить прямую задачу для найденного варианта.	2.3	Значение оптимального решения	75%
5	Оформление и защита Оформление расчетно-пояснительной записки, подготовка к защите и защита курсовой работы.	3	Расчетно-пояснительная записка. Защита курсовой работы	100%

3.2. Методические рекомендации по планированию самостоятельной работы

Хотя курсовая работа по своей сути не слишком сложна для выполнения, у нее есть ряд особенностей, которые следует учесть при планировании самостоятельной работы.

Во-первых, выбор языка программирования или же математического пакета должен основываться на наличии опыта работы в нем. Рекомендуется использовать язык Python, поскольку программы на нем будут довольно простыми. Кроме того, язык Python использовался на лабораторных занятиях и при выполнении домашнего задания предыдущего семестра. Также может

быть использован язык MATLAB, или любые классические языки программирования (C, C++, FORTRAN и другие). Программная реализация вычислительных задач как правило не требует использования объектно-ориентированного подхода и позволяет ограничиться функциональным (процедурным) программированием.

Во-вторых, наиболее трудоемкой частью является программная реализация прямой задачи, поэтому на нее нужно отвести больше времени. Это связано и с недостатком опыта в решении подобных задач, а в случае реализации метода в эйлеровых координатах на подвижной сетке – с его относительной сложностью. Поэтому в качестве вводного упражнения рекомендуется численно решить уравнение переноса. Это позволяет быстро сориентироваться в решении задач подобного типа и переходить к более сложным.

В-третьих, современные языки программирования позволяют импортировать и применять различные библиотеки, включающие стандартные функции, в том числе функции, позволяющие решать задачи оптимизации. Использование таких функций позволит найти решение обратной задачи быстрее, чем сканирование. Это актуально для тех ситуаций, когда программа решения прямой задачи работает недостаточно быстро на вашем оборудовании и поэтому решение обратной задачи занимает много времени. Также можно увеличить шаг дробления интервалов перебора параметров с последующим уточнением в окрестности оптимального решения.

Наконец, в-четвертых, не следует забывать, что какую бы большую и прекрасную работу вы не проделали, об этом знаете только вы. А для того, чтобы об этом узнали другие, необходимо это до них донести, а делается это в данном случае посредством расчетно-пояснительной записки. Именно поэтому важно заложить достаточно времени на ее аккуратное оформление и изложение основных результатов так, чтобы это было понятно стороннему человеку.

3.3. Структура и требования к оформлению расчетно-пояснительной записки

Расчетно-пояснительная записка должна содержать:

- титульный лист;
- лист с заданием на курсовую работу;
- оглавление;
- введение, содержащее постановку задачи, перечень основных методов решения и ожидаемые результаты;
- раздел 1, в котором описан соответствующий заданию метод решения прямой задачи, его алгоритмическая и программная реализация, завершающаяся решением тестовой задачи;
- раздел 2, содержащий постановку обратной задачи, выбор метода ее решения, обоснование выбора интервалов изменения параметров, описание ее алгоритмической и программной реализации;
- раздел 3, содержащий результаты решения обратной задачи: графики зависимостей критерия от варьируемых параметров и их краткий анализ, а также решение прямой задачи для найденного варианта.
- выводы, перечисляющие основные полученные результаты.
- список литературы.
- приложения, включающие код программы, а также любую дополнительную информацию по усмотрению автора записки.

В такой структуре работы теоретическая и расчетная части тесно связаны и переплетены: содержание разделов 1 и 2 включают в себя теоретическую часть и расчетную часть; в разделе 3 излагается только расчетная часть курсовой работы.

Общие требования к расчетно-пояснительной записке следующие.

Расчетно-пояснительная записка набирается компьютерным способом.

Текст работы не должен содержать крупных заимствований. В случае использования текстов и других материалов из сторонних изданий, на них должны быть проставлены ссылки (см. ниже).

Все формулы должны быть набраны с использованием формульных редакторов. Замена формул растровыми изображениями не допускается. Размер и тип шрифта формул должен совпадать со шрифтом основного текста. Нумеруются только те формулы, на которые есть ссылка в тексте.

Все заголовки, кроме введения, заключения и списка литературы должны быть пронумерованы. Разделы нумеруются арабскими цифрами (1, 2, 3), подразделы имеют двойную нумерацию (1.1, 1.2). Для выделения заголовков рекомендуется использовать полужирное начертание или заглавные буквы. Не рекомендуется использовать курсив и подчеркивание в заголовках. После заголовка точка не ставится. Переносы в заголовках не используются.

Текст выравнивается по ширине. Интервал – полуторный. Размер шрифта 12 pt, рекомендуемый тип – Times New Roman. Абзацный отступ для красной строки 1,25 см. Между абзацами дополнительных интервалов нет.

Все страницы должны быть пронумерованы. Титульный лист нумеруется, но номер на нем не ставится.

Все рисунки должны быть пронумерованы и иметь подрисуночную надпись, поясняющую содержание рисунка. На все рисунки в тексте должны быть ссылки. Пример оформления ссылки: «На рис. 7 изображена схема устройства». Не допускается вставлять рисунки плохого качества из других изданий или интернета – они должны быть перерисованы. В том случае, если используется готовый качественный рисунок из другого издания, это должно сопровождаться ссылкой на источник в подрисуночной надписи (Пример: «Рис. 10. Схема газового генератора [5]»).

Таблицы должны быть пронумерованы и иметь пояснительную надпись, аналогичную подрисуночным. Пример: «Таблица 2. Основные параметры расчета» Они ставятся над таблицей, выравнивание по правому краю. На все

таблицы в тексте должны быть ссылки. Пример: «В табл. 14 приведены характеристики материала, взятые из работы [3].»

Код программы в приложении набирается моноширинным шрифтом (например Courier New) с одинарным интервалом.

Список литературы оформляется по ГОСТ Р 7.0.5 – 2008 «Система стандартов по информации, библиотечному и издательскому делу. Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления». На все позиции списка литературы должны быть ссылки в тексте. Ссылка проставляется в квадратных скобках: [1]. Не рекомендуется ссылаться на интернет-источники (за исключением электронных научных журналов и препринтов), статьи из газет и популярных журналов. Если ссылку приводят на конкретный фрагмент текста документа, в отсылке указывают порядковый номер и страницы, на которых помещен объект ссылки. Сведения разделяют запятой, например: «Из закона сохранения энергии [10, с. 81] известно...».

Примеры оформления библиографических ссылок:

- на книгу:

Бердяев Н. А. Смысл истории. М. : Мысль, 1990. 175 с.

- на статью:

Анастасевич В. Г. О библиографии // Улей. 1811. Ч. 1, № 1. С. 14–28.

Другие примеры оформления библиографических ссылок можно найти в списке литературы в конце настоящего пособия.

3.4 Подготовка к защите и защита курсовой работы

При подготовке к защите курсовой работы необходимо проработать ответы на следующие основные вопросы.

1. При решении каких задач науки и техники используется процесс разгона тел сжатым газом?
2. Какие диапазоны скоростей метаемых тел можно получить при использовании сжатого газа в качестве источника энергии?

3. Сформулируйте постановку задачи Лагранжа и изобразите картину распространения волн.
4. Приведите формулы для предельных скоростей разгоняемых сжатым газом тел.
5. Приведите выражения для скорости метаемого тела и коэффициента полезного действия в термодинамическом приближении.
6. Приведите выражения для решения задачи в области простой волны.
7. Сформулируйте математическую постановку задачи разгона тела в эйлеровых координатах.
8. Как перейти от эйлеровых к массовым лагранжевым координатам?
9. Сформулируйте математическую постановку задачи разгона тела в массовых лагранжевых координатах.
10. До какого момента времени справедливо решение в области простой волны?
11. Опишите метод решения прямой задачи разгона поршня в массовых лагранжевых координатах.
12. Специфика постановки граничных условий при решении задачи разгона поршня в массовых лагранжевых координатах.
13. Какова роль фильтра Шумана (сглаживания) по скоростям?
14. Каково условие устойчивости разностной схемы в массовых лагранжевых координатах? Каков его физический смысл?
15. В чем заключается подход С. К. Годунова к сеточному описанию газодинамических величин?
16. Сформулируйте основную идеологию метода С. К. Годунова решения газодинамических задач.
17. Опишите метод решения прямой задачи разгона поршня методом С. К. Годунова на подвижной сетке.
18. Опишите особенности решения задачи о распаде разрыва методом AUSM+.

19. Каковы особенности постановки граничных условий при решении задачи разгона поршня методом С. К. Годунова на подвижной сетке.
20. В чем заключается классическая задача баллистического проектирования?
21. Приведите структуру данных для задачи Лагранжа. О чем она говорит?
22. Что такое критерий оптимальности баллистического решения?
23. Что такое множество Парето?
24. Чем отличается оптимальное и рациональное решение?
25. Изложите методику решения обратной задачи разгона поршня сжатым газом.

Защита курсовой работы проводится в виде доклада, который делается перед комиссией. Продолжительность доклада должна составлять от 5 до 7 минут, при этом в докладе необходимо осветить следующие вопросы:

- общие сведения о решаемой задаче и ее месте в науке и технике;
- выбранный метод решения прямой задачи;
- верификация разработанной программы путем сравнения с тестовой задачей;
- постановка обратной задачи;
- выбранный метод решения обратной задачи;
- результаты решения обратной задачи;
- выводы по результатам проделанной работы.

При защите курсовой работы акцент должен быть сделан на демонстрацию достижения основных результатов, описанных в предисловии.

После доклада следуют вопросы членов комиссии о ходе выполнения курсовой работы. Оценка за защиту курсовой работы выставляется комиссией по совокупности полноты и качества представленного доклада о выполнении курсовой работы, оформления расчетно-пояснительной записки и ответов на вопросы.

4. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

В таблицах 3-7 приведены варианты заданий на курсовую работу. Задания разбиты по группам с соответствующей формулировкой. Обозначения: МЛК – массовые лагранжевы координаты; ЭПС – эйлеровы координаты на подвижной сетке.

4.1 Условия задания для вариантов 1-10

Найти минимальный объём камеры, при котором обеспечивается скорость вылета v_{pm} для тела массой m при диаметре трубы (калибре) d . Начальная температура газа в камере $T_0 = 600$ К. Общая длина трубы не должна превышать n калибров. Начальное давление газа не более p_{\max} . Условия задания для каждого варианта приведены в таблице 3.

Таблица 3. Условия заданий для вариантов 1-10.

№	d , мм	m , г	v_{pm} , м/с	n	p_{\max} , МПа	Газ	Метод
1	10	11	300	30	50	He	ЭПС
2	12.7	14	550	35	100	H ₂	МЛК
3	14.5	18	290	40	60	He	МЛК
4	14.5	21	230	45	15	N ₂	МЛК
5	18	25	400	40	55	He	ЭПС
6	18	21	200	50	17	CO	ЭПС
7	23	35	195	40	20	CO ₂	МЛК
8	23	47	175	55	14	NH ₃	ЭПС
9	30	81	270	45	10	воздух	ЭПС
10	37	90	250	60	15	N ₂	МЛК

4.2 Условия задания для вариантов 11-20

Найти минимальную массу газа, при которой для метаемого тела массой m обеспечивается выходная скорость v_{pm} при диаметре трубы (калибре d). Общая длина трубы составляет n калибров. Наибольшая длина камеры не более $1/3$ общей длины трубы. Начальное давление газа не более p_{\max} . Газ считать холодным ($T_0 = 300$ К). Условия задания для каждого варианта приведены в таблице 4.

Таблица 4. Условия заданий для вариантов 11-20.

№	d , мм	m , г	v_{pm} , м/с	n	p_{\max} , МПа	Газ	Метод
11	10	8	120	45	8	воздух	МЛК
12	12.7	11	160	40	10	СО	ЭПС
13	12.7	12	150	40	12	N ₂	МЛК
14	14.5	9	280	35	50	He	МЛК
15	14.5	10	340	37	80	H ₂	ЭПС
16	14.5	13	110	30	10	CO ₂	ЭПС
17	23	30	80	42	9	NH ₃	ЭПС
18	23	35	240	36	55	He	МЛК
19	30	65	380	38	100	H ₂	ЭПС
20	37	85	145	33	15	N ₂	МЛК

4.3 Условия задания для вариантов 21-30

Найти минимальное начальное давление газа, при котором обеспечивается скорость метаемого тела массой m равная v_{pm} для калибра d . Общая длина трубы не должна превышать n калибров. Наибольшая длина камеры не более $1/2$ общей длины трубы. Начальная плотность газа не более ρ_{\max} . Газ считать холодным ($T_0 = 300$ К). Условия задания для каждого варианта приведены в таблице 5.

Таблица 5. Условия заданий для вариантов 21-30.

№	d , мм	m , г	v_{pm} , м/с	n	ρ_{\max} , кг/м ³	Газ	Метод
21	14.5	11	125	55	19	воздух	МЛК
22	18	20	190	40	22	NH ₃	ЭПС
23	20	23	150	45	15	CO ₂	МЛК
24	23	35	165	35	18	N ₂	ЭПС
25	30	75	300	40	23	H ₂	МЛК
26	37	130	250	40	20	He	ЭПС
27	57	500	140	60	28	CO	МЛК
28	85	1500	100	40	35	NH ₃	ЭПС
29	100	3000	170	50	15	N ₂	МЛК
30	125	5000	125	55	20	воздух	ЭПС

4.4 Условия задания для вариантов 31-40

Найти максимальную массу метаемого тела для калибра d , которую можно разогнать до скорости v_{pm} . Общая длина трубы не более n калибров. Наибольшая длина камеры не более 1/3 общей длины трубы. Начальное давление газа не более p_{\max} . Начальная температура газа в камере $T_0 = 500$ К. Условия задания для каждого варианта приведены в таблице 6.

Таблица 6. Условия заданий для вариантов 31-40.

№	d , мм	v_{pm} , м/с	n	$p_{0,\max}$, МПа	Газ	Метод
31	14.5	125	55	15	воздух	МЛК
32	18	190	38	12	NH ₃	ЭПС
33	20	150	42	14	CO ₂	МЛК
34	23	165	35	17	N ₂	ЭПС
35	30	330	40	90	H ₂	МЛК

36	37	290	45	40	He	ЭПС
37	57	200	60	8	CO	МЛК
38	85	100	47	7	NH ₃	ЭПС
39	100	250	50	11	N ₂	МЛК
40	125	180	55	13	воздух	ЭПС

4.5 Условия задания для вариантов 41-50

Найти максимальный КПД, при котором удастся обеспечить скорость метания v_{pm} для тела массой m из ствола калибром d . Давление в камере при этом не должно превышать p_{\max} . Общая длина трубы не более n калибров, наибольшая длина камеры не более $1/3$ общей длины трубы. Газ считать холодным ($T_0 = 300$ К). Условия задания для каждого варианта приведены в таблице 7.

Таблица 7. Условия заданий для вариантов 41-50.

№	d , мм	m , г	v_{pm} , м/с	n	p_{\max} , МПа	Газ	Метод
41	14.5	11	125	55	10	воздух	МЛК
42	18	20	190	40	8	NH ₃	ЭПС
43	20	23	150	45	12	CO ₂	МЛК
44	23	35	165	35	14	N ₂	ЭПС
45	30	75	370	40	85	H ₂	МЛК
46	37	130	300	40	45	He	ЭПС
47	57	500	100	60	16	CO	МЛК
48	85	1500	100	40	13	NH ₃	ЭПС
49	100	3000	120	50	10	N ₂	МЛК
50	125	5000	150	55	18	воздух	ЭПС

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебно-методическом пособии изложены основы выполнения курсовой работы по дисциплине «Газовая динамика».

При исследованиях и разработках важен не только сам предмет, но и методы, которые используются для его исследования, описания и разработки.

Усвоение методов аналитической оценки и численного решения газодинамической задачи Лагранжа формирует основу владения численными методами при решении и более широкого класса газодинамических задач. Следует отметить, что одно из крупнейших достоинств вычислительного эксперимента заключается в возможности более глубокого изучения объекта путем изменения начальных или внешних условий и получения отклика объекта.

Не менее важным аспектом выполнения курсовой работы является последовательное знакомство с задачами проектирования, их методологической основой и самыми простыми методами их решения. В курсовой работе намеренно игнорируется вопрос о множественности и неоднозначности критериев при проектировании, хотя этот вопрос в реальности является очень важным. Это сделано, во-первых, в методических целях, а, во-вторых, предполагается, что студент сможет познакомиться с этими вопросами гораздо ближе уже при решении конкретных проектных задач в процессе освоения дальнейших дисциплин.

Рассмотренная в курсовой работе задача может быть положена в основу различных научно-исследовательских проблем, связанных с внутренней баллистикой, разработкой баллистических установок и других задач из этой предметной области.

СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

c	—	скорость звука в газе;
c_0	—	начальная скорость звука в камере с газом;
d	—	диаметр трубы (калибр);
E	—	полная энергия единицы массы газа;
\mathbf{f}	—	вектор потоков;
H	—	полная энтальпия единицы массы газа;
i	—	целочисленный индекс, отвечающий пространственной или массовой лагранжевой координате;
k	—	показатель адиабаты газа;
Ku	—	число Куранта;
M	—	масса газа;
m	—	масса поршня;
M	—	число Маха;
\min	—	функция, определяющая минимальное значение;
n	—	целочисленный индекс, отвечающий временной координате при дискретизации (раздел 1); целочисленный индекс, отвечающий номеру баллистического решения (раздел 2);
N	—	общее количество узлов сетки по пространственной переменной;
p	—	давление газа;
p_0	—	начальное давление газа в камере;
p_p	—	давление на поршень со стороны газа;
q	—	массовая лагранжева координата
\mathbf{q}	—	вектор переменных;
R	—	газовая постоянная;
S	—	площадь поперечного сечения трубы;
t	—	время;
T_0	—	начальная температура газа в камере;

u	—	скорость интерфейса (узла сетки);
w	—	удельный объем газа;
W	—	коэффициент для повышения устойчивости в схеме Неймана;
W_0	—	объем камеры с газом;
x	—	пространственная координата;
\mathbf{X}	—	вектор параметров баллистического решения;
x_0	—	приведенная длина камеры с газом;
x_m	—	общая длина трубы (ствола) вместе с камерой;
x_p	—	координата поршня;
Z_B	—	критерий качества баллистического решения;
α	—	константа в методе AUSM+;
β	—	константа в методе AUSM+;
γ	—	множитель в критерии качества баллистического решения;
Δx	—	шаг по координате;
ε	—	внутренняя энергия единицы массы газа;
η	—	коэффициент полезного действия;
Λ_p	—	число объемов расширения газа;
ν	—	показатель степени при учете штрафной функции в критерии качества баллистического решения;
ρ	—	плотность газа;
ρ_0	—	начальная плотность газа в камере;
τ	—	шаг по времени;
v	—	скорость газа;
v_p	—	скорость поршня;
v_{pt}	—	скорость поршня при вылете из трубы (ствола);
φ	—	коэффициент фиктивности массы поршня.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Пример кода программы для решения прямой задачи в массовых лагранжевых координатах на языке Python.

```
import math
class Cells(object):
    def __init__(self, dx, k, p, ro, v_left, v_right, x_left, N):
        self.N = N
        self.dx = dx
        self.k = k
        self.p = p
        self.ro = ro
        self.e = [(self.p[i] / ((self.k - 1) * self.ro[i])) for i
in range(N)]
        self.v_left = v_left
        self.v_right = v_right
        self.Vsr = [(self.v_left[i] + self.v_right[i]) / 2) for
i in range(N)]
        self.x_left = x_left
        self.x_right = [x_left[i] + dx for i in range(N)]
        self.Xsr = [(self.x_left[i] + self.x_right[i]) / 2 for i
in range(N)]
        self.c = [math.sqrt(self.k * self.p[i] / self.ro[i]) for
i in range(0, N)]

    def next_cells(self, array, tau, tau_half, S, h, m):
        N = self.N
        for i in range(0, N):
            if i == 0:
                self.v_right[i] = array.v_right[i] - tau * S * (array.p[i
+ 1] - array.p[i]) / h
                self.v_left[i] = 0.0

            if i == (N - 1):
                self.v_left[i] = array.v_right[i - 1]
                self.v_right[i] = array.v_right[i] - tau * S * (0 - ar-
ray.p[i]) / (0.5 * (h + 2 * m))

            if i != 0 and i != N - 1:
                self.v_left[i] = array.v_right[i - 1]
                self.v_right[i] = array.v_right[i] - tau * S *
(array.p[i + 1] - array.p[i]) / (h)
                self.x_left[i] = array.x_left[i] + tau_half *
self.v_left[i]
                self.x_right[i] = array.x_right[i] + tau_half *
self.v_right[i]
                self.ro[i] = h / ((self.x_right[i] - self.x_left[i])*S)
```

```

        self.e[i] = array.e[i] - (tau_half * S *
(self.v_right[i] - self.v_left[i]) / h)
        self.p[i] = (self.k - 1) * self.ro[i] * self.e[i]
        self.Vsr[i] = (self.v_left[i] + self.v_right[i]) / 2
        self.c[i] = math.sqrt(self.k * (self.p[i] /
self.ro[i]))

    def tau_halfff(self, array, Kr):
        arr = [0] * self.N
        arr[:] = [(self.x_right[i] - self.x_left[i]) /
(abs(self.Vsr[i]) + self.c[i]) for i in range(0, self.N)]
        return min(arr) * Kr

T = 300; R = 4125; d=0.0145; l=55*d; x0 = 0.276; ro0 = 3.269
p0 = ro0 * R * T
v0=0.0
pa=0
m=0.025
k=1.41
Kr=0.6 #число куранта
W = 1.2
S=pi*d*d/4 #площадь сечения трубы
M=ro0*S*x0 #масса газа за поршнем
q = np.linspace(0,M,N+1) #массовая лагранжевая координата
h=q[1]-q[0]
dx = x0/N
p, ro, v_left, v_right, x_left = [float(p0)]*N, [float(ro0)]*N,
[float(v0)]*N, [float(v0)]*N, [i*dx for i in range(0,N)]
curr = Cell(p, ro, v_left, v_right, x_left)
tau_half = tau_halfff(curr.x_right, curr.x_left, curr.Vsr, curr.c)
tau = tau_half
time=0
v1=[0]
p1=[p0]
p2=[p0]
t=[0]

while curr.x_right[N-1] < l:
    curr.next_cells(curr)
    v1.append(curr.v_right[N-1])
    p1.append(curr.p[0])
    p2.append(curr.p[N-1])
    a = tau_halfff(curr.x_right, curr.x_left, curr.Vsr, curr.c)
    tau = 0.5 * (tau_half + a)
    if a > W * tau_half:
        tau_half = W * tau_half
    else:
        tau_half = a
    time = time + tau
    t.append(time)

```


Приложение 2

Это приложение содержит пример выполнения и оформления разделов расчетно-пояснительной записки к курсовой работе, относящихся к обратной задаче. Это значит, что оно содержит пример выполнения и оформления раздела 2 курсовой работы целиком, а также пример выполнения и оформления раздела 3, за исключением решения прямой задачи для выбранного варианта.

2 ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

2.1 Постановка и выбор метода решения обратной задачи

Целью решения обратной задачи является подбор оптимальных параметров баллистической установки на сжатом газе, обеспечивающих требуемую скорость поршня при вылете.

Требуется найти минимальный объем камеры, при которой обеспечивается скорость вылета 270 м/с для тела массой 0,081 кг при калибре 30 мм. Газ считается холодным ($T_0 = 300$ К), общая длина трубы не должна превышать 50 калибров, начальная плотность газа не более 10 кг/м³, начальное давление газа не более 50 МПа.

В качестве метода оптимизации был выбран метод роя пчёл.

2.2 Описание метода роя пчёл

Для рассмотрения принципов работы алгоритма поведения роя пчёл, или метода роя пчёл (МРП), прибегнем к аналогии с реальным роем пчел.

Представим себе рой пчел на поле. Их цель – найти на поле область с наивысшей плотностью цветов. Без какого-либо представления о поле пчелы начинают поиск цветов со случайных позиций со случайными векторами скорости. Каждая пчела может помнить позиции, где она нашла наибольшее количество цветов и каким-то образом знать области, где другие пчелы обнаружили наибольшую плотность цветов. Выбирая между возвращением к месту, где пчела сама обнаружила наибольшее количество цветов, или исследованием места, определенного другими пчелами, как место с наибольшим количеством цветов, пчела устремляется в направлении между двумя точками в зависимости от того, что окажет большее влияние на ее решение – персональное воспоминание или социальный рефлекс. По пути пчела может найти место с более высокой концентрацией цветов, чем было найдено ранее. В дальнейшем оно может быть обозначено

как новое место с наибольшей концентрацией цветов, а также как место наибольшего скопления цветов, найденное всем роем. Случайно пчела может пролететь мимо места, с большим количеством цветов, чем было найдено любой другой пчелой роя. Весь рой, затем будет стремиться навстречу этому месту в дополнении к собственным наблюдениям каждой пчелы. Таким образом, пчелы исследуют поле: перелетая места с наибольшей концентрацией, они замедляются в их направлении. Непрерывно они проверяют места, которые пролетели, сравнивая с найденными ранее местами с наибольшей концентрацией цветов надеясь найти абсолютную наибольшую концентрацию цветов. В конечном итоге пчела заканчивает движение на месте поля с наибольшей концентрацией цветов. Вскоре весь рой сосредотачивается в окрестностях этой позиции. Не имея возможности обнаружить места с большей концентрацией цветов, пчелы непрерывно роятся в районе наибольшей плотности цветов. Это поведение пчёл и было положено в основу этого метода оптимизации [4].

Представим основные понятия, используемые в данном методе.

Частица или Агент – каждая пчела в рое рассматривается как частица или агент. Все частицы роя действуют индивидуально в соответствии с одним управляющим принципом: ускоряться в направлении наилучшей персональной и наилучшей общей позиции, постоянно проверяя значение текущей позиции.

Позиция – аналогично местоположению пчелы на поле представляется координатами на плоскости Oxy . Однако, в общем случае можно расширить эту идею в любое N -мерное пространство в соответствии с поставленной задачей. Это N -мерное пространство является областью решений для оптимизируемой задачи, где каждый набор координат представляет решение.

Пригодность — по аналогии с примером пчелиного роя функция пригодности будет плотностью цветов: чем больше плотность, тем лучше позиция. Функция пригодности служит средством связи между физической проблемой и алгоритмом оптимизации.

Персональная наилучшая позиция – по аналогии с пчелиным роем, каждая пчела помнит позицию, где она сама обнаружила наибольшее количество цветов. Эта позиция с наибольшим значением пригодности, обнаруженная пчелой, известна как персональная наилучшая позиция (ПНП). Каждая пчела имеет собственное ПНП, определяемое путем, который она пролетела. В каждой точке вдоль пути движения пчела сравнивает значение пригодности текущей позиции со значением ПНП. Если текущая позиция имеет значение пригодности выше, значение ПНП заменяется на значение текущей позиции.

Глобальная наилучшая позиция – каждая пчела также каким-то образом узнает область наибольшей концентрации цветов, определенную всем роем. Эта позиция

наибольшей пригодности известна как глобальная наилучшая позиция (ГНП). Для всего роя это одна ГНП, к которой стремится каждая пчела. В каждой точке на протяжении всего пути каждая пчела сравнивает пригодность ее текущей позиции с ГНП. В случае если какая-либо пчела обнаружит позицию с более высокой пригодностью, ГНП заменяется текущей позицией этой пчелы.

2.3 Алгоритмическая реализация метода роя пчёл

Первым шагом в реализации МРП является выбор параметров, которые необходимо оптимизировать, и определение допустимого интервала для поиска оптимальных значений. Затем в допустимой области случайным образом располагаются пчелы, а также задаются векторы и скорости их движения. После этого каждая частица должна перемещаться через пространство решений, как если бы она была пчелой в рое. Алгоритм действует на каждую частицу отдельно, перемещая ее на небольшую величину, циклично двигая ее через весь рой. Следующие шаги выполняются для каждой частицы:

- Оценка пригодности для частицы, сравнение с ПНП и ГНП. Функция пригодности, используя координаты частицы в пространстве решений, возвращает значение пригодности для текущей позиции. Если это значение больше, чем значение ПНП, соответствующее этой частице, или ГНП, тогда соответствующие позиции заменяются текущей позицией.
- Корректировка скорости частицы. Манипуляции со скоростью частицы являются основным элементом всей оптимизации. Скорость частицы меняется в соответствии с взаимным расположением позиций ПНП и ГНП. Она стремится в направлении этих позиций наибольшей пригодности в соответствии со следующим уравнением:

$$\mathbf{v}_{i+1} = w \cdot \mathbf{v}_i + c_1 \text{rand}()(\mathbf{P}_i - \mathbf{x}_i) + c_2 \text{rand}()(\mathbf{G}_i - \mathbf{x}_i) \quad (18)$$

где \mathbf{v}_{i+1} – вектор скорости частицы на следующем шаге, w – коэффициент инертности, учитывающий влияние скорости \mathbf{v}_i на текущем шаге; c_1 – коэффициент, учитывающий «память» частицы о ПНП; $\text{rand}()$ – случайное число от -1 до 1 ; \mathbf{P}_i – вектор ПНП; \mathbf{x}_i – вектор положения частицы; c_2 – коэффициент, учитывающий «социальный фактор», т.е. влияние остальных членов роя; \mathbf{G}_i – вектор ГНП.

- Учёт границы расчётной области. Самым эффективным решением оказались «невидимые стены». Частица может спокойно вылетать за их пределы, но при попадании за границы расчётной области вычисления для неё прекращаются.

- Выбор ПНП. Способ выбора персональной наилучшей точки, в основном, зависит от параметров, которые требуется минимизировать, например, если необходимо найти

экстремум явно заданной целевой функции, то в данной точке сравнивается значение с ранее найденным ПНП.

Выбор ГНП также зависит от целевой функции и того параметра, который требуется оптимизировать.

2.4 Особенности реализации алгоритма

Оптимизация целевой функции производится по двум параметрам (координатам). Первой координатой является длина запоршневого пространства, второй – плотность газа; остальные заданы, либо заданы ограничения на них (длина трубы ограничивалась в размере 50 калибров, но могла получиться меньшей, чем это значение, так как условие выхода из цикла было дополнено, по сравнению с тестовой задачей). Число пчел – 25, количество их движений – 75. Выбор этих показателей был продиктован наилучшей производительностью используемой вычислительной техники.

Для решения данной задачи исходный алгоритм был модифицирован в силу некоторых особенностей: целевая функция – это, по сути, та функция, которая решает прямую задачу и возвращает значение скорости; она зависит от параметров газа и габаритов самой установки. Требуется найти минимальное значение одного из параметров, а именно объем запоршневого пространства. Так как целевая функция не выражена явно в виде математического выражения, то, в принципе, нет возможности выразить координату начального положения поршня (именно от неё зависит объем запоршневого пространства) и применить алгоритм роя пчела в той последовательности, которой он изложен выше.

В данной работе стандартная схема метода роя пчела была изменена следующим образом: при работе алгоритма каждая пчела «запоминает» такие места, где достигается требуемая скорость поршня при вылете, но глобальной наилучшей позицией выбирается та точка, где наименьшая длина запоршневой области x_0 . В конце работы программы выводится вектор BestGlob, в котором содержится значения координат и целевой функции – эти параметры и являются результатом оптимизации.

Код программы, используемый при нахождении оптимальных параметров на языке Python приведен в приложении.

Для обеспечения быстрой сходимости требуется тонкий подбор главных параметров алгоритма, а именно количество пчел, число их движения и основные коэффициенты, входящие в выражение для скорости агента (18). Выбор этих значений зависит от самой целевой функции и от смысла этих коэффициентов.

При решении задачи подбор коэффициентов для оптимальной работы алгоритма производился следующим образом:

- коэффициент инертности w был принят равным 0,5, так как задача на выделенной области имеет несчётное число точек, удовлетворяющих скорости в 270 м/с, поэтому влияние вектора предыдущей скорости должно быть не слишком существенным, но и не затухать очень быстро, иначе до самого конца работы цикла все агенты будут у одного из возможных значений, которое необязательно будет подходящим;
- коэффициент c_1 , учитывающий влияние ПНП, принят равным 0,6, так как число агентов невелико, как и количество их движений, но те ПНП, в которых обеспечивается скорость 270 м/с влияют на ГНП, поэтому это число не может быть маленьким;
- коэффициент c_2 , учитывающий влияние ГНП, принят равным 0,8 из-за модификации алгоритма – преимущественным направлением движения должно быть то, при котором обеспечивается минимальная длина запоршневой области.

Данные значения коэффициентов не претендуют на истинно оптимальные, так как были подобраны из, буквально, «эмпирических» предположений о работе алгоритма и представлении о целевой функции, а также на опыте результатов предварительных вычислений.

3 РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

3.1 Решение задачи оптимизации

Было произведено несколько запусков алгоритма, результаты которых приведены в табл. 2. Различные запуски условно обозначены цифрами.

В силу природы метода (использование случайных чисел) его результаты не будут абсолютно точными и требуемое для такого совпадения число итераций алгоритма, вероятно, будет стремиться к бесконечности, если это совпадение возможно. Поэтому результаты работы требуется интерпретировать с физической точки зрения.

Таблица 2. Некоторые результаты оптимизации

№	1	2	3	4	5
x_0 , м	0.281	0.302	0.284	0.282	0.282
ρ_0 , кг/м ³	9.989	9.616	9.972	9.995	9.997
L , м	1.494	1.492	1.483	1.487	1.487

Как видно из данных приведенных в табл. 2, значение параметра x_0 будет стремиться к минимуму при росте плотности газа и увеличении длины трубы, причем длина трубы влияет значительно, чем изменение плотности (если сравнить значения для столбца «1» и

«5»), хотя абсолютно точно об этом сказать нельзя из-за малости изменения значений и малого числа примеров.

Из вышесказанного следует, что решением задачи минимальный объем камеры обеспечивается при максимально возможной длине трубы (1.5 м) и максимальной плотности газа (10 кг/м^3), так как даже при этих параметрах есть возможности для роста скорости, поэтому, уменьшая объем камеры, можно достигнуть скорости в 270 м/с, что видно на рис. 3.

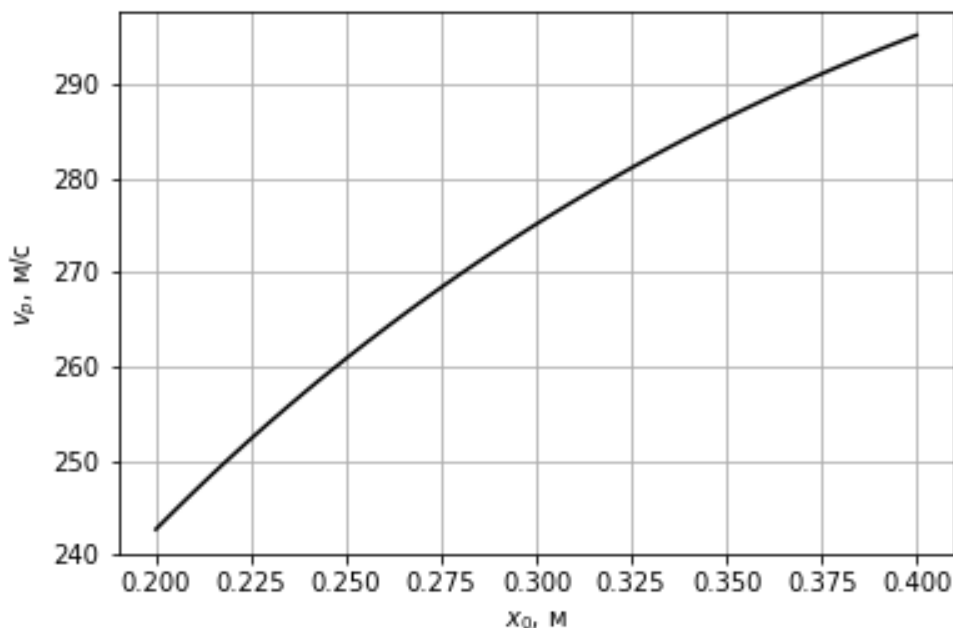


Рис. 3. Зависимость скорости от x_0 .

Оттуда же видно, что значение x_0 приблизительно равно 0.28 м. Уточнив значение с помощью встроенных методов, получим $x_0 = 0.279$ м. Соответствующий объем камеры получим, умножив полученное значение на площадь поперечного сечения:

$$W_{\min} = x_0 S = 0.279 \cdot \frac{\pi \cdot 0.03^2}{4} = 1.972 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная литература

1. Власова Е.А., Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Приближенные методы математической физики / Под ред. Зарубина В. С., Крищенко А. П. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 699 с.
2. Галанин М.П., Савенков Е.Б. Методы численного анализа математических моделей. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018. 591 с.
3. Численные методы в задачах физики быстропротекающих процессов / Бабкин А.В., Колпаков В.И., Охитин В.Н., Селиванов В.В. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006. 517 с. (Прикладная механика сплошных сред : в 3 т. / науч. ред. Селиванов В. В. ; т. 3).
4. Федоров Д. Ю. Основы программирования на примере языка Python (режим доступа: <https://dfedorov.spb.ru/python3/book.pdf>).
5. Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации / Под ред. Зарубина В.С., Крищенко А.П. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. 439 с.
6. Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. 446 с.
7. Новиков Б.К. Системные аспекты проектирования ствольного оружия. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2008. 517 с.

Дополнительная литература

8. Златин Н.А. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях / Н.А. Златин, А.П. Красильщиков, Г.И. Мишин, Н.Н. Попов. М.: Наука, 1974. 344 с.
9. Герасимов А.В., Пашков С.В., Христенко Ю.Ф. Защита космических аппаратов от техногенных и естественных осколков, эксперимент и численное моделирование // Вестник ТГУ. Математика и механика. №4(16). 2011. С. 70-78.
10. Horák V., Do Duc L., Vitek R., Beer S., Mai Q.H. Prediction of the Air Gun Performance // Advances in Military Technology Vol. 9, No. 1, June 2014.
11. Johnston A., Krishnamoorthy L.V. A Numerical Simulation of Gas Gun Performance // Defence Science and Technology Organisation, DSTO-TN-080, 2008.
12. Ryan W. Karhi R.W., Wetz D.A., Mankowski J.J., Giesselmann M. Theoretical and Experimental Analysis of Breech Fed and 40-Distributed Energy Stage Plasma Arc Railguns // IEEE Transactions on Plasma Science, V. 40, No. 10, 2012. Pp. 2637-2645.
13. Putzar R., Schaefer F. Concept for a new light-gas gun type hypervelocity accelerator // International Journal of Impact Engineering 88 (2016) 118–124.
14. Plassard F., Mespoulet J., Hereil P. Analysis of a single stage compressed gas launcher behaviour: from breech opening to sabot separation // 8th European LS-DYNA Users Conference, Strasbourg. May 2011.

15. Moradi A., Ahmadikia H. One-Dimensional and Axisymmetric Numerical Simulation of a Single-Stage Gas Gun // Adv. Theor. Appl. Mech., Vol. 4, 2011, no. 3, pp. 101 – 111.
16. Moradi A., Khodadadiyan S. Study of Real Gas Behavior in a Single-Stage Gas Gun // Int. J. of Mechanical and Mechatronics Eng. Vol:5, No:6, 2011, pp. 948-952.
17. Булович С.В., Петров Р.Л. Пневматический разгон поршня в стволе // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. Вып. 16. С. 12-18.
18. Голубятников А.Н., Леонтьев Н.Е. К оптимизации решения задачи Лагранжа по начальным данным // Труды Математического института им. М.В. Стеклова, 1998, т. 223, с. 118-122.